# Μετάφραση πρώτου προλόγου

## Κεφάλαιο 1ο : Η ενδιάμεση θέση της μαθηματικής ουσίας

**[3]** Τα μαθηματικά όντα δεν περιλαμβάνονται αναγκαστικά ούτε στο πρώτο ούτε στο τελευταίο και ελάχιστα απλό είδος όντων αλλά βρίσκονται σε ένα ενδιάμεσο στάδιο, ανάμεσα στις απλές, μη σύνθετες και αδιαίρετες υποστάσεις και σε αυτές που έχουν μέρη και χαρακτηρίζονται από κάθε λογής συνθέσεις και διαφοροποιήσεις.

Διότι, αφενός, ο αναλλοίωτος, σταθερός και αδιαμφισβήτητος χαρακτήρας των μαθηματικών λόγων καταδεικνύει την υπεροχή τους έναντι των ειδών του υλικού κόσμου. Αφετέρου, ο διεξοδικός χαρακτήρας της μαθηματικής μεθοδολογίας, το ότι πραγματεύεται αντικείμενα που έχουν διαστάσεις, καθώς και το γεγονός ότι χρησιμοποιεί διαφορετικές πρώτες αρχές για να δημιουργήσει, κάθε φορά διαφορετικά πράγματα, τα κατατάσσουν σε υποδεέστερη θέση από αυτή της αδιαίρετης φύσης που είναι πλήρως αυτόνομα θεμελιωμένη.

Για αυτόν ακριβώς τον λόγο, πιστεύω ότι και ο Πλάτωνας διέκρινε τις γνώσεις για τα όντα σε πρώτες υποστάσεις, μέσες και τελευταίες. Στις αδιαίρετες [υποστάσεις] αντιστοίχισε τη νόηση, η οποία συνολικά και **[4]** με απλότητα διαιρεί τα νοητά. Λόγω της άυλης φύσης των όντων, της καθαρότητάς και του ενιαίου τρόπου επαφής με τα όντα είναι ανώτερη από τις άλλες γνώσεις. Στις διαιρετές [υποστάσεις], οι οποίες τυγχάνει να έχουν την κατώτατη φύση, και σε όλα τα αισθητά [όντα] αντιστοίχισε την δόξα, η οποία αντιλαμβάνεται αμυδρά την αλήθεια. Στις μέσες [υποστάσεις] — τέτοιες είναι τα είδη των μαθηματικών όντων — που είναι, αφενός, κατώτερες από την αδιαίρετη φύση αλλά, αφετέρου, ανώτερες από τη διαιρετή, αντιστοίχισε τη διάνοια. Διότι αυτή έρχεται μεν δεύτερη μετά τον νου και την ύψιστη βέβαιη γνώση, είναι ωστόσο τελειότερη, ακριβέστερη και καθαρότερη από τη δόξα. Διότι εξετάζει διεξοδικά και αναδεικνύει την έλλειψη μέτρου του νου, ερμηνεύει την περιπεπλεγμένη φύση της νοητικής αντίληψης, και, στη συνέχεια, επανασυγκροτεί αυτά που είχαν διαιρεθεί και τα επιστρέφει στον νου.

Όπως ακριβώς έγινε διάκριση ανάμεσα στα είδη των γνώσεων, έτσι, λοιπόν, και τα αντικείμενα των γνώσεων διακρίνονται ανάλογα με τη φύση τους. Τα μεν νοητά αντικείμενα υπερέχουν όλων των άλλων, εξαιτίας της ενιαίας τους ύπαρξης. Τα δε αισθητά υστερούν σε όλα συγκρινόμενα με τις πρώτες ουσίες. Τα μαθηματικά τώρα – και, γενικώς, τα αντικείμενα της διάνοιας – έχουν καταταχθεί στο μέσον, διότι: Σε σχέση με τα νοητά, έχουν επιπλέον τη διαιρετότητα, ενώ, σε σχέση με τα αισθητά, είναι άυλα. Επίσης, δεν έχουν την απλότητα των νοητών αλλά έχουν περισσότερη ακρίβεια από τα αισθητά, και έτσι απεικονίζουν διαυγέστερα τη νοητή ουσία από τα αισθητά. Παραμένουν, ωστόσο, εικόνες που μιμούνται με διαιρετό τρόπο τα αδιαίρετα **[5]** καιμε πολυσχιδή τρόπο τα ενιαία υποδείγματα των όντων. Με λίγα λόγια, βρίσκονται στα πρόθυρα των πρώτων ειδών και φανερώνουν την ενωμένη, αδιαίρετη και γενεσιουργό τους ύπαρξη, χωρίς ωστόσο να ξεπερνούν τη διαίρεση και τη σύνθεση των λόγων και την υπόσταση που ταιριάζει στις εικόνες. Ούτε μπόρεσαν να ξεφύγουν από τις ποικίλες και αναλυτικές νοήσεις της ψυχής, ώστε να εναρμονιστούν με τις απλές και αποκαθαρμένες από την ύλη γνώσεις.

## Κεφάλαιο 2ο : Οι κοινές αρχές όλης της μαθηματικής ουσίας: το πέρας και το άπειρο

Εν προκειμένω, λοιπόν, ας νοηθεί η μεσότητα των μαθηματικών γενών και ειδών ως τέτοια, ότι καταλαμβάνει, δηλαδή, τον ενδιάμεσο [χώρο] μεταξύ των απολύτως αδιαίρετων όντων και των διαιρετών που υπάρχουν στην υλικό κόσμο. Εξετάζοντας τώρα τις αρχές ολόκληρης της μαθηματικής ουσίας, ανερχόμαστε στις ίδιες τις αρχές που διαπερνούν όλα τα όντα και από τις οποίες τα πάντα δημιουργούνται. Αναφέρομαι στο πέρας και στο άπειρο.

Διότι, από αυτές τις δύο [αρχές], ύψιστες μετά την απερίγραπτη και ασύλληπτη από όλους αιτιότητα του ενός, προκύπτουν όλα τα άλλα, καθώς και η μαθηματική φύση. Από αυτά δημιουργούνται τα πάντα από κοινού και ξεχωριστά. Ωστόσο, καθώς δημιουργούνται και κατατάσσονται σε σειρά, άλλα πρώτα, άλλα στη μέση και άλλα τελευταία, σύμφωνα με τα ορθά μέτρα και την πρέπουσα τάξη. Τα μεν **[6]** νοητά γένη, λόγω της απλότητας που έχουν, πρώτα μετέχουν του πέρατος και του απείρου. Αντλούν την ενότητα, την ταυτότητα, την αιωνιότητα και τη σταθερότητά τους από το πέρας, αλλά τη διαιρετότητά σε πολλά [μέρη], την παραγωγική αφθονία, τη θεϊκή διαφορετικότητα και την πρόοδο, τις αντλούν από το άπειρο. Τα μαθηματικά είναι τέκνα του πέρατος και του απείρου, αλλά όχι μόνο των πρώτων ή των νοητών και απόκρυφων αρχών αλλά και των δεύτερων αρχών που προήλθαν από εκείνες, και οι οποίες είναι αρκετές για να δημιουργήσουν, σε συνεργασία μεταξύ τους, τις μεσαίες τάξεις των όντων και την ποικιλία τους. Γι’ αυτό, ακριβώς, σε αυτές τις τάξεις υπάρχουν οι [μαθηματικοί] λόγοι, οι οποίοι τείνουν μεν στο άπειρο, αλλά περιορίζονται από την αρχή του πέρατος. Διότι και ο αριθμός ξεκινώντας από τη μονάδα, αυξάνεται ατέρμονα· ωστόσο, πάντα ο αριθμός που θα επιλέξεις είναι πεπερασμένος. Αντίστοιχα, τα μεγέθη είναι επ’ άπειρον διαιρετά, αλλά όλα τα τμήματα είναι διακριτά, και τα εν ενεργεία μέρη του όλου είναι πεπερασμένα. Αν δεν υπήρχε απειρία, όλα τα μεγέθη θα μπορούσαν να είναι σύμμετρα, και κανένα δεν θα ήταν άρρητο ή άλογο, κάτι στο οποίο φαίνεται ότι διαφέρουν τα γεωμετρικά από τα αριθμητικά όντα. Και οι αριθμοί δεν θα μπορούσαν να εμφανίσουν την παραγωγική δυνατότητα της μονάδας, ούτε θα μπορούσαν να έχουν όλους τους λόγους των όντων μέσα τους, όπως τους πολλαπλάσιους ή τους επιμόριους. Διότι κάθε υπό εξέταση αριθμός έχει διαφορετικό λόγο προς τη μονάδα από ότι [έχει] προς τον προηγούμενό του [αριθμό]. **[7]**

Αν ωστόσο έπαυε να υπάρχει το πέρας, τότε η συμμετρία και οι ομοιότητες των λόγων, η ταυτότητα και η ισότητα των ειδών και όσα βρίσκονται στην καλύτερη «συστοιχία» δεν θα μπορούσαν να εμφανιστούν στα μαθηματικά, ούτε θα μπορούσαν να υπάρχουν οι επιστήμες που τα θεραπεύουν και οι μόνιμες και ακριβείς νοητικές συλλήψεις. Πρέπει, συνεπώς, και οι δύο αρχές [να υπάρχουν] στα μαθηματικά, όπως και στα άλλα γένη των όντων. Γίνεται, λοιπόν, αμέσως φανερό ότι τα τελευταία [όντα], αυτά που βρίσκονται στον υλικό κόσμο και διαπλάθονται από τη φύση, μετέχουν και των δύο αρχών, και του πέρατος, λόγω της υποκείμενης θέσης τους, του απείρου, εξαιτίας των λόγων και το σχημάτων και των μορφών τους.

## Κεφάλαιο 3ο : Τα κοινά θεωρήματα που διέπουν τα μαθηματικά είδη

Είναι φανερό λοιπόν ότι οι αρχές που προηγούνται των μαθηματικών είναι οι ίδιες με αυτές που [προηγούνται] όλων των άλλων. Όπως ακριβώς εξετάσαμε τις κοινές αρχές τους και το ότι [αυτές] διέπουν όλα τα μαθηματικά γένη, έτσι λοιπόν ας εξετάσουμε τα κοινά, απλά θεωρήματά τους, τα οποία είναι τέκνα της μίας ολόκληρης επιστήμης, η οποία περιλαμβάνει μαζί, ως ενιαία ενότητα, και τις μαθηματικές γνώσεις. Και ας εξετάσουμε πώς εφαρμόζονται σε όλες [τις επιστήμες] και πως είναι δυνατόν να μελετηθούν στους αριθμούς, στα μεγέθη και στις κινήσεις. Τέτοια λοιπόν είναι τα θεωρήματα για τις αναλογίες, τις συνθέσεις, τις διαιρέσεις, τις αναστροφές και τις εναλλαγές, και επίσης για όλους τους λόγους, όπως, για παράδειγμα, τους πολλαπλάσιους, τους επιμόριους και τους επιμερείς αλλά και τους αντίστροφούς τους, και, γενικώς, [τα θεωρήματα] για την καθολική και γενική ισότητα και ανισότητα, μόνο όταν καθεμία από αυτές έχουν κάποια κοινή φύση και παρέχουν απλούστερη γνώση για τον εαυτό τους και όχι όταν αφορούν **[8]** σχήματα, αριθμούς ή κινήσεις.

Έτσι λοιπόν, το κάλλος και η τάξη είναι κοινά σε όλα τα μαθηματικά, όπως και οι μέθοδοι μετάβασης από αυτά που είναι πιο γνωστά προς τα ζητούμενα και από τα τελευταία προς τα πρώτα – τις οποίες ονομάζουν «αναλύσεις» και «συνθέσεις». Επίσης, και η ομοιότητα και η ανομοιότητα των λόγων δεν λείπουν από τα μαθηματικά γένη, διότι από τα σχήματα, κάποια τα ονομάζουμε όμοια ενώ άλλα ανόμοια, και, ομοίως, από τους αριθμούς κάποιους [τους ονομάζουμε] όμοιους και άλλους ανόμοιους. Με τον ίδιο τρόπο, όσα δηλώνουν δυνάμεις, είτε τετράγωνα είτε ρίζες, συμπεριλαμβάνονται στα μαθηματικά. Αυτά είναι που στην *Πολιτεία* ο Σωκράτης βάζει τις μούσες να λένε με μεγαλοστομία, συμπεριλαμβάνοντας εντός συγκεκριμένων ορίων τα κοινά [θεωρήματα] όλων των μαθηματικών λόγων και παρουσιάζοντάς τα με τους προαναφερθέντες αριθμούς, οι οποίοι αποκαλύπτουν τις περιόδους της ευφορίας και του αντιθέτου της, της αφορίας.

## Κεφάλαιο 4ο : Με ποιο τρόπο αυτά τα κοινά θεωρήματα έλαβαν υπόσταση και με ποια γνώση συλλαμβάνονται

Συνεπώς, δεν θα πρέπει να θεωρούμε ότι αυτά τα κοινά [θεωρήματα] λαμβάνουν την υπόστασή τους πρωτίστως μέσα στα πολλά και διαιρεμένα είδη, ούτε ότι δημιουργούνται εκ των υστέρων από τα πολλά, αλλά ότι υπάρχουν πριν από αυτά [τα διαιρεμένα είδη] και ότι διαφέρουν ως προς την απλότητα και την ακρίβεια. Γι’ αυτό και η γνώση τους προηγείται των γνώσεων των πολλών, τους δίνει **[9]** εκείνες τις αρχές και οι πολλές [γνώσεις] υπάρχουν γύρω από αυτήν και ανάγονται σε αυτήν. Έστω, λοιπόν, ότι ο γεωμέτρης ισχυρίζεται πως αν υπάρχουν τέσσερα μεγέθη ανάλογα [μεταξύ τους], θα είναι και εναλλάξ [ανάλογα μεταξύ τους]. Και έστω ότι το αποδεικνύει σύμφωνα με τις αρχές της οικείας [επιστήμης του] – τις οποίες αυτός που ασχολείται με την αριθμητική δεν θα χρησιμοποιούσε ποτέ. Έστω τώρα ότι αυτός που ασχολείται με την αριθμητική [λέει] πως αν τέσσερις αριθμοί είναι ανάλογοι [μεταξύ τους], θα είναι και εναλλάξ [ανάλογοι μεταξύ τους], και αυτό βάσει των αρχών της οικείας [επιστήμης του]. Ποιος λοιπόν [από τους δύο] γνωρίζει από μόνος του την εναλλαγή στα μεγέθη ή στους αριθμούς και τη διαίρεση των σύνθετων μεγεθών ή αριθμών και ομοίως τη σύνθεση των μερών τους; Διότι δεν μπορεί να υπάρχουν επιστήμες και γνώσεις για τα διαιρετά, αλλά για τα άυλα και για όσα γειτνιάζουν με τη νοητική σκέψη να μην έχουμε καμία επιστήμη. Η γνώση αυτών είναι πολύ πρότερη επιστήμη, και από αυτήν λαμβάνουν οι διάφορες [επιστήμες] τους κοινούς λόγους. Και η άνοδος από τις επιμέρους γνώσεις προς τις καθολικές γίνεται αναδρομικά, μέχρι να φτάσουμε στην επιστήμη του όντος ως ον. Διότι αυτή δεν θεωρεί σημαντικό να εξετάζει όσα αφορούν στους αριθμούς, ούτε τα κοινά [χαρακτηριστικά] όλων των μεγεθών, αλλά μελετά τη μία και μοναδική ουσία όλων των όντων, και γι’ αυτόν τον λόγο είναι πιο περιεκτική από όλες τις άλλες επιστήμες, οι οποίες παίρνουν τις αρχές τους από αυτή.

Επίσης, πάντα οι ανώτερες [επιστήμες] παρέχουν τις πρώτες υποθέσεις για τις αποδείξεις στις κατώτερες [επιστήμες], και η πιο τέλεια από όλες τις επιστήμες δίνει από μόνη της **[10]** σε όλες τις άλλες επιστήμες – σε ορισμένες πιο γενικές και σε άλλες πιο ειδικές. Γι’ αυτό και ο Σωκράτης στον *Θεαίτητο*, συγκαιράζοντας το παιχνίδι με τη σοβαρότητα παρομοιάζει τις επιστήμες που έχουμε μέσα μας με περιστέρια. Λέει, ότι κάποια από αυτά πετούν σε σμήνος ενώ άλλα χωριστά. Οι πιο γενικές και καθολικές [αρχές] περιέχουν πολλές [άλλες] επιμέρους, ενώ αυτές που άπτονται των διαιρεμένων γνωστικών ειδών διακρίνονται η μία από την άλλη και δεν συνδέονται μεταξύ τους, διότι εκκινούν από διαφορετικές πρώτες αρχές. Συνεπώς, ας θεωρήσουμε ότι υπάρχει μια μοναδική επιστήμη, ανώτερη από πολλές επιστήμες και διδασκαλίες, η οποία γνωρίζει τις κοινές [αρχές] που διέπουν όλα τα γένη και δίνει σε όλες τις μαθηματικές επιστήμες τις αρχές. Και ας περιοριστεί μέχρι εδώ η συζήτησή μας γι’ αυτή.

## Κεφάλαιο 5ο : Ποια είναι τα κριτήρια των μαθηματικών

Στη συνέχεια, ας εξετάσουμε ποιο θα μπορούσε να είναι το κριτήριο των μαθηματικών και ας ακολουθήσουμε, την παράδοση του ερωτήματος αυτού με οδηγό τον Πλάτωνα, ο οποίος στην *Πολιτεία* διακρίνει τα αντικείμενα της γνώσης από τις γνώσεις και αντιστοιχίζει τις γνώσεις με τα αντικείμενα της γνώσης. Κάποια λοιπόν από τα όντα τα όρισε «νοητά» και κάποια «αισθητά». Επίσης, από τα νοητά, [κάποια τα όρισε] πάλι ως «νοητά» και άλλα «διανοητά», ενώ από τα αισθητά κάποια ως «αισθητά» και άλλα «απεικονