EUCLIDIS

OPERA OMNIA

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

EUCLIDIS

ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

UOL. I.

LIBROS I—IV CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

Elementa Euclidis paene per tria saecula pro fundamento critico solam editionem principem habuerunt, quae prodiit Basileae a. 1533; nam Gregorius in elementis totus fere ab illa editione pendet. quod fundamentum quale fuerit, inde intellegitur, quod editio Basileensis pro consuetudine illius temporis ad fidem paucissimorum nec optimorum codicum facta est, cum tamen elementorum tot exstent codices antiquissimi et praestantissimi, quot haud facile cuiusquam scriptoris Graeci. itaque initio nostri saeculi Peyrardus optime de elementis meritus est, quod unum saltem codicem antiquum et eum omnium praestantissimum, quippe qui recensionem Theone antiquiorem contineret, in editione Basileensi emendanda adhibuit. hunc codicem e latebris Uaticanis protraxisse praestantiamque eius agnouisse, gloria est Peyrardi haud parui aestimanda. sed neque ubique recto firmoque iudicio in uera scriptura eligenda usus est, in primis quia bonis codicibus recensionis Theonis caruit, neque inuentum suum tenuit recteque aestimauit. huc adcedit, quod editio eius et inhabilis et his temporibus perrara est; nec ii, qui post Peyrardum elementa ediderunt, *subsidia* critica auxerunt neque omnino re ita egerunt, ut textus elementorum satis certo et ad usum prompto fundamento niti uideri possit. de ceteris scriptis Euclidis multo etiam peius actum esse, satis constat.

Quae cum a multis intellegi uiderem, Archimedi Euclidem adiungere constitui, et ut hunc laborem, quem iam diu animo uoluebam, tandem aliquando susciperem, eo magis impellebar, quod editionem Archimedis ab hominibus doctis beneuolenter adcipi, et erroribus, quos in primitiis illis uitare non potuissem, indulgeri uidebam, et usu edoctum me iam meliora praestare posse sperabam.

Sed statim apparuit, neque res rationesque neque uires meas toti operi, quod mihi proposueram, sufficere. tot codices conferendi erant, tot bibliothecae itineribus longinquis adeundae. itaque Henricum Menge, u. d., quem sciebam et ipsum in Euclide occupatum esse, interrogaui, uelletne partem operis suscipere. adnuit, et ita inter nos comparatum est, ut ille Data, Phaenomena, scripta musica, ego Elementa, Optica, Catoptrica ederem, et ut codices coniuncta opera conferremus. sed sic quoque in elementis e magna copia subsidiorum pauca eligere coactus sum. nam cum uix ulla sit minima bibliotheca, in qua non adseruetur codex aliquis elementorum, inde ab initio de omnibus codicibus conferendis aut certe inspiciendis desperandum erat. uellem equidem licuisset pluribus codicibus uti, sed ut aliquo tamen modo paucis, quos contuli, contenti esse possimus, facit et singularis ratio, qua nobis tradita sunt elementa Euclidis, et uetustas et bonitas codicum a me usurpatorum. nam satis notum est, plerosque omnes codices e recensione Theonis fluxisse, et Uaticanum Peyrardi solum fere antiquiorem formam seruasse. quem fructum ex hoc casu singulari capere liceat, et quam rationem critices factitandae inde sequi putem, pluribus exposui in libro, qui inscribitur Studien über Euklid p. 177 sq. hoc quidem statim adparuit, primum omnium codicem Uaticanum, e quo Peyrardus ea sola enotauerat, quae ei memorabilia uidebantur, quamuis ipse aliter praedicet, denuo diligenter esse conferendum et praeterea ex reliquis codicibus tantum numerum, ut ueri similiter de scriptura Theonis iudicari posset. qua in re codices Bodleianum, Laurentianum, Uindobonensem sufficere putaui, praesertim cum animaduerterem, eos a palimpsesto codice saeculi VII uel VIII, qui in Museo Britannico adseruatur, non admodum discrepare. hos codices pro fundamento habui, sed ad eos in partibus quibusdam operis alii adcesserunt et, ut spero, adcedent, uelut in hoc primo uolumine Parisinus quidam et in primo libro Bononiensis. hunc ne totum conferrem, prohibuerunt temporis angustiae, sed spes mihi est, me breui partem reliquam conferre posse; nam in libris stereometricis hic codex maximi momenti est. de ceteris subsidiis nouis, sicut de codicibus operum minorum, in praefationibus singulorum uoluminum dicetur.

Confiteor igitur fieri posse, ut inter codices nondum collatos lateat thesaurus aliquis (neque enim omnes recentiores sunt nec recentiores semper spernendi), qui mea subsidia uel aequet uel etiam superet. sed cum *non* maxime sit ueri simile, haec, qualiacum que sunt, nunc edere malui, quam opus in infinitum differre.

De consilio meo satis dictum. de forma ac specie editionis sufficit commemorare, eandem me secutum esse quam in Archimede edendo. nam quamquam uidebam, Latinam interpretationem meam a nonnullis improbari, tamen hic quoque Latinam Francogallicae Germanaeue aut nulli praetuli; nam interpretationem mathematici flagitant, et Latina a pluribus legi potest. praeterea res ipsae tritiores interpretandi molestiam leuiorem reddunt in Euclide quam in Archimede. notas perpaucas addidi, quia perpaucis in Euclide discentibus consulenti opus est, si solam intellegentiam uerborum tenorisque demonstrationis spectes. nam commentarium, cuius hic quoque ingens est materia, scribere nolui. quarto uolumini copiosiora prolegomena praemittentur, quibus historia textus elementorum illustrabitur. eodem congeram, quae de subsidiis deterioribus collegi; nam perspicuitatis causa ea ab adparatu critico removenda erant, in quo iis tantum codicibus usus sum, quos supra commemoraui. eos his litteris significaui:

P — cod. Uatican. Gr. 190 Peyrardi saec. X, membran. hic illic manus recentissima litteras tempore euanidas renouauit, quam littera π significaui, ubi parum recte scripturam antiquam reddere uidebatur. libros IV—IX ipse contuli Romae 1881, librum II et partem tertii Mengius; primum et reliquam partem tertii Augustus Mau u. d. beneuolenter conferenda suscepit.

B — cod. Bodleian. Doruillian. X, 1 inf. 2, 30, scr. a.

888, membran. libros I—VII ipse contuli Oxoniae 1882.

F — cod. Florentin. Laurentian. XXVIII, 3 saec. X, membran. in hoc quoque codice scriptura antiqua saepe manu saeculi XVI renouata est, quae eadem multa folia foliorumue partes resarcinauit et ultimam partem codicis totam suppleuit. eam significaui littera φ, ubicunque antiquam scripturam uel uitiauit uel ita obscurauit, ut dignosci non posset. totum codicem ipse contuli Florentiae 1881.

V — cod. Uindobon. Gr. 103 saec. XI—XII, membran. partem ultimam in charta bombycina suppleuit manus saeculi XIIII. totum contuli ipse Hauniae 1880.

b — cod. bibliothecae communalis Bononiensis numeris 18—19 signat., saec. XI, membran. librum I contuli et alios nonnullos locos inspexi Florentiae 1881.

p — cod. Parisin. Gr. 2466 saec. XII, membran. librum I contuli Parisiis 1880, libros II—VII Hauniae 1882.

Restat, ut grato officio fungar iis uiris gratias quam maximas agendi, qui labori meo fauerunt. primum ut itinera Parisios et in Italiam toties facere possem, effectum est eximia liberalitate summi Ministerii, quod cultui scholisque nostris praeest, et instituti Carlsbergici, litteras scientiamque largiter adiuuantis. etiam praefectis bibliothecarum Uindobonensis, Parisinae, Bononiensis plurimum debeo, quod codices a se adservatos meum in usum alio transmitti siuerunt, item praefectis bibliothecae regiae Hauniensis et bibliothecae Laurentianae, quibus intercedentibus hunc fauorem adeptus sum. Carolo Graux, quocum magnam partem itineris Italici a. 1881 communitèr feci, et qui me in codicum aetatibus definiendis ceterisque rebus palaeographicis, in quibus cedebat nemini, egregie adiuuabat, quominus hoc loco gratias debitas agerem, prohibuit fatum nobis amicis eius superstitibus scientiaeque iniquissimum.

Scr. Hauniae mense Aprili MDCCCLXXXIII.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

Ὅροι.

α'. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

β'. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ'. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

δ'. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

ε'. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

ϛ'. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

ζ'. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

η'. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ι'. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφ-

---

1. Hero def. 2. Ammonius in categ. p. 43. 66. Psellus p. 34. cfr. Philoponus in phys. fol. 6^r. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 1. 2. Sextus Emp. p. 466, 27. 470, 24. 704, 28. Hero def. 3. Philoponus in phys. fol. 6^r. Ammonius in cat. p. 66. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 2. 3. Boetius p. 374, 3. 4. Hero def. 5. Sextus Emp. p. 716, 28. 717, 10. Philoponus in anal. II fol. 4^v, fol. 15. Psellus p. 34. Boetius p. 374, 5. 5. Hero def. 9. Boetius p. 374, 6. 6. Boetius p. 374, 7. 7. Hero def. 11. Psellus p. 35. Boetius p. 374, 7. 8. Hero def. 16. Psellus p. 35. cfr. Sextus Emp. p. 718, 12. Boetius p. 374, 10. Martianus Capella VI, 710.

I.

Definitiones.

I. Punctum est, cuius pars nulla est.

II. Linea autem sine latitudine longitudo.

III. Lineae autem extrema puncta.

IV. Recta linea est, quaecunque ex aequo punctis in ea sitis iacet.

V. Superficies autem est, quod longitudinem et latitudinem solum habet.

VI. Superficiei autem extrema lineae sunt.

VII. Plana superficies est, quaecunque ex aequo rectis in ea sitis iacet.

VIII. Planus autem angulus est duabus lineis in plano se tangentibus nec in eadem recta positis alterius lineae ad alteram inclinatio.

IX. Ubi uero lineae angulum continentes rectae sunt, rectilineus adpellatur angulus.

X. Ubi uero recta super rectam lineam erecta

---

9. Hero def. 17. Boetius p. 374, 12. 10. Hero def. 19. Ammonius in categ. p. 58. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131^{v}. Philoponus in phys. i IIII, in anal. II fol. 28^{v}, p. 65. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 14.

Numeros definitionum om. PFBb. 1. *οὐδέν* F, Psellus, Ammonius p. 66. 6. *ἔχει μόνον* B. 11. *δέ*] supra comp. scriptum b. *ἐπιπέδῳ*] *ἐπίπεδος* π. 13. Ante *πρός* ras. unius litterae PF. 14. *δέ*] *δ'* B. *τὴν γωνίαν περιέχουσαι* Proclus; *τὴν εἰρημένην γωνίαν* P. 15. *ἡ γωνία καλεῖ*[illegible] Proclus.

ἑξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

ια΄. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.

ιβ΄. Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγ΄. Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

ιδ΄. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

ιε΄. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἣ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ιϛ΄. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

ιζ΄. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιη΄. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽

---

11. Hero def. 21. Ammonius in categ. p. 58. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 18. 12. Hero def. 20. Ammonius l. c. Psellus l. c. Martianus Capella l. c. Boetius p. 374, 19. 13. Philoponus in Aristot. de anima fol. a 2. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 22. 14. Hero def. 25. Schol. in Hermog. VII^2 p. 903. cfr. Philop. ad Aristot. de anim. h. 7. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 21. 15. Hero def. 29. Taurus apud Philop. in Proclum VI, 21. Sextus Emp. p. 719, 16. Philopon. in anal. II fol. 28^v, cfr. fol. 4^v, 9^v, 29^r, 53^r. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 375, 3. 16. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 6. 17. Hero def. 30. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 7. 18. Hero def. 31. Mart. *Capella VI, 711. Boetius* p. 375, 12.

angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est.

XI. Obtusus angulus est, qui maior est recto.

XII. Acutus uero, qui minor est recto.

XIII. Terminus est, quod alicuius rei extremum est.

XIV. Figura est, quod aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.

XV. Circulus est figura plana una linea comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito educuntur rectae omnes aequales sunt.

XVI. Centrum autem circuli punctum illud adpellatur.

XVII. Diametrus autem circuli recta quaedam est linea per centrum ducta et terminata utrimque ambitu circuli, quae quidem linea circulum in duas partes aequales diuidit.

XVIII. Semicirculus autem ea est figura, quae

---

1. *ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα* omisso *ἐστι* lin. 2 BFV, Simplicius, Philoponus in anal. II p. 65, Psellus. scripturam receptam praebent Pbp, Proclus, Hero, Ammonius, Philoponus in phys. i IIII. cfr. prop. 11, 12. 2. *ἴσων*] om. Ammonius, Philoponus in phys. l. c., Psellus, Martianus Capella, Campanus. *εὐθεῖα*] *γραμμή* Proclus, BV; om. Ammonius. Deff. XI—XII permutant Hero et Ammonius. 6. *ιγ′*] *ιδ′* V et sic deinceps. Deff. XIII—XIV permutat Boetius. 7. *ἐστι*] *δέ* Fbp. 10. *ἣ καλεῖται περιφέρεια*] om. Proclus, Taurus, Sextus Emp., Philoponus, Boetius; habent praeter codd. Hero, Psellus, Capella, Campanus. 12. *προπίπτουσαι* b, corr. m. 2. *πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν*] om. Proclus, Taurus, Hero, Sextus Emp., Psellus, Capella, Boetius; habent codd. (in b erasa sunt), Philoponus, Campanus. 13. *εἰσίν*] PF, *εἰσί* uulgo. 19. ἐστιν PF. 20. *τε*] om. B. *καί*] *τε καί* B. ὑπολαμβανομένης B.

αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

ιθ'. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

κ'. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

κα'. Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

κβ'. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν

---

19. Philop. in anal. II fol. 39r; cf. in Arist. de anim. h 7. Boetius p. 375, 14—21. 20. Hero def. 43. 44. 45. Psellus p. 36. Boetius p. 376, 2. 21. Hero def. 46. 48. 47. Philop. in anal. II fol. 39r. Psellus p. 37. Boetius p. 376, 6. 22. Psellus p. 37. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 14. ῥόμβος Galenus XVIII¹ p. 466.

---

1. αὐτῆς] αὐτοῦ B. περιφερείας] τοῦ κύκλου περιφερείας PBFV, sed τοῦ κύκλου om. bp, Proclus, Hero, Capella, Boetius. κέντρον δέ — 2. ἐστίν ex Proclo p. 160 addidit August eiecta definitione III, 6, quam omnes codd. hoc quoque loco sic praebent: τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας ἢ μείζονος ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου (κύκλου ἐστί om. φ; pro priore ἢ in BFV est ἤτοι; ἐλάσσονος P). eandem habet Campanus; contra Capella et

diametro et arcu ab ea absciso comprehenditur. centrum uero semicirculi idem est, quod ipsius est circuli.

XIX. Figurae rectilineae sunt, quae rectis lineis comprehenduntur, trilaterae quae tribus, quadrilaterae quae quattuor, multilaterae quae plus quam quattuor rectis comprehenduntur.

XX. Ex figuris autem trilateris aequilaterus triangulus est, qui tria latera sua aequalia habet, aequicrurius uero, qui duo sola aequalia habet, scalenus autem, qui tria latera sua inaequalia habet.

XXI. Praeterea uero ex figuris trilateris rectangulus triangulus est, qui rectum angulum habet, obtusiangulus, qui obtusum habet, acutiangulus autem, qui tres angulos suos acutos habet.

XXII. Ex quadrilateris autem figuris quadratum est, quod simul aequilaterum est et rectangulum, parte altera longius est, quod rectangulum est neque uero aequilaterum, rhombus autem, quod aequilaterum est neque uero rectangulum, rhomboides autem, quod latera simul et angulos inter se opposita aequalia habet, sed neque aequilaterum est neque rectangulum; re-

---

Boetius et hanc et Procli omittunt; de Herone non liquet (Studien p. 192). 3. *σχήματα εὐθύγραμμα*] Pbp, Proclus; *εὐθύγρ. σχ.* uulgo (*εὐθείγραμμα φ*). *ἔστιν* PF. Def. 19 uulgo in 4 diuiditur; V hinc numeros om. 3. *εὐθειῶν γραμμῶν* Proclus, Boetius. 6. *τεττάρων* B. *εὐθειῶν*] *πλευρῶν* Proclus, Boetius. 8. *ἔστιν* PF. 9. *τὰς δύο*] *δύο* b, Proclus. *μόνον* Proclus. 10. *πλευράς*] om. Proclus. Def. 20 uulgo in 3 diuiditur. 11. *δέ*] P, Proclus; om. b; *τε* uulgo. 12. *ἔστιν* PF. *μίαν ἔχον* V mg. m. 1?, Proclus, Psellus. 13. *μίαν ἔχον* Proclus, Psellus; *γωνίαν μίαν* V mg. m. 1? *τὸ ἔχον* — 14. *δέ* mg. B eadem man. *ὀξιγώνιον φ*. 16. *ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καί* Proclus. *ἔστιν, ὅ ἰσόπλευρόν τε* om. φ. *ἑτερόμηκες* bis φ. 17. *ὅ*] *τό* Proclus. 20. *ὅ*] om. Fbp. *οὔτε*] *οὔτε δέ* Fbp. *ἔστιν*] om. Proclus.

οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.

κγ΄. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Αἰτήματα.

α΄. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β΄. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ΄. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

δ΄. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

---

23. Hero def. 71. Philoponus in anal. II fol. 18^{v}. Psellus p. 35. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 23. αἰτ. 1—5. Martianus Capella VI, 722. Boetius p. 377, 4. Aspasius apud Simplicium in Arist. de coelo fol. 149: τὰ πέντε αἰτήματα. 1. Philop. in anal. II fol. 9^{v}. 10. 29. 2. Simplicius in phys. fol. 119. 3. Philop. in anal. II fol. 10. 29. 4. Id. ibid. fol. 10. 5. Id. ib. fol. 10. 29. Proclus p. 364, 14.

---

1. τετράγωνα B. 2. τραπέζεια b. Def. 21 uulgo in 3, def. 22 in 5 diuidunt. 3. παράλληλοι δέ B. εὐθεῖαί εἰσιν Proclus, Psellus. 4. ἐς V. 5. συμπίπτειν P. ἀλλήλαις om. F. 6. αἰτήματα πέντε V, αἰτ. ἐστι πέντε BF, b m. 2. Numeros om. F. 9. ἐπ᾽ εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές PBFbp;

liqua autem praeter haec quadrilatera trapezia adpellentur.

XXIII. Parallelae sunt lineae, quae in eodem plano positae et in utramque partem productae in infinitum in neutra parte concurrunt.

Postulata.

I. Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum recta linea ducatur.

II. Et ut recta linea terminata in directum educatur in continuum.

III. Et ut quouis centro radioque circulus describatur.

IV. Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

V. Et, si in duas lineas rectas recta incidens angulos interiores et ad eandem partem duobus rectis minores effecerit, rectas illas in infinitum productas concurrere ad eandem partem, in qua sint anguli duobus rectis minores.

---

receptum ordinem tuentur V, Proclus, Simplicius, Capella, Boetius, Campanus. 10. *ἐκβάλλειν* V. 11. *γράφεσθαι*] codd. omnes et Philoponus; *γράψαι* ex Proclo recepit August. 13. *ἀλλήλαις*] om. V. 15. *εὐθεῖά τις* P. 17. *ἐλάττονας* Proclus p. 191, 18 (non p. 364). *τὰς δύο*] PBVbp, *δύο* om. F, Proclus bis, Martianus Capella, Boetius, fort. recte. 18. *συμπίπτειν τὰς εὐθείας ἐκβαλλομένας ἐφ'* Proclus p. 364. *συμπίπτειν ἀλλήλαις* PV (*ἀλλήλαις* corr. ex *ἀλλήλας* P). 19. *ἐλάσσονες*] Pp, Proclus p. 364; *ἐλάττονες* uulgo. Dein add. *γωνίαι* FBVb, Philoponus; om. Proclus bis et Pp. In ed. Basil. et apud Gregorium *αἴτ.* 4—5 inter communes notiones (10—11) leguntur (*πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι .. εἰσί*; *ἐκβαλλόμεναι αἱ .. εὐθεῖαι .. συμπεσοῦνται*). Post *αἴτ.* 5 in PF et V m. 2 et apud Campanum sequitur: καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν.

Κοιναὶ ἔννοιαι.

α'. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

β'. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

γ'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

[δ'. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

ε'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ϛ'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]

ζ'. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

η'. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν].

[θ'. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.]

α'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ *ΑΒ*.

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς *ΑΒ* εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ *Α* διαστήματι δὲ τῷ *ΑΒ* κύκλος

Κοιν. ἔνν. 1—3. Martianus Capella VI, 723. 1. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 1. 2. Boetius p. 378, 5. 3. Philop. l. c. Boetius p. 378, 3. 4. Eutocius in Archim. III p. 254, 27. 7. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 7.

prop. I. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8r, in top. p. 11. Themistius phys. paraphr. fol. 35v. Simplicius in phys. fol. 119. Proclus p. 102, 14. 223, 22, Philop. in anal. II fol. 4v. Martianus Capella VI, 724. Boetius p. 380, 2 [p. 390, 6—25]. Proclus p. 208—10 liberius proposit. repetit totam.

---

1. *ἀξιώματα* Proclus p. 193. *κοιν. ἔνν. αἵδε* BFV. numeros om. PBF. 3. *ἴσα ἴσοις* Proclus. *ἴσα ἐστίν* Proclus. 4. *ἀπὸ ἴσων ἴσα*] *ἴσων* Proclus. 5. *ἴσα ἐστίν* Proclus. *αἰτ. 4 ex commentario* Pappi irrepsisse uidetur; u. Proclus

Communes animi conceptiones.

I. Quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt.

II. Et, si aequalibus aequalia adduntur, tota aequalia sunt.

III. Et, si ab aequalibus aequalia subtrahuntur, reliqua sunt aequalia.

VII. Et quae inter se congruunt, aequalia sunt.

VIII. Et totum parte maius est.

I.

In data recta terminata triangulum aequilaterum construere.

Sit data recta terminata *AB*. oportet igitur in recta *AB* terminata triangulum aequilaterum construere.

centro *A* et radio *AB* circulus describatur *ΒΓΔ*,

---

p. 197, 6 sq.; in omnibus codicibus legitur; quare iam ante Theonem receptum erat (P); om. Martianus Capella et Boetius. Ante *αἴτ.* 5 uulgo in codd. et edd. legitur: *καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα*; om. B, mg. Fb, in ras. postea additum p; non agnoscunt Proclus (cfr. p. 198, 3), Capella, Boetius. *αἴτ.* 5—6 reiicit Proclus p. 196, 25, om. Capella et Boetius. *αἴτ.* 7—8 permutat Proclus p. 193, qui ea diserte contra Heronem sola *αἴτ.* 1—3 agnoscentem Euclidi uindicat p. 196, 17; om. Capella; *αἴτ.* 8 etiam Boetius om. *αἴτ.* 9 om. Capella, Boetius, Proclus, qui diserte id improbat p. 184, 8. 196, 23. Hoc loco habent Vbp; cfr. Philop. ad phys. fol. 10; *καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν* B; de ceteris u. ad p. 8, 19. 8. *ἐστίν*] PF, *ἐστί* uulgo; comp. b; item lin. 9. 10. 10. *ἐπ' ἄλληλα*] om. Proclus. *ἐστίν*] *εἰσί* B. 11. *ἐστίν*] om. Proclus; comp. b; ///*αι* F, *εἶναι* P. 17. *εὐθείας*] om. BFbp. *εὐθείας πεπερασμένης* P. 19. *μέν*] om. bp. [illegible] *διαστηματι* Bp. *δέ* om. BFbp.

γεγράφθω ὁ $ΒΓΔ$, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ $Β$ διαστήματι δὲ τῷ $ΒΑ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΑΓΕ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Γ$ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ $Α$, $Β$ σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ $ΓΑ$, $ΓΒ$.

Καὶ ἐπεὶ τὸ $Α$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΓΔΒ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΑΒ$· πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Β$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΓΑΕ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ τῇ $ΒΑ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $ΓΑ$ τῇ $ΑΒ$ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν $ΓΑ$, $ΓΒ$ τῇ $ΑΒ$ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ $ΓΑ$ ἄρα τῇ $ΓΒ$ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $ΓΑ$, $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς $ΑΒ$.

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

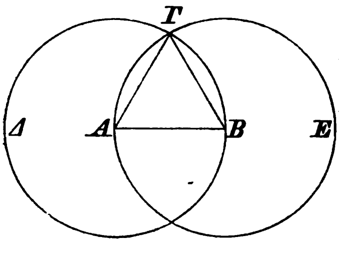
Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ $Α$, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $ΒΓ$· δεῖ δὴ πρὸς τῷ $Α$ σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $ΒΓ$ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $Α$ σημείου ἐπὶ τὸ $Β$ σημεῖον εὐθεῖα ἡ $ΑΒ$, καὶ συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ $ΔΑΒ$, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ'

II. Archimedes I p. 14, 1. Boetius p. 380, 3 [p. 391].

---

1. $ΒΓΔ$] P, V m. 1; $ΓΔΒ$ Fbp, V e corr.; $ΓΒΔ$ in ras. B. μέν] om. b. τῷ] τό φ. 2. $ΑΓΕ$] P, V m. 1; $ΓΑΕ$ BFbp, V e corr. 6. Post $Α$ ras. 10 litt. b. ἐστίν P. $ΓΔΒ$] $Δ$ in



et rursus centro B radio autem BA circulus describatur $A\Gamma E$, et a puncto Γ, in quo circuli inter se secant, ad puncta A, B ducantur rectae ΓA, ΓB.

iam quoniam punctum A centrum est circuli $\Gamma\Delta B$, erit $A\Gamma = AB$. rursus quoniam B punctum centrum est circuli ΓAE, est $B\Gamma = BA$. sed demonstratum est etiam $\Gamma A = AB$. quare utraque ΓA, ΓB rectae AB aequalis est. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [*κ. ἔνν.* 1]. itaque etiam $\Gamma A = \Gamma B$. itaque ΓA, AB, $B\Gamma$ aequales sunt. quare triangulus $AB\Gamma$ aequilaterus est; et in data recta terminata AB constructus est. quod oportebat fieri.

II.

Ad datum punctum datae rectae aequalem rectam constituere.

Sit datum punctum A, data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur ad punctum A datae rectae $B\Gamma$ aequalem rectam constituere.

ducatur enim a puncto A ad B punctum recta AB [*αἴτ.* 1], et in ea construatur triangulus aequilaterus ΔAB [prop. I], et producantur in directum rectae

---

ras. est in V, ΔB in B; $B\Gamma\Delta$ P. 7. *ἐστιν ἴση* BF. 8. *ἐστίν* P. ΓAE] in ras. B, $A\Gamma E$ P. 12. *ἴση ἐστίν* V. AB] ΓB φ. 14. *ἐστίν* P. *συνίσταται* PBV (in b non liquet). 16. *ἐπὶ τῆς* — 17. *συνέσταται* om. codd. omnes; e Proclo solo p. 210 recepit August; uix genuina sunt. 22. *τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ*] P; om. Theon (BFVpb). 23. ΒΓ εὐθεία V. 24. γάρ] om. F. 26. ΔAB] eras. F. Ante ἐκβεβλ. in V add. supra:

εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ, ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ, ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

γ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, Γ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ.

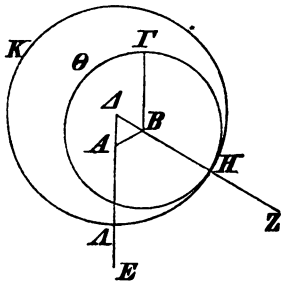
III. Boetius p. 380, 5 [p. 392].

---

1. *εὐθείας* FV. 3. *κέντρῳ μέν* V. *τῷ*] bis B (in fine et initio linn.). *καὶ διαστήματι*] *διαστήματι δέ* V. 5. *ΓΗΘ κύκλου* BFV, P m. rec. 6. *ΒΓ*] *ΓΒ* F. *καὶ πάλιν* V; *πάλιν δέ* (supra) p. 7. *ἐστίν* P. 8. *ἐστίν*] PF; *ἐστι* uulgo. 9. *τῇ*] om. b. 10. *τῇ ΒΗ*] (alt.) supra b. 11. *ἴσα*] (alt.) -*α* in ras. P. 12. *ΒΓ*] *ΓΒ* F. 13. Ante *πρός* ras. unius litt. b. 18. *ἐλάττονι* BF. *εὐθεῖαν*] om. Proclus. 19. *δύο*] om. F. *ἄνισοι*] *ἀν-* supra m. 1 F. 20. Post *Γ* ras. 1 litt.

$\varDelta A$, $\varDelta B$, ut fiant AE, BZ, et centro B radio autem $B\Gamma$ circulus describatur [*αἴτ.* 2] $\Gamma H\Theta$, et rursus centro $\varDelta$ radio autem $\varDelta H$ circulus describatur $HK\varLambda$.

iam quoniam B punctum centrum est circuli $\Gamma H\Theta$, erit $B\Gamma = BH$. rursus quoniam $\varDelta$ punctum centrum est circuli $HK\varLambda$, erit



$$\varDelta\varLambda = \varDelta H,$$

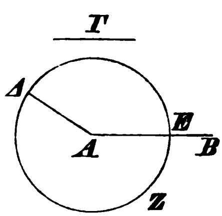
quarum partes $\varDelta A$, $\varDelta B$ aequales. itaque $A\varLambda = BH$ [*κ. ἔνν.* 3]. sed demonstratum est $B\Gamma = BH$. itaque utraque $A\varLambda$, $B\Gamma$ rectae BH aequalis est. uerum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [*κ. ἔνν.* 1]. ergo etiam $A\varLambda = B\Gamma$.

Ergo ad datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ aequalis constituta est recta $A\varLambda$; quod oportebat fieri.

III.

Datis duabus rectis inaequalibus rectam minori aequalem a maiore abscindere.

Sint duae datae rectae inaequales AB, Γ, quarum maior sit AB. oportet igitur a maiore AB minori Γ aequalem rectam abscindere. constituatur ad A punctum rectae Γ aequalis $A\varDelta$ [propr. II], et centro A radio autem $A\varDelta$ describatur circulus $\varDelta EZ$ [*αἴτ.* 2].



P, ut lin. 21. 22. 22. Post *κείσθω* in P supra scr. m. 1 *γάρ*, idem V mg. 23. $A\varDelta$] (alt.) in ras. V; utrumque corr. ex A P m. *rec.* 24. $\varDelta EZ$] ex EZ I P m. rec.; ZE$\varDelta$ B.

Καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔEZ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ $A\Delta$· ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ $A\Delta$ ἐστιν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν AE, Γ τῇ $A\Delta$ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ AE τῇ Γ ἐστιν ἴση.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν AB, Γ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται ἡ AE· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, ΔEZ τὰς δύο πλευρὰς τὰς AB, $A\Gamma$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔE, ΔZ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν AB τῇ ΔE τὴν δὲ $A\Gamma$ τῇ ΔZ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ $B\Gamma$ βάσει τῇ EZ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ ὑπὸ ΔEZ, ἡ δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ ΔZE.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου ἐπὶ τὸ

IV. Schol. in Pappum III p. 1183, 32. Boetius p. 380, 7.

1—7. Multas litt. fig. in ras. P m. rec., ut supra. 4. ἡ]

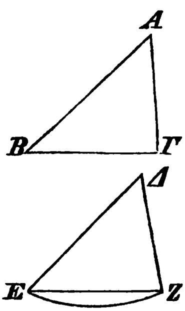
Et quoniam punctum A centrum est circuli $\varDelta EZ$, est $AE = A\varDelta$; uerum etiam $\Gamma = A\varDelta$. itaque utraque AE, Γ rectae $A\varDelta$ aequalis est; ergo etiam $AE = \Gamma$.

Ergo datis duabus rectis inaequalibus AB, Γ a maiore AB minori Γ aequalis abscisa est AE; quod oportebat fieri.

IV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\varDelta EZ$ duo latera AB, $A\Gamma$ duobus lateribus $\varDelta E$, $\varDelta Z$ aequalia habentes alterum alteri,



$$AB = \varDelta E \text{ et } A\Gamma = \varDelta Z,$$

et $\angle\, BA\Gamma = E\varDelta Z$. dico, etiam esse $B\Gamma = EZ$ et $\triangle\, AB\Gamma = \varDelta EZ$, et reliquos angulos reliquis, alterum alteri, aequales, sub quibus aequalia latera subtendant, $\angle\, AB\Gamma = \varDelta EZ$ et $A\Gamma B = \varDelta ZE$.

Nam si triangulum $AB\Gamma$ triangulo $\varDelta EZ$ adpli-

sertum m. 1 b. 6. AB] B supra scriptum m. 1 b. 9. *ταῖς*] om. Pp; supra b. 10. *ἔχει* (scr. *ἔχῃ*) *δὲ καὶ γωνίαν γωνίᾳ ἴσην* Proclus, *τὴν μίαν γωνίαν τῇ μιᾷ γωνίᾳ* BF. 12. *εὐθειῶν*] *πλευρῶν* Proclus. 15. *ἑκατέρα ἑκατέρᾳ*] om. Proclus. *ὑφ'*] *ἐφ'* b. *αἵ*] om. V. 18. *δυσί* V. 19. *ἔχοντι* φ. 20. *καί*] comp. supra F. $BA\Gamma$] $AB\Gamma$ F, sed AB eras. 21. $E\varDelta Z$] $E\varDelta$ eras. F. 22. *ἐστί* V. 24. *ὑφ'*] sic b m. 1, sed supra *ἐφ'*.

ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *προστιθεμένου* V, sed *προσ-* punctis del. *μέν*] supra m. 1 F. 2. *Δ*] in ras. b. *τήν*] *τῇ* p. 4. *δή*] FVbp; *δέ* PB; cfr. prop. 8. 6. *ΒΑΓ*] post ras. V; *ΑΒΓ* B. *ΕΔΖ*] *ΔΕΖ* B. 8. *εἶναι πάλιν* B. 9. *ἐφαρμόσει* b. 13. *ἐστίν*] om. V. 16. *ταῖς λοιπαῖς γωνίαις* BF. 17. *ἐφαρμόσουσιν* P. *αὐταῖς*] *ἀλλήλαις* F. 19. δύο] (alt.) β F.

cuerimus et punctum A in $\varDelta$ puncto posuerimus, rectam autem AB in $\varDelta E$, etiam B punctum in E cadet, quia $AB = \varDelta E$. adplicata iam AB rectae $\varDelta E$ etiam $A\Gamma$ recta cum $\varDelta Z$ congruet, quia $\angle BA\Gamma = E\varDelta Z$. quare etiam punctum Γ in Z punctum cadet, quia rursus $A\Gamma = \varDelta Z$. uerum etiam B in E ceciderat; quare basis $B\Gamma$ in basim EZ cadet. nam, cum B in E, Γ uero in Z ceciderit, si ita basis $B\Gamma$ cum EZ non congruet, duae rectae spatium comprehendent; quod fieri non potest [*κ. ἔνν.* 9]. itaque basis $B\Gamma$ cum EZ congruet et aequalis ei erit [*κ. ἔνν.* 7]. quare etiam totus triangulus $AB\Gamma$ cum toto triangulo $\varDelta EZ$ congruet et ei aequalis erit, et reliqui anguli cum reliquis congruent et aequales iis erunt, $\angle AB\Gamma = \varDelta EZ$ et $\angle A\Gamma B = \varDelta ZE$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

ταῖς] om. Pbp. *δυσί* V; in p *δύο πλευραῖς* deleta sunt m. 1. 22. *ἕξει ἴσην* BF. 25. *ὑφ'*] corr. in *ἐφ'* m. 1 b. *ὑφ' ἃς — ὑποτείνουσιν*] mg. m. 1 P.

ε'.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ *ΑΒΓ* ἴσην ἔχον τὴν *ΑΒ* πλευρὰν τῇ *ΑΓ* πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς *ΑΒ*, *ΑΓ* εὐθεῖαι αἱ *ΒΔ*, *ΓΕ*· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΑΓΒ* ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ *ΓΒΔ* τῇ ὑπὸ *ΒΓΕ*.

εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς *ΒΔ* τυχὸν σημεῖον τὸ *Ζ*, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς *ΑΕ* τῇ ἐλάσσονι τῇ *ΑΖ* ἴση ἡ *ΑΗ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΖΓ*, *ΗΒ* εὐθεῖαι.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΑΖ* τῇ *ΑΗ* ἡ δὲ *ΑΒ* τῇ *ΑΓ*, δύο δὴ αἱ *ΖΑ*, *ΑΓ* δυσὶ ταῖς *ΗΑ*, *ΑΒ* ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ *ΖΑΗ*· βάσις ἄρα ἡ *ΖΓ* βάσει τῇ *ΗΒ* ἴση ἐστίν, καὶ τὸ *ΑΖΓ* τρίγωνον τῷ *ΑΗΒ* τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ *ΑΓΖ* τῇ ὑπὸ *ΑΒΗ*, ἡ δὲ ὑπὸ *ΑΖΓ* τῇ ὑπὸ *ΑΗΒ*. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ *ΑΖ* ὅλῃ τῇ *ΑΗ* ἐστιν ἴση, ὧν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΑΓ* ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ *ΒΖ* λοιπῇ τῇ *ΓΗ* ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ *ΖΓ* τῇ *ΗΒ* ἴση· δύο δὴ αἱ *ΒΖ*, *ΖΓ* δυσὶ ταῖς *ΓΗ*, *ΗΒ*

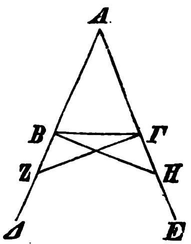
---

2. *πρός*] *πρό* b, sed corr. m. 1. 3. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *εἰσίν*] P, Proclus, comp. b; *εἰσί* uulgo. 5. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *ἔσονται*] *εἰσί* Proclus. 7. *πλευρᾷ*] *πλευρᾶν* φ. 8. *εὐθείας*] *εὐθείαις* B. 9. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F. 10. *ΓΒΔ ἴση ἐστί* p et V m. recentissima. 17. *περιέχουσιν*

V.

In triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt.

Sit triangulus aequicrurius $AB\Gamma$ habens $AB = A\Gamma$, et producantur AB, $A\Gamma$ in directum, ut fiant $B\Delta$, ΓE. dico, esse



$$\angle AB\Gamma = A\Gamma B$$

et $\angle \Gamma B\Delta = B\Gamma E$.

Sumatur enim in $B\Delta$ quoduis punctum Z, et a maiore AE minori AZ aequalis abscindatur AH [prop. III], et ducantur $Z\Gamma$, HB rectae.

iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = A\Gamma$, duae rectae ZA, $A\Gamma$ duabus HA, AB aequales sunt altera alteri; et angulum communem comprehendunt ZAH. itaque $Z\Gamma = HB$ et $\triangle AZ\Gamma = AHB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV], $\angle A\Gamma Z = ABH$ et $\angle AZ\Gamma = AHB$. et quoniam $AZ = AH$, quarum partes AB, $A\Gamma$ aequales, erit $BZ = \Gamma H$ [κ. ἐνν. 3]. sed demonstratum est etiam $Z\Gamma = HB$. itaque duae rectae BZ, $Z\Gamma$ duabus ΓH, HB aequales sunt altera alteri; et $\angle BZ\Gamma = \Gamma HB$ et basis eorum communis

---

V. Simplicius in phys. fol. 14v. Boetius p. 380, 13—15, ubi sic fere scribendum: si triangulus aequalia latera habeat, qui ad eius basim anguli sunt, aequales alter alteri sunt, et aequalibus lineis [productis] et sub basi eius anguli aequales utrimque erunt.

PVp. 19. ἐστίν] PF, comp. b; ἐστί uulgo. 25. Ante BZ ras. est unius litt. in V. 26. HB] BH V, corr. m. 2. δυσί] e corr. V.

ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση, καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΒΓ· καὶ τὸ ΒΖΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΓΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΓΒΗ τῇ ὑπὸ ΒΓΖ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση.

εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάττονι τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

---

6. ἐστιν ἄρα V. ΖΒΓ] in ras. V. 7. ΗΓΒ] corr. ex ΓΗΒ V. 9. ἴση] (alt.) ἐστιν ἴση V e corr. 10. ὑπό] (alt.)

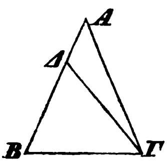
$B\Gamma$. itaque etiam $\triangle B Z \Gamma = \Gamma H B$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle Z B \Gamma = H \Gamma B$ et $B \Gamma Z = \Gamma B H$ [prop. IV]. iam quoniam $\angle A B H = A \Gamma Z$, ut demonstratum est, quorum partes $\Gamma B H$, $B \Gamma Z$ aequales, erit $\angle A B \Gamma = A \Gamma B$ [*κ. ἔνν.* 3]. et sunt ad basim positi trianguli $A B \Gamma$. uerum etiam demonstratum est $\angle Z B \Gamma = H \Gamma B$; et sub basi sunt.

Ergo in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt.

Sit triangulus $A B \Gamma$ habens $\angle A B \Gamma = A \Gamma B$. dico, esse etiam $A B = A \Gamma$.



Si enim $A B$ rectae $A \Gamma$ inaequalis est, alterutra earum maior est. sit $A B$ maior, et a maiore $A B$ minori $A \Gamma$ aequalis abscindatur ΔB [prop. III], et ducatur $\Delta \Gamma$.

VI. Boetius p. 380, 15.

supra m. 1 B. *ἴση ἐστίν* F; *ἴση ἐστί* B. *εἰσιν* P. 11. $A B \Gamma$] $A \Gamma B$ B. 12. $H \Gamma B$] e corr. V. 15. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *προσεκβλησθεισῶν* P. 19. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. 20. *ὦσιν*] Proclus, PF; *ὦσι* uulgo. *αἵ*] om. F. 21. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *ἔσονται*] *εἰσί* Proclus. 25. *ἡ ἑτέρα*] *μία* in ras. 6 litt. P m. recent., *ἑτέρα* p et b m. 1 (*ἡ* supra insertum). 27. *ἐλάσσονι* BFV.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΑΓ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ· ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ΄.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΔΒ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΑ τῇ ΔΑ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Α, τὴν δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ, ἴση ἐστὶ καὶ

2. *δυσί* V. 3. *καί*] bis B (in fine et init. linn.). Post *ΔΒΓ* ras. 3 litt. F. 4. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ*, sed *Β* in ras. F. 5. *ΔΒΓ*] corr. ex *ΑΒΓ* V; *ΑΒΓ* b. *ΑΓΒ*] corr. ex *ΔΓΒ* V; in ras. B; *ΔΓΒ* b. 6. *ἔλαττον* B. 7. *ἄνισος*] supra m. 2, in textu *μείζων* m. rec. in ras. P. 9. *ὦσιν*] PF; *ὦσι* uulgo. *αἱ*] supra P. 12. *δυσί* V. Post *ταῖς* ras. 5 litt. P. 14. *οὐ σταθήσονται* (scr. *συσταθ.*) *ἑκατέρα ἑκατέρᾳ* Pro-

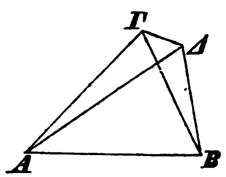
iam cum $\Delta B = A\Gamma$, et $B\Gamma$ communis sit, duae rectae ΔB, $B\Gamma$ duabus $A\Gamma$, ΓB aequales sunt altera alteri, et $\angle\ \Delta B\Gamma = A\Gamma B$. itaque $\Delta\Gamma = AB$ et $\triangle\ \Delta B\Gamma = A\Gamma B$ [prop. IV], minus maiori; quod absurdum est [*κ. ἔνν.* 8]. itaque AB rectae $A\Gamma$ inaequalis non est; aequalis igitur.

