



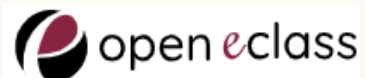
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών Ιστορίας
και Φιλοσοφίας της Επιστήμης και της Τεχνολογίας

ΘΕΜΑΤΑ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ (ΣΙ5)

ΠΡΟΚΛΟΣ
*Σχόλια στο α' βιβλίο των Στοιχείων
του Ευκλείδη*

Οι δύο πρόλογοι του σχολιασμού

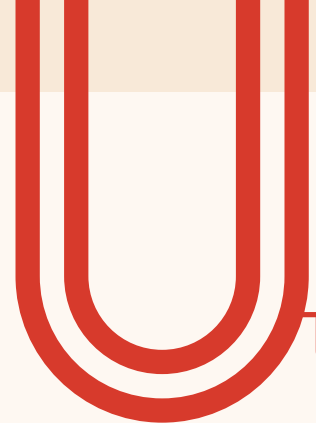


PROCLI DIADOCHI
LYCII
PHILOSOPHI PLATONICI
A C
MATHEMATICI PRBATISSIMI
IN
PRIMUM EUCLIDIS
Elementorum librum
COMMENTARIORVM
A D
VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM
PRINCIPVM EXPDITIONIS TRADENTVM
Libri IIII.
A
FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO
summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quæ
in græco codice omnes desiderabantur aucti: primum in Romanæ
linguæ vernaculæ donati, & nunc recens editi.
Cum Catalogo Deorum, & Virorum illustrium, atque Auctorum:
Et librorum, qui vel ab Auctore, vel ab Interprete citati sunt:
& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum.
CVM PRIVILEGIO.



PATAVIL
Excudebat Gratiopus Perchacinus

1560.

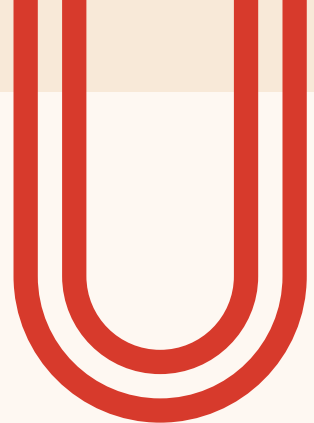


Δομή και περιεχόμενο του σχολιασμού στο α' των *Στοιχείων*

- Η χειρόγραφη παράδοση του κειμένου μας παραδίδει τον σχολιασμό διαιρεμένο σε τέσσερα μέρη:
 - Το πρώτο περιλαμβάνει τον πρώτο πρόλογο,
 - Το δεύτερο περιλαμβάνει τον δεύτερο πρόλογο μαζί με τα σχόλια στους ορισμούς του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*,
 - Το τρίτο βιβλίο περιέχει τα σχόλια στα αιτήματα, τα αξιώματα και στις πρώτες είκοσι-έξι προτάσεις και
 - Το τέταρτο ολοκληρώνει τον σχολιασμό με τα σχόλια στις υπόλοιπες προτάσεις μέχρι και την τεσσαρακοστή όγδοη.
- Πρόκειται για έναν φιλοσοφικό σχολιασμό ενός μαθηματικού κειμένου, στη βάση της νεοπλατωνικής φιλοσοφικής παράδοσης.

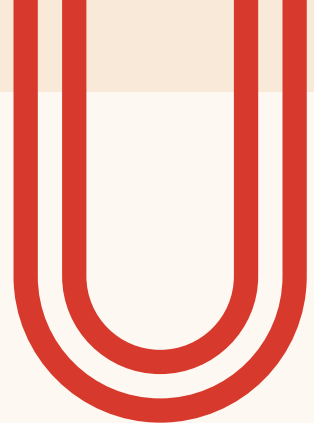


Ο πρώτος πρόλογος



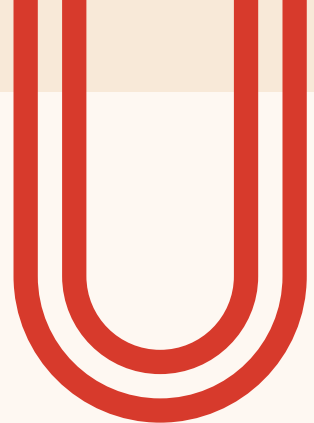
Η ενδιάμεση θέση της μαθηματικής ουσίας (3.1-5.14)

- Η μαθηματική ουσία καταλαμβάνει έναν ενδιάμεσο χώρο ανάμεσα, αφενός, στις αμερείς, απλές, μη σύνθετες και αδιαίρετες υποστάσεις και, αφετέρου, σε αυτές που έχουν μέρη και χαρακτηρίζονται από κάθε λογής συνθέσεις και ποικίλες διαφοροποιήσεις.
- Στις μεσαίες υποστάσεις — τέτοιες είναι τα είδη των μαθηματικών όντων — που είναι κατώτερες από την αδιαίρετη φύση αλλά ανώτερες από τη διαιρετή, ο Πλάτων αντιστοίχισε τη γνωστική δύναμη της διάνοιας.
- Έχουν την απλότητα των νοητών, έχουν περισσότερη ακρίβεια από τα αισθητά, και απεικονίζουν εναργέστερα τη νοητή ουσία από ότι την απεικονίζουν τα αισθητά.



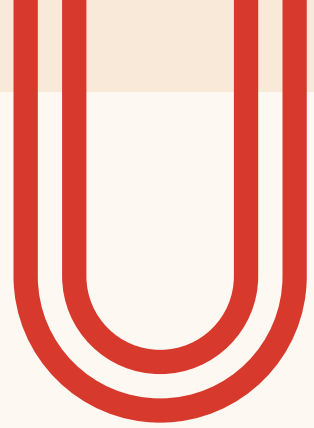
Οι κοινές αρχές όλης της μαθηματικής ουσίας: το πέρας και το άπειρο (5.14-7.14)

- Τα μαθηματικά γένη είναι τέκνα του πέρατος και του απείρου.
- Ο αριθμός ξεκινώντας από τη μονάδα, αυξάνεται ατέρμονα· ωστόσο, πάντα όποιον αριθμό επιλέξεις είναι πεπερασμένος.
- Τα μεγέθη είναι επ' άπειρον διαιρετά, αλλά όλα τα τμήματά τους είναι διακριτά.



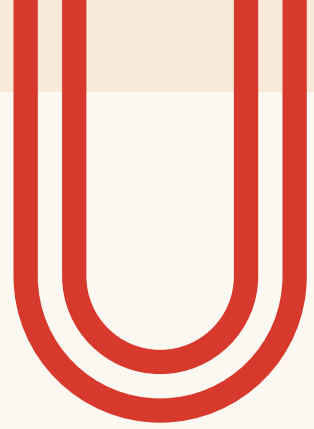
Τα κοινά θεωρήματα που διέπουν όλα τα μαθηματικά είδη (7.15-8.20)

- Κοινά θεωρήματα είναι αυτά για τις αναλογίες, τις συνθέσεις, τις διαιρέσεις, τις αντιστροφές και τις εναλλαγές, καθώς επίσης και για όλους τους λόγους, όπως για παράδειγμα, τους πολλαπλάσιους, τους επιμόριους, τους επιμερείς, και τους αντίστροφους τους, την ισότητα και την ανισότητα, όταν αυτές εξετάζονται υπό τη γενική τους έννοια.
- Εφαρμόζονται σε όλες τις επιστήμες και είναι δυνατόν να μελετηθούν στις περιπτώσεις των αριθμών, των μεγεθών και των κινήσεων.



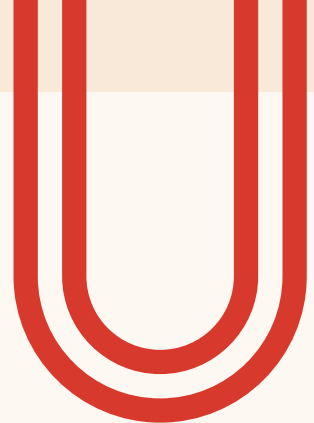
Με ποια γνωστική δύναμη συλλαμβάνονται τα κοινά θεωρήματα (8.21-10.16)

- Υπάρχει μια μοναδική επιστήμη, ανώτερη από τις πολλές επιστήμες και τα μαθηματικά, η οποία γνωρίζει τις κοινές αρχές που διέπουν όλα τα γένη και δίνει σε όλες τις μαθηματικές επιστήμες τις αρχές.
 - Έστω, λοιπόν, ότι ένας γεωμέτρης ισχυρίζεται πως αν υπάρχουν τέσσερα ανάλογα μεγέθη, θα είναι και εναλλάξ ανάλογα. Και έστω ότι το αποδεικνύει σύμφωνα με τις αρχές της οικείας επιστήμης του – τις οποίες αυτός που ασχολείται με την αριθμητική δεν θα χρησιμοποιούσε ποτέ. Έστω τώρα ότι αυτός που ασχολείται με την αριθμητική [ισχυρίζεται] πως αν τέσσερις αριθμοί είναι ανάλογοι, θα είναι και εναλλάξ ανάλογοι, βάσει των αρχών της οικείας επιστήμης του. Ποιος λοιπόν είναι αυτός που γνωρίζει πραγματικά την εναλλαγή



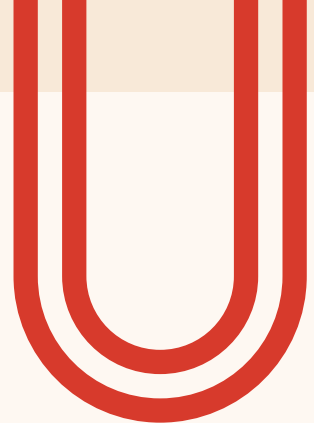
Η γνωστική δύναμη των μαθηματικών(10.16- 12.2)

- Ο Πλάτων, στα νοητά όντα, αντιστοίχισε τη νόηση, ως τη γνώση που τα συλλαμβάνει, στα διανοητά τη διάνοια, στα αισθητά την πεποίθηση και στις εικόνες την εικασία.
- Τα μαθηματικά όντα, ως προς την ουσία τους, είναι διανοητά, και ως γνωστική δύναμη που να συλλαμβάνει τίθεται η διάνοια, όπως είναι η αίσθηση για τα αισθητά και η εικασία για τις εικόνες.
- Η μαθηματική επιστήμη είναι κατώτερη της ύψιστης επιστήμης επειδή εκκινεί από υποθέσεις, η ενασχόληση της με τα άυλα είδη την καθιστά τελειότερη από την γνώση των αισθητών.



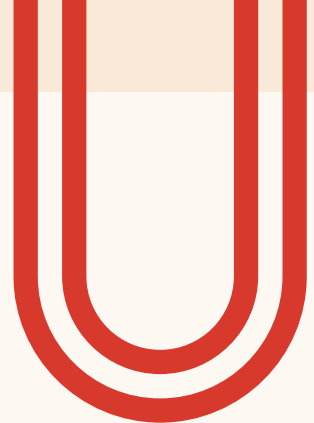
Η ουσία των μαθηματικών γενών και ειδών (12.2-18.4)

- Τα μαθηματικά λαμβάνουν την υπόστασή τους από τα αισθητά:
 - δια της αφαιρέσεως από τα αισθητά.
 - είναι αδύνατον να προέρχονται από τα αισθητά, διότι θα απείχαν πολύ από το να χαρακτηρίζονται από ακρίβεια.
 - με συνάθροιση των επιμέρους αισθητών σε έναν κοινό όρο (λόγο)
 - αν συγκεντρώνουμε τις μαθηματικές ιδέες από το χαμηλότερο επίπεδο και από τα αισθητά, θα έπρεπε να λέμε ότι οι αποδείξεις που βασίζονται στα αισθητά είναι καλύτερες, ενώ αυτές που βασίζονται στα γενικότερα και απλούστερα είδη δεν είναι.
- Τα μαθηματικά λαμβάνουν την υπόστασή τους πριν από τα αισθητά
 - Ή από την ψυχή, ή από το νου ή και από τα δύο.
 - Η ψυχή είναι σαν το νου.
 - όλα τα μαθηματικά είδη βρίσκονται εξ αρχής μέσα στην ψυχή.



