Γενικές παρατηρήσεις
(η κατανόησή τους προϋποθέτει την παρακολούθηση των σχετικών μαθημάτων)

Μεταβλητές και ποσοδείκτες

Έστω η πρόταση: **Κάθε φοιτητής είναι γοητευμένος με κάποια σταρ του κινηματογράφου**
Η πρόταση είναι αμφίσημη: Μπορεί να σημαίνει είτε ότι κάθε φοιτητής είναι γοητευμένος με τη μία ή την άλλη σταρ είτε η ίδια σταρ είναι το αντικείμενο του θαυμασμού όλων των φοιτητών. Επιλύουμε την αμφισημία χρησιμοποιώντας τις παρακάτω κάπως ασυνήθιστες περιφράσεις
(Κάθε φοιτητής είναι τέτοιος που) (κάποια σταρ είναι τέτοια που) αυτός είναι γοητευμένος με αυτήν.
(Κάποια σταρ είναι τέτοια που) (κάθε φοιτητής είναι τέτοιος που) αυτός είναι γοητευμένος με αυτήν
Στις προτάσεις αυτές όλες οι ποσοδεικτικές εκφράσεις έχουν τοποθετηθεί στην αρχή ως ποσοδεικτικά προτασιακά προθέματα (τελεστές). Η χρήση τέτοιων προθεμάτων δεν είναι εντελώς αφύσικη στις φυσικές γλώσσες (παράβαλε**: Κάθε τι είναι τέτοιο που θα φθαρεί κάποτε**)
Ωστόσο οι μετασχηματισμοί αυτοί δεν μπορούν να επιλύσουν κάθε αμφισημία. Έστω η πρόταση
(1) Όλοι αγαπούν κάποιον.
που μπορεί με τους ποσοδείκτες τοποθετημένους στην αρχή να διαβαστεί είτε ως
1_α (Κάθε ένας είναι τέτοιος που) (κάποιος είναι τέτοιος που) αυτός αγαπά αυτόν
Είτε ως
1_β (Κάποιος είναι τέτοιος που) (κάθε ένας είναι τέτοιος που) αυτός αγαπά αυτόν
Και οι δύο όμβε τρόποι να αποδώσουμε την (1) εισάγουν μια νέα αμφισημία. Η 1_α για παράδειγμα μπορεί να σημαίνει είτε
(Κάθε ένας είναι τέτοιος που) (κάποιος είναι τέτοιος που) ο πρώτος αγαπά τον δεύτερο.
είτε
(Κάθε ένας είναι τέτοιος που) (κάποιος είναι τέτοιος που) ο δεύτερος αγαπά τον πρώτο.

Η χρήση αντωνυμιών όπως ο πρώτος ο δεύτερος ο τρίτος, αν και βοηθάει σε πολλές περιπτώσεις να διαλύσουμε την αμφισημία, δεν είναι καθόλου βολική όταν έχουμε να κάνουμε με πολύ σύνθετες προτάσεις. Για το λόγο αυτό εισάγουμε ένα νέο είδος αντωνυμιών που δανειζόμαστε από τα μαθηματικά, τις μεταβλητές *x, y, z.....* οι οποίες επισυνάπτονται στα ποσοδεικτικό πρόθεματα προκειμένου να δηλωθεί ποιος ποσοδείκτης ελέγχει ποια αντωνυμία/μεταβλητή. Έτσι με το τέχνασμα αυτό η 1_α μπορεί χωρίς αμφισημία να διαβαστεί είτε ως
(Κάθε *x* είναι τέτοιος που) (κάποιος *y* είναι τέτοιος που) (ο) *x* αγαπά (τον) *y*
είτε ως
(Κάθε *x* είναι τέτοιος που) (κάποιος *y* είναι τέτοιος που) (ο) *y* αγαπά (τον) *x*
Στη συνέχει επιλέγουμε να γράψουμε $\forall \boldsymbol{x}$ αντί για ***Κάθε x είναι τέτοιος που*** και $\exists \boldsymbol{y}$ αντί για ***κάποιος y είναι τέτοιος που***. Η αμφίσημη πρόταση **Όλοι αγαπούν κάποιον** μπορεί τώρα να αποδοθεί χωρίς αμφισημία είτε ως