Ergo si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt; quod erat demonstrandum.

VII.

In eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes.

Nam si fieri potest, in eadem recta AB duabus iisdem rectis $A\Gamma$, ΓB aliae duae rectae $A\Delta$, ΔB aequales altera alteri constituantur ad aliud atque aliud punctum Γ et Δ ad eandem partem eosdem terminos habentes, ita ut $\Gamma A = \Delta A$, quacum terminum habet communem A, et $\Gamma B = \Delta B$, quacum terminum habet communem B, et ducatur $\Gamma\Delta$.



Iam quoniam $A\Gamma = A\Delta$, etiam $\angle\ A\Gamma\Delta = A\Delta\Gamma$

VII. Boetius p. 380, 19.

clus. 19. *αἱ*] om. P. *συνεστάτωσαν*] corr. ex *συνέστωσαν* B. 21. Post *μέρη* add. *τὰ Γ, Δ* P m. rec., mg. m. 2 FVp. Post *ἔχουσαι* in P m. rec., Vp m. 2 add. *τὰ A, B*; in FB add. *ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις*; in F praeterea m. 2: *ἤτοι τὰ A, B* (post *εὐθείαις*). 22. *ΔA*] *AΔ* BF. 24. *ΓΔ*] ΔΓ BF. 25. *ἴση*] postea add. P. Post AΓ add. εὐθεῖα P m. rec. *ἐστίν* P.

γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ

---

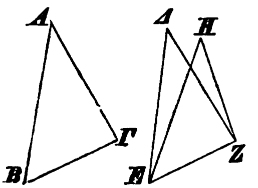
2. τῆς] corr. ex τῇ P. 3. ΓΒ] e corr. V; ΒΓ BF. 4. ἐστίν P. ΓΔΒ] ΒΔΓ p. 5. ΔΓΒ] ΒΓΔ p. 13. ταῖς

[prop. V]. quare $\angle A\Delta\Gamma > \Delta\Gamma B$ [κ. ἐνν. 8]. itaque multo magis $\angle \Gamma\Delta B > \Delta\Gamma B$ [id.]. rursus quoniam $\Gamma B = \Delta B$, erit $\angle \Gamma\Delta B = \Delta\Gamma B$ [prop. V]. sed demonstratum est, eundem multo maiorem esse; quod fieri non potest.

Ergo in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et praeterea basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB, $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE, ΔZ aequalia habentes alterum alteri,

$$AB = \Delta E \text{ et } A\Gamma = \Delta Z,$$

et praeterea habeant $B\Gamma = EZ$. dico, etiam esse $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.

nam triangulo $AB\Gamma$ ad triangulum ΔEZ adplicato et puncto B in E puncto posito recta autem $B\Gamma$ in EZ etiam Γ punctum in Z cadet, quia $B\Gamma = EZ$. adplicata iam $B\Gamma$ rectae EZ etiam BA, ΓA cum $E\Delta$,

VIII. Boetius p. 380, 24.

δυσί V. 14. ἔχῃ δέ] om. Proclus. 19. τάς] om. Pbp. δυσί V. 21. $B\Gamma$] $A\Gamma$ F, sed A eras. 25. τοῦ μέν] μὲν τοῦ B. 29. δή] δέ Bb. ἐπί] in ras. m. 1 P.

γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ

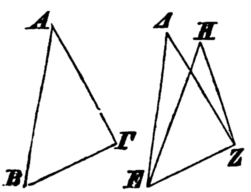
2. τῆς] corr. ex τῇ P. 3. ΓΒ] e corr. V; ΒΓ BF. 4. ἐστίν P. ΓΔΒ] ΒΔΓ p. 5. ΔΓΒ] ΒΓΔ p. 13. ταῖς

[prop. V]. quare $\angle\, A\varDelta\Gamma > \varDelta\Gamma B$ [*κ. ἔνν.* 8]. itaque multo magis $\angle\, \Gamma\varDelta B > \varDelta\Gamma B$ [id.]. rursus quoniam $\Gamma B = \varDelta B$, erit $\angle\, \Gamma\varDelta B = \varDelta\Gamma B$ [prop. V]. sed demonstratum est, eundem multo maiorem esse; quod fieri non potest.

Ergo in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et praeterea basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\varDelta EZ$ duo latera AB, $A\Gamma$ duobus lateribus $\varDelta E$, $\varDelta Z$ aequalia habentes alterum alteri,

$AB = \varDelta E$ et $A\Gamma = \varDelta Z$,

et praeterea habeant $B\Gamma = EZ$. dico, etiam esse $\angle\, BA\Gamma = E\varDelta Z$.

nam triangulo $AB\Gamma$ ad triangulum $\varDelta EZ$ adplicato et puncto B in E puncto posito recta autem $B\Gamma$ in EZ etiam Γ punctum in Z cadet, quia $B\Gamma = EZ$. adplicata iam $B\Gamma$ rectae EZ etiam BA, ΓA cum $E\varDelta$,

VIII. Boetius p. 380, 24.

δυσί V. 14. ἔχῃ δέ] om. Proclus. 19. τάς] om. Pbp.
δυσί V. 21. $B\Gamma$] $A\Gamma$ F, sed A eras. 25. τοῦ μέν] μὲ
τοῦ B. 29. δή] δέ Bb. ἐπί] in ras. m. 1 P.

ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ BA, $ΓA$ ἐπὶ τὰς $EΔ$, $ΔZ$. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ $BΓ$ ἐπὶ βάσιν τὴν EZ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ BA, $AΓ$ πλευραὶ ἐπὶ τὰς $EΔ$, $ΔZ$ οὐκ ἐφαρμόσουσιν ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ EH, HZ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς $BΓ$ βάσεως ἐπὶ τὴν EZ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ BA, $AΓ$ πλευραὶ ἐπὶ τὰς $EΔ$, $ΔZ$. ἐφαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BAΓ$ ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ $EΔZ$ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $BAΓ$. δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς AB τυχὸν σημεῖον τὸ $Δ$, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς $AΓ$ τῇ $AΔ$ ἴση ἡ AE, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΔE$, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς $ΔE$ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ $ΔEZ$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AZ· λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς AZ εὐθείας.

---

1. ἐφαρμόσουσιν P. BA, $ΓA$] PBbp; BA, $AΓ$ V e corr.; utrum praebeat F, discerni nequit. 8. συνίσταται p. 9. ἐφαρμόσουσιν PF. αἱ] supra m. rec. P. 10. ἐφαρ-

ΔZ congruent. nam si basis *BΓ* cum basi *EZ* congruet, latera autem *BA*, *AΓ* cum *EΔ*, *ΔZ* non congruent, uerum extra cadent, ut *EH*, *HZ*, in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos habentes. sed non constituuntur [prop. VII]. itaque fieri non potest, ut basi *BΓ* ad basim *EZ* adplicata non congruant etiam latera *BA*,*AΓ* cum *EΔ*,*ΔZ*. congruent igitur. quare etiam angulus *BAΓ* cum angulo *EΔZ* congruet et ei aequalis erit [κ. ἔνν. 7].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt; quod erat demonstrandum.

IX.

Datum angulum rectilineum in duas partes aequales diuidere.

Sit datus angulus rectilineus *BAΓ*. oportet igitur eum in duas partes aequales diuidere.

sumatur in *AB* quoduis punctum *Δ*, et ab *AΓ* rectae *AΔ* aequalis abscindatur *AE* [prop. III], et ducatur *ΔE*, et in *ΔE* construatur triangulus aequilaterus *ΔEZ* [prop. I], et ducatur *AZ*. dico, angulum *BAΓ* recta *AZ* in duas partes aequales diuisum esse.

IX. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 381, 1?.

μόσουσι V. 11. *ἐπί*] supra F. 13. *ταῖς*] om. Pp. 14. *τῇ βάσει τὴν βάσιν* P; corr. m. 1. 19. εὐθύγραμμον γωνίαν Proclus. 23. *ἐπί*] *γὰρ ἐπί* P; ἀπί V, corr. m. 1. 27. *γωνία*] *om. BF.*

ια΄.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ Γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω, ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστίν· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ.

Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

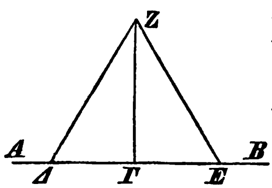
10. ΓΔ] Δ in ras. est in b; ΔΓ in ras. V. 13. *αὐτήν* F et B m. 1 (corr. m. 2). *δοθέντος*] *-έν-* in ras. est in V. 14. *γραμμή*] ex *γραμμῆι* V. ΖΓ] ΓΖ p et P corr. ex ΖΓ. 15. *ἐπεί — ΓΖ*] mg. m. 2 P. ΔΓ] in ras. P. 16. ΔΓ, ΓΖ] Δ et Ζ eras. F; ΖΓ, ΓΔ B. 17. *ἐστίν*] P; *ἐστί* uulgo, [illegible] lin. 18. 19. *ἑξῆς* V; corr. m. 2. 23. *τῇ*] (alt.) *ἡ* V; corr. m. 2. ΑΒ] in ras. P.

XI.

Ad datam rectam a dato puncto in ea sito rectam perpendicularem erigere.

Sit data recta AB, punctum autem datum in ea situm Γ. oportet igitur a Γ puncto rectae AB perpendicularem rectam erigere.

sumatur in $A\Gamma$ quoduis punctum Δ, et ponatur



$\Gamma E = \Gamma\Delta$ [prop. II], et in ΔE triangulus aequilaterus construatur $Z\Delta E$ [prop. I], et ducatur $Z\Gamma$. dico, ad datam rectam AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularem erectam esse rectam lineam $Z\Gamma$.

nam quoniam $\Delta\Gamma = \Gamma E$ et communis ΓZ, duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓZ duabus $E\Gamma$, ΓZ aequales sunt altera alteri; et basis ΔZ basi ZE aequalis est. itaque $\angle \Delta\Gamma Z = E\Gamma Z$ [prop. VIII]; et deinceps sunt positi. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis [def. 10]. itaque $\Delta\Gamma Z$, $Z\Gamma E$ recti sunt.

Ergo ad datam rectam AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularis recta linea ducta est ΓZ; quod oportebat fieri.

XI. Boetius p. 381, 4.

ιβ'.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ ΑΒ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, τὸ Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς ΑΒ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΖΗ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΗ εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΓΘ, ΓΕ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΘΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΘΓ, δύο δὴ αἱ ΗΘ, ΘΓ δύο ταῖς ΕΘ, ΘΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΓΗ βάσει τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΓ ἐστιν ἴση. καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

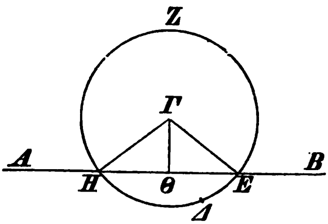
2. Ante *ἀπό* ras. 2 litt. P. 9. *γραμμήν*] mg. m. recenti V. 11. *μέν*] supra m. 1 P. *κέντρω τῶ Γ καὶ διαστήματι* BFbp. 13. *εὐθεῖα*] P; om. Theon (BFVbp). 14. *ΓΕ*] e

XII.

Ad datam rectam infinitam a dato puncto extra eam sito perpendicularem rectam lineam ducere.

Sit data recta infinita AB punctum autem datum extra eam situm Γ. oportet igitur ad datam rectam infinitam AB a dato puncto extra eam sito Γ perpendicularem rectam ducere.

sumatur enim in altera parte rectae AB quoduis punctum Δ, et centro Γ radio autem $\Gamma\Delta$ circulus describatur EZH [αἰτ. 3], et recta EH in duas partes aequales secetur [prop. X] in Θ, et ducantur rectae $\Gamma H, \Gamma\Theta, \Gamma E$. dico, ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularem ductam esse $\Gamma\Theta$.



nam cum $H\Theta = \Theta E$, et communis sit $\Theta\Gamma$, duae rectae $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ duabus $E\Theta$, $\Theta\Gamma$ aequales sunt altera alteri. et basis ΓH basi ΓE aequalis est. itaque $\angle \Gamma\Theta H = E\Theta\Gamma$ [prop. VIII]. et deinceps positi sunt. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est [def. 10].

Ergo ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularis ducta est $\Gamma\Theta$; quod oportebat fieri.

XII. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 381, 7.

---

corr. m. 2 P, E dub. in F. εὐθεῖαι] P; om. Theon (BFV bp). 16. κάθετος] ante τ ras. V, ut lin. 28. 19. ΘΓ] ΓΘ BF. $H\Theta$, $\Theta\Gamma$] $\Theta\Gamma$, ΘH e corr. P; ΓΘ, ΘH B; H et Γ eras. F. δυσί BF.

3*

ιγ'.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΔ σταθεῖσα γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ· λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΓΔ [εὐθείᾳ] πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ, ΕΒΔ ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ ἄρα ταῖς ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ,

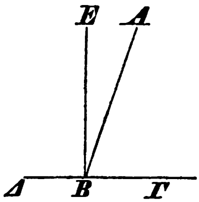
---

2. Ἐάν] P m. 2, Proclus p. 292, 15, Philop. in anal. II; in V ε rubro colore postea additum, ut saepe in hoc codice litterae initiales, α in ras. (sed lin. 24 ὡς ἄν); ὅταν P m. 1, Philop. in phys.; ὡς ἄν Theon (BFbp, Psellus et sine dubio V m. 1), Proclus errore librarii p. 291, 20. 3. δυσίν] δύο Proclus. 10. οὔ] post ras. 1 litt. V. 11. εὐθείᾳ] P mg. m. 1; om. BFVbp. 12. εἴσιν] P, εἰσι uulgo. 13. ἐστίν] P, ἐστί uulgo. 14. τρισί] ex τρισίν m. 2 P. 15. εἰσίν]

XIII.

Si recta super rectam lineam erecta angulos effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet.

nam recta aliqua AB super rectam $\Gamma\Delta$ erecta angulos efficiat ΓBA, $AB\Delta$. dico, angulos ΓBA, $AB\Delta$ aut duos rectos esse aut duobus rectis aequales.



iam si $\Gamma BA = AB\Delta$, duo recti sunt [def. 10]. sin minus, a B puncto ad rectam $\Gamma\Delta$ perpendicularis ducatur BE [prop. XI]. itaque ΓBE, $EB\Delta$ duo recti sunt. et quoniam $\Gamma BE = \Gamma BA + ABE$, communis adiiciatur $EB\Delta$. itaque $\Gamma BE + EB\Delta = \Gamma BA + ABE + EB\Delta$ [κ. ἔνν. 2]. rursus quoniam $\Delta BA = \Delta BE + EBA$, communis adiiciatur $AB\Gamma$. itaque $\Delta BA + AB\Gamma = \Delta BE + EBA + AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, etiam $\Gamma BE + EB\Delta$ iisdem tribus aequales esse. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1]. quare etiam

$$\Gamma BE + EB\Delta = \Delta BA + AB\Gamma.$$

uerum $\Gamma BE + EB\Delta$ duo recti sunt. itaque etiam $\Delta BA + AB\Gamma$ duobus rectis sunt aequales.

Ergo si recta super rectam lineam erecta angulos

XIII. Simplic. in phys. fol. 14. Philopon. in phys. h IIII, in anal. II p. 65. Psellus p. 36, 40. Boetius p. 381, 9.

εἰσί PBV; comp. b. 16. ἴση] corr. ex ἴσα V. ἐστίν] PF, comp. b, ἐστί uulgo. 17. ἄρα] ἄρα γωνίαι (in ras.) αἱ V. 20. καί] (alt.) post ea add. V; in mg. add. m. 2: αἱ δύο. 21. εἰσιν ἴσαι p. 22. εἰσιν] PF; comp. Bb; εἰσι uulgo. αἱ] om. V. 23. ἄρα] om. BF. 24. Ἐάν] ὡς ἄν PBFVbp.

ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ΄.

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΒΔ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΔ.

Εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ ΒΓ ἐπ᾽ εὐθείας ἡ ΒΔ, ἔστω τῇ ΓΒ ἐπ᾽ εὐθείας ἡ ΒΕ.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ.

---

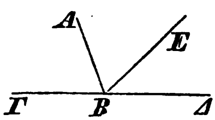
1. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :~ BFV; om. bp; δεῖξαι mg. m. 2 FV. 2. δεῖξαι] ποιῆσαι P, corr. m. 2. 4. εὐθείᾳ γραμμῇ F. 5. εὐθεῖαι ἑξῆς Proclus; cfr. p. 295, 17. κείμεναι] om. Proclus. 6. δυσίν] δύο Proclus. 13. ἐστίν P, ut lin. 14. 14. ΒΓ] corr. ex ΓΒ V. 15. ΓΒ] ΒΓ b. 17. αἱ] ἡ e corr. B. δυσίν V. 18. εἰσὶν δέ P. δυσίν V. 19. (ὀρ-)θαῖς — 20. εἰσίν] postea add. in V in imo folio. 20. εἰσίν]

effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta.

Nam ad rectam aliquam AB et punctum eius B duae rectae $B\Gamma$, $B\Delta$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos $AB\Gamma$, $AB\Delta$ duobus rectis aequales efficiant. dico, ΓB et $B\Delta$ in eadem recta esse.



nam si $B\Gamma$ et $B\Delta$ non sunt in eadem recta, ΓB et BE in eadem recta sint.

iam quoniam recta AB super rectam ΓBE erecta est, $\angle\, AB\Gamma + ABE$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. uerum etiam $AB\Gamma + AB\Delta$ duobus rectis aequales sunt. itaque $\Gamma BA + ABE = \Gamma BA + AB\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle\, \Gamma BA$. itaque $\angle\, ABE = AB\Delta$ [κ. ἔνν. 3], minor maiori; quod fieri non potest. quare BE et ΓB non sunt in eadem recta. similiter idem de quauis alia recta praeter $B\Delta$ demonstrabimus. itaque ΓB et $B\Delta$ in eadem recta sunt.

XIV. Simplic. ad Arist. de coel. fol. 131v. Philop. ad anal. II fol. 4v. Boetius p. 381, 11.

PF; εἰσί uulgo. κοινή — 21. τῇ ὑπό] in ras. in summa pag. V. 21. λοιπῇ] λοι V. 22. ἐλάττων F. 23. ΓB] $B\Gamma$ P, et V sed corr. 24. οὐδ' p. 25. τῇ] sequitur ras. 1 litt. in V, τῆς comp. b.

Ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τας κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ* τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ *Ε* σημεῖον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ *ΑΕΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΔΕΒ*, ἡ δὲ ὑπὸ *ΓΕΒ* τῇ ὑπὸ *ΑΕΔ*.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ *ΑΕ* ἐπ' εὐθεῖαν τὴν *ΓΔ* ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ *ΓΕΑ*, *ΑΕΔ*, αἱ ἄρα ὑπὸ *ΓΕΑ*, *ΑΕΔ* γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ *ΔΕ* ἐπ' εὐθεῖαν τὴν *ΑΒ* ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΔΕΒ*, αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΔΕΒ* γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ *ΓΕΑ*, *ΑΕΔ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΓΕΑ*, *ΑΕΔ* ταῖς ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΔΕΒ* ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ *ΑΕΔ*· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΓΕΑ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΒΕΔ* ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ *ΓΕΒ*, *ΔΕΑ* ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. αἱ] om. V. 7. ποιοῦσιν] ποιοῦσι Proclus, ποιήσουσιν (uel -σι) codd.; cfr. lin. 24. 12. ἐφέστηκεν BF. 13. *ΓΕΑ* — 18. ὀρθαῖς] in ras. V. 14. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσί uulgo. 15. ἐπ'] ἐπί Pb. ἐφέστηκεν PBF. 16. αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΔΕΒ*] mg. m. 1 p. 19. ἄρα] om. F. ταῖς] ἄρα ταῖς F. 20. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. ἀφῃρείσθω V. 21.

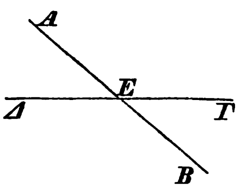
Ergo si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta; quod erat demonstrandum.

XV.

Si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt.

Nam duae rectae $AB, \Gamma\Delta$ inter se secent in puncto E. dico, esse $\angle AE\Gamma = \Delta EB$ et $\angle \Gamma EB = AE\Delta$.

nam quoniam recta AE super rectam $\Gamma\Delta$ erecta est angulos efficiens ΓEA, $AE\Delta$, anguli ΓEA, $AE\Delta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. rursus quoniam recta ΔE super rectam AB erecta est angulos efficiens $AE\Delta$, ΔEB, anguli $AE\Delta$, ΔEB duobus rectis aequales sunt [id.] sed demonstratum est, etiam angulos ΓEA, $AE\Delta$ duobus rectis aequales esse. quare $\Gamma EA + AE\Delta = AE\Delta + \Delta EB$ [$\varkappa.\,\check{\varepsilon}\nu\nu.$ 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle AE\Delta$. itaque $\Gamma EA = BE\Delta$ [$\varkappa.\,\check{\varepsilon}\nu\nu.$ 3]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle \Gamma EB = \Delta EA$.