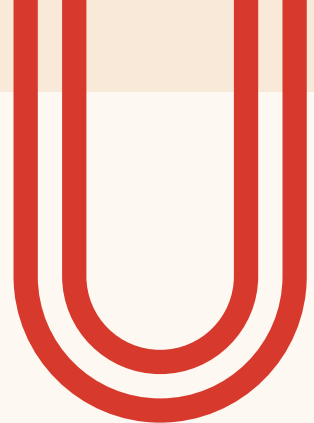
Η λειτουργία, οι μέθοδοι και ο σκοπός των μαθηματικών(18.5-20.7)

- Η μαθηματική επιστήμη, ξεκινώντας από τον εξωτερικό κόσμο, μέσω της ανάμνησης καταλήγει στις ιδέες που βρίσκονται μέσα της, διεγείρεται από τα κατώτερα είδη και καταλήγει στην ουσία των ανώτερων ειδών.
- Διέρχεται απ' άκρου εις άκρον τον τόπο των άυλων λόγων, άλλοτε προχωρώντας από τις αρχές προς τα συμπεράσματα, άλλοτε ακολουθώντας αντίστροφο δρόμο.



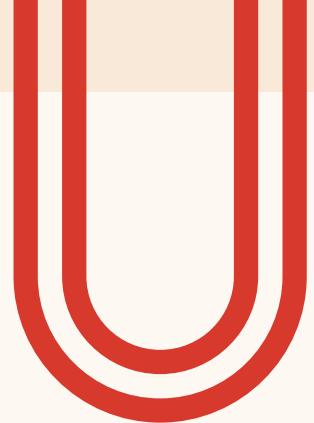
Η χρησιμότητα της μαθηματικής επιστήμης (20.8-25.15)

- Θεολογία
 - Όσα αφορούν την αλήθεια των θεών και όσα φαίνονται ασύλληπτα, οι μαθηματικοί συλλογισμοί τα παρουσιάζουν ως αξιόπιστα, σαφή και αδιάψευστα μέσω των εικόνων.
 - Γι' αυτό και ο Πλάτων μας προσφέρει πολλά και θαυμαστά διδάγματα για τους θεούς μέσω των μαθηματικών ειδών.
- Φυσική φιλοσοφία
 - Αποκαλύπτει την τάξη των λόγων με την οποία έχει δημιουργηθεί το σύμπαν και την αναλογία που συνδέει τα πάντα στον κόσμο.
- Πολιτική φιλοσοφία
 - Μετρά τις εποχές των γεγονότων και τις διάφορες περιόδους του σύμπαντος.
- Υπόλοιπες επιστήμες και τέχνες
 - Καθίσταται υπόδειγμα, εμφυσεί εκ των προτέρων σε αυτές τους λόγους και τα μέτρα των δημιουργημάτων τους.



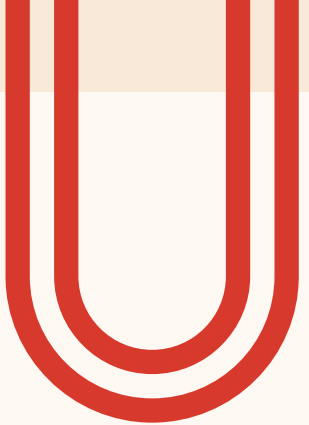
Απάντηση σε όσους αμφισβητούν τη χρησιμότητα των Μαθηματικών (25.15-29.13)

- Κάποιοι αφαιρούν από τα Μαθηματικά την ομορφιά και το αγαθό, επειδή δεν μιλά γι' αυτά.
 - Τρία είναι αυτά που συμβάλλουν, με διαφορετικό τρόπο, στην ομορφιά του σώματος και της ψυχής : η τάξη, η συμμετρία και το καθορισμένο. Και τα τρία βρίσκονται στα Μαθηματικά.
- Άλλοι, συμπεραίνουν ότι η εμπειρική γνώση των αισθητών είναι πιο χρήσιμη από τα γενικά θεωρήματά των μαθηματικών. Ισχυρίζονται ότι ούτε πλουτίζουμε μαθαίνοντας για τον πλούτο, αλλά χρησιμοποιώντας τον, ούτε ευδαιμονούμε μαθαίνοντας για την ευδαιμονία, αλλά ζώντας με ευδαιμονία.
 - Αν το όφελος από τη μαθηματική επιστήμη πρέπει να αναχθεί σε κάτι άλλο, τότε πρέπει να αναχθεί στη νοητική γνώση και όχι στις καθημερινές ανθρώπινες ανάγκες.



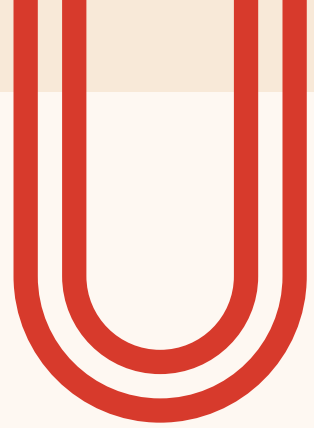
Απάντηση σε όσους θεωρούν ότι ο Πλάτωνας υποτιμά τα μαθηματικά(29.14-32.20)

- Κάποιοι ισχυρίζονται ότι ο Πλάτων στην *Πολιτεία* αποκλείει την ίδια τη μαθηματική επιστήμη από το πεδίο των επιστημών και την εξαιρεί επειδή αγνοεί τις αρχές της επιστήμης.
 - Ο Πλάτων, πολλές φορές, ονομάζει, κατά κάποιον τρόπο, «επιστήμη» όλη την καθολική γνώση, είτε αποκτάται με τρόπο τεχνικό είτε εμπειρικό, και την αντιδιαστέλει με την αίσθηση.
 - Διέκρινε την καθολική γνώση σε αυτή που γνωρίζει τις αιτίες και σε αυτή που δεν τις γνωρίζει, αξιώνει η πρώτη να ονομαστεί «επιστήμη», ενώ η δεύτερη «εμπειρία».
 - Την επιστήμη, την οποία ξεχωρίζουμε από τις τέχνες, τη διακρίνει σε αυτή που δεν εκκινεί από υποθέσεις και σε αυτή που εκκινεί από υποθέσεις.
 - Η μαθηματική επιστήμη είναι υποδεέστερη από την τέλεια και δίχως υποθέσεις επιστήμη, αλλά είναι δεύτερη τη τάξει επιστήμη.