$\forall x\ \exists y$ ***x αγαπά y*** είτε ως
$\exists x\ \forall y$ ***x αγαπά y***

Η Γλώσσα του κατηγορικού λογισμού

Εκτός από τους ποσοδείκτες και τις μεταβλητές η γλώσσα του κατηγορικού λογισμού περιλαμβάνει επίσης: (α) Τα γνωστά από την προτασιακή λογική προτασιακά σταθερά της σύζευξης, της διάζευξης κτλ. (β) ατομικά σταθερά που τα συμβολίζουμε με μικρά λατινικά γράμματα a, b, c, n, o, m κτλ. και τα οποία αντιπροσωπεύουν κύρια ονόματα. (γ) Κατηγορικά σύμβολα F, G, L...... τα οποία αντιπροσωπεύουν κατηγορήματα των φυσικών γλωσσών με την ευρεία έννοια του όρου, εκφράσεις δηλαδή του τύπου *....είναι άντρας ....είναι γυναίκα, ...είναι παντρεμένος με...... και* ρήματα όπως *.....καπνίζει, ...αγαπά....*, ... *προτιμά....από....* κτλ.(δ) σύμβολα ομαδοποίησης (παρενθέσεις, αγκύλες, άγκιστρα κτλ). Κάθε κατηγόρημα διαθέτει έναν αριθμό «υποδοχών» στις οποίες μπορούν να τοποθετηθούν ατομικά σταθερά (ή μεταβλητές που ελέγχονται από ποσοδείκτες) προκειμένου να σχηματιστούν προτάσεις που διαθέτουν τιμές αλήθειας. Ανάλογα με των αριθμό των υποδοχών τουςτα κατηγορήματα χαρακτηρίζονται ως μονοσθενή (εναλλακτικός όρος «μοναδικά»), ή πολυσθενή (εναλλακτικός όρος «πολυαδικά»), εφόσον είναι δισθενή, τρισθενή κτλ. Έτσι ο κανόνας για να κατασκευάσουμε την απλούστερη πρόταση είναι να συνδυάσουμε ένα n-σθενές κατηγόρημα με n αριθμό ονομάτων (όχι κατ΄ ανάγκην διαφορετικών) για να φτιάξουμε *ατομικές προτάσεις*.

Παραδείγματα: ***Ο Πλάτων είναι άνδρας*** μπορεί να μεταφραστεί ως ***Fa,*** η πρόταση ***Ο Πλάτων αγαπά τον Σωκράτη*** ως ***aLb,*** η πρόταση *Ο **Πλάτων προτιμά τον Σωκράτη από τον Αριστοτέλη*** ως ***aPbc.***

Μπορούμε να σχηματίσουμε σύνθετες προτάσεις με τους εξής τρόπους (α) Χρησιμοποιώντας τα γνωστά από την προτασιακή λογική προτασιακά σταθερά. Παράδειγμα: Η πρόταση ***Ο Πλάτων είναι άνδρας και ο Πλάτων προτιμά τον Σωκράτη από τον Αριστοτέλη*** μπορεί να αποδοθεί ως ***Fa & aPbc*** (β) ακολουθώντας τον ακόλουθο κανόνα:

Έστω μια καλώς σχηματισμένη πρόταση του κατηγορικού λογισμού Π(.....c….c..) στην οποία εμφανίζεται τουλάχιστον μια φορά το ατομικό σταθερό c. Αντικατάστησε όλες τις εμφανίσεις του c με μία μεταβλητή (όποια θέλεις, ας πούμε x) ***που δεν εμφανίζεται ήδη στην Π(.....c….c..)****, και μετά πρόσθεσε στην αρχή τον ποσοδείκτη* $\forall x$ ή $\exists x$*. Η πρόταση που σχηματίζεται* $\forall x$ *Π(.....x….x..) ή* $\exists x$ *Π(.....x….x..) είναι μία καλώς σχηματισμένη πρόταση του κατηγορικού λογισμού.*

Παραδείγματα: Εφαρμόζοντας τον κανόνα, από την πρόταση ***Fa*** (***Ο Πλάτων είναι άνδρας)*** και αντικαθιστώντας το *a* με την μεταβλητή *z* μπορούμε να λάβουμε την $\forall z$ ***Fz*** ή την $\exists z$ ***Fz*** οι οποίες λένε αντιστοίχως ότι **όλοι** (ή **τουλάχιστον ένας**) έχουν/έχει την ιδιότητα που εκφράζεται με την ανοικτή πρόταση *Fz,* δηλαδή ότι όλοι (ή τουλάχιστον ένας) είναι άνδρες.