Ergo si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt; quod erat demonstrandum.

XV. Boetius p. 381, 15.

ΓEA] litt. EA in ras. V. $BE\Delta$] ΔEB B et in ras. V. δή] δέ b, et V m. 1 sed corr. 24. ποιῶσιν F.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι, ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν.]

ιϛ'.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΓ γωνιῶν.

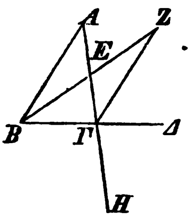
Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. μείζων δέ ἐστιν ἡ

1. *πόρισμα — 4. ποιοῦσιν*] om. PVb et alter codex Grynaei; in p legitur a m. 2; in B in imo mg. m. 1; habent F, Proclus, Psellus p. 36; in V mg. m. 2 legitur cum altero cod. Grynaei: *ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσι*; idem mg. m. 1 praebent F (*τέτρασιν, ποιήσουσιν*) et b (*τέτταρσιν, ποιήσουσιν*) et habuit Psellus; Proclus

XVI.

In quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est.



Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur unum latus eius $B\Gamma$ ad Δ punctum. dico esse $\angle\, A\Gamma\Delta > \Gamma BA$ et

$$A\Gamma\Delta > BA\Gamma.$$

secetur $A\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducta BE producatur in directum ad Z, et ponatur $EZ = BE$, et ducatur $Z\Gamma$, et educatur $A\Gamma$ ad H.

iam quoniam $AE = E\Gamma$ et $BE = EZ$, duae rectae AE, EB duabus ΓE, EZ aequales sunt altera alteri. et $\angle\, AEB = ZE\Gamma$ (nam ad uerticem eius est) [prop. XV]. itaque basis AB basi $Z\Gamma$ aequalis est et $\triangle\, ABE = ZE\Gamma$, et reliqui anguli reliquis aequales sunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. itaque $\angle\, BAE = E\Gamma Z$. uerum

---

XVI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 17.

---

p. 305, 4 de suo adiicit. praeterea in V mg. m. 1 reperitur: *πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν*. Zambertus nullum omnino porisma habet, Campanus id, quod recepimus. 2. *τεμωσιν* p. 3. *πρὸς τῇ τομῇ*] Bp; *τέτταρας* Proclus. *αἱ πρὸς τῇ τομῇ γωνίαι* F. *τέτρασιν*] BFp; *τέτταρσιν* Proclus. 4. *ἴσας*] *ἴσαι* F. *ποιήσουσιν*] Bp; *ποιοῦσιν* Proclus; *εἰσίν* F. 6. *τῶν πλευρῶν*] *πλευρᾶς* Proclus; *τῶν πλευρᾶς* V, sed corr. *προσ-* e corr. V. 7. *τοῦ τριγώνου γωνία* Proclus. 8. *ἀπεναντίων* B. *γωνιῶν*] P, Boetius, Campanus; om. Proclus et Theon (BFbp; in V comp. add. m. 2). 12. *ἀπεναντίων* B. 14. Post BE ras. 2 litt. P. *ἐπ' εὐθείας*] P; om. Theon (BFVbp). 16. H] K in ras. p. 20. *ἐστίν*] comp. b; ἐστί BF. 21. ἐστίν] PF; comp. b; *ἐστί* uulgo. 25. μείζω P, corr. m. 2.

ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ. Ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ τετμημένης δίχα δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ΄.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ΑΓΔ] ΑΓΔ καί F. 2. δή] BFbp; δέ P et V insertum m. 2. τετμημένης] τμηθείσης B. 6. ἀπεναντίων B. 7. γωνιῶν] P; om. Theon (BFVbp). δεῖξαι] PBp et e corr. V; :~ F; ποιῆσαι V m. 1, b. 10. εἰσιν P. μεταλαμβανόμεναι] -αι eras. V. 13. ἐλάσσονες BVb. εἰσιν PF. 15. ΑΒΓ] ΒΓ euan. F. 16. ἐστίν P. ἀπεναντίων B, sed corr. m. 1. 19. δυσίν B. εἰσιν ἴσαι B. 20. ἐλάττονες F. 21. ὑπό] om. Pp; m. 2 PF. 22. εἰσιν PF, comp. b.

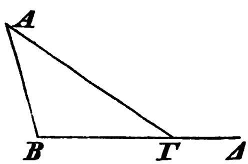
$\angle E\Gamma\Delta > E\Gamma Z$ [κ. ἔνν. 8]. quare $\angle A\Gamma\Delta > BAE$. similiter recta $B\Gamma$ in duas partes aequales secta demonstrabitur etiam $\angle B\Gamma H > AB\Gamma$, h. e.

$$\angle A\Gamma\Delta > AB\Gamma.$$

Ergo in quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est; quod erat demonstrandum.

XVII.

Cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti.



Sit triangulus $AB\Gamma$. dico, angulos duos trianguli $AB\Gamma$ duobus rectis minores esse quoquo modo coniunctos.

producatur enim $B\Gamma$ ad Δ. et quoniam in triangulo $AB\Gamma$ extrinsecus positus est angulus $A\Gamma\Delta$, maior est angulo interiore et opposito $AB\Gamma$ [prop. XVI]. communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\Delta + A\Gamma B > AB\Gamma + B\Gamma A \text{ [κ. ἔνν. 4].}$$

uerum $A\Gamma\Delta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque $AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis minores sunt. similiter demonstrabimus, etiam $BA\Gamma + A\Gamma B$ et praeterea $\Gamma AB + AB\Gamma$ duobus rectis minores esse.

Ergo cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti; quod erat demonstrandum.

XVII. Proclus p. 184, 1. Boetius p. 381, 19.

24. ἐλάττονες F. εἰσιν PF; comp. b. δεῖξαι] ποιῆσαι V, sed supra scr. δεῖξαι m. 1.

ιη'.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ΑΓ πλευρὰν τῆς ΑΒ· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΓ πλευρᾶς τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ. οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν

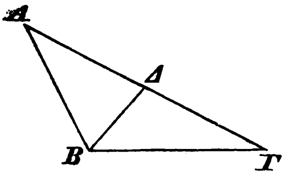
6. ἐστίν P. 8. καί — ΒΔ] mg. m. 1 P. 9. ΒΓΔ] PBF; ΒΔΓ uulgo. 10. ΑΔΒ] corr. ex ΑΒΔ F. ἐστίν P. 11. ΔΓΒ] Pp; ΑΓΒ BFb et e corr. V. 12. ΑΒ] supra scriptum Δ b m. 1. 13. πολλῷ — 14. ΑΓΒ] mg. m. 1 P. 14. ἐστίν P. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bbp; m. 2 add. V.

XVIII.

In quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$ habens $A\Gamma > AB$. dico, etiam esse $\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

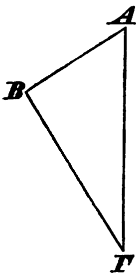
nam quoniam $A\Gamma > AB$, ponatur $A\Delta = AB$ [prop. II], et ducatur $B\Delta$. et quoniam in triangulo $B\Gamma\Delta$ extrinsecus positus est $\angle A\Delta B$, erit $\angle A\Delta B > \Delta\Gamma B$, qui interior est et oppositus [prop. XVI]. sed $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam etiam $AB = A\Delta$ [prop. V]. itaque etiam $\angle AB\Delta > A\Gamma B$. quare multo magis $\angle AB\Gamma > A\Gamma B$ [κ. ἔνν. 8].



Ergo in quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit; quod erat demonstrandum.

XIX.

In quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit.



Sit triangulus $AB\Gamma$ habens

$$\angle AB\Gamma > B\Gamma A.$$

dico, etiam esse $A\Gamma > AB$.

nam si minus, aut $A\Gamma = AB$ aut $A\Gamma < AB$. iam non est $A\Gamma = AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$ [prop. V]; uerum non est. itaque non est $A\Gamma = AB$. neque uero $A\Gamma < AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma < A\Gamma B$

XVIII. Boetius p. 381, 21. XIX. Boetius p. 381, 23.

21. $B\Gamma A$] corr. ex ΓBA b. ἡ] in ras. 3 litt. m. 1 P.
26. ἔστιν P.

καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστι μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

XX. Boetius p. 381, 25.

---

1. *ἔστιν* P. 2. *τῆς*] *τῇ* b. 3. *ἐστίν*] PFV; comp. b; *ἐστί* uulgo. *ἐστίν*] comp. b; *ἔσται* F. 4. *ἄρα*] mg. V. 7. *ταῖς λοιπαῖς* V; corr. m. 1. 8. *εἰσί*] *εἰσιν* PF; comp. b. 9. *ὅτι*] om. F. *τοῦ*] e corr. V. 10. *τριγώνου*] *-ου* e corr. V. *ταῖς λοιπαῖς* V, sed corr. *εἰσι*] *εἰσιν* PF; comp. b. 11. *ΒΓ*] *ΓΒ* BF, et V corr. ex *ΒΓ*. 12. *ΑΓ*] *ΔΓ* F. 14. *τῇ*] corr. ex *τῆς* V. *ΔΓ*] *ΓΔ* F.

[prop. XVIII]. uerum non est. itaque non est $A\Gamma < AB$. demonstratum autem est, ne aequalem quidem esse. quare $A\Gamma > AB$.

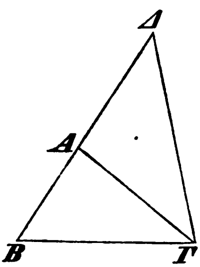
Ergo in quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit; quod erat demonstrandum.

XX.

In quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$. dico, in triangulo $AB\Gamma$ duo latera reliquo maiora esse quoquo modo coniuncta, $BA + A\Gamma > B\Gamma$, $AB + B\Gamma > A\Gamma$, $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

educatur enim BA ad Δ punctum, et ponatur



$A\Delta = \Gamma A$, et ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = A\Gamma$, erit etiam

$$\angle A\Delta\Gamma = A\Gamma\Delta \text{ [prop. V]}.$$

itaque $\angle\, B\Gamma\Delta > A\Delta\Gamma$ [κ. ἔνν. 8]. et quoniam triangulus est $\Delta\Gamma B$ maiorem habens angulum $B\Gamma\Delta$ angulo $B\Delta\Gamma$, sub maiore autem angulo maius latus subtendit, erit $\Delta B > B\Gamma$ [prop. XIX]. uerum $\Delta A = A\Gamma$. itaque

$$BA + A\Gamma > B\Gamma.^{1)}$$

similiter demonstrabimus, esse etiam

$$AB + B\Gamma > \Gamma A \text{ et } B\Gamma + \Gamma A > AB.$$

1) Nam $\Delta B = \Delta A + AB$.

15. ἐστί] comp. b; ἐστίν PF. 16. Post $A\Gamma\Delta$ add. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ γωνία τῆς ὑπὸ $A\Gamma\Delta$ μείζων ἐστί mg. m. 1 V, mg. m. recenti p. 17. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Gamma\Delta$ F. ἐστιν P. 18. $B\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta\Gamma$ V; ΔAB uel $\Delta A\Gamma$ F. seq. ras. magna P. 20. ἐστιν P. ΔA] $A\Delta$ F. ΔA τῇ $A\Gamma$] ΔB ταῖς AB, $A\Gamma$ e corr. p m. recenti (fuerat ΔA τῇ $A\Gamma$), Campanus, Zambertus. V in mg. habet: ἴση δὲ ἡ ΔB ταῖς AB, AΓ μείζονες ἄρα αἱ BA, $A\Gamma$ τῆς BΓ ad ἴση lin. 20 relata.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

7 *Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.*

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι αἱ ΒΔ, ΔΓ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ ἐλάσσονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, τοῦ ΑΒΕ ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές εἰσιν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσιν. πάλιν, ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ΓΕ, ΕΒ ἄρα τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ μείζονές εἰσιν.

XXI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 26.

---

2. εἰσιν P. 4. πλευρῶν δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι αἱ Proclus. 6. δύο] om. Proclus. 7. ἐλάττους F, Proclus. 8. περιέξουσι Proclus, Vbp. 11. ΔΓ πλευραί τῶν P. 13. εἰσι Vbp. περιέχουσιν PF.

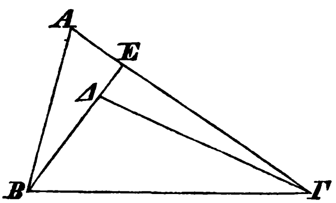
Ergo in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent.

In triangulo enim $AB\Gamma$ in uno latere $B\Gamma$ a terminis B, Γ duae rectae intus coniungantur $B\Delta$, $\Delta\Gamma$. dico, esse $B\Delta + \Delta\Gamma < BA + A\Gamma$ et $\angle B\Delta\Gamma > BA\Gamma$.

educatur enim $B\Delta$ ad E. et quoniam in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt [prop. XX], in triangulo ABE erunt $AB + AE > BE$. communis adiiciatur $E\Gamma$. itaque $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$ [$\varkappa$. ἔνν. 4]. rursus quoniam in $\Gamma E\Delta$ triangulo



$$\Gamma E + E\Delta > \Gamma\Delta,$$

communis adiiciatur ΔB. itaque

$$\Gamma E + EB > \Gamma\Delta + \Delta B.$$

sed demonstratum est $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$. itaque multo magis $BA + A\Gamma > B\Delta + \Delta\Gamma$.

---

14. $B\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta B$ F. 15. E] euan. F. 16. εἰσιν] PF; comp. b; εἰσι uulgo. 17. Post πλευραί in P del. τῆς λοιπῆς μει. 18. εἰσιν] PF; comp. b; εἰσι uulgo. προσ- supra m. 2 b. $E\Gamma$] $B\Gamma$ P. 19. εἰσιν] FP, comp. b; εἰσι uulgo. 20. $\Gamma E\Delta$] Δ add. m. 2 F. 21. εἰσιν] PFV; εἰσι uulgo. ΔB] $B\Delta$ b. 22. ἄρα ΓE, EB F. 23. BA] corr. in AB V. 24. $\Delta\Gamma$] $A\Gamma$ F. εἰσιν] PF; εἰσι uulgo.

Πάλιν, ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν, τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ΄.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις], τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας [διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας].

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν Α, Β τῆς Γ, αἱ δὲ Α, Γ τῆς Β, καὶ ἔτι αἱ Β, Γ τῆς Α· δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ

XXII. Proclus p. 102, 16. Eutocius in Apollonium p. 10. Boetius p. 382, 1 (male). partem demonstrationis habet Proclus p. 330 sq.

---

2. ἐντός] ἐν- in ras. b. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. ΓΔΕ] *e corr.* F *m.* 2; mutat. in ΓΕΔ V. ἄρα] supra F. 3.

rursus quoniam in quouis triangulo angulus extrinsecus positus maior est angulo interiore et opposito [prop. XVI], in triangulo $\Gamma\Delta E$ erit $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma E\Delta$. eadem de causa igitur etiam in triangulo ABE erit $\angle \Gamma EB > BA\Gamma$. uerum demonstratum est $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma EB$. multo igitur magis $B\Delta\Gamma > BA\Gamma$.

Ergo si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Ex tribus rectis, quae tribus datis aequales sunt, triangulum construere (oportet autem duas reliqua maiores esse quoquo modo coniunctas [prop. XX]).

Sint tres datae rectae A, B, Γ, quarum duae reliqua maiores sint quoquo modo coniunctae, $A + B > \Gamma$, $A + \Gamma > B$, $B + \Gamma > A$. oportet igitur ex rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum construere.

sumatur[1]) recta ΔE terminata in Δ, uersus E au-

1) Proclum non ipsa uerba Euclidis citare, adparet. cfr. idem p. 102, 19. Augustum perperam post $KA\Theta$ p. 54, 5. suppleuisse: *καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι κατὰ τὸ* K, demonstraui „Studien“ p. 185.

$B\Delta\Gamma$] Δ in ras. F. *ἐστιν* PV. 4. $\Gamma E\Delta$] eras. F. *ταὐτά*] *τὰ αὐτά* F; *ταῦτα* Vbp. 5. *ἐστίν* P, ut lin. 7. 6. *ἀλλὰ καὶ τῆς* F. 7. $B\Delta\Gamma$] (alt.) $B\Delta$ in ras. sunt V. 12. *εἰσιν*] P; *εἰσι* uulgo. 15. *αἵ εἰσιν τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ἴσαι* Proclus p. 329; sed p. 102: *αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις*. 16. *εὐθείαις*] om. b; m. rec. P; supra p; mg. m. 2 V; om. Eutocius. 17. *δέ*] Proclus, Eutocius; *δή* codd. *τάς*] corr. ex *ταῖς* F. *δύο*] *β* b. 18. *διὰ τὸ* — 20. *μεταλαμβανομένας*] omnes codd., Boetius; om. Proclus, Campanus; contra Eutoc[illegible] *ea habuisse* uidetur. 21. *τρεῖς*] om. p.

τὸ Δ ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε, καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΖ, τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΖΗ, τῇ δὲ Γ ἴση ἡ ΗΘ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ, διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ· πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ, ΚΗ· λέγω, ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ τῇ ΖΚ· ἀλλὰ ἡ ΖΔ τῇ Α ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΛΚΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ· ἀλλὰ ἡ ΗΘ τῇ Γ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ Γ ἐστιν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΗ τῇ Β ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ τρισὶ ταῖς Α, Β, Γ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς Α, Β, Γ, τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κγ'.

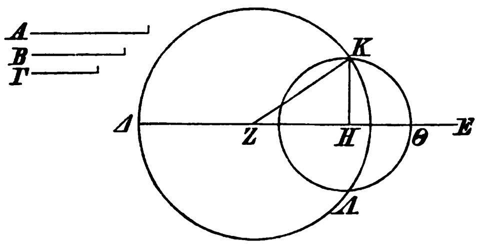
Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

XXIII. Boetius p. 382, 5.

---

1. *τῇ*] postea insertum m. 1 V. 2. *ἡ*] (tert.) m. rec. P. 3. *μέν*] om. b, Proclus. 4. *καὶ πάλιν* V, Proclus. *μέν*] om. V, Proclus. *διαστήματι δέ*] *καὶ διαστήματι* P. 7. *συνέστηκε* V; *συνίσταται* p. *τό*] corr. ex *τῷ* b. 8. *γάρ*] *οὖν* P. *ἐστίν* P. 9. ΖΔ] ΔΖ F. *ἀλλ* F. ΖΔ] ΔΖ V (ante Δ ras., Z mg. m. 2). 10. *καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση*] mg. m. 2 V. 11. *ἐστίν* Bb. *ΛΚΘ*] *ΚΛΘ* P, et in *ras.* V. 12. *ἀλλ'* F. 13. *ΚΗ*] corr. ex *ΚΘ* m. 2 P. 14. *ΗΚ BF*. *ἐστιν ἴση*] mg. m. 2 V. ἐστὶν δέ P. 16. τῶν]

tem infinita, et ponatur $\Delta Z = A$, $ZH = B$, $H\Theta = \Gamma$. et centro Z radio autem $Z\Delta$ circulus describatur $\Delta K \Lambda$. rursus centro H radio autem $H\Theta$ circulus describatur $K\Lambda\Theta$, et ducantur KZ, KH. dico, ex tribus rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum constructum esse KZH.



nam quoniam Z punctum centrum est circuli $\Delta K \Lambda$, erit $Z\Delta = ZK$; uerum $Z\Delta = A$; quare etiam $KZ = A$ [κ. ἔνν. 1].[1]) rursus quoniam H punctum centrum est circuli $\Lambda K\Theta$, erit $H\Theta = HK$; uerum $H\Theta = \Gamma$; quare etiam $KH = \Gamma$. et praeterea $ZH = B$. itaque tres rectae KZ, ZH, HK tribus A, B, Γ aequales sunt.

Ergo ex tribus rectis KZ, ZH, HK, quae tribus datis rectis A, B, Γ aequales sunt, triangulus constructus est KZH; quod oportebat fieri.

XXIII.

Ad datam rectam et punctum in ea datum angulum rectilineum dato angulo rectilineo aequalem construere.

1) Cfr. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8. Studien p. 195.

τοῦ F. 17. τρισί] om. F. Γ] om. V. 18. συνίσταται p. 21. εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ Proclus.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ A, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $\varDelta\Gamma E$· δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\varDelta\Gamma E$ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν $\Gamma\varDelta$, ΓE τυχόντα σημεῖα τὰ $\varDelta$, E, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\varDelta E$· καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς $\Gamma\varDelta$, $\varDelta E$, ΓE, τρίγωνον συνεστάτω τὸ AZH, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν $\Gamma\varDelta$ τῇ AZ, τὴν δὲ ΓE τῇ AH, καὶ ἔτι τὴν $\varDelta E$ τῇ ZH.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ $\varDelta\Gamma$, ΓE δύο ταῖς ZA, AH ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ $\varDelta E$ βάσει τῇ ZH ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\varDelta\Gamma E$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ZAH ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\varDelta\Gamma E$ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ ZAH· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κδ'.