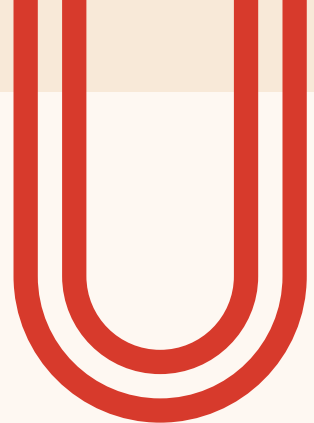
Οι προϋποθέσεις ενός μαθηματικού και ποιο είναι το κριτήριο ενός μαθηματικού (32.21-35.16)

- Ο μαθηματικός πρέπει να πληροί τα εξής κριτήρια:
 - Πρώτον, πρέπει να γνωρίζει σε ποιες περιπτώσεις πρέπει να κάνει τις αποδείξεις βάσει των κοινών χαρακτηριστικών των μαθηματικών ειδών και σε ποιες περιπτώσεις πρέπει να λαμβάνει υπόψη του τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους.
 - Δεύτερον, πρέπει να γνωρίζει να κάνει τις αποδείξεις σύμφωνα με το αντικείμενο της μαθηματικής επιστήμης.
 - Τρίτον, πρέπει να μπορεί να κάνει τριών ειδών αποδείξεις: κάποιες πιο νοητικές, άλλες πιο αναλυτικές και άλλες που άπτονται της πεποίθησης (δόξας).
 - Αυτό λόγω της ενδιάμεσης θέσης που καταλαμβάνει η μαθηματική ουσία, μεταξύ νοητών και αισθητών



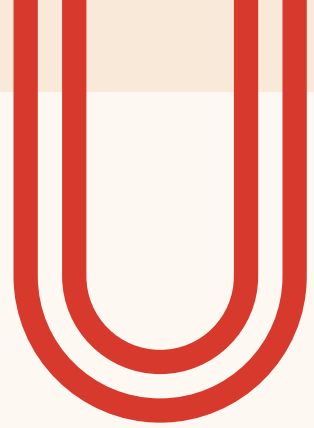
Πόσοι και ποιοι ήταν οι κλάδοι της μαθηματικής επιστήμης σύμφωνα με τους Πυθαγόρειους (35.17-37.26)

- Η μαθηματική επιστήμη διακρίνεται σε τέσσερις κλάδους. Το ένα μέρος της αφορά την ποσότητα και το άλλο το μέγεθος, και κάθε ένα από αυτά θεωρούσαν ότι διαιρείται σε δύο κλάδους:
 - η αριθμητική εξετάζει την καθ' εαυτή ποσότητα,
 - η μουσική την ποσότητα ως προς κάτι άλλο,
 - η γεωμετρία το ακίνητο μέγεθος,
 - η σφαιρική (αστρονομία) το καθ' εαυτό μέγεθος.



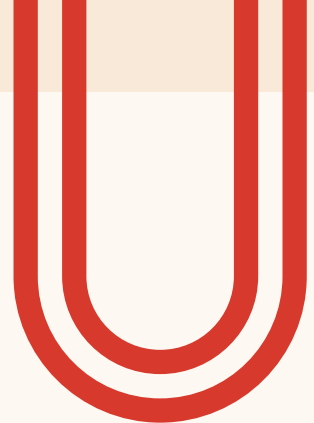
Η διάκριση των μαθηματικών επιστημών σύμφωνα με τον Γεμίνιο (38.1-42.8)

- Η μαθηματική επιστήμη διακρίνεται σε δύο μέρη:
 - Τη μαθηματική επιστήμη που πραγματεύεται τα νοητά:
 - η αριθμητική
 - μελέτη των γραμμικών, των επίπεδων και των στερεών αριθμών
 - η γεωμετρία
 - μελέτη των επίπεδων επιφανειών και τη στερεομετρία
 - Τη μαθηματική επιστήμη που πραγματεύεται τα αισθητά:
 - η μηχανική, η αστρονομία, η οπτική, η τοπογραφία, η μουσική και η λογιστική



Με ποιο τρόπο η διαλεκτική είναι η κορωνίδα των Μαθηματικών (42.9-44.24)

- Όπως ο νους βρίσκεται σε ανώτερο επίπεδο από τη διάνοια και χορηγεί σε αυτή από ψηλά τις αρχές και την τελειοποιεί, έτσι και η διαλεκτική, η οποία συνιστά το πλέον καθαρό μέρος της φιλοσοφίας, εκτείνεται πάνω από τα μαθηματικά, περιέχει όλο τους το εύρος και δίνει στις μαθηματικές επιστήμες τις κάθε είδους μεθόδους:
 - ανάλυση, διαίρεση, ορισμό και απόδειξη
- Η διαλεκτική να είναι το επιστέγασμα των μαθηματικών, διότι τελειοποιεί κάθε τι νοερό που υπάρχει σε αυτά και τελειοποιεί καθετί ακριβές καθιστώντας το αδιάψευστο.

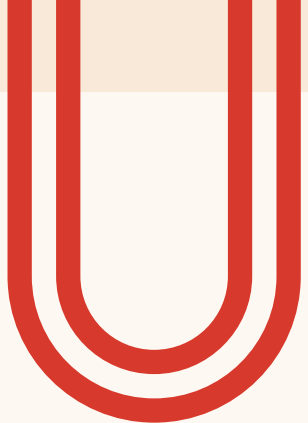


Η προέλευση της ονομασίας των μαθηματικών (44.25-47.8)

- Οι πυθαγόρειοι γνώριζαν καλά ότι η λεγόμενη μάθηση στο σύνολό της συνιστά ανάμνηση και δεν εμφυσείται στην ψυχή απ' έξω.
- Γνώριζαν, επίσης, ότι, αν και είναι δυνατόν οι αναμνήσεις να αποκαλύπτονται από πολλές πηγές, αποκαλύπτονται κυρίως από τα μαθηματικά.
- Μάθηση είναι η ανάμνηση των αιώνιων ιδεών που βρίσκονται μέσα στην ψυχή. Και η γνώση που συμβάλλει ιδιαιτέρως στην δική μας ανάμνηση εκείνων των ιδεών ονομάζεται «μαθηματικά».