Από την πρόταση ***aLb*** (***Ο Πλάτων αγαπάει τον Σωκράτη***) και αντικαθιστώντας το *a* με το *x* μπορούμε να πάρουμε την πρόταση $\forall x$ ***aLx*** (***Ο Πλάτων τους αγαπάει όλους)*** και από την τελευταία με την αντικατάσταση του *a* από το *z* την $\forall z\ \forall x$ ***zLx*** που λέει ότι όλοι αγαπάνε όλους ή την $\exists z\ \forall x$ ***zLx*** που λέει ότι κάποιοι (τουλάχιστον ένας) αγαπάνε τους πάντες.

Ένα ακόμη παράδειγμα: Η πρόταση ***Wa → bLa*** (***εάν α Πλάτων είναι σοφός τον αγαπάει ο Σωκράτης***) αποδίδει στον Σωκράτη τη σύνθετη ιδιότητα **του να είναι**

κανείς, εφόσον είναι σοφός, αγαπητός στο Σωκράτη. Με αντικατάσταση του *a* από το *x* και με προσθήκη του καθολικού ποσοδείκτη λαμβάνουμε την πρόταση

$\forall$***x (W x → bLx)*** που αποδίδει την ιδιότητα που αναφέραμε σε όλα τα όντα του πεδίου (βλ. την αμέσως επόμενη παρατήρηση). Η πρόταση $\forall$***x (W x → bLx)*** λέει δηλαδή ότι ο καθένας είναι τέτοιος που εάν είναι σοφός τότε ο Σωκράτης τον αγαπάει. Με άλλα λόγια λέει ότι ο Σωκράτης αγαπάει οποιονδήποτε είναι σοφός (Ο Σωκράτης αγαπάει δηλαδή όλους τους σοφούς).

Να προσεχθεί η ακόλουθη παρατήρηση: Ό΄ταν στην καθημερινή μας επικοινωνία χρησιμοποιούμε μια ποσοδεικτική έκφραση υπάρχει συνήθως κάποιος υπόρρητος από το γενικότερο επικοινωνιακό πλαίσιο περιορισμός που σχετικοποιεί το σύνολο των αντικειμένων στο οποίο ο ομιλητής επιθυμεί να εφαρμόσει τον ποσοδείκτη. Για παράδειγμα, όταν σε ένα δωμάτιο γεμάτο με ανθρώπους ακουστεί η πρόταση «Κάποιος καπνίζει» συνήθως αυτό που επιχειρείται να λεχθεί είναι ότι κάποιος στο δωμάτιο καπνίζει.

Η τάξη των όντων ως προς την οποία οι ποσοδείκτες σε μία πρόταση (ή σε ένα επιχείρημα ή σε ένα επικοινωνιακό πλαίσιο) σχετικοποιούνται ονομάζεται **πεδίο ποσόδειξης.**

Συχνά εκτός από τον υπόρρητο περιορισμό σε ένα συγκεκριμένο πεδίο (π.χ των πεδίο των ανθρώπων, μία πρόταση εκφράζει με τη χρήση επιθέτων ή και αναφορικών προτάσεων και άλλους ρητούς ποσοδεικτικούς περιορισμούς. Για παράδειγμα ο ποσοδείκτης στην πρόταση ***Ο Σωκράτης τους αγαπάει όλους*** **(**$\forall$***x bLx***) μπορεί να θεωρηθεί ως υπόρρητα σχετικοποιημένος στο πεδίο των ανθρώπων. Όμως στην πρόταση ***Ο Σωκράτης αγαπάει όλους τους σοφούς*** ($\forall$***x (W x → bLx)***) δηλώνεται ένας επιπλέον ρητός περιορισμός στους σοφούς (ανθρώπους),

