

Οριστικές περιγραφές

(1) Ο παρών βασιλιάς της Γαλλίας είναι καραφλός.

Αυτό σημαίνει: (α) Υπάρχει τουλάχιστον ένα x και υπάρχει το πολύ ένα x (με άλλα λόγια, ακριβώς ένα x) τέτοιο ώστε το x είναι παρών βασιλιάς της Γαλλίας και

(β) Όποιος είναι παρών βασιλιάς της Γαλλίας είναι καραφλός.

Ξέροντας να μεταφράσουμε αριστοτελικές προpositions αποδείχουμε
το (1) ως:

$$\exists x Fx \wedge \forall x \forall y (Fx \rightarrow x=y) \wedge \forall x (Fx \rightarrow Gx) \quad [Fx \rightarrow \text{είναι παρών βασιλιάς της Γαλλίας}]$$

$Gx \rightarrow x \text{ είναι καραφλός}]$

$$\exists x [Fx \wedge \forall y (Fx \rightarrow x=y) \wedge Gx]$$

$$\exists x \forall y [(Fy \leftrightarrow x=y) \wedge Gx]$$

$$\exists x [\forall y (Fy \leftrightarrow x=y) \wedge Gx]$$

κανόνας: Αποδείχουμε κάθε πρόταση της μορφής «Το F είναι G» ως:

$$\exists v [Fv \wedge \forall w (Fw \rightarrow w=v) \wedge Gv]$$

" ως

$$\exists v \forall w [(Fw \leftrightarrow w=v) \wedge Gv]$$

Τυποποιήσεις προτάσεων με όριστική περιγραφή

Λεξιλόγιο: Το ίδιο όπως και προηγουμένως με την προσθήκη του « M » → «... είναι ψηλότερος από...».

1. 'Ο όμορφότερος της ούαλινης που αγαπά τη Μαρία είναι ψηλότερος της.

$$\left. \begin{aligned} \exists x \{ & Fx \wedge Lxm \vee [\forall y (Fy \wedge Ly_m) \rightarrow x=y] \wedge Mxm \} \\ \exists x \forall y \{ & [(Fy \wedge Ly_m) \leftrightarrow x=y] \wedge Mxm \} \end{aligned} \right\}$$

2. 'Ο Βρασιέας αγαπά το κορίτσι που τον αγαπά

$$\exists x \{ Gx \wedge Lxb \wedge [\forall y (Gy \wedge Lyb) \rightarrow y=x] \wedge Lbx \}$$

3. 'Ο Βρασιέας αγαπά μόνο το κορίτσι που τον αγαπά

$$\exists x \{ Gx \wedge Lxb \wedge [\forall y (Gy \wedge Lyb) \rightarrow y=x] \wedge Lbx \wedge \forall z (Lbz \rightarrow x=z) \}$$

4. Το πιο ψηλό κορίτσι μιας ούαλινης

Το πιο ψηλό κορίτσι είναι το κορίτσι που είναι ψηλότερο από όλα τα άλλα. Δηλαδή η έκφραση 'το y είναι ένα κορίτσι ψηλότερο από όλα τα άλλα κορίτσια' αποδίδεται ως $Gy \wedge [\forall z (Gz \wedge \neg z=y) \rightarrow Myz]$. Όλη αυτή η έκφραση παίζει εδώ το ρόλο του F στην πρόταση «το F είναι G ». Η απόδοση θα είναι η ακόλουθη:

$$\left. \begin{aligned} \exists x \{ & Gx \wedge [\forall z (Gz \wedge \neg z=x) \rightarrow Mxz] \wedge \forall w [Gw \wedge [\forall z (Gz \wedge \neg z=w) \rightarrow Mxz] \rightarrow \\ & \rightarrow w=x] \wedge Fx \} \end{aligned} \right\}$$

$$\exists x \forall y \left\{ \left[(Gy \wedge \overset{\text{ή συντομογραφία}}{\forall z [(Gz \wedge \neg zy) \rightarrow Mzy]} \leftrightarrow y=x \right] \wedge Fx \right\}$$

5. Το κορίτσι που αγαπά τον Βρασίδα αγαπά τον όμοιωτή της Ουάλλιντ που αγαπά την Άννα.

Σταδία: Το κορίτσι που αγαπά τον Βρασίδα έχει την ιδιότητα A (δηλαδή την ιδιότητα να αγαπά τον όμοιωτή της Ουάλλιντ που αγαπά την Άννα).

$$\text{Άρα: } \exists x \forall y \left\{ \left[(Gy \wedge L y b) \leftrightarrow y=x \right] \wedge A_x \right\}$$

Η ιδιότητα A αποδεικνύεται:

$$A_x \rightarrow \exists z \forall w \left\{ \left[(Fw \wedge L w a) \leftrightarrow w=z \right] \wedge L x z \right\}$$

Βάζοντας τα μαζί παίρνουμε:

$$\exists x \forall y \left\{ \left[(Gy \wedge L y b) \leftrightarrow y=x \right] \wedge \exists z \forall z \left[\left[(Fw \wedge L w a) \leftrightarrow w=z \right] \wedge L x z \right] \right\}$$

Υπαρκτικοί ισχυρισμοί

(1) Εξημερωμένοι τάχα υπάρχουν

$$\exists x (F_x \wedge G_x)$$

(2) Δεν υπάρχουν κένταυροι: $\neg \exists x U_x$

(3) Ο παπών Βασίλης της Γαλλίας δεν υπάρχει

$$\neg \exists x [F_x \wedge \forall y (F_y \rightarrow y=x)]$$