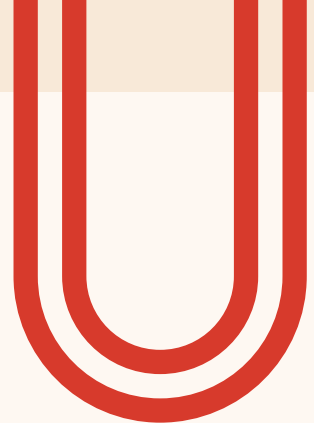


Ο δεύτερος πρόλογος



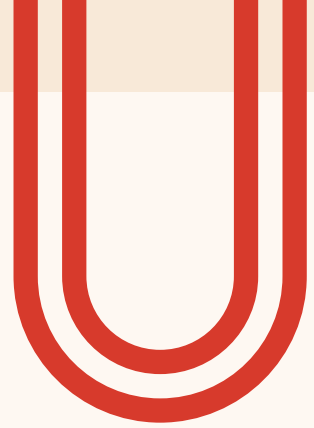
Η γεωμετρία ως μέρος των μαθηματικών και το αντικείμενό της (48.1-57.8)

- Αν τα σχήματα, τα οποία μελετά ο γεωμέτρης, ανήκουν στα αισθητά, πώς θα μπορούσαμε να πούμε ότι η γεωμετρία μας ελευθερώνει από τα αισθητά, μας στρέφει προς την ασώματη υπόσταση;
- Επίσης, πού εντός των αισθητών θα τοποθετούσαμε το σημείο που δεν έχει μέρη, ή την γραμμή δίχως μήκος ή την επιφάνεια δίχως βάθος;
- Αν, από την άλλη, τα αντικείμενα της γεωμετρίας βρίσκονται εκτός του υλικού κόσμου και οι λόγοι της είναι αγνοί και ανεξάρτητοι από τα αισθητά, τότε όλα θα πρέπει είναι αδιαίρετα, ασώματα και χωρίς μέγεθος.
- **Η φαντασία**, εκφράζει ό,τι είναι γνωστό, αλλά επειδή δεν βρίσκεται έξω από το σώμα, οδηγεί τα γνωστικά της αντικείμενα από την αδιαιρετότητα της ζωής στη διαίρεση, στη διάσταση και στο σχήμα. Και για τον λόγο αυτό, κάθε τι που νοεί, γίνεται εικόνα και μορφή του.



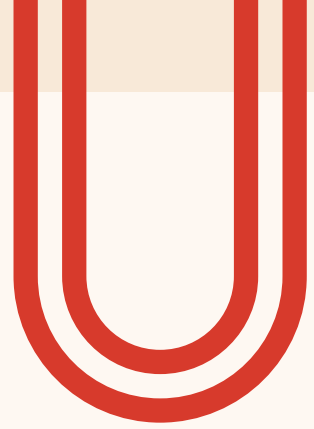
Τα αντικείμενα και οι μέθοδοι της γεωμετρίας (57.9-61.24)

- Το γνωστικό αντικείμενο της γεωμετρίας είναι τα μεγέθη, τα σχήματα και τα περιγράμμάτα τους, καθώς επίσης και οι λόγοι που έχουν μεταξύ τους, οι ιδιότητές τους και κάθε είδους θέση και κίνησή τους.
- Μελετά τα αντικείμενά της είτε με τις δικές τις αρχές είτε και κοινές αρχές από ολόκληρη τη μαθηματική επιστήμη ή άλλους μαθηματικούς κλάδους (αριθμητική).
 - Θεωρήματα της γεωμετρίας είναι όσα αφορούν τις θέσεις – διότι οι αριθμοί δεν έχουν θέσεις – τις επαφές – διότι επαφή υπάρχει μόνο όταν κάτι είναι συνεχές – τα άρρητα – διότι όπου η διαίρεση γίνεται επ' άπειρον, εκεί υπάρχει και το άρρητο.
 - Κοινά θεωρήματα και των δύο (γεωμετρία και αριθμητική) είναι αυτά που αφορούν τις τομές.
 - Κάποια από τα κοινά τους θεωρήματα μεταφέρονται από την γεωμετρία στην αριθμητική, άλλα από την αριθμητική στη γεωμετρία (συμμετρία) και άλλα ταιριάζουν και στις δύο (εναλλάξ και αντίστροφοι λόγοι), καθώς προέκυψαν σε αυτές από ολόκληρη τη μαθηματική επιστήμη.



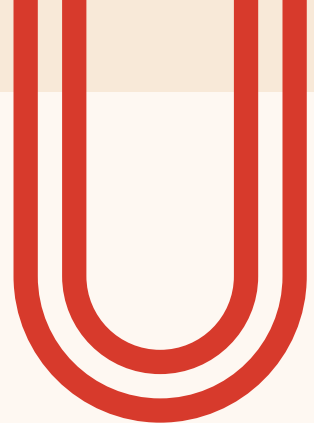
Το εύρος της γεωμετρίας και η χρησιμότητά της (61.25-64.2)

- Στο υψηλότερο και το πλέον νοητικό της επίπεδο εξετάζει όσα πραγματικά υπάρχουν και μέσω των εικόνων διδάσκει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της θεϊκής τάξης και τις δυνάμεις των νοητικών ειδών.
- Στο ενδιάμεσο επίπεδο περιέχει τις μορφές των σχημάτων που διαμορφώθηκαν στη φαντασία και τις ανάγει προς την ουσιώδη υπόσταση των ιδεών.
- Στο τρίτο επίπεδο, της νοητικής εξήγησης, εξετάζει τη φύση και τα είδη των αισθητών στοιχείων και των δυνάμεων που σχετίζονται με αυτά.
- Σε θεωρητικό και άυλο επίπεδο: περιέχει, όλες τις ιδέες των αρετών, τις εικόνες των νοερών, ψυχικών και φυσικών όντων.
- Σε υλικό επίπεδο: προκύπτουν από αυτήν πολλές επιστήμες, όπως η τοπογραφία, η μηχανική και η οπτική, μέσω των οποίων ευεργετεί τη ζωή των θνητών