Προσοχή: Οι προτάσεις του τύπου ***Κάθε Α (ή οτιδήποτε είναι Α ή όλα(οι,-ες) όσα είναι Α) είναι Β*** μεταφράζεται ως ***∀ν (Αν → Βν)*** (όπου ***ν*** μια οποιαδήποτε μεταβλητή)

Οι προτάσεις του τύπου ***Κάτι Α (*ή κάποιος(α) που είναι Α) είναι Β** μεταφράζεται ως ***∃ν (Αν & Βν)***

Οι προτάσεις του τύπου ***Κανένα (κανένας, καμία) Α (δεν) είναι Β*** μεταφράζεται ως ***¬ ∃ν (Αν & Βν)*** ή με την λογικά ισοδύναμη πρόταση ***∀ν (Αν → ¬ Βν)***

Γενικά ο υπαρκτικός και ο καθολικός ποσοδείκτης μπορούν να οριστούν ο ένας στη βάση του άλλου. Έστω το γράμμα *I* δηλώνει το μονοσθενές κατηγόρημα **....... είναι *ικανός***. Επομένως ο τύπος ***∀x ¬ I x*** με τον ποσοδείκτη σχετικοποιημένο στο πεδίο των ανθρώπων αποδίδει την πρόταση ***Όλοι είναι ανίκανοι***. Έστω η άρνηση αυτής της πρότασης ***Δεν ισχύει ότι όλοι είναι ανίκανοι*** που αποδίδεται ως ***¬ ∀x ¬ I x***. Η πρόταση όμως ***Δεν ισχύει ότι όλοι είναι ανίκανοι*** είναι ισοδύναμη με την πρόταση ***Κάποιος δεν είναι ανίκανος*** που αποδίδεται ως ***∃x ¬ ¬ I x***, Μετά την εξάλειψη της διπλής άρνησης η πρόταση γίνεται ***∃x I x*** που σημαίνει ότι τουλάχιστον ένας είναι ικανός. Επομένως ο τύπος ***¬ ∀x ¬ I x*** είναι ισοδύναμος με τον τύπο ***∃x I x .***

Ομοίως ο τύπος ***∃x ¬ I x*** λέει ότι κάποιος είναι ανίκανος, ενώ η άρνησή του ***¬ ∃x ¬ I x*** λέει ότι δεν ισχύει ότι κάποιος είναι ανίκανος/. Με άλλα λόγια η άρνηση λέει ότι όλοι είναι ικανοί, ισχυρισμός που αποδίδεται με τον τύπο ***∀x I x***. Επομένως ο τύπος ***¬ ∃x ¬ I x*** είναι ισοδύναμος με τον ***∀x I x***.

Γενικά ισχύει ότι ο ποσοδείκτης *∀x* είναι ισοδύναμος με τον *¬ ∃x ¬* (και άρα ο *¬ ∀x ¬* με τον *∃x*.

Ασκήσεις και τακτικές μετάφρασης από τη φυσική γλώσσα στη γλώσσα του κατηγορικού λογισμού

Λεξικό
m σημαίνει *Μανόλης*
n σημαίνει *Νίκη*
o σημαίνει *Ορφέας*
F σημαίνει *....είναι άντρας*
G σημαίνει *....είναι γυναίκα*
L σημαίνει *....αγαπά....*
M σημαίνει *.....είναι παντρεμένος με......*
P σημαίνει ..... *προτιμά....από....*

Να μεταφραστούν στη γλώσσα του κατηγορικού λογισμού οι ακόλουθες προτάσεις:

Οποιανδήποτε την αγαπά ο Ορφέας την αγαπά και ο Μανόλης.
Ο Ορφέας αγαπά κάθε γυναίκα που αγαπάει τον Μανόλη.
Ο Μανόλης αγαπά κάποια γυναίκα που αγαπά ο Ορφέας.
Κανένας άντρας που αγαπά την Νίκη δεν αγαπά τον Ορφέα ή τον Μανόλη.
Κάθε άντρας αγαπά κάποια/κάποιον.
Όποια ο Ορφέας αγαπά αγαπιέται επίσης από κάποιον που η Νίκη αγαπά.
Καμία γυναίκα δεν αγαπά κάθε άντρα.
Καμία γυναίκα δεν αγαπά οποιονδήποτε άντρα.
Εάν ο καθένας αγαπά την Νίκη, την αγαπά και ο Ορφέας.
Εάν οποιοσδήποτε αγαπά την Νίκη την αγαπά και ο Ορφέας.
Κάποιος παντρεμένος αγαπά την Νίκη.
Κάθε παντρεμένος αγαπά κάποιο/α με τον/την οποία δεν είναι παντρεμένος.
Ένας παντρεμένος άντρας αγαπά μόνο γυναίκες.
Όχι όλοι οι παντρεμένοι άντρες αγαπούν γυναίκες που τους αγαπούν.
Η Νίκη αγαπά κάθε παντρεμένο άντρα που την προτιμά από αυτήν με την οποία είναι παντρεμένος.

1. **Οποιανδήποτε την αγαπά ο Ορφέας την αγαπά και ο Μανόλης**
(Οποιαδήποτε που αγαπά ο Ορφέας είναι τέτοια που) την αγαπά ο Μανόλης
(Οποιαδήποτε x που αγαπά ο Ορφέας είναι τέτοια που), ο Μανόλης αγαπά (την) x
(Οποιαδήποτε x που αγαπά ο Ορφέας είναι τέτοια που) m$\mathrm{L}x$
$\boldsymbol{\forall x\,(\mathrm{oL}x \rightarrow \mathrm{mL}x)}$

2. **Ο Ορφέας αγαπά κάθε γυναίκα που αγαπάει τον Μανόλη**
(Κάθε γυναίκα που αγαπάει τον Μανόλη είναι τέτοια που) την αγαπάει ο Ορφέας
(Κάθε γυναίκα x που αγαπάει τον Μανόλη είναι τέτοια που) ο Ορφέα αγαπάει (την) x
(Κάθε γυναίκα x που αγαπάει τον Μανόλη είναι τέτοια που) o$\mathrm{L}x$,
$\boldsymbol{\forall x\,((\mathrm{G}x \,\&\, \mathrm{mL}x) \rightarrow \mathrm{oL}x)}$

3. **Ο Μανόλης αγαπά κάποια γυναίκα που αγαπά ο Ορφέας**
(Κάποια γυναίκα x που αγαπά ο Ορφέας είναι τέτοια που) ο Μανόλης αγαπά (την) x
(Κάποια γυναίκα x που αγαπά ο Ορφέας είναι τέτοια που) mLx
$\exists x\ ((\mathbf{G}x\ \&\ \mathbf{oL}x)\ \&\ \mathbf{mL}x)$

4. **Κανένας άντρας που αγαπά την Νίκη (δεν) αγαπά τον Ορφέα ή τον Μανόλη**
(Κανένας άντρας x που αγαπά ην Νίκη (δεν) είναι τέτοιος που) (ο) x αγαπά τον Ορφέα ή τον Μανώλη.
(Κανένας άντρας x που αγαπά την Νίκη (δεν) είναι τέτοιος που) xLo$\vee$ xLm
$\neg\ \exists x\ ((\mathbf{F}x\ \&\ x\mathbf{Ln})\ \&\ (x\mathbf{Lo}\vee x\mathbf{Lm}))$ ή
$\forall x\ ((\mathbf{F}x\ \&\ x\mathbf{Ln}) \rightarrow\ \neg\ (x\mathbf{Lo}\vee x\mathbf{Lm}))$

5. **Κάθε άντρας αγαπά κάποια/κάποιον.** Η πρόταση είναι αμφίσημη.
Πρώτη απόδοση
(Κάθε άντρας x είναι τέτοιος που) (κάποιος y είναι τέτοιος που) (ο) x αγαπά (τον) y
(Κάθε άντρας x είναι τέτοιος που)(κάποιος y είναι τέτοιος που) xLy
(Κάθε άντρας x είναι τέτοιος που) $\exists y\ x\mathrm{L}y$
$\forall x(\mathbf{F}x \rightarrow \exists y\ x\mathbf{L}y)$
Δεύτερη απόδοση
(Κάποιος y είναι τέτοιος που) (κάθε άντρας x είναι τέτοιος που) (ο) x αγαπά (τον) y
(Κάποιος y είναι τέτοιος που) (κάθε άντρας x είναι τέτοιος που) xLy
(Κάποιος y είναι τέτοιος που) $\forall x(\mathrm{F}x \rightarrow x\mathrm{L}y)$
$\exists y\forall x(\mathbf{F}x \rightarrow x\mathbf{L}y)$