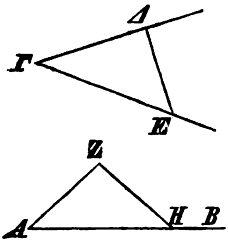
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\varDelta EZ$ τὰς δύο πλευ-

XXIV. Boetius p. 382, 9.

7. *ἑκατέρα* P. $\varDelta\Gamma$ P. ΓE] eras. F. 9. Post *ἴσαι*

Sit data recta AB et punctum in ea datum A et datus angulus rectilineus $\varDelta\Gamma E$. oportet igitur ad datam rectam AB et punctum in ea datum A angulum rectilineum dato angulo rectilineo $\varDelta\Gamma E$ aequalem construere.



sumantur in utraque $\Gamma\varDelta$, ΓE quaelibet puncta $\varDelta$, E et ducatur $\varDelta E$. et ex tribus rectis, quae aequales sunt tribus rectis $\Gamma\varDelta$, $\varDelta E$, ΓE, triangulus construatur AZH, ita ut sit $\Gamma\varDelta = AZ$, $\Gamma E = AH$ $\varDelta E = ZH$ [prop. XXII].

iam quoniam duae rectae $\varDelta\Gamma$, ΓE duabus ZA, AH aequales sunt altera alteri, et basis $\varDelta E$ basi ZH aequalis, erit $\angle\, \varDelta\Gamma E = ZAH$ [prop. VIII].

Ergo ad datam rectam AB et punctum in ea datum A dato angulo rectilineo $\varDelta\Gamma E$ aequalis constructus est angulus rectilineus ZAH; quod oportebat fieri.

XXIV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\varDelta EZ$ duo latera AB,

---

add. V m. 2: ταῖς δοθείσαις εὐθείαις. τρισίν P. ΓE] mutat. in $E\Gamma$ V. 13. δύο] (alt.) δυσί FB. ZA] AZ F. 14. ἑκατέρα] supra m. 1 F. 15. ἄρα] m. 2 P. 19. συνίσταται p. 22. τάς] om. Proclus. ταῖς] om. Proclus. δύο] (alt.) P, Proclus; δυσί uulgo. 23. ἔχῃ δὲ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα τήν Proclus.

ρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας, συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΔΗ, καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴση ἡ ΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΔΗ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΗ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρας δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

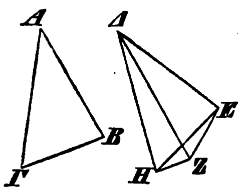
---

1. *δυσί* BFV. 3. *ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας*] P; *γωνία δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ* Theon (BFVbp). 4. *ἔστω*] *-ω* in ras. V. 6. *ἐπεί*] *εἰ μὴ* B. *μείζων*] P; *μείζων ἐστίν* Theon (BFVbp). *ὑπὸ ΒΑΓ*

$A\Gamma$ duobus lateribus $\varDelta E$, $\varDelta Z$ aequalia habentes alterum alteri, $AB = \varDelta E$ et $A\Gamma = \varDelta Z$, et angulus ad A positus maior sit angulo ad $\varDelta$ posito. dico, esse etiam $B\Gamma > EZ$.

nam quoniam $\angle B A \Gamma > E \varDelta Z$, ad rectam $\varDelta E$ et punctum in ea positum $\varDelta$ angulo $BA\Gamma$ aequalis angulus $E\varDelta H$ construatur [prop. XXIII], et ponatur $\varDelta H = A\Gamma = \varDelta Z$, et ducantur EH, ZH.

iam quoniam $AB = \varDelta E$ et $A\Gamma = \varDelta H$, duae rectae BA, $A\Gamma$ duabus $E\varDelta$, $\varDelta H$ aequales sunt altera



alteri; et $\angle BA\Gamma = E\varDelta H$. itaque $B\Gamma = EH$ [prop. IV]. rursus quoniam $\varDelta Z = \varDelta H$, erit etiam $\angle \varDelta HZ = \varDelta ZH$. itaque $\angle \varDelta ZH > EHZ$ [κ. ἐνν. 8]. multo igitur magis $\angle EZH > EHZ$ [id.]. et quoniam EZH triangulus est angulum EZH maiorem habens angulo EHZ, et sub maiore angulo maius latus subtendit [prop. XIX], erit etiam $EH > EZ$. uerum $EH = B\Gamma$. quare $B\Gamma > EZ$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

γωνία τῆς ὑπὸ $E\varDelta Z$ *γωνίας*] $B\Gamma$ *βάσις τῆς* EZ *βάσεως* B. 8. *αὐτῇ*] -ῇ in ras. V; *αὐτῷ* P. 10. EH] PF; HE BVpb. 14. *ἴση ἐστί* V. 15. $\varDelta Z$] P; $\varDelta H$ BFVbp. $\varDelta H$] P; $\varDelta Z$ BVbp et F corr. ex AZ m. 2. 16. *ἐστίν* P, ut lin. 19. *καί*] *καὶ γωνία* Vp. $\varDelta HZ$] $\varDelta ZH$ P. $\varDelta ZH$] $\varDelta HZ$ P. 19. *τὸ* EZH] eras. F. *γωνίαν*] mg. m. 1 b. 20. EHZ] euan. F. 21. *καί*] om. F. *πλευρά*] eras. F. 22. *ἡ* EH *τῇ*] mutat. in *τῇ* EH *ἡ* V, id quod B habet. 24. *ταῖς δυσί* Vp. 28. δεῖξαι] ποιῆσαι bp et V m. 1 (corr. m. recens).

κε'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· βάσις δὲ ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν·

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκάτερᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

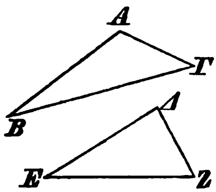
XXV. Boetius p. 382, 13.

---

2. τάς] om. Proclus. δυσί] δύο Proclus; ταῖς δυσί V. 3. τὴν δὲ βάσιν] καὶ τὴν βάσιν Proclus; τὴν βάσιν δέ V. 4. ἔχῃ] om. P. 8. ταῖς δυσὶ πλευραῖς] om. p. δυσί Bp. 9. ἑκατέρᾳ ἑκατέραν p. 12. τῆς ὑπό] mg. m. 1 b. 14.

XXV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus ae qualia habent alterum alteri, basim autem basi ma iorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus com prehensorum alterum altero maiorem habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔE duo latera AB, $A\Gamma$ duobus late ribus ΔE, ΔZ aequalia habente alterum alteri, $AB = \Delta E$ et

$$A\Gamma = \Delta Z,$$

basis autem $B\Gamma$ maior sit ba EZ. dico, etiam esse $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$.

nam si minus, aut aequalis ei aut minor est. ia non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. tum enim esset $B\Gamma = E$ [prop. IV]. sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma = E \Delta$ neque uero est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. tum enim esset

$$B\Gamma < EZ \text{ [prop. XXIV]}.$$

sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. et de monstratum est, ne aequalem quidem eum esse. qua

$$\angle B A \Gamma > E \Delta Z.$$

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribu aequalia habent alterum alteri, basim autem basi m iorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus con prehensorum alterum altero maiorem habebunt; quo erat demonstrandum.

οὖν] om. F. $BA\Gamma$ γωνία Vp. 15. ἡ βάσις Pp. ἔστ P. 16. ἴση ἐστί] ἴση ἐστίν PV; ἐστὶν ἴση p. ἡ ὑπὸ BA γωνία V. 17. οὐδέ] οὐ V. ἐλάσσων] ἐλάττων PBVbp. 19. ἔστιν P. ἔστι δέ· οὐκ ἄρα] ἔστιν· οὐκ F. 20. γωνί om. BFbp. οὐδ' Vbp. 21. $BA\Gamma$ γωνία V. 22. δυσ ταῖς δυσί FV, ταῖς δύο P. 25. τὴν — περιεχομένην] mg. 1 P. τὴν] τῇ sequente ras. 1 litt. F.

κϛ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει [ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω, ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΗΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τρι-

---

XXVI. Olympiod. in meteorol. II p. 110. Boetius p. 382, 17.

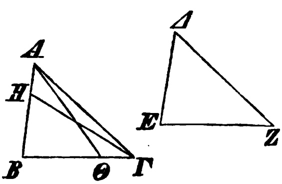
---

2. *τάς*] om. Proclus. *δυσί*] *δύο* Proclus; *ταῖς δυσί* V, Olympiodorus. 3. *καί*] *ἔχῃ δὲ καί* Proclus. 7. *ἑκατέραν ἑκατέρᾳ*] *om. Proclus*; cfr. p. 66, 15. 8. *γωνίᾳ ἴσην ἕξει* F,

XXVI.

Si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus ΔEZ, $EZ\Delta$ aequales habentes alterum alteri, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle B\Gamma A = EZ\Delta$, et habeant etiam unum latus uni lateri aequale, prius quod ad angulos aequales positum est, $B\Gamma = EZ$. dico, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia eos habituros esse alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et reliquum angulum reliquo angulo, $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.



nam si AB lateri ΔE inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius AB, et ponatur $BH = \Delta E$, et ducatur $H\Gamma$.

iam quoniam $BH = \Delta E$ et $B\Gamma = EZ$, duae rectae BH, $B\Gamma$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle HB\Gamma = \Delta EZ$. itaque $H\Gamma = \Delta Z$ et $\triangle HB\Gamma = \Delta EZ$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

---

Proclus, Boetius (non Olympiodorus). 9. ἔστωσαν V. 11. τῇ] corr. ex τὴν m. rec. P, ut lin. 12. 12. ὑπό] (alt.) m. 2 b. 13. πλευρᾷ] supra m. 1 p. 15. ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς τὰς λοιπὰς πλευράς F. 20. ἐστίν] ἔσται V. 21. BH] PB; HB FVbp. Post ἐπεζεύχθω ras. 4 litt. p. 25. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. 26. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. $HB\Gamma$] PB; $H\Gamma B$ FVbp.

γώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ. ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.

'Αλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ ΒΓ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΘ τῇ ΕΖ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΘ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ

1. ἐστίν] PF; comp. bp; ἐστί B; ἔσται V. 2. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ V. 4. ἡ] supra V. ΔΖΕ] ΔΕΖ F;

sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. quare $\angle H\Gamma B = \Delta Z E$. uerum $\angle \Delta Z E = B\Gamma A$, ut supposuimus. ergo etiam $\angle B\Gamma H = B\Gamma A$ [*κ. ἔνν.* 1], minor maiori [*κ. ἔνν.* 8]; quod fieri non potest. itaque AB lateri ΔE inaequale non est. aequale igitur. uerum etiam $B\Gamma = EZ$. duae rectae igitur AB, $B\Gamma$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle A B\Gamma = \Delta E Z$. quare $A\Gamma = \Delta Z$ et $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$ [prop. IV].

Iam rursus latera sub aequalibus angulis subtendentia[1]) aequalia sint, uelut $AB = \Delta E$. dico rursus, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia fore, $A\Gamma = \Delta Z$ et $B\Gamma = EZ$, et praeterea reliquum angulum $BA\Gamma$ reliquo angulo $E\Delta Z$ aequalem esse.

nam si $B\Gamma$ lateri EZ inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius, si fieri potest, $B\Gamma$, et ponatur $B\Theta = EZ$, et ducatur $A\Theta$. et quoniam $B\Theta = EZ$ et $AB = \Delta E$, duae rectae AB, $B\Theta$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri. et aequales angulos comprehendunt. itaque $A\Theta = \Delta Z$ et $\triangle AB\Theta = \Delta E Z$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt. quare $\angle B\Theta A = EZ\Delta$. uerum $\angle EZ\Delta = B\Gamma A$.

1) *Αἱ* et *τάς* lin. 13 abesse debebant.

corr. m. 2. $B\Gamma A$] corr. ex $B\Gamma\Delta$ m. 1 b. 5. $B\Gamma A$] corr. ex $A\Gamma B$ F. 7. *ἄρα. ἔστι*] *ἄρα ἐστίν. ἔστιν* P. 8. *δυσί* B. 10. $\Delta E Z$] corr. ex ΔZ m. 2 b. 11. *ἐστίν*] PF; *ἐστί* uulgo. *ἡ λοιπή* F et V m. 2. $BA\Gamma$] ΓAB F. *τῇ λοιπῇ*] *λοιπῇ* V; corr. m. 2. 13. *ἀλλὰ δή*] bis b, semel punctis del. m. recens. 17. *καί*] e corr. V. *τῇ*] om. b; postea insertum V. *γωνίᾳ*] om. b. 20. *εἰ δυνατὸν μείζων* Theon? (BFV bp). *εἰ*] add. m. recenti b. *ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ* P. 24. *περιέχουσιν*] PBF; *περιέχουσι* uulgo. 25. *ἐστίν*] PF; *ἐστί* uulgo. 26. *ἐστίν*] PF; comp. p; *ἐστί* uulgo. 27. *ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ* V. 29. *ἀλλ'* F. *ἡ*] postea add. m. 1 P.

ἐστιν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ· ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση. δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ, ΓΔ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α, Γ. ἐκβεβλή-

XXVII. Philop. in anal. II fol. 18v. Boetius p. 382, 23.

1. Post ἴση Theon add. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστιν ἴση (BFVbp; in F ἄρα supra scr. et pro ΒΓΑ legitur ΒΓΔ); eadem P mg. manu rec. 2. ἐστίν P, ut lin. 4. 5. δυσί BFp. 7. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. 8. ἴσον ἐστί Theon

itaque in triangulo $A\Theta\Gamma$ angulus extrinsecus positus $B\Theta A$ aequalis est angulo interiori et opposito $B\Gamma A$; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare $B\Gamma$ lateri EZ inaequale non est; aequale igitur. uerum etiam $AB = \Delta E$. itaque duae rectae AB, $B\Gamma$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri. et angulos aequales comprehendunt. itaque basis $A\Gamma$ basi ΔZ aequalis est, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo ΔEZ aequalis, et reliquus angulus $BA\Gamma$ reliquo angulo $E\Delta Z$ aequalis.

Ergo si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt.

Nam in duas rectas AB, $\Gamma\Delta$ recta incidens EZ angulos alternos AEZ, $EZ\Delta$ inter se aequales efficiat. dico, AB rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse.

nam si minus, AB, $\Gamma\Delta$ productae concurrent aut ad partes B, Δ aut ad A, Γ partes. producantur et

---

(BVbp; *ἴσου ἐστίν* F); *ἐστί* om. P. *λοιπή*] P, V m. 1; *ἡ λοιπῇ* BF, V m. 2, bp; cfr. p. 64, 11. 9. *τῇ*] supra m. 2 V. *ἴση ἐστίν* BFbp. 10. *ἄρα*] supra m. 1 P. *ταῖς δυσί* BVp. 11. Ante *καί* m. recenti add. V: *ἔχῃ δέ*. 14. *πλευράς*] in ras. m. 1 P. 15. *γωνίᾳ*] comp. insert. V. 16. *δεῖξαι*] ras. p. 18. *ἐμπεσοῦσα* F (supra m. 1: γρ. ἐμπίπτουσα). 20. *αἱ*] om. V. 24. ΓΔ εὐθείᾳ V.

σθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Η. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α, Γ· αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην ποιείτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ,

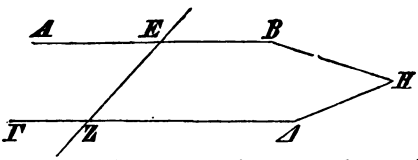
---

XXVIII. Boetius p. 382, 26.

---

2. Post *H* add. *σημεῖον* (comp.) V man. recenti. *ἡ ἐκτός — ΑΕΖ*] mg. m. 1 P. 3. *ἴση*] ras. FV (*μεῖζον* Grynaeus, *μείζων* Gregorius). *ἐστίν* P. *τῇ*] *τῆς* FV, Grynaeus. *ἀπεναντίον*] *επεναγγωνια φ*, praeterea *γωνίας* (comp.) mg. m. 2 F; m. 1 sine dubio fuit *ἀπεναντίον*. In V post hoc verbum *γωνίας* (comp.) inseruit m. recens.; *γωνίας* hab. Grynaeus. *τῇ*] *τῆς* FV. *ὑπό*] om. F. Post *ΕΖΗ* in F. m. 2 et in V m. recentissima add. *ἀλλὰ καὶ ἴση*, quod habet Grynaeus. scripturam receptam habent PBbp, Campanus, Zambertus, alter *codex Grynaei.* 4. *ἐστίν*] om. p. 5. *δή*] *δέ* F. 6. *οὐδ'* p.

concurrant ad *B*, *Δ* partes in puncto *H*. in triangulo igitur *HEZ* angulus extrinsecus positus *AEZ* aequalis



est angulo interiori et opposito *EZH*; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare *AB*, *ΓΔ* rectae productae non concurrent ad *B*, *Δ* partes. similiter demonstrabimus, eas ne ad *A*, *Γ* quidem partes concurrere; quae autem ad neutras partes concurrunt, parallelae sunt [def. 23]. itaque *AB* rectae *ΓΔ* parallela est.

Ergo si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae.

nam recta *EZ* in duas rectas *AB*, *ΓΔ* incidens angulum exteriorem *EHB* angulo interiori et opposito *HΘΔ* aequalem efficiat aut angulos interiores et

---

δέ] *δ'* Pp. 7. *εἰσιν*] PF; *εἰσι* uulgo. 9. *εἰς*] supra m. 2 V. 11. *αἱ*] om. b; eras. F. 15. Post *ἐντός* add. V m. 2 *γωνίας* (comp.). *καί*] supra m. 2 V. 16. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 17. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *αἱ*] om. V, Proclus. 20. *ἐπεναντίον* φ, *ἀπεναντίας* p. Post *ἀπεναντίον* add. F: *γωνίᾳ* (m. recenti) *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*; cfr. Campanus. *γωνίᾳ*] om. BFp. 21. Post *μέρη* m. 2 FV add. *τὰ BΔ*.

ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθʹ.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα

---

3. Post *ΕΗΒ* in V add. *γωνία* m. 2 (comp.). *ΗΘΔ*] *ΗΒΔ* F, sed *Β* e corr. 4. *ἴση ἐστίν* p. 5. Ante *ΗΘΔ* ras. 1 litt. F. *ἴση ἐστίν* p. 7. *δυσίν* Bp. 8. *εἰσιν ἴσαι* p. *εἰσὶν δέ* P. *αἱ*] supra m. 1 b. 9. *αἱ ἄρα*] *ἄρα αἱ* F. 10. *εἰσίν*] PBF, comp. b; *εἰσί* uulgo. 11. *ἴση ἐστίν* p. 12. *ἐστίν*] om. F. *ΑΒ*] e corr. F; in ras. b. 15. *ἀπεναντίας* p. 21. *τε*] om. F, supra m. 2 V. *γωνίας*] om. Proclus. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. 22. *ποιεῖ*] corr. ex *ποιῇ* V. *καὶ*

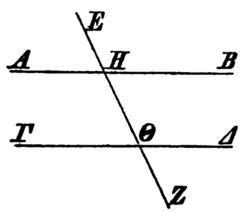
ad easdem partes sitos $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales. dico, parallelam esse AB rectae $\Gamma\Delta$.

nam quoniam $\angle EHB = H\Theta\Delta$ et $\angle EHB = AH\Theta$ [prop. XV], erit etiam $AH\Theta = H\Theta\Delta$ [*κ. ἔνν.* 1]. et sunt alterni. itaque AB parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].

rursus quoniam $BH\Theta + H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt, et etiam $AH\Theta + BH\Theta$ duobus rectis aequales [prop. XIIII], erunt etiam $AH\Theta + BH\Theta = BH\Theta + H\Theta\Delta$ [*κ. ἔνν.* 1]. subtrahatur, qui communis est $\angle BH\Theta$. itaque

$\angle AH\Theta = H\Theta\Delta$ [*κ. ἔνν.* 3].

et sunt alterni. itaque AB parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].



Ergo si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem interiori et opposito aequalem et interiores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales.

nam in rectas parallelas AB, $\Gamma\Delta$ recta incidat

XXIX. Boetius p. 383, 1.

ἀπεναντίον — 23. *ἐντός*] apud Proclum exciderunt. *ἀπεναντίας* p. 23. *ἴσην*] P, Campanus; *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην* Theon (BFVbp, Boetius). *δυσίν*] *δύο* Proclus.

ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. [καὶ] αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

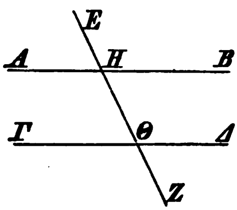
Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς

---

1. τάς] PF et V m. 1; τάς τε Bbp et V m. 2. 3. ἀπεναντίας p. τῇ] P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ Theon (BFV bp), Campanus. ΗΘΔ] Η supra scr. m. 1 F. 4. ἴση V. 7. ἐστί F. ΑΗΘ] FVb; ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ P; ΑΗΘ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ Bp, et mg. m. 2 V. 9. ἀλλ' F. 10. ΒΗΘ] ΘΗΒ B et e corr. V. εἰσί V, comp. b. καί] om. P. 12. ἀπ'] ἐπ' b. 13. συμπίπτουσιν — 14. ἄπειρον] om. p. 16. τῇ] τῆς B. ΗΘΔ]

EZ. dico, eam angulos alternos $AH\Theta$, $H\Theta\Delta$ aequales efficere et angulum exteriorem EHB interiori et opposito $H\Theta\Delta$ aequalem et interiores ad easdemque partes sitos $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales.

nam si $\angle AH\Theta$ angulo $H\Theta\Delta$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit $\angle AH\Theta$ maior. communis adiiciatur $\angle BH\Theta$. itaque



$AH\Theta + BH\Theta > BH\Theta + H\Theta\Delta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $AH\Theta + BH\Theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare $BH\Theta + H\Theta\Delta$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, producuntur rectae in infinitum, concurrent [αἰτ. 5]. itaque AB, $\Gamma\Delta$ productae in infinitum concurrent. uerum non concurrunt, quia supponuntur parallelae. quare $\angle AH\Theta$ angulo $H\Theta\Delta$ inaequalis non est. aequalis igitur.

sed $\angle AH\Theta = EHB$ [prop. XV]. quare etiam $\angle EHB = H\Theta\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. communis adiiciatur $\angle BH\Theta$. itaque $\angle EHB + BH\Theta = BH\Theta + H\Theta\Delta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $EHB + BH\Theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare etiam $BH\Theta + H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt.