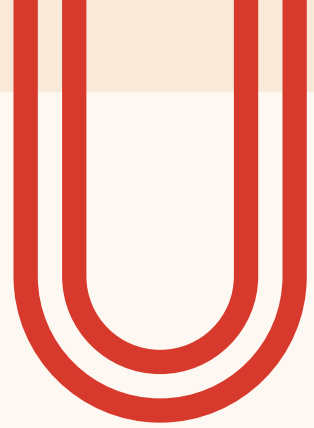
Η καταγωγή και η εξέλιξη της γεωμετρίας (64.3-68.23)

- Από πολλούς μαρτυρείται πως πρώτοι οι Αιγύπτιοι ανακάλυψαν τη γεωμετρία, η οποία προέκυψε από την μέτρηση των εκτάσεων γης, όπως ακριβώς η βέβαιη γνώση των αριθμών ξεκίνησε από τους Φοίνικες μέσω του εμπορίου και των συναλλαγών.
- Ο Θαλής, αφού πρώτα πήγε στην Αίγυπτο, μετέφερε στην Ελλάδα αυτή τη γνώση.
- ... ο Φίλιππος ο Μενδαίος, μαθητής του Πλάτωνα.
- Ευκλείδης



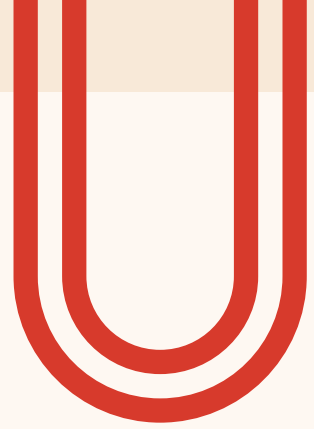
Τα μαθηματικά έργα του Ευκλείδη (68.23-70.18)

- τα *Οπτικά*,
- τα *Κατοπτρικά*,
- τα *Στοιχεία μουσικής*
- το βιβλίο *Περί διαιρέσεων*
- *Ψευδάρια*
- Ιδιαίτερως, όμως, θα τον θαύμαζε κάποιος για τα *Στοιχεία γεωμετρίας*
 - Συμπεριέλαβε όλους του τρόπους συλλογισμού, αφενός αυτούς που αντλούν τη βεβαιότητα από τις αιτίες (πρώτες αρχές), αφετέρου αυτούς που ξεκινούν από αποδείξεις.
 - Χρησιμοποιεί όλες τις διαλεκτικές μεθόδους: τη μέθοδο της διαίρεσης στην εύρεση των ειδών, τη μέθοδο του ορισμού των ουσιαστών ιδεών, την αποδεικτική, όταν από τις αρχές μεταβαίνει στα ζητούμενα, την αναλυτική όταν από τα ζητούμενα, με αντίστροφη πορεία, μεταβαίνει στις αρχές.



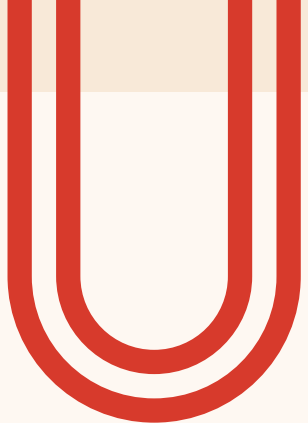
Ο σκοπός των Στοιχείων (70.19-71.25)

- Διάκριση μεταξύ του σκοπού που αφορά τα ίδια τα πράγματα για τα οποία γίνεται η εξέταση, και του σκοπού που αφορά τον μαθητευόμενο.
 - Η όλη μελέτη του γεωμέτρη αφορά τα κοσμικά σχήματα, ξεκινώντας από τα απλά και καταλήγοντας στους ποικίλους τρόπους με τους οποίους μπορούν να κατασκευαστούν.
 - Μια μέθοδος τελειοποίησης της σκέψης των μαθητευόμενων για όλη τη γεωμετρία. Ξεκινώντας από αυτή, θα μπορέσουμε να μάθουμε και τους άλλους κλάδους της μαθηματικής επιστήμης.
- Ο σκοπός, λοιπόν, είναι ο εξής: Να προσφέρει στους μαθητές μια στοιχείωση της όλης μαθηματικής επιστήμης και να παραδώσει σαφείς κατασκευές των κοσμικών σχημάτων.



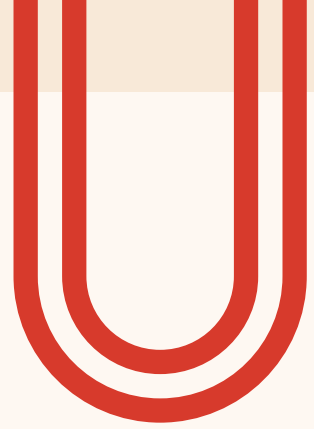
Η σημασία του όρου «Στοιχεία» (71.26-75.4)

- «Στοιχεία», ονομάζονται οι προτάσεις που η μελέτη τους φτάνει μέχρι τη γνώση των υπολοίπων επιστημών και βοηθούν στη επίλυση των προβλημάτων που αυτές πραγματεύονται.
- Όπως λέει ο Μέναιχμος, μια κατασκευή αποτελεί το στοιχείο μιας άλλης κατασκευής, όπως στον Ευκλείδη η πρώτη [είναι στοιχείο] της δεύτερης και η τέταρτη της πέμπτης.
- Με μια άλλη σημασία, «στοιχείο» είναι κάτι απλό το οποίο προκύπτει από τη διαίρεση ενός σύνθετου. Σε αυτή την περίπτωση, δεν μπορεί να ονομαστεί κάθε τι «στοιχείο» όλων των άλλων, αλλά μόνο τα πρωταρχικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την απόδειξη του αποτελέσματος, όπως ακριβώς τα αξιώματα θεωρούνται στοιχεία των προτάσεων