6. **Όποια ο Ορφέας αγαπά αγαπιέται επίσης από κάποιον που η Νίκη αγαπά.** Η πρόταση είναι αμφίσημη
Πρώτη απόδοση
(Οποιαδήποτε x που ο Ορφέας αγαπά είναι τέτοια που) (κάποιος y που η Νίκη αγαπά είναι τέτοιος που) (ο) y αγαπά (την) x
(Οποιαδήποτε x που ο Ορφέας αγαπά είναι τέτοια που) (κάποιος y που η Νίκη αγαπά είναι τέτοιος που) yLx
(Οποιαδήποτε x που ο Ορφέας αγαπά είναι τέτοια που) $\exists y\ (\mathrm{nL}y\ \&\ y\mathrm{L}x)$
$\forall x\ (\mathbf{oL}x \rightarrow \exists y\ (\mathbf{nL}y\ \&\ y\mathbf{L}x))$
Δεύτερη απόδοση

$\exists y\ (\mathbf{nL}y\ \&\ \forall x\ (\mathbf{oL}x \rightarrow y\mathbf{L}x))$

7. **Καμία γυναίκα δεν αγαπά κάθε άντρα**
Καμία γυναίκα x (δεν) είναι τέτοια που) (κάθε άντρας y είναι τέτοιος που) (η) x αγαπά (τον) y
Καμία γυναίκα x (δεν) είναι τέτοια που) (κάθε ς άντρας y είναι τέτοιος που) xL y
Καμία γυναίκα x (δεν) είναι τέτοια που) $\forall y\ (Fy \rightarrow xL\ y)$
$\neg\exists x\ (\mathbf{G}x\ \&\ \forall y\ (\mathbf{F}y \rightarrow x\mathbf{L}\ y))$ ή $\forall x\ (\mathbf{G}x \rightarrow\ \neg\forall y\ (\mathbf{F}y \rightarrow x\mathbf{L}\ y))$

8. **Καμία γυναίκα (δεν) αγαπά οποιονδήποτε άντρα**

(Καμία γυναίκα x (δεν) είναι τέτοια που) (κάποιος άντρας y είναι τέτοιος που) (η) x αγαπά (τον) y
(Καμία γυναίκα x (δεν) είναι τέτοια που) (κάποιος άντρας y είναι τέτοιος που) xL y
(Καμία γυναίκα x (δεν) είναι τέτοια που) $\exists y$ (F x & xLy)
$\neg\exists x$ (Gx & $\exists y$ (Fy & xL y)) ή **$\forall x$ (G$x \rightarrow \neg\exists y$ (Fy & xLy))**

8. **Εάν όλοι αγαπούν την Νίκη την αγαπά ο Ορφέας**
Εάν (κάθε x είναι τέτοιος που) x αγαπά την Νίκη, τότε ο Ορφέας την αγαπά.
Εάν $\forall x$ xLn, τότε oLn
$\forall x$ xLn $\rightarrow$ oLn
Σύγκρινε τη διαφορά με το $\forall x$ (xLn $\rightarrow$ oLn)

9. **Εάν οποιοσδήποτε αγαπά την Νίκη την αγαπά ο Ορφέας (το διαβάζουμε ως: Εάν κάποιος αγαπά την Νίκη την αγαπά και ο Ορφέας**)
Εάν (κάποιος x είναι τέτοιος που) x αγαπά την Νίκη, τότε ο Ορφέας αγαπά την Νίκη
Εάν $\exists x$ xLn, τότε oLn
$\exists x x$Ln $\rightarrow$ oLn