Ergo recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem et inte-

---

litt. $H\Theta$ in ras. F. ἀλλά] ἀλλ' F. 19. ὑπό] (prius) αἱ ὑπό b. $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$] H bis e corr. V. 20. ἀλλ' F. δυσίν Bp. 21. εἰσίν] PBF; εἰσί uulgo. δυσίν PBp. εἰσιν ἴσαι BF. 23. ἡ] e corr. V. 24. τε] om. P. 25. ἐκτὸς τῇ] m. 2 F. ἀπεναντίας p. ἴσην] om. P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην BFVb.

ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Ἔστω ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ τῇ ΕΖ παράλληλος· λέγω, ὅτι καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἐστι παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ ΗΚ.

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΚ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΖ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΘΖ τῇ ὑπὸ ΗΚΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΚΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

[Αἱ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι·] ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

XXX. Boetius p. 383, 5. XXXI. Boetius p. 383, 7.

---

1. ἐντὸς καί] om. P. 6. ΑΒ] ΑΕ φ. 7. ἐστίν P. 9. καί — 10. ΗΚ] mg. m. 1 P. 11. εἰς] εἰς τάς V. εὐθείας] δύο εὐθείας P. 12. ἐμπέπτωκεν] in ras. PF; dein add. κοινή F. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ P. 13. ΗΚΔ] corr. ex ΘΚΔ m. rec. P. 14. ἄρα] supra comp. m. 1 b. 15. ΘΚΔ P, corr. m. rec. 16. ἐστίν] om. F. ΑΒ] inter Α et Β ras. 1 litt.

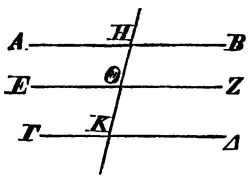
riores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales; quod erat demonstrandum.

XXX.

Quae eidem rectae parallelae sunt, etiam inter se parallelae sunt.

sit utraque AB, $\Gamma\Delta$ rectae EZ parallela. dico, etiam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse.

nam in eas incidat recta HK. et quoniam in



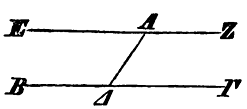
rectas parallelas AB, EZ recta incidit HK, erit $\angle AHK = H\Theta Z$ [prop. XXIX]. rursus quoniam in rectas parallelas EZ, $\Gamma\Delta$ recta incidit HK, erit $\angle H\Theta Z = HK\Delta$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam

$$\angle AHK = H\Theta Z.$$

quare etiam $\angle AHK = HK\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. et sunt alterni. itaque AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est [prop. XXVII]; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Per datum punctum datae rectae parallelam rectam lineam ducere.



Sit datum punctum A, data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallelam rectam lineam ducere.

F. τῇ] τῆς b. 17. αἱ ἄρα — 18. παράλληλοι] om. PBbp; mg. m. 2 FV. 17. ἄρα] om. FV. 20. Post σημείου in P add. ὃ μή ἐστιν ἐπὶ αὐτῆς; del. m. 1; similiter Campanus; sed Proclus non habuit p. 376, 5 sqq.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ.

Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ.

Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λβ'.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ.

XXXII. Alex. Aphrod. in top. p. 11. Simplic. in phys. fol. 14. Philop. in anal. II p. 65. Psellus p. 40. Boetius p. 383, 8.

---

3. αὐτῇ] αὐτήν F. τῷ] supra m. 1 P. 4. τῇ] B; τῆς uulgo. 5. ΕΑ] in ras. V. 6. ΒΓ] corr. ex ΓΒ V; ΓΒ *Bbp.* 7. ὑπό] mg. m. rec. P; supra m. 2 F. 8. ἀλλήλας b.

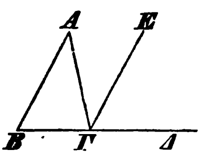
sumatur in $B\Gamma$ quoduis punctum Δ, et ducatur $A\Delta$. et ad ΔA rectam et punctum in ea situm A angulo $A\Delta\Gamma$ aequalis construatur ΔAE [prop. XXIII]. et producatur EA in directum, ut fiat AZ. et quoniam recta $A\Delta$ in duas rectas $B\Gamma$, EZ incidens angulos alternos $EA\Delta$, $A\Delta\Gamma$ inter se aequales effecit, erit EAZ rectae $B\Gamma$ parallela [prop. XXVII].

Ergo per datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ parallela recta linea EAZ ducta est; quod oportebat fieri.

XXXII.

In quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur quodlibet latus eius $B\Gamma$ ad Δ. dico, angulum extrinsecus positum $A\Gamma\Delta$ aequalem esse duobus angulis interioribus et oppositis ΓAB, $AB\Gamma$, et angulos interiores tres trianguli $AB\Gamma$, $B\Gamma A$, ΓAB duobus rectis aequales esse.



ducatur enim per Γ punctum rectae AB parallela

πεποίηκεν] BF; πεποίηκε uulgo. 9. EAZ] EA eras. F. $B\Gamma$] corr. ex $B\Delta$ V; $B\Gamma\Delta$ F. 12. EAZ] AEZ F. 14. τῶν πλευρῶν] supra m. 2 F; πλευρᾶς Proclus. προσεκβληθείσης] προσ- add. m. 2 V. 15. ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο Proclus. 16. ἀπεναντίας p. ἐστὶν ἴση Proclus. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. αἱ] m. 2 V. 17. τρεῖς] om. Proclus. δυσίν] δύο Proclus. 20. ἐστίν P. δυσί] ταῖς δυσί V. ἀπεναντίας p. 21. ΓAB] $A\Gamma B$ F. αἱ] om. F; m. 2 V. 22. αἱ] m. rec. P. $B\Gamma A$] supra m. 2 F. 24. εὐθεία] mg. m. 2 V.

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ.

Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

XXXIII. Boetius p. 383, 11.

---

3. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 4. *ἐστιν*] om. B. *ΕΓ* P. 5. *εὐθεῖα*] -*υθ* eras. V. *ἴση*] *ἴση* V (*η* in ras.). *ἐστίν* P, ut lin. 8. 6. *ἀπεναντίας* p. 7. *ΒΑΓ*] corr. ex *ΓΑΒ* m. 2 V; litt. *ΒΑ* in ras. B. 8. *γωνία*] P; *ἐκτὸς γωνία* Theon (BFVbp), Campanus. *ἀπεναντίας* p. 10. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F; corr. m. 2. 11. *ΑΓΒ*] litt. *ΓΒ* e corr. F. *ΑΒΓ, ΒΓΑ*) in ras. F. *ΓΑΒ*] om. F; *ΒΑΓ* B et V m. 2. 12. *εἰσίν*] *PBF; comp.* b; *εἰσί* uulgo. 13. ΑΓΒ] *ΑΒΓ* F (euan.),

ΓE. et quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit $A\Gamma$, anguli alterni $BA\Gamma$, $A\Gamma E$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit recta $B\varDelta$, angulus extrinsecus positus $E\Gamma\varDelta$ aequalis est angulo interiori et opposito $AB\Gamma$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam $A\Gamma E = BA\Gamma$. quare

$$A\Gamma\varDelta = BA\Gamma + AB\Gamma$$

interioribus et oppositis [κ. ἔνν. 2]. communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\varDelta + A\Gamma B = AB\Gamma + B\Gamma A + \Gamma AB \text{ [κ. ἔνν. 2].}$$

uerum $A\Gamma\varDelta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque etiam $A\Gamma B + \Gamma BA + \Gamma AB$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἔνν. 1].

Ergo in quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes[1]) coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt.

1) Hoc est: ne coniungantur B et Γ, $\varDelta$ et A; u. Proclus p. 386, 15.

b, V (eras.), p. ΓBA] $A\Gamma B$ F; $B\Gamma A$ V (eras.), Pbp. ἄρα] mg. m. 2 V. εἰσιν ἴσαι p. 14. εἰσίν] PFV; comp. b; εἰσί uulgo. 17. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. γωνίαι τρεῖς F. 18. δυσίν] γωνίαι φ. 20. παραλλήλους εὐθείας Proclus. 21. καὶ αὐταί] mg. m. 2 V.

Ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ· λέγω, ὅτι καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

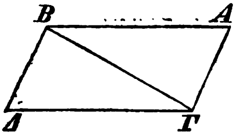
λδ'.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναν-

XXXIV. Boetius p. 383, 13. cfr. Psellus p. 46.

---

1. ΓΔ] in ras. V. καὶ—2. εὐθεῖ-] in ras. b. 3. ΒΔ] (prius) in ras. V. ΑΓ] ΓΑ BF, V m. 2. τε] om. FV, in ras. m. 1 P. 5. ἡ] γάρ ἡ V m. 2. 6. ΓΔ] in ras. b. 7. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 8. ἴση] η eras. V. 9. δυσί FBp. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 10. ἴση ἐστί FV. 11. ἐστιν ἴση] ἴση ἐστί V; ἴση p. ΒΓΔ] ΒΔΓ p. 12. ἐστίν] PFV; comp. b; om. p; ἐστί B. 14. ΑΓΒ] ΑΒΓ corr.



Sint aequales et parallelae *AB*, *ΓΔ*, et coniumgant eas ad easdem partes rectae *AΓ*, *BΔ*. dico, etiam *AΓ*, *BΔ* aequales et parallelas esse.

ducatur *BΓ*. et quoniam *AB* rectae *ΓΔ* parallela est, et in eas incidit *BΓ*, anguli alterni *ABΓ*, *BΓΔ* inter se aequales sunt [prop. XXIX]. et quoniam *AB* = *ΓΔ*, communis autem *BΓ*, duae rectae *AB*, *BΓ* duabus *BΓ*, *ΓΔ* aequales sunt. et ∠ *ABΓ* = *BΓΔ*. basis igitur *AΓ* basi *BΔ* aequalis, et triangulus *ABΓ* triangulo *BΓΔ* aequalis est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque ∠ *AΓB* = *ΓBΔ* [prop. IV]. et quoniam in duas rectas *AΓ*, *BΔ* incidens recta *BΓ* angulos alternos inter se aequales effecit, erit *AΓ* rectae *BΔ* parallela [prop. XXVII]. sed demonstratum est, eandem aequalem ei esse.

Ergo rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIV.

Spatiorum parallelogrammorum[1]) latera angulique

1) H. e. rectis parallelis comprehensorum. nomen ab ipso Euclide ad similitudinem uocabuli *εὐθύγραμμος* fictum est; u. Proclus p. 392, 20. Studien p. 35.

in *BΓA* m. rec. b. 15. Post *ΓBΔ* in p add. *ἡ δὲ ὑπὸ BAΓ τῇ ὑπὸ BΔΓ*. *AΓ*] *AB* in ras. F. 16. *γωνίας*] P; *γωνίας τὰς ὑπὸ AΓB, ΓBΔ* Theon? (BVbp); in F *τὰς ὑπὸ AΓB, ΓBΔ* in mg. sunt, sed m. 1; habet Campanus. 17. *πεποίηκε* Vb. *ἔστιν ἄρα* (compp.) b. 18. *δέ*] *δὲ καί* V. *καί* m. 2 V.

τίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

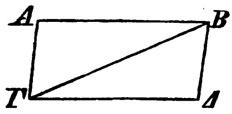
Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση.

---

1. *ἀλλήλοις* b; corr. m. recens. 2. *εἰσίν*] PBF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *αὐτά*] -*ά* in ras. F. 3. *ΑΓΔΒ*] *ΓΔΒ* litt. in ras. b; litt. *ΔΒ* corr. ex *ΒΔ* m. 2 V; *ΑΒΓΔ* P; item PV lin. 4. 5. *τε*] om. p. 6. *ἀλλήλοις* b; corr. m. rec. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *δίχα αὐτό* p. 9. *αὐτάς*] -*υτά*- absumpta ob pergam. ruptum in F. 10. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* *uulgo.* *11. ΒΔ*] *ΔΒ* F; *ΒΔ* post ras. 1 litt. (*Γ*?) V. 12.

opposita inter se aequalia sunt, et diametrus ea in duas partes aequales diuidit.

Sit spatium parallelogrammum $\mathit{A\Gamma\Delta B}$, diametrus autem eius $\mathit{B\Gamma}$. dico, parallelogrammi $\mathit{A\Gamma\Delta B}$ latera angulosque opposita inter se aequalia esse, et diametrum $\mathit{B\Gamma}$ in duas partes aequales id diuidere.



nam quoniam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit recta $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, alterni anguli $A\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. itaque duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma B\Delta$ aequales habentes alterum alteri et unum latus uni aequale, quod ad angulos aequales positum est $B\Gamma$ eorum commune. itaque etiam reliqua latera reliquis aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo [prop. XXVI]. quare $AB = \Gamma\Delta$, $A\Gamma = B\Delta$, $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta B$. et quoniam $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ et $\Gamma B\Delta = A\Gamma B$, erit $\angle AB\Delta = A\Gamma\Delta$ [κ. ἔνν. 2]. sed demonstratum est, esse etiam $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta B$. ergo spatiorum parallelogrammorum latera angulique opposita inter se aequalia sunt.

$A\Gamma B$] $B\Gamma A$ F. 13. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *ἐστιν* PF; comp. b. *τά*] *τό* F. 14. $B\Gamma\Delta$] in ras. m. 2 V; $\Gamma B\Delta$ F. 16. *τῇ μιᾷ* V. 18. *λοιπαῖς πλευραῖς* FV. 21. *ἔτι ἴση ἐστίν*] P; om. Theon (BFVbp). $\Gamma\Delta B$] $B\Gamma\Delta$ p. *καὶ ἐπεί* — 22. $B\Gamma\Delta$] mg. m. recenti p. 23. $\Gamma B\Delta$] litt. ΓB e corr. V m. 2. $A\Gamma B$] litt. ΓB e corr. V m. 2. 24. *ἐδείχθη* — 25. *ἴση*] mg. m. 2 V.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ.

Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ.

Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λβ'.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ.

XXXII. Alex. Aphrod. in top. p. 11. Simplic. in phys. fol. 14. Philop. in anal. II p. 65. Psellus p. 40. Boetius p. 383, 8.

---

3. αὐτῇ] αὐτήν F. τῷ] supra m. 1 P. 4. τῇ] B; τῆς uulgo. 5. ΕΑ] in ras. V. 6. ΒΓ] corr. ex ΓΒ V; ΓΒ Bbp. 7. ὑπό] mg. m. rec. P; supra m. 2 F. 8. ἀλλήλας b.

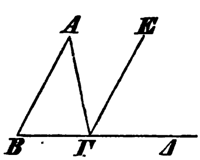
sumatur in $B\Gamma$ quoduis punctum $\varDelta$, et ducatur $A\varDelta$. et ad $\varDelta A$ rectam et punctum in ea situm A angulo $A\varDelta\Gamma$ aequalis construatur $\varDelta AE$ [prop. XXIII]. et producatur EA in directum, ut fiat AZ. et quoniam recta $A\varDelta$ in duas rectas $B\Gamma$, EZ incidens angulos alternos $EA\varDelta$, $A\varDelta\Gamma$ inter se aequales effecit, erit EAZ rectae $B\Gamma$ parallela [prop. XXVII].

Ergo per datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ parallela recta linea EAZ ducta est; quod oportebat fieri.

XXXII.

In quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur quodlibet latus eius $B\Gamma$ ad $\varDelta$. dico, angulum extrinsecus positum $A\Gamma\varDelta$ aequalem esse duobus angulis interioribus et oppositis ΓAB, $AB\Gamma$, et angulos interiores tres trianguli $AB\Gamma$, $B\Gamma A$, ΓAB duobus rectis aequales esse.



ducatur enim per Γ punctum rectae AB parallela

πεποίηκεν] BF; *πεποίηκε* uulgo. 9. EAZ] AEZ F (corr. ex EA eras.). $B\Gamma$] corr. ex $B\varDelta$ V; $B\Gamma\varDelta$ F. 12. EAZ] AEZ F. 14. *τῶν πλευρῶν*] supra m. 2 F; *πλευρᾶς* Proclus. *προσεκβληθείσης*] *προσ-* add. m. 2 V. 15. *ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο* Proclus. 16. *ἀπεναντίας* p. *ἐστὶν ἴση* Proclus. *ἐστίν*] PF; comp. b; *ἐστί* uulgo. *αἱ*] m. 2 V. 17. *τρεῖς*] om. Proclus. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 20. *ἐστίν* P. *δυσί*] *ταῖς δυσί* V. *ἀπεναντίας* p. 21. ΓAB] $A\Gamma B$ F. *αἱ*] om. F; m. 2 V. 22. *αἱ*] m. rec. P. $B\Gamma A$] supra m. 2 F. 24. *εὐθεία*] mg. m. 2 V.

ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ ΕΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΕΔΒ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ, ΒΗ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ, ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ, ΘΓ· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι [καὶ αἱ ΕΒ, ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλό-

XXXVI. Boetius p. 383, 19.

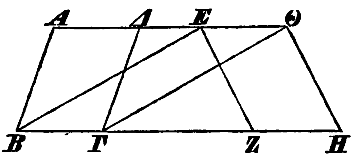
1. ΖΓ] mutat. in ΓΖ m. 2 V. 2. ἐστίν] PF (in B ν eras.); comp. b; ἐστί uulgo; ἐστιν ἴση p. ΔΖΓ] BF, V m. 2; ΔΓΖ P; ΖΔΓ bp, V m. 1. 3. ἔσται] PBFp; ἐστί Vb. τό] postea add. P. ΔΗΕ] corr. ex ΔΗ P; ὑπὸ ΔΗΕ F; ὑπὸ

itaque $EB = Z\Gamma$ et $\triangle EAB = \Delta Z\Gamma$ [prop. IV]. subtrahatur, qui communis est, triangulus ΔHE. itaque $ABH\Delta = EH\Gamma Z$ [κ. ἔνν. 3]. communis adiiciatur triangulus $HB\Gamma$. itaque $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

Ergo parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint parallelogramma $AB\Gamma\Delta$, $EZH\Theta$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, ZH et in iisdem parallelis $A\Theta$, BH. dico, esse $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$.

ducantur enim BE, $\Gamma\Theta$. et quoniam $B\Gamma = ZH$ et $ZH = E\Theta$, erit etiam $B\Gamma = E\Theta$ [κ. ἔνν. 1]. uerum etiam parallelae sunt. et coniungunt eas EB, $\Theta\Gamma$; quae autem rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungunt, aequales et parallelae sunt [prop. XXXIII]. itaque parallelogrammum est $EB\Gamma\Theta$ [prop.

---

eras. Vb. ἐπίλοιπον P. 4. $EZ\Gamma H$ F. 5. $HB\Gamma$] $BH\Gamma$ F. 7. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo; om. p. 8. ἄρα] ἄλλα V; corr. m. 1. 13. ἐστὶν ἀλλήλοις p. 14. ἐστί Proclus. 17. BH] HB F. ἐστίν PF; comp. b. 18. $EZH\Theta$] Pb, V (E e corr.); $ZH\Theta E$ BFp; in V sequitur ras. 1 litt. 19. BE] EB P. $\Gamma\Theta$] in ras. P. 20. $B\Gamma$] Pb, V e corr. m. 2; ΓB BFp, V m. 1. ἀλλ' F. ἀλλὰ ἡ] mg. m. 2 V. 21. εἰσίν P. 22. BE, $\Gamma\Theta$ b, V e corr. m. 2. 23. τε] om. P. 24. τέ εἰσι καὶ παράλληλοι F. καί] (alt.) om. F. καὶ αἱ — 25. παράλληλοι] καὶ αἱ EB, $\Theta\Gamma$ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι P. m. rec. 24. EB] E insert. m. 1 V. 25. $\Theta\Gamma$] V m. 1; $\Gamma\Theta$ V m. 2.

γραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ, ΑΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστιν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστιν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ'.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε, Ζ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· καί εἰσιν ἴσα· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου

XXXVII. Boetius p. 383, 22. Apud Proclum excidit.

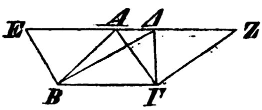
1. ἐστίν PF; comp. b. τῷ] corr. ex τό m. 1 V. 3. ἐστιν παραλλήλοις p. 4. αὐτῷ τῷ] mg. m. 1 F; om. p.

XXXIV]. et $EB\Gamma\Theta = AB\Gamma\Delta$; nam et eandem basim habent $B\Gamma$ et in iisdem parallelis sunt $B\Gamma$, $A\Theta$ [prop. XXXV]. eadem de causa etiam $EZH\Theta = EB\Gamma\Theta$ [id.]. quare etiam $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$ [κ. ἔνν. 1].

Ergo parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.



Sint trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $A\Delta$, $B\Gamma$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \Delta B\Gamma$.

producatur $A\Delta$ in utramque partem ad E, Z, et per B rectae ΓA parallela ducatur BE, per Γ autem rectae $B\Delta$ parallela ducatur ΓZ [prop. XXXI]. itaque $EB\Gamma A$, $\Delta B\Gamma Z$ parallelogramma sunt; et sunt aequalia. nam et in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, EZ [prop. XXXV]. et dimidia pars parallelogrammi $EB\Gamma A$ est triangulus $AB\Gamma$; nam diametrus AB id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta B\Gamma Z$ dimidia pars

8. ἀλλήλοις] -λοις corr. m. 1 V. 9. ἐστίν] εἰσιν F. 16. ἐστίν P et eraso ν V. In F hic uerba nonnulla euan. 19. E, Z] Z, E F. καὶ διά — 20. BE] mg. m. rec. p. 19. ΓA] A in ras. b. 21. τῶν] ν postea add. m. 1 V. 22. $\Delta B\Gamma Z$] $B\Delta\Gamma Z$ F. εἰσιν ἴσα] P; ἴσον τὸ $EB\Gamma A$ τῷ $\Delta B\Gamma Z$ Theon (BFVbp; $B\Delta\Gamma Z$ F; in $EB\Gamma A$ litt. EB m. 2 V). τε] om. Bp (in F non liquet). 23. εἰσι] Bbp; εἰσιν P; ἐστι V; ἐστιν F. ταῖς] (alt.) ἐστὶν ταῖς F. 24. $B\Gamma$, EZ καί] absumpta ob ruptum pergam. F. ἐστιν P. 25. τό] τά in ras. P. 26. παραλληλογράμμου] mg. m. 2 V.

ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ

XXXVIII. Boetius p. 383, 24.

---

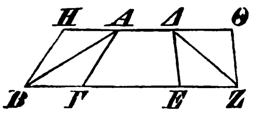
1. ΔΒΓ] ΔΓΒ F. τρίγωνον] supra m. 2 V. ΔΓ] absumptum in F. 2. ἀλλήλοις] supra m. 2 V. 3. ἐστίν P. 9. ἴσων] PBV, Proclus; τῶν ἴσων Fbp; cfr. p. 86, 12. ἴσων in ras. p. 10. ἐστίν] PVp, Proclus; εἰσίν BFb. 11. ΔΕΖ] corr. ex ΖΔΕ F. βάσεων] PBp; βάσεων ὄντα Fb, V (sed ὄντα punctis del. m. 2). 12. ΕΖ] corr. ex ΖΕ F. 13. ἐστίν P. 15. ἐπί] κατά P. 16. τῇ] corr. ex τῆς V.

est triangulus $\Delta B\Gamma$; nam diametrus $\Delta\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit. itaque[1]) $\triangle AB\Gamma = \Delta B\Gamma$.

Ergo trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.



Sint trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ in aequalibus basibus $B\Gamma$, EZ et in iisdem parallelis $BZ, A\Delta$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \Delta EZ$.

producatur enim $A\Delta$ ad utramque partem ad H, Θ, et per B rectae ΓA parallela ducatur BH, per Z autem rectae ΔE parallela ducatur $Z\Theta$ [prop. XXXI].

parallelogramma igitur sunt $HB\Gamma A$, $\Delta EZ\Theta$. et $HB\Gamma A = \Delta EZ\Theta$; nam et in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, EZ et in iisdem parallelis BZ, $H\Theta$ [prop. XXXVI]. et parallelogrammi $HB\Gamma A$ dimidia pars est triangulus $AB\Gamma$; nam diametrus AB id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta EZ\Theta$ dimidia pars est triangulus $ZE\Delta$; nam diametrus ΔZ

1) Cum constet, κ. ἔνν. 6 ab Euclide non profectam esse (cfr. Proclus p. 196, 25), quamquam tempore satis antiquo (ante Theonem saltem) interpolata est, ueri simile est, uerba τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν lin. 2 et p. 92, 1 eodem tempore irrepsisse. Euclides usus erat κ. ἔνν. 3.

17. HB P. Z] E F. ΔE] $E\Delta$ F. 18. $Z\Theta$] $E\Theta$ F. 19. $\Delta EZ\Theta$] (prius) $\Delta\Gamma E\Theta$ F. 20. τε] om. p. τῶν ἴσων p. εἰσιν PB. τῶν] corr. ex τῶι m. 2 V. EZ] ZE e corr. F. 21. BZ, $H\Theta$] BH, $Z\Theta$ V; corr. m. 2. ἐστιν P. 23. τοῦ δέ — p. 92, 1: τέμνει] mg. m. 2 V ad hunc locum relata. $\Delta EZ\Theta$] $\Delta\Gamma E\Theta$, E in Z corr. F. 24. $ZE\Delta$] $E\Delta\Gamma$ F; ΔEZ b.

ΔΖ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ′.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὴ

XXXIX. Boetius p. 384, 1.

1. ΔΖ] Pb, F e corr.; ΖΔ BVp. *ἴσων γωνιῶν* F. 2. *ἐστίν*] PVp; *εἰσίν* BFb. *ἐστί*] *ἐστίν* PF; comp. b. 3. ΔΕΖ] corr. ex ΖΔΕ F. 5. *ἐστίν*] *εἰσίν* BFb. 8. *τά*] (alt.) om. b. 9. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P, F (del. m. 1), V m. 2, Boetius, Proclus, Campanus; om. Bb, V m. 1, p. *καί*] *(alt.) om. Proclus.* 11. *γρ. δύο* mg. V. 12. *ὄντα*] om. p. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P, Campanus; om. Theon (BFVbp).

id in duas partes aequales diuidit [id.]. itaque

$$\triangle\ AB\Gamma = \Delta EZ.$$

Ergo trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

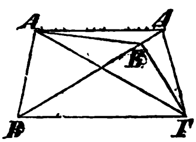
XXXIX.

Aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi positi $B\Gamma$ et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.

ducatur enim $A\Delta$. dico, $A\Delta$ parallelam esse rectae $B\Gamma$.

nam si minus, ducatur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallela AE [prop. XXXI], et ducatur $E\Gamma$. itaque $\triangle\ AB\Gamma = EB\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis [prop. XXXVII]. uerum $\triangle\ AB\Gamma = \Delta B\Gamma$. quare etiam



$$\triangle\ \Delta B\Gamma = EB\Gamma\ [\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 1],$$

maior minori; quod fieri non potest. itaque AE rectae $B\Gamma$ parallela non est. similiter demonstrabimus, ne

13. ἐστίν] εἰσίν p. 16. σημεῖον] om. p. εὐθείᾳ] om. p. 18. ἄρα] δή P. ἐστιν P. 19. ἐστιν αὐτῷ] εἰσι p. $B\Gamma$] ΓB F. 20. ἀλλά] PB, F m. 1, V m. 1, b m. 1; ταῖς $B\Gamma$, AE. ἀλλά p, V m. 2, b m. 2; in F pro ἀλ- scripsit φ: ταῖς, sed -λά relictum est. Post $AB\Gamma$ add. τρίγωνον P m. rec., VBp; comp. supra scr. m. 1 F. 21. ἴσον ἐστὶ τῷ $\Delta B\Gamma$ τριγώνῳ p. ἐστιν] euan. F. $\Delta B\Gamma$] (alt.) $\Delta\Gamma B$ F. ἄρα] om. P; ἄρα τρίγωνον P m. rec., p. ἴσον ἐστὶ τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ p. 22. ἐστί] ἐστίν PFb ἐστιν] PBb; om. Vp; in F est: ἀδύνατον φ, sequente νατον m. 1 (fuit sine dub. ἐστιν ἀδύν.). 23. ὁμοίως] mg. m. 2 V.

δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ, ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τριγώνῳ]· καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον] ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστι παράλληλος.

XL. Boetius p. 384, 4.

---

1. *οὐδέ* FVbp. 2. *ἐστιν* P. 4. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] om. BFVbp. 7. *ἴσων*] PBVbp, Proclus; *τῶν ἴσων* F, sed *τῶν* punctis del. 8. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P (del), V mg. m. 2 (*καί* m. 1), Proclus, Boetius, Campanus; om. B, V m. 1, bp; in F: *καὶ ἐπί φ*, dein post lacunam *βάσεις ὄντα* m. 1, punctis del. *καί*] (alt.) om. Proclus, V. 9. *ἐστίν*] *ἐστί*.

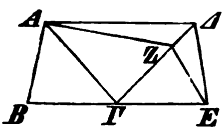
aliam quidem ullam praeter $A\Delta$ parallelam esse. itaque $A\Delta$ rectae $B\Gamma$ parallela est.

Ergo aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XL.

Aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, ΓE et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.



ducatur enim $A\Delta$. dico, $A\Delta$ rectae BE parallelam esse.

nam si minus, per A rectae BE parallela ducatur AZ, et ducatur ZE. itaque $\triangle\ AB\Gamma = Z\Gamma E$; nam in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, ΓE et in iisdem parallelis BE, AZ [prop. XXXVIII]. sed $\triangle\ AB\Gamma =$ $\Delta\Gamma E$. quare etiam $\triangle\ \Delta\Gamma E = Z\Gamma E$ [κ. ἔνν. 1], maior minori; quod fieri non potest. itaque AZ rectae BE parallela non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam praeter $A\Delta$ parallelam esse. itaque $A\Delta$ rectae BE parallela est.

Proclus; *εἰσίν* p. 10. $\Gamma\Delta E$] $\Delta\Gamma E$ P. 11. *ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] punctis del. P; om. Theon (BFVbp). 12. *ἐστίν*] P; *εἰσίν* Theon (BFVbp); cfr. p. 92, 13. 14. EB P. 16. ZE] $Z\Gamma$ P. *ἄρα*] *δή* P. *ἐστιν* P. 17. *τρίγωνον τῷ* $Z\Gamma E$] om. P; *τρίγωνον τριγώνῳ τῷ* $Z\Gamma E$ m. rec. 18. *εἰσιν* PF. 19. AZ, BE p. *ἐστίν* P. 20. $\Delta\Gamma E$] litt. Δ in ras. m. 2 V; $\Delta E\Gamma$ F. *τριγώνῳ*] om. P. *τρίγωνον*] om. P. 21. *ἐστίν* P. $Z\Gamma E$] $ZE\Gamma$ F. 22. *ἐστίν*] om. p. *ἐστιν ἡ* p. Post AZ lacunam V. 23. *οὐδέ* p. 24. *ἡ*] in ras. m. b. *ἐστιν* P. *παράλληλός ἐστι* Vb.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μα'.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ, ΑΕ· λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XLI. Boetius p. 384, 7.

---

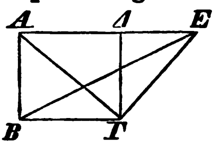
1. *τὰ ἐπὶ* — 3. *δεῖξαι*] mg. m. 1 b. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] om. PBFVbp. 2. *ἐστι παραλλήλοις* V. 7. *ᾖ*] supra m. 1 F. *ἐστι*] Proclus; *ἐστιν* P; cfr. lin. 24; *ἔσται* BFVbp; cfr. Boetius, Campanus. 9. *τῷ*] m. rec. P. 10. *τε*] om. P. *τήν*] (alt.) *τῆι* BV, corr. m. 2. *τὴν ΒΓ*] supra m. 1 b. 11. *ἔστω παραλλήλοις* V. 12. *ἐστιν* P. *ΒΕΓ*] *ΕΒΓ* P.

Ergo aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes, etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XLI.

Si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo.

parallelogrammum enim $AB\Gamma\Delta$ eandem basim habeat $B\Gamma$, quam triangulus $EB\Gamma$ et in iisdem parallelis sit $B\Gamma, AE$ dico, parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ duplo maius esse triangulo $BE\Gamma$.



ducatur enim $A\Gamma$. itaque $\triangle\, AB\Gamma = EB\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, AE [prop. XXXVII]. sed $AB\Gamma\Delta = 2\ AB\Gamma$; nam diametrus $A\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta = 2\ EB\Gamma.^{1)}$$

Ergo si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo; quod erat demonstrandum.

1) Hoc ita ex axiomatis colligitur:

$$AB\Gamma = EB\Gamma,\ 2\,AB\Gamma = 2\,EB\Gamma\ [\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 2].$$

$$2\,AB\Gamma = AB\Gamma\Delta;\ \text{ergo}\ 2\,EB\Gamma = AB\Gamma\Delta\ [\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 1].$$

14. $A\Gamma$] corr. ex AB m. 1 F. ἐστιν P. τρίγωνον] om. V 15. $EB\Gamma$] E supra m. 2 V. 16. παραλλήλοις] -οις in ras., seq. ras. 6 litt. V. ἐστιν P. 20. καὶ τοῦ $EB\Gamma$ τριγώνου] τριγώνου τοῦ $EB\Gamma$ V. $EB\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 F. ἐστίν F; comp. b. 23. ἤ] supra m. 1 F. 24. ἐστι] BFb, ἔστιν P; ἔσται Vp.

μβ'.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ τῷ $AB\Gamma$ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Τετμήσθω ἡ $B\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ E, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AE, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $E\Gamma$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ E τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓEZ, καὶ διὰ μὲν τοῦ A τῇ $E\Gamma$ παράλληλος ἤχθω ἡ AH, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ EZ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓH· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $ZE\Gamma H$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ $E\Gamma$, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ABE τρίγωνον τῷ $AE\Gamma$ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν BE, $E\Gamma$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $B\Gamma$, AH· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τοῦ $AE\Gamma$ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ $ZE\Gamma H$ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ $AE\Gamma$ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστιν αὐτῷ παραλλήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ZE\Gamma H$ παραλληλόγραμμον τῷ $AB\Gamma$ τριγώνῳ. καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓEZ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ.

Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ $AB\Gamma$ ἴσον παραλ-

XLII. Boetius p. 384, 13. Apud Proclum excidit in codd.; Boetius prop. XLII—XLIII permutauit.

---

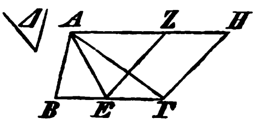
3. συστήσασθαι] συστησεται φ (F συστήσασθαι). ἐν] ἐν γωνίᾳ, ᾗ ἐστιν ἴση ex Proclo in prop. XLIV recepit August *suadente Gregorio;* cfr. Campanus. 7. τῇ] P m. 1, Fb, V

XLII.

Dato triangulo aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$, datus autem angulus rectilineus $\varDelta$. oportet igitur triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogrammum in angulo rectilineo $\varDelta$ construere.

secetur $B\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducatur AE, et ad $E\Gamma$ rectam et punctum in ea situm E angulo $\varDelta$ aequalis construatur $\angle\ \Gamma EZ$ [prop. XXIII], et per A rectae $E\Gamma$ parallela ducatur AH [prop. XXXI], per Γ autem rectae EZ parallela



ducatur ΓH. itaque parallelogrammum est $ZE\Gamma H$. et quoniam $BE = E\Gamma$, erit

$$\triangle\ ABE = AE\Gamma;$$

nam in aequalibus basibus sunt BE, $E\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, AH [prop. XXXVIII]. itaque

$$AB\Gamma = 2\ AE\Gamma.$$

uerum etiam $ZE\Gamma H = 2\ AE\Gamma$; nam basim eandem habent et in iisdem parallelis sunt [prop. XLI]. quare $ZE\Gamma H = AB\Gamma$. et angulum ΓEZ dato angulo $\varDelta$ aequalem habet.

Ergo dato triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogram-

---

m. 1; ἴσῃ τῇ Bp, PV m. 2. 9. τεμνέσθω p. κατὰ τὸ E δίχα F. καί] om. φ. 11. ΓEZ] $ZE\Gamma$ F. 12. τῇ] om. F. $E\Gamma$] om. F; mutat. in $B\Gamma$ m. 2 V. 13. EZ] ZE Bp, V m. 2. ΓH] litt. Γ in ras. V. 14. ἐστίν PF. 15. ἐστί] ἐστίν P, ἔσται F. εἰσιν P. 17. Post αὐταῖς F habet λοιπαῖς delet. punctis. ταῖς] insert. m. 2 F. $B\Gamma$] corr. ex $BE\Gamma$ P. 18. τρίγωνον] P, V m. 2; om. Theon (BFbp, V m. 1). 19. $ZE\Gamma H$] Γ in F dubium est. 20. $AE\Gamma$] $A\Gamma E$ F. 21. ἐστιν αὐτῷ] mg. m. 1 P. 22. ἐστιν P. 23. ΓEZ] ΓE e corr. m. 2 F. 24. τῇ $\varDelta$] τῷ $\varDelta$ F. 25. τῷ $AB\Gamma$] om. B, mg. m. rec. F; τῷ corr. ex τὸ m. 1 b.

7*

ληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μγ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΕΘ, ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ, ΚΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ

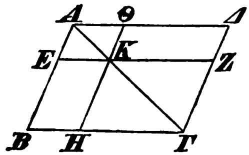
XLIII. Boetius p. 384, 10. Apud Proclum excidit.

1. *συνέσταται*] PBFbp; *συνίσταται* V; *συνεστάθη* φ. *ΖΕΓΗ*] e corr. φ. *ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ*] om. F (mg. m. rec. *ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἥ ἐστιν*). 2. *ΓΕΖ*] seq. ras. 1 litt. P; ΖΕΓ B, V m. 2. *ἥτις*] PVp; *ἥ* BFb. *ποιῆσαι*] in ras. p; *δεῖξαι* P (*ἐν ἄλλῳ δεῖξαι* mg. b). 3. *διάμετρον αὐτοῦ* p. 8. Post *τήν ΑΓ* in V m. 2 add. *διάμετρον*. 9. *ΖΗ*] *ΗΖ* F. *παραπληρώματα*] *-πληρώματα* in ras. m. 2 V. *τά*] m. rec. P. 10. *ἐστίν* P. 11. *παραπληρώματι*] *παρα-* *supra V m. 2.* 13. *ἡ*] *ἐστιν ἡ* F. *ἴσον*] *ἴσον ἄρα* F.

mum constructum est $ZE\Gamma H$ in angulo ΓEZ, qui aequalis est angulo Δ; quod oportebat fieri.

XLIII.

In quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt.



Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et circum $A\Gamma$ parallelogramma sint $E\Theta$, ZH, et complementa, quae uocantur, BK, $K\Delta$. dico, esse
$$BK = K\Delta.$$

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, erit $\triangle\ AB\Gamma = A\Gamma\Delta$ [prop. XXXIV]. rursus quoniam parallelogrammum est $E\Theta$, diametrus autem eius AK, erit $\triangle\ AEK = A\Theta K$. eadem de causa etiam $KZ\Gamma = KH\Gamma$ [id.]. iam quoniam $\triangle\ AEK = A\Theta K$ et $KZ\Gamma = KH\Gamma$, erit
$$AEK + KH\Gamma = A\Theta K + KZ\Gamma \text{ [κ. ἔνν. 2].}$$

---

14. *ἐστιν* P. 15. $E\Theta$] P m. 1, Bp, V m. 2; $AKE\Theta$ P m. rec.; $AEK\Theta$ F (AEK in ras.), V m. 1, b, Zambertus. *ἐστιν*] PFB; om. Vbp. *ἴσον ἄρα ἐστίν* P. 16. AEK] $A\Gamma E$ F; corr. in AKE m. 2. $A\Theta K$] ΘK litt. in ras. V. *τὰ αὐτά*] *ταῦτα* BVb. 17. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] $K\Gamma Z$ p. Dein add. *τριγώνῳ* P m. 2, FVbp. *ἴσον ἐστίν* Vb. 18. AEK] E litt. e corr. F. *τρίγωνον*] supra m. 2 V. $A\Theta K$] litt. ΘK in ras. V. *τριγώνῳ*] om. p. 19. *ἴσον ἐστί* Vb. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] litt. H eras. F; $K\Gamma Z$ p. Post *τό* add. b *ἄρα* comp. m. 1. AEK] E litt. in ras. F. *τὸ* AEK — 21. $KZ\Gamma$] mg. m. 1 P. 20. *τρίγωνον*] comp. supra m. 2 V. $KH\Gamma$] corr. ex $KE\Gamma$ m. 2 F. *ἐστίν* Fp. *ἐστιν ἴσον* b. 22. $A\Delta\Gamma$] litt. Δ e corr. F.

ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί ἐστιν ἴσον.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μδ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.

Συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν·

XLIV. Boetius p. 384, 14.

---

1. *ἴσον ἐστίν* p. 3. *χωρίου*] om. BVp; cfr. p. 100, 4. *διάμετρον αὐτοῦ* p. 8. *παραβαλεῖν*] *-βαλ-* in ras. m. 1 B. *ἐν*] *ἐν γωνίᾳ, ᾗ ἐστιν ἴσῃ* Proclus; cfr. Campanus. 12. *εὐθεῖαν*] mg. m. 1 F. 17. *ὥστ'* V. 18. *ΑΒ*] *ΑΘ* π. 19. *ΒΗ*] seq. ras. 1 litt. F. *ΑΘ*] *ΑΒ* F. *καί* — 20. *ΘΒ*] *mg. m. 1 P.* 20. *ΘΒ*] *ΒΘ* F. 21. *εὐθείας* BVp. *ἐν-*

uerum etiam $AB\Gamma = A\Delta\Gamma$. itaque etiam
$$BK = K\Delta \text{ [}\varkappa.\ \acute{\varepsilon}\nu\nu.\ 3\text{]}.$$

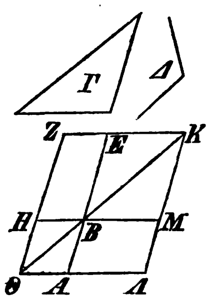
Ergo in quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XLIV.

Datae rectae parallelogrammum dato triangulo aequale adplicare in dato angulo rectilineo.