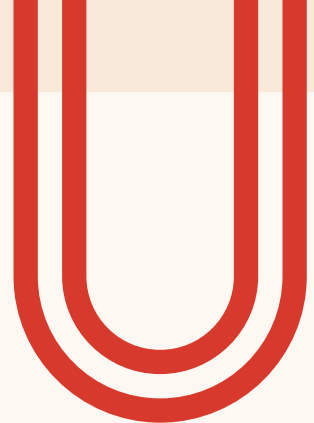
Η διάρθρωση των προτάσεων στα *Στοιχεία* (75.5-81.22)

- Όποιος συντάσσει στοιχεία γεωμετρίας οφείλει να παραθέτει διακριτά τις αρχές της οικείας επιστήμης από τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτές.
- Ο Ευκλείδης χωρίζει αυτές τις κοινές αρχές σε ορισμούς, αιτήματα και κοινές έννοιες.
- Όλες οι προτάσεις στη γεωμετρία, που βρίσκονται μετά τις πρώτες αρχές προκύπτουν μέσω αποδείξεων.
- Όσα προκύπτουν από τις αρχές διακρίνονται σε προβλήματα και θεωρήματα.



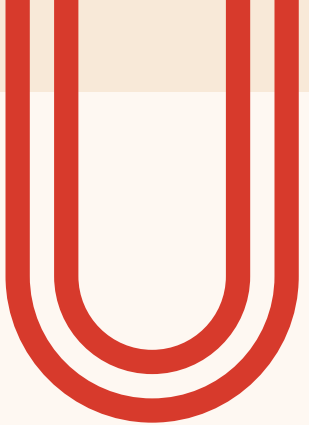
Ο σκοπός του Α' βιβλίου των Στοιχείων (81.23-83.6)

- Στόχος του βιβλίου είναι να παρουσιάσει τις αρχές της θεωρίας των ευθύγραμμων σχημάτων.
 - Αν και ο κύκλος και η μελέτη γι' αυτόν είναι εκ φύσεως ανώτερα από την ουσία και τη γνώση των ευθύγραμμων σχημάτων, η διδασκαλία για τα ευθύγραμμα σχήματα είναι αυτή που μας ταιριάζει περισσότερο, επειδή και εμείς είμαστε πιο ατελείς.
- Σε αυτό το βιβλίο, παρουσιάζονται πρωταρχικά σχήματα των ευθύγραμμων σχημάτων: το τρίγωνο και το παραλληλόγραμμο.
 - Σε αυτά περιλαμβάνονται, σαν να πρόκειται για γένη, και τα αίτια των στοιχείων, το ισοσκελές και το σκαληνό τρίγωνο
- Στόχος του πρώτου βιβλίου είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με όλη την πραγματεία και συμβάλλει στη συνολική μελέτη των κοσμικών στοιχείων



Οι ενότητες του Α' βιβλίου των Στοιχείων (83.7-84.7)

- Το βιβλίο διαιρείται σε τρία μεγάλα μέρη:
 - Το πρώτο μέρος παρουσιάζει τον τρόπο κατασκευής και τις ιδιότητες των τριγώνων.
 - λαμβάνοντας, λοιπόν, ένα τρίγωνο, άλλοτε εξετάζει τις γωνίες ξεκινώντας από τις πλευρές και άλλοτε μελετά τις πλευρές ξεκινώντας από τις γωνίες.
 - Το δεύτερο μέρος πραγματεύεται τη θεωρία για τα παραλληλόγραμμα.
 - Παρουσιάζει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των παράλληλων γραμμών όσο και την κατασκευή των παραλληλόγραμμων χωρίων.
 - Το τρίτο μέρος παρουσιάζει τη σχέση μεταξύ τριγώνων και παραλληλογράμμων, ως προς τις ιδιότητές τους.
 - αποδεικνύει πώς τα τρίγωνα και τα παραλληλόγραμμα που έχουν τις ίδιες ή ίσες βάσεις, έχουν τις ίδιες ιδιότητες, καθώς και τη σχέση που έχουν τα τρίγωνα και τα παραλληλόγραμμα τα οποία βρίσκονται πάνω στην ίδια βάση

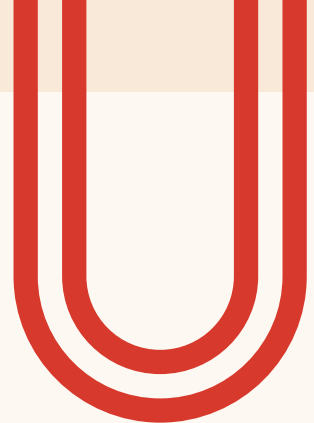


Προειδοποίηση προς τους αναγνώστες (84.8-84.23)

«... προειδοποιούμε τους αναγνώστες να μην απαιτούν από εμάς [να αναλύσουμε] τα ίδια ζητήματα που έχουν ήδη πολλές φορές ειπωθεί από τους προγενέστερους, όπως λήμματα και πτώσεις, ή οτιδήποτε παρόμοιο. Διότι, από αυτά βρίθουμε και έτσι σπανίως θα θίγουμε τέτοια θέματα. Όσα, ωστόσο, περιέχουν πιο ουσιαστική θεωρία και συμβάλλουν στην φιλοσοφία συνολικά, θα τα εξετάσουμε κατά προτεραιότητα, μιμούμενοι τους Πυθαγορείους, ... σύμφωνα με τους οποίους πρέπει να επιδιώκουμε εκείνη τη γεωμετρία που, με κάθε θεώρημα, μας προχωρά ένα βήμα προς την ανύψωση και αναγείρει την ψυχή στα ύψη...»



