|  |  |
| --- | --- |
| Ἀλλ' ὅτι μὲν ἀρχαὶ καὶ τῶν μαθημάτων αὗται προεστήκασιν, αἳ καὶ τῶν ὄντων ἁπάντων, φανερόν. ὥσπερ δὲ τὰς κοινὰς ἀρχὰς αὐτῶν τεθεωρήκαμεν καὶ διὰ πάντων διηκούσας τῶν μαθηματικῶν γενῶν, οὕτω δὴ καὶ τὰ κοινὰ αὐτῶν θεωρήματα καὶ ἁπλᾶ καὶ τῆς μιᾶς ἐπιστήμης ἔγγονα τῆς πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ ἐπεχούσης ἀναλογισώμεθα, καὶ ὅπως ἐφαρμόττει πάσαις καὶ δύναται καὶ ἐν ἀριθμοῖς καὶ ἐν μεγέθεσι καὶ ἐν κινήσεσι θεωρεῖσθαι σκοπήσωμεν. τοιαῦτα δέ ἐστι τά τε τῶν ἀναλογιῶν καὶ τὰ τῶν συνθέσεων καὶ διαιρέσεων καὶ τῶν ἀναστροφῶν καὶ ἐναλλαγῶν, ἔτι δὲ τὰ τῶν λόγων πάντων οἷον πολλαπλασίων καὶ ἐπιμορίων [καὶ] ἐπιμερῶν καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων καὶ ἁπλῶς τὰ περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον καθόλου θεωρούμενα καὶ κοινῶς, οὐ καθόσον **[8]** ἐστὶν ἐν σχήμασιν ἢ ἀριθμοῖς ἢ κινήσεσιν, ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὑτὸ τούτων ἑκάτερον φύσιν τινὰ ἔχον κοινὴν καὶ γνῶσιν ἑαυτοῦ παρεχόμενον ἁπλουστέραν. καὶ μὴν καὶ τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις κοινὰ πάντων ἐστὶ τῶν μαθημάτων καὶ ἡ ἀπὸ τῶν γνωριμωτέρων ὁδὸς ἐπὶ τὰ ζητούμενα καὶ ἡ ἐκ τούτων ἐπ' ἐκεῖνα μετάβασις, ἃς δὴ καλοῦσιν ἀναλύσεις καὶ συνθέσεις. ἥ τε ὁμοιότης καὶ ἡ ἀνομοιότης τῶν λόγων οὐδ' ὁτιοῦν τῶν μαθηματικῶν γενῶν ἀπολείπουσιν. καὶ γὰρ σχήματα τὰ μὲν ὅμοια τὰ δὲ ἀνόμοια λέγομεν καὶ ἀριθμοὺς ὡσαύτως τοὺς μὲν ὁμοίους τοὺς δὲ ἀνομοίους. καὶ ὅσα κατὰ τὰς δυνάμεις ἀναφαίνεται πᾶσιν ὁμοίως προσήκει τοῖς μαθήμασι, τῶν μὲν δυναμένων τῶν δὲ δυναστευομένων. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ Σωκράτης ταῖς μούσαις ὑψηλολογουμέναις ἀνέθηκεν, τὰ κοινὰ πάντων τῶν μαθηματικῶν λόγων ἐν πέρασιν ὡρισμένοις περιλαβὼν καὶ προστησάμενος ἐν τοῖς εἰρημένοις ἀριθμοῖς, ἀφ' ὧν δὴ καὶ τὰ μέτρα τῆς τε εὐγονίας καὶ τῆς ἐναντίας πρὸς ταύτην ἀγονίας καταφαίνεται. | Είναι φανερό λοιπόν ότι οι ίδιες αρχές που κυριαρχούν στα μαθηματικά, [κυριαρχούν] και σε όλες τις άλλες [επιστήμες]. Όπως ακριβώς εξετάσαμε τις κοινές αρχές τους και το ότι [αυτές] διέπουν όλα τα μαθηματικά γένη, έτσι λοιπόν ας μελετήσουμε τα κοινά, απλά θεωρήματά τους, τα οποία είναι τέκνα της [μαθηματικής] επιστήμης στο σύνολό της, η οποία περιλαμβάνει μαζί, ως ενιαία ενότητα, όλες τις μαθηματικές γνώσεις. Και ας εξετάσουμε πώς εφαρμόζονται σε όλες [τις επιστήμες] και πως είναι δυνατόν να μελετηθούν στις περιπτώσεις των αριθμών, των μεγεθών και των κινήσεων. Τέτοια λοιπόν είναι τα θεωρήματα για τις αναλογίες, τις συνθέσεις, τις διαιρέσεις, τις αντιστροφές και τις εναλλαγές, καθώς επίσης και για όλους τους λόγους, όπως για παράδειγμα, τους πολλαπλάσιους, τους επιμόριους, τους επιμερείς, και τους αντίστροφούς τους. [Τέτοια είναι] επίσης γενικώς [τα θεωρήματα] που αφορούν την ισότητα και την ανισότητα, όταν αυτές εξετάζονται υπό τη γενική τους έννοια· όχι όταν αυτές αφορούν σχήματα, αριθμούς ή κινήσεις, αλλά τον ίδιο τους το εαυτό, σαν να έχουν μία κοινή φύση και να προσφέρουν μια απλούστερη γνώση για τις ίδιες.Έτσι λοιπόν, το κάλλος και η τάξη είναι κοινά σε όλα τα μαθηματικά, όπως και οι μέθοδοι μετάβασης από αυτά που είναι πιο γνωστά προς τα ζητούμενα και από τα τελευταία προς τα πρώτα – τις οποίες ονομάζουν «αναλύσεις» και «συνθέσεις». Επίσης, η ομοιότητα και η ανομοιότητα των λόγων δεν λείπουν από κανένα από τα μαθηματικά γένη, διότι κάποια από τα σχήματα τα αποκαλούμε όμοια ενώ άλλα ανόμοια, και, με τον ίδιο τρόπο, από τους αριθμούς κάποιους [τους ονομάζουμε] όμοιους και άλλους ανόμοιους. Με τον ίδιο τρόπο, όσα δηλώνουν δυνάμεις, είτε τετράγωνα είτε ρίζες, συμπεριλαμβάνονται στα μαθηματικά. Αυτά είναι που στην *Πολιτεία* ο Σωκράτης βάζει τις μούσες να λένε με μεγαλοστομία, συγκεντρώνοντας τα κοινά θεωρήματα όλων των μαθηματικών λόγων μαζί, εντός πεπερασμένων ορίων, και εφαρμόζοντάς τα στους προαναφερθέντες αριθμούς, από τους οποίους προκύπτουν οι περίοδοι της ευφορίας και του αντιθέτου της, της αφορίας.  |

|  |  |
| --- | --- |
| Δεῖ δὲ ἄρα τὰ κοινὰ ταῦτα μήτε ἐν τοῖς πολλοῖς καὶ διῃρημένοις εἴδεσι πρώτως ὑφεστάναι νομίζειν, μήτε ὑστέρως καὶ ἐκ τῶν πολλῶν ἔχοντα τὴν γένεσιν, ἀλλ' ὡς πρὸ αὐτῶν ἑστῶτα καὶ ἁπλότητι καὶ ἀκριβείᾳ διαφέροντα τίθεσθαι. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ ἡ γνῶσις αὐτῶν προηγεῖται τῶν πολλῶν γνώσεων καὶ δίδωσι **[9]** τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασι καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται. λεγέτω γὰρ ὁ γεωμέτρης, ὅτι τεττάρων ὄντων μεγεθῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ δεικνύτω κατὰ τὰς οἰκείας ἀρχάς, αἷς ὁ ἀριθμητικὸς οὐκ ἄν ποτε χρήσαιτο, καὶ αὖ ὁ ἀριθμητικὸς, ὅτι τεττάρων ὄντων ἀριθμῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ τοῦτο ἀπὸ τῶν τῆς οἰκείας ἐπιστήμης ἀρχῶν. τίς οὖν ὁ καθ' ἑαυτὸν γνωρίζων τὸ ἐναλλὰξ εἴτε ἐν μεγέθεσιν εἴτε ἐν ἀριθμοῖς καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν συγκειμένων μεγεθῶν ἢ ἀριθμῶν καὶ τὴν σύνθεσιν ὡσαύτως τῶν διῃρημένων; οὐ γὰρ δή που τῶν μὲν μεριστῶν εἰσὶν ἐπιστῆμαι καὶ γνώσεις, τῶν δὲ ἀΰλων καὶ τῆς νοερᾶς θεωρίας ἐγγυτέρω τεταγμένων οὐδὲ μίαν ἔχομεν ἐπιστήμην. ἀλλὰ πολλῷ πρότερον ἡ ἐκείνων γνῶσις ἐστὶν ἐπιστήμη καὶ ἀπ' ἐκείνης αἱ πολλαὶ τοὺς κοινοὺς ὑποδέχονται λόγους καὶ μέχρι τοσούτου γνώσεων ἄνοδος ἀπὸ τῶν μερικωτέρων ἐπὶ τὰς ὁλικωτέρας, ἕως ἂν ἐπ' αὐτὴν ἀναδράμωμεν τὴν τοῦ ὄντος, ᾗ ὄν ἐστιν, ἐπιστήμην. αὕτη γὰρ οὐ τὰ καθ' αὑτὰ τοῖς ἀριθμοῖς ὑπάρχοντα σκοπεῖν ἀξιοῖ, οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς, ἀλλὰ τῶν ὄντων ἁπάντων τὴν μίαν καὶ μόνην οὐσίαν καὶ ὕπαρξιν θεωρεῖ, καὶ διὰ τοῦτο πασῶν ἐστὶ τῶν ἐπιστημῶν περιληπτικωτάτη καὶ πᾶσαι παρ' ἐκείνης λαμβάνουσι τὰς ἀρχάς. ἀεὶ γὰρ αἱ ἀνωτέρω ταῖς ὑπ' αὐτὰς παρέχουσι τὰς πρώτας τῶν ἀποδείξεων ὑποθέσεις, ἡ δὲ τελειοτάτη τῶν ἐπιστημῶν ἁπάσαις ἀφ' ἑαυτῆς ἐνδίδωσι **[10]** ταῖς μὲν ὁλικωτέρας ταῖς δὲ μερικωτέρας ἀρχάς· δι' ὃ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης παιδιὰν σπουδῇ κεραννὺς περιστεραῖς μὲν ἀπεικάζει τὰς ἐν ἡμῖν ἐπιστήμας. πέτεσθαι δὲ αὐτὰς φησὶν τὰς μὲν κατ' ἀγέλας τὰς δὲ καὶ χωρὶς ἀπὸ τῶν ἄλλων. αἱ μὲν γὰρ κοινότεραι καὶ ὁλικώτεραι πολλὰς ἐν ἑαυταῖς περιέχουσι μερικωτέρας, αἱ δὲ τῶν διῃρημένων κατ' εἴδη γνωστῶν ἐφαπτόμεναι διεστήκασιν ἀλλήλων καὶ ἀσύναπτοι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ἀπὸ διαφερουσῶν ὡρμημέναι τῶν πρώτων ἀρχῶν. μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθημάτων ἡ τὰ κοινὰ καὶ διὰ πάντων διήκοντα τῶν γενῶν γνωρίζουσα καὶ πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις χορηγοῦσα τὰς ἀρχάς. Καὶ μέχρι τοῦδε ἐν ἡμῖν ἡ περὶ αὐτῆς ἀφωρίσθω διδασκαλία. | Συνεπώς, δεν θα πρέπει να θεωρούμε ότι αυτά τα κοινά [θεωρήματα] λαμβάνουν την υπόστασή τους πρωτίστως μέσα στα πολλά και διαιρεμένα είδη, ούτε ότι δημιουργούνται από τα πολλά εκ των υστέρων. Αντιθέτως, [πρέπει να θεωρήσουμε] ότι υπάρχουν πριν από αυτά και ότι διαφέρουν ως προς την απλότητα και την ακρίβεια. Γι’ αυτό και η γνώση τους προηγείται των πολλών γνώσεων και τους δίνει **[9]** τις αρχές, ενώ οι πολλές [γνώσεις] συγκροτούνται γύρω από αυτήν και αναφέρονται σε αυτήν. Έστω, λοιπόν, ότι ένας γεωμέτρης ισχυρίζεται πως αν υπάρχουν τέσσερα ανάλογα μεγέθη, θα είναι και εναλλάξ ανάλογα.Και έστω ότι το αποδεικνύει σύμφωνα με τις αρχές της οικείας επιστήμης του – τις οποίες αυτός που ασχολείται με την αριθμητική δεν θα χρησιμοποιούσε ποτέ. Έστω τώρα ότι αυτός που ασχολείται με την αριθμητική [ισχυρίζεται] πως αν τέσσερις αριθμοί είναι ανάλογοι, θα είναι και εναλλάξ ανάλογοι, βάσει των αρχών της οικείας [επιστήμης του]. Ποιος λοιπόν είναι αυτός που γνωρίζει πραγματικά την εναλλαγή είτε των μεγεθών είτε των αριθμών, και τη διαίρεση των σύνθετων μεγεθών ή αριθμών και ομοίως τη σύνθεση των διαιρεμένων [μεγεθών ή αριθμών]; Διότι δεν υπάρχουν επιστήμες και γνώσεις για τα διαιρετά, αλλά για τα άυλα και για όσα γειτνιάζουν με τη νοητική σκέψη να μην έχουμε μία επιστήμη. Η γνώση αυτών είναι μια επιστήμη πολύ πρότερη, από την οποία οι πολλές [επιστήμες] λαμβάνουν τους κοινούς λόγους [θεωρήματα] και μέχρι αυτού του σημείου [φτάνει] η ανοδική πορεία από τις επιμέρους γνώσεις προς τις γενικότερες - μέχρι να φτάσουμε οπισθοδρομώντας στη γνώση του όντος, δηλαδή αυτού που υπάρχει πραγματικά. Διότι, αυτή δεν θεωρεί σημαντικό να εξετάζει όσα αφορούν τους ιδίους τους αριθμούς, ούτε τα κοινά[γνωρίσματα] όλων των ποσοτήτων, αλλά να μελετά τη μία και μοναδική ουσία και ύπαρξη όλων των όντων. Γι’ αυτόν τον λόγο είναι πιο περιεκτική από όλες τις άλλες επιστήμες, οι οποίες παίρνουν τις αρχές τους από αυτή. Διότι, πάντα οι ανώτερες [επιστήμες] παρέχουν στις κατώτερες τις πρώτες υποθέσεις για τις αποδείξεις τους, και η πιο τέλεια από όλες τις επιστήμες τις δίνει από μόνη της **[10]** σε όλες τις άλλες επιστήμες – σε ορισμένες [δίνει] πιο γενικές αρχές και σε άλλες πιο ειδικές. Γι’ αυτό και ο Σωκράτης στον *Θεαίτητο*, μεταξύ σοβαρού και αστείου, παρομοιάζει τις επιστήμες που έχουμε με περιστέρια. Λέει, ότι κάποια από αυτά πετούν σε σμήνος ενώ άλλα μόνα τους. Οι πιο γενικές και καθολικές [επιστήμες] περιέχουν πολλές [άλλες] επιμέρους, ενώ αυτές που άπτονται των διαιρεμένων γνωστικών ειδών διακρίνονται η μία από την άλλη και δεν συνδέονται μεταξύ τους, διότι εκκινούν από διαφορετικές πρώτες αρχές. Συνεπώς, ας θεωρήσουμε ότι υπάρχει μια μοναδική επιστήμη, ανώτερη από τις πολλές επιστήμες και τα μαθηματικά, η οποία γνωρίζει τις κοινές [αρχές] που διέπουν όλα τα γένη και δίνει σε όλες τις μαθηματικές επιστήμες τις αρχές. Και ας περιοριστεί μέχρι εδώ η συζήτησή μας γι’ αυτή. |