Sit data recta AB, datus autem triangulus Γ, datus autem angulus rectilineus Δ. oportet igitur datae rectae AB parallelogrammum dato triangulo Γ aequale adplicare in angulo aequali angulo Δ.

construatur parallelogrammum $BEZH$ triangulo



Γ aequale in angulo EBH, qui aequalis est angulo Δ [prop. XLII], et ponatur ita, ut BE, AB in eadem recta sint, et educatur ZH ad Θ, et per A utrique BH, EZ parallela ducatur $A\Theta$ [prop. XXXI], et ducatur ΘB. et quoniam in parallelas $A\Theta$, EZ recta incidit ΘZ,
$$\angle A\Theta Z + \Theta ZE$$
duobus rectis aequales erunt [prop. XXIX]. itaque
$$\angle B\Theta H + HZE$$
duobus rectis minores erunt; quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, in infinitum producuntur,

ἔπεσεν] P; ἐμπέπτωκεν Theon (BFVbp); cfr. p. 106, 14. 108, 25. ἄρα] om. P. $A\Theta Z$] $BH\Theta$ p; corr. m. rec. ΘZE — 22. $B\Theta H$] mg. m. rec. p. 22. εἰσιν ἴσαι] PBF; ἴσαι εἰσίν Vbp. Ante αἱ insert. comp. καί B. $B\Theta Z$, ΘZE P. 23. ἀπό] ἀπ' p. 24. ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον p. ἐκβαλόμεναι P.

αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

με'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ

XLV. Boetius p. 384, 17.

---

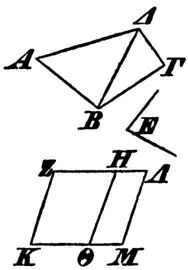
1. ΘΒ] ΑΒ π. 4. ἐκβεβλήσθω φ. ΗΒ] ΗΘ φ. Μ] seq. lacuna 3 litt. φ. 5. ἐστίν PF. ΘΛΚΖ] e corr. F. 6. ΘΚ] (prius) ΘΗ φ. δέ] supra m. 2 F. 7. δὲ λεγόμενα] αη με φ, seq. μενα euan. m. 1. 8. τά] om. B. ἐστίν P. 9. ἀλλὰ καὶ τό V. 10. ΛΒ] corr. ex ΑΒ m. 2 F.

concurrunt [αἰτ. 5]. itaque ΘB, ZE productae concurrent. producantur et concurrant in K, et per K punctum utrique $E\Lambda$, $Z\Theta$ parallela ducatur $K\Lambda$, et producantur $\Theta\Lambda$, HB ad puncta Λ, M. itaque $\Theta\Lambda KZ$ parallelogrammum est, diametrus autem eius ΘK, et circum ΘK parallelogramma ΛH, ME, complementa autem, quae uocantur, ΛB, BZ. itaque erit $\Lambda B = BZ$ [prop. XLIII]. uerum $BZ = \Gamma$. quare etiam $\Lambda B = \Gamma$ [κ. ἐνν. 1]. et quoniam $\angle\, HBE = \Lambda BM$ [prop. XV], uerum $\angle\, HBE = \Delta$, erit etiam $\angle\, \Lambda BM = \Delta$.

Ergo datae rectae AB parallelogrammum ΛB dato triangulo Γ aequale adplicatum est in angulo ΛBM, qui ato angulo Δ aequalis est; quod oportebat fieri.

XLV.

Datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.



Sit data figura rectilinea $AB\Gamma\Delta$, datus autem angulus rectilineus E. oportet igitur figurae rectilineae $AB\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum construere in dato angulo E.

ducatur ΔB, et triangulo $AB\Delta$ aequale construatur parallelogrammum $Z\Theta$ in angulo ΘKZ, qui ae-

τῷ] τό F. ἐπεί] del. August. 11. HBE] litt. H in ras. m. 1 B. ἀλλ' F. 12. ABM] in ras. m. 2 V. ἄρα] om. B; mg. m. 2 V. γωνίᾳ] om. p. 13. ἐστίν] om. φ. 15. τὸ ΛB ἐν γωνίᾳ τῇ] mg. m. 1 P. τῇ] bis φ. 24. τῇ δοθείσῃ] ἴσῃ Bp. 25. ἐπιζευγνύσθω FVb (in b supra scr. m. 1 ε χ). ἡ] γὰρ ἡ P. ΔB] mutat. in $B\Delta$ m. 2 V; $A\Gamma$ P, mg. γρ. καὶ ἡ ΔB. $AB\Delta$] BA supra scripto Δ F; $AB\Gamma$ P. τριγώνῳ] εὐθυ F, seq. γραμμων φ. τριγώνῳ ἴσον] m. 1 ex τρίγωνον ἴσο P.

γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε. καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΜ, ΖΛ· καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα ἴσαι τε

---

1. *γωνίᾳ*] mg. m. 1 P. *ἴση ἐστίν* P. 2. *ΗΘ*] *ΘΗ* P. *εὐθεῖαν*] corr. ex *εὐθεῖα* F. *ΛΔΓ* P. *ἴση ἐστίν* p. *ΗΘΜ*] *Η* supra F. 7. *εἰσιν ἴσαι* V. 8. *ἀλλά* PB. *δυσίν*] *δύο* F; corr. m. 2. *ἴσαι εἰσίν*] *εἰσιν ἴσαι* p; *ἴσαι εἰσί* Vb. 9. *δύο*] P, F m. 1; *δυσίν* BVbp, F m. 2. *εἰσίν*] *εἰσι* V; comp. b. 11. *ΚΘ*] *ΘΚ* P. 12. *δυσίν* BVbp. 13. *ΘΜ*] e corr. m. 2 F. 14. *ΖΗ*] *ΖΚ* φ; *ΖΛ* p; *Η* in ras. m. 2 V. *εὐθείας* P. Supra *ἐνέπεσεν* in F scr. *ἐμπέπτωκεν*. 16. *εἰσίν*] PF; *εἰσι* uulgo. 17. Post *ἄρα* ras. 1 litt. F.

qualis sit angulo E [prop. XLII]. et rectae $H\Theta$ parallelogrammum HM triangulo $\varDelta B\Gamma$ aequale adplicetur in angulo $H\Theta M$, qui aequalis sit angulo E [prop. XLIV]. et quoniam angulus E utrique ΘKZ, $H\Theta M$ aequalis est, erit etiam $\angle \Theta KZ = H\Theta M$ [κ. ἔνν. 1]. communis adiiciatur $\angle K\Theta H$. itaque $ZK\Theta + K\Theta H = K\Theta H + H\Theta M$. uerum $ZK\Theta + K\Theta H$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $K\Theta H + H\Theta M$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἔνν. 2]. itaque ad rectam quandam $H\Theta$ et punctum eius Θ duae rectae $K\Theta$, ΘM non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; in eadem igitur sunt recta $K\Theta$ et ΘM [prop. XIV]. et quoniam in parallelas KM, ZH recta incidit ΘH, anguli alterni $M\Theta H$, ΘHZ inter se aequales* sunt [prop. XXIX]. communis adiiciatur $\angle \Theta H\varDelta$. itaque $M\Theta H + \Theta H\varDelta = \Theta HZ + \Theta H\varDelta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $M\Theta H + \Theta H\varDelta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $\Theta HZ + \Theta H\varDelta$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἔνν. 1]. quare ZH, $H\varDelta$ in eadem sunt recta [prop. XIV]. et quoniam ZK rectae ΘH aequalis et parallela est [prop. XXXIV], uerum etiam ΘH rectae $M\varDelta$ [id.], etiam KZ rectae $M\varDelta$ aequalis et parallela est. et coniungunt eas rectae KM, $Z\varDelta$.

$M\Theta H$] Θ e corr. V. $\Theta H\varDelta$] e corr. F. ΘHZ] e corr. V; $\Theta H\varDelta$ P. $\Theta H\varDelta$] ΘHZ P. εἰσιν ἴσαι p. ἴσαι] ἴση φ (ἴσαι F). 18. ἀλλά PB. $M\Theta H$] litt. ΘH in ras. b. δυσίν BVbp. 19. εἰσί V, comp. b. καὶ αἱ — 20. εἰσίν] mg. m. 1 BF. ἄρα] om. Fb; mg. m. 2 V. δύο] P, δυσίν uulgo. 20. εἰσιν ἴσαι p. ἐστίν] ἐστὶν καί P. 21. ZK] KZ P. 22. ἡ ΘH] om. F; corr. ex ἡ $E\Theta$ m. 2 V. καὶ ἡ KZ ἄρα τῇ $M\varDelta$] om. b. 23. ἐστιν] ἐστι BV. 24. ἄρα] bp, et V sed punctis delet.; coni. August II p. 317; om. PBF.

δὲ ἡ ὑπὸ *ΒΑΔ*· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΔΕ*. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ *ΑΒΕ*, *ΒΕΔ* γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΔΕΒ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς *ΑΒ* εὐθείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μζ'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ *ΑΒΓ* ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ *ΒΑΓ* γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ* τετραγώνοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς *ΒΓ* τετράγωνον τὸ *ΒΔΕΓ*, ἀπὸ δὲ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ* τὰ *ΗΒ*, *ΘΓ*, καὶ διὰ τοῦ *Α* ὁποτέρᾳ τῶν *ΒΔ*, *ΓΕ* παράλληλος ἤχθω ἡ *ΑΛ*· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΔ*, *ΖΓ*. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ *ΒΑΓ*, *ΒΑΗ* γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ *ΒΑ* καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ *Α* δύο εὐθεῖαι αἱ *ΑΓ*, *ΑΗ* μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ *ΓΑ* τῇ *ΑΗ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ

XLVII. Pappus I p. 178, 11. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 384, 21.

1. καί] *insert.* m. rec. b (comp.). 5. *ἐστίν* PV; comp. b.

[prop. XXIX]. uerum $\angle BA\Delta$ rectus est. itaque etiam $\angle A\Delta E$ rectus. sed in spatiis parallelogrammis latera angulique opposita inter se aequalia sunt [prop. XXXIV]. itaque etiam uterque angulus oppositus ABE, $BE\Delta$ rectus est. rectangulum igitur est $A\Delta EB$. demonstratum autem est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est [def. 22]. et in recta AB constructum est; quod oportebat fieri.

XLVII.

In triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens $\angle BA\Gamma$. dico, esse $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$.

construatur enim in $B\Gamma$ quadratum $B\Delta E\Gamma$, in BA, $A\Gamma$ uero HB, $\Theta\Gamma$ [prop. XLVI], et per A utrique $B\Delta$, ΓE parallela ducatur $A\Lambda$ [prop. XXXI]; et ducantur $A\Delta$, $Z\Gamma$. et quoniam rectus est uterque angulus $BA\Gamma$, BAH, ad rectam quandam BA et punctum in ea situm A duae rectae $A\Gamma$, AH non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; itaque in eadem recta sunt ΓA, AH [prop. XIV]. eadem igitur de causa etiam

---

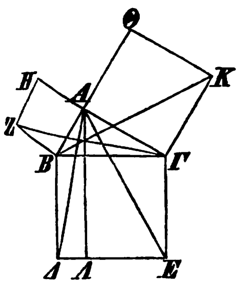
τὸ $A\Delta EB$] mg. m. 2 V; in F supra E scr. H. 7. ἐστίν] (prius) PF; ἐστί uulgo. 12. τὴν] περὶ τὴν Proclus. 13. περιεχουσῶν] om. Proclus. 15. $BA\Gamma$] corr. ex $B\Gamma A$ m. 2 F. Ante $B\Gamma$ eras. A P. 16. ἴσον] supra m. 2 (comp.) F. ἐστίν P. BA] AB F. 18. μέν] om. F. 19. $B\Gamma\Delta E$ F. HB] corr. ex BH m. 2 F. $\Theta\Gamma$] Γ in ras. est in F; seq. in V m. 2: τετράγωνα. 20. ἤχθω παράλληλος p. ΑΔ] Δ in ras. P m. 1. 23. BA] AB p. 26. τὰ αὐτά] ταῦτα Bp.

ἡ *ΒΑ* τῇ *ΑΘ* ἐστιν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΔΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΒΑ*· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ*· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* ὅλῃ τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ* ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΔΒ* τῇ *ΒΓ*, ἡ δὲ *ΖΒ* τῇ *ΒΑ*, δύο δὴ αἱ *ΔΒ*, *ΒΑ* δύο ταῖς *ΖΒ*, *ΒΓ* ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ* ἴση· βάσις ἄρα ἡ *ΑΔ* βάσει τῇ *ΖΓ* [ἐστιν] ἴση, καὶ τὸ *ΑΒΔ* τρίγωνον τῷ *ΖΒΓ* τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καί [ἐστι] τοῦ μὲν *ΑΒΔ* τριγώνου διπλάσιον τὸ *ΒΛ* παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν *ΒΔ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς *ΒΔ*, *ΑΛ*· τοῦ δὲ *ΖΒΓ* τριγώνου διπλάσιον τὸ *ΗΒ* τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν *ΖΒ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς *ΖΒ*, *ΗΓ*. [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·] ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ *ΒΛ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΗΒ* τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν *ΑΕ*, *ΒΚ* δειχθήσεται καὶ τὸ *ΓΛ* παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ *ΘΓ* τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ *ΒΔΕΓ* τετράγωνον δυσὶ τοῖς *ΗΒ*, *ΘΓ* τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν *ΒΔΕΓ* τετράγωνον ἀπὸ τῆς *ΒΓ* ἀναγραφέν, τὰ δὲ *ΗΒ*, *ΘΓ* ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ*. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΒΓ* πλευ-

---

1. *ἐπ' εὐθείας ἐστίν* V. 2. *ΔΒΓ*] *ΔΓΒ* F; corr. m. 2. 4. *ΖΒΓ*] litt. *Γ* e corr. F. *ἐστιν ἴση*] *ἴση ἐστίν* p. *ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΓ ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΒΑ*] P; om. Theon (BFVbp). 5. *δή*] P; om. Theon (BFVbp). *ΔΒ*, *ΒΑ*] in ras. m. 2 V; *ΑΒ*, *ΒΑ* F, corr. m. 2; *ΑΒ*, *ΒΔ* b. 6. *δυσί* Bbp, *δυσίν* V. *ΒΖ*, *ΒΓ* BFp, V m. 2. 7. *ΖΒΓ*] litt. *ΖΒ* e corr. p. *ἴση ἐστί* V. 8. *ἐστιν ἴση*] *ἴση* P; *ἴση ἐστίν* p. *καί*] comp. supra m. 1 b. 9. *ΑΒΔ*] *ΑΔΒ* F. *ἴσον ἐστίν* V. 10. *ἐστί*] om. P. *ΒΛ*] *ΒΔ* F, et b, corr. m. 1. 11. *αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει* p. *ἔχουσιν* P. *τὴν*] corr. ex *τῇ*

$BA, A\Theta$ in eadem recta sunt [prop. XIV]. et quoniam $\angle\, \Delta B\Gamma = ZBA$ (nam uterque rectus est), communis adiiciatur $\angle\, AB\Gamma$. itaque



$$\angle\, \Delta BA = ZB\Gamma \ [\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 2].$$

et quoniam $\Delta B = B\Gamma$,

$$ZB = BA \text{ [def. 22]},$$

duae rectae $\Delta B, BA$ duabus $ZB, B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle\, \Delta BA = ZB\Gamma$. itaque $A\Delta = Z\Gamma$, $\triangle\, AB\Delta = ZB\Gamma$ [prop. IV]. et

$$B\Lambda = 2\ AB\Delta;$$

nam eandem basim habent $B\Delta$ et in iisdem parallelis sunt $B\Delta$, $A\Lambda$ [prop. XLI]. et $HB = 2\ ZB\Gamma$; nam rursus eandem basim habent ZB et in iisdem sunt parallelis ZB, $H\Gamma$. itaque[1]) $B\Lambda = HB$. similiter ductis rectis AE, BK demonstrabimus, esse etiam $\Gamma\Lambda = \Theta\Gamma$. itaque $B\Delta E\Gamma = HB + \Theta\Gamma$ [$\varkappa$. ἐνν. 2].

et $B\Delta E\Gamma$ in $B\Gamma$ constructum est, HB, $\Theta\Gamma$ autem

---

1) Ex comm. concept. 2; nam uerba τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν lin. 16 cum $\varkappa$. ἐνν. 5 interpolata sunt; cfr. p. 91 not. 1.

---

m. 2 F. 12. εἰσι] ἐστι p. $B\Delta$, $A\Lambda$ τοῦ] mg. m. 1 P. 13. HB] BH P. τετράγωνον] comp. b; supra hoc uerbum in F scr. παραλληλόγραμμον m. rec.; item lin. 17 et 20. 14. γάρ] γὰρ αὐτῷ p. ἔχουσι] ἔχουσιν PF; ἔχει p. 15. ZB] BZ p. εἰσι] ἐστι p; om. V; εἰσιν F; comp. b. 16. ἐστίν] εἰσίν V. 17. ἐστίν P. 18. δή] m. 2 P. 19. $\Gamma\Lambda$] $A\Lambda$, ut uidetur, F; corr. m. 2; $\Lambda\Gamma$ V, corr. m. 2. 20. $B\Delta E\Gamma$] $\Delta EB\Gamma$ p. δυσίν P. 21. ἴσον ἐστίν] PF, comp. b; ἐστὶν ἴσον p; ἴσον ἐστί uulgo. καί ἐστιν P. 22. $\Delta EB\Gamma$ p. ἀναγεγράφ seq. ras. 2 litt. F, ἀναγεγραμμένον p. τά] supra F. 23. Ante HB ras. 1 litt. F. Ante BA ras. 2—3 litt. F. BA] $B\Delta$ φ (BA F).

ρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μη'.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ $ΑΒΓ$ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς $ΒΓ$ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω, ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $Α$ σημείου τῇ $ΑΓ$ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΑΔ$ καὶ κείσθω τῇ $ΒΑ$ ἴση ἡ $ΑΔ$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΔΓ$. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΔΑ$ τῇ $ΑΒ$, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΑ$ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΔΑ$, $ΑΓ$ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΔΑ$, $ΑΓ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΓ$· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα

XLVIII. Boetius p. 384, 26.

---

1. ἐστιν ἴσον F. ἐστίν P. $ΒΑ$] $ΒΔ$ φ. 3. ἐν] ἐάν F; corr. m. rec. ὀρθογώνοις p. 4. ἐπιτεινούσης V; corr.

in BA, $A\Gamma$. itaque quadratum lateris $B\Gamma$ aequale est quadratis laterum BA, $A\Gamma$.

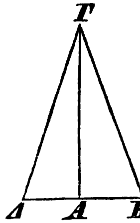
Ergo in triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis; quod erat demonstrandum.

XLVIII.

Si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est.

nam in triangulo $AB\Gamma$ sit $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$. dico, $\angle B A\Gamma$ rectum esse.

ducatur enim a puncto A ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $A\Delta$ [prop. XI], et ponatur $A\Delta = BA$, et ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = AB$, erit[1]) etiam $\Delta A^2 = AB^2$. commune adiiciatur $A\Gamma^2$. itaque



$$\Delta A^2 + A\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2 \text{ [}\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 2\text{].}$$

uerum $\Delta\Gamma^2 = \Delta A^2 + A\Gamma^2$; nam $\angle \Delta A\Gamma$ rectus est [prop. XLVII]; et $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$; hoc enim suppositum est. itaque

1) Hoc ex definitione quadrati (22) sequitur.

m. 1. 5. ἐστίν PF. γωνίαν] om. PBF. 12. ἐστιν] PFV, Proclus, comp. b; ἐστι Bp. 15. Post πλευρῶν ras. 5—6 litt. b. 19. $\Delta\Gamma$] Δ in ras. b. ἐπεί] PBVb; ἐπεὶ οὖν Fp; καὶ ἐπεί P m. rec. ἐστίν] comp. supra m. 2 F. $A\Delta$ P. 20. ἐστίν P. τό] supra m. 1 b. AB] BA p. 21. κοινή B. 23. ἐστίν P. $A\Gamma$] om. φ. 24. ἐστίν P. $\Delta\Gamma$] $\Delta\Gamma$ τετράγωνον p. 25. $\Gamma A\Delta$ P. BA] AB B. 26. ἐστίν P. ὑπόκειται φ, seq. ται m. 1.

ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ [ἐστιν] ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *ἐστίν* P. *τῷ*] *τὸ* b; corr. m. 2. 4. *δή*] absumptum ob pergam. ruptum in F. *δυσί* BVbp, F m. 2. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 5. *τῇ*] *ἡ* φ. *ἴση*] PBbp; *ἴση ἐστίν* F; *ἴση ἐστί* V, sed *ἐστί* punctis del. m. 2. *ἡ*] supra P. *ὑπό*] om. P. 6. *ἐστιν*] BFVbp; om. P. 8. *τριγώνῳ* p. 10. In *περιεχομένη* ante *χ* ras. 1 litt. b. *γωνία* om. p. In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων α'* PB; *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β̄* F.

$$\Delta\Gamma^2 = B\Gamma^2 \text{ [}\kappa.\ \check{\epsilon}\nu\nu.\ 1\text{]}.$$

quare etiam $\Delta\Gamma = B\Gamma$. et quoniam $\Delta A = AB$, et communis est $A\Gamma$, duae rectae ΔA, $A\Gamma$ duabus BA, $A\Gamma$ aequales sunt; et basis $\Delta\Gamma$ basi $B\Gamma$ aequalis est. itaque $\angle\, \Delta A\Gamma = BA\Gamma$ [prop. VIII]. sed $\angle\, \Delta A\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle\, BA\Gamma$ rectus.

Ergo si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est; quod erat demonstrandum.