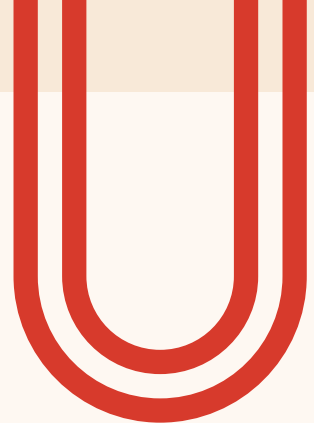
Το «παράδοξο» των
δύο προλόγων



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Nicolaus Festa (1891)

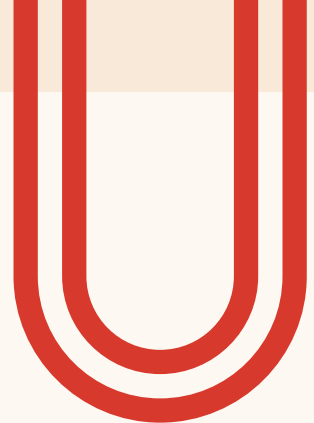
Ο πρώτος πρόλογος του Πρόκλου και το κείμενο του Ιάμβλιχου *Περί της κοινής μαθηματικής επιστήμης* προέρχονται από το ίδιο κείμενο, το οποίο με τη σειρά του προέρχεται από τα «Πλατωνικά και Αριστοτελικά ρεύματα».



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Glenn Morrow (1970)

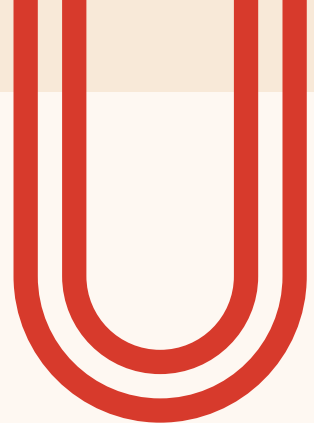
- Και τα δύο κείμενα πραγματεύονται τα ίδια ζητήματα με τον ίδιο τρόπο.
- Το κείμενο του Πρόκλου συνιστά μια εξελιγμένη και καλύτερα δομημένη έκδοση της πραγματείας του Ιάμβλιχου.
- Δεν γίνεται ξεκάθαρη η άποψη του Morrow για το αν το κείμενο του Πρόκλου βασίζεται στην πραγματεία του Ιάμβλιχου ή τα δύο αυτά κείμενα προέρχονται από κάποια κοινή πηγή.



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Philip Merlan (1973)

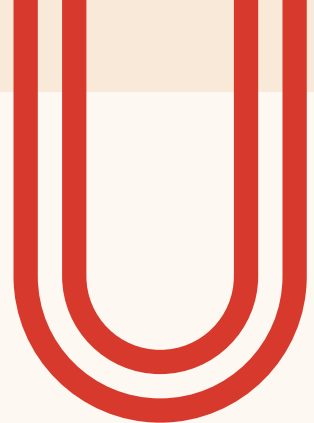
- Τα δύο κείμενα πραγματεύονται κοινά ζητήματα, με όμοιους τρόπους και προσεγγίσεις.
- Δεν διατυπώνεται μια σαφής άποψη για το αν το κείμενο του Πρόκλου είναι ανεξάρτητο από του Ιάμβλιχου ή αν μοιράζονται κάποια κοινή πηγή.



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Van der Waerden (1980)

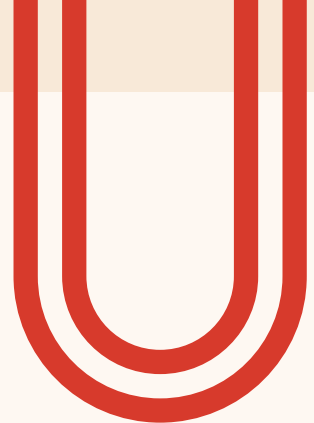
- Τα δύο κείμενα μοιράζονται πολλά κοινά στοιχεία, όχι μόνο ως προς το περιεχόμενο αλλά και ως προς τη δομή και την γλωσσική διατύπωση.
- Απορρίπτει την υπόθεση ότι το κείμενο του Ιάμβλιχου συνιστά την πηγή του προλόγου του Πρόκλου και αναζητά άλλες πιθανές πηγές του πρώτου προλόγου στα κείμενα των φιλοσόφων του 1^{ου} αιώνα (Γεμίνος).



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Ian Mueller (1987)

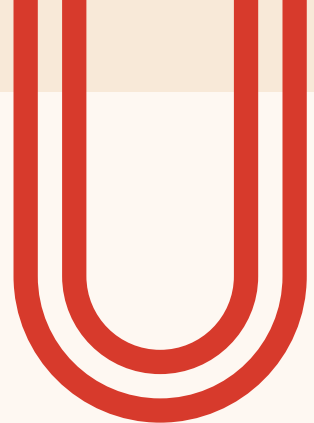
- Εστιάζει στις διαφορές του προλόγου του Πρόκλου και του κειμένου του Ιάμβλιχου.
- Αξιολογεί, διορθώνει και επικαιροποιεί τον πίνακα συσχέτισης των χωρίων των δύο κειμένων του Van der Waerden.
- Οι ομοιότητές τους είναι επιφανειακές και τα δύο κείμενα παρουσιάζουν ουσιαστικές διαφορές ως προς τον τρόπο που οι συγγραφείς τους πραγματεύονται τις ίδιες θεματικές.
- Η κοινή πηγή των κειμένων του Ιάμβλιχου και του Πρόκλου δεν είναι ο Γεμίνος.
- Το κείμενο του Ιάμβλιχου δεν συνιστά την πηγή του Πρόκλου.



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Dominic O'Meara (1989)

- Ο Γενίμος δεν είναι η κοινή πηγή των δύο κειμένων λόγω αναχρονισμού
- Ο Πρόκλος επεξεργάστηκε και αναβάθμισε το κείμενο του Ιάμβλιχου υπό ένα πιο νεοπλατωνικό πρίσμα



Το «παράδοξο» των δύο προλόγων

Συμπεράσματα:

- Η συζήτηση περιορίστηκε στην ομοιότητα των δύο κειμένων.
- Δεν δόθηκαν πειστικές απαντήσεις για την προέλευση του πρώτου προλόγου.
- Δεν συζητήθηκε το παράδοξο των δύο προλόγων.