10. **Κάποιος παντρεμένος αγαπά την Νίκη**
(Κάποιος x που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (ο) x αγαπά την Νίκη
(Κάποιος x που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) xLn,
$\exists x$ (x είναι-παντρεμένος & xLn)
$\exists x$ ($\exists y$ xMy & xLn)

11. **Κάθε παντρεμένος αγαπά κάποιο/α με τον/την οποίο δεν είναι παντρεμένος**
(Κάθε χ που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (κάποιος y με τον οποίο (ο) x δεν είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (ο) x αγαπά (τον) y
(Κάθε χ που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (κάποιος y με τον οποίο (ο) x δεν είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) xLy
(Κάθε χ που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) $\exists y \neg x$My & xLy
$\forall x$ (x είναι-παντρεμένος $\rightarrow$ $\exists y \neg x$My & xLy
$\forall x$ ($\exists z$ xMz $\rightarrow$ $\exists y \neg x$My & xLy)

12. **Ένας παντρεμένος άντρας αγαπά μόνο γυναίκες** [Το ερμηνεύουμε ως: **κάθε παντρεμένος άντρας αγαπά μόνο γυναίκες**}
(Κάθε άντρας x που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (ο) x αγαπά μόνο γυναίκες [Ερμηνεύουμε την έκφραση *(ο) x αγαπά μόνο γυναίκες* ως *οποιονδήποτε ο x αγαπά είναι γυναίκα*) Άρα συνεχίζουμε ως εξής:
(Κάθε άντρας x που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (κάθε y είναι τέτοιος που) εάν (ο) x αγαπά (τον) y, τότε ο y είναι γυναίκα
(Κάθε άντρας x που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) (κάθε y είναι τέτοιος που) xL$y \rightarrow$ G y
(Κάθε άντρας x που είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) $\forall y$ (xL$y \rightarrow$ G y)
$\forall x$ ((Fx & x είναι-παντρεμένος) $\rightarrow$ $\forall y$ (xL$y \rightarrow$ Gy))
$\forall x$ ((Fx & $\exists z$ xMz) $\rightarrow$ $\forall y$ (xL$y \rightarrow$ Gy))

13. **Όχι όλοι οι παντρεμένοι άντρες αγαπούν όποια γυναίκα τους αγαπά**
(Όχι κάθε παντρεμένος άντρας x είναι τέτοιος που) (κάθε γυναίκα y η οποία αγαπά (τον) x είναι τέτοια που) (ο) x αγαπά (την) y
(Όχι κάθε παντρεμένος άντρας x είναι τέτοιος που) (κάθε γυναίκα y η οποία αγαπά (τον) x είναι τέτοια που) $x\mathrm{L}y$
(Όχι κάθε παντρεμένος άντρας x είναι τέτοιος που) $\forall y\ ((\mathrm{G}y\ \&\ y\mathrm{L}x) \rightarrow x\mathrm{L}y)$
$\boldsymbol{\neg\ \forall x\ ((\mathrm{F}x\ \&\ \exists z\ x\mathrm{M}z) \rightarrow\ \forall y\ ((\mathrm{G}y\ \&\ y\mathrm{L}x) \rightarrow x\mathrm{L}y))}$

14. Η **Νίκη αγαπά κάθε παντρεμένο άντρα που την προτιμά από αυτή με την οποία είναι παντρεμένος**
(Κάθε παντρεμένος άντρας x που προτιμά την Νίκη από οποιαδήποτε y με την οποία είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) η Νίκη προτιμά (τον) x
(Κάθε παντρεμένος άντρας x που προτιμά την Νίκη από οποιαδήποτε y με την οποία είναι παντρεμένος είναι τέτοιος που) $\mathrm{nL}x$
$\forall x$ $((\mathrm{F}x\ \&\ \exists z\ x\mathrm{M}z\ \&\ x$ προτιμά την Νίκη από οποιαδήποτε y με την οποία είναι παντρεμένος$)\rightarrow \mathrm{nL}x)$
$\forall x\ \{[\mathrm{F}x\ \&\ \exists z\ x\mathrm{M}z\ \&\ \forall y(x\mathrm{M}y \rightarrow xPny)] \rightarrow \mathrm{nL}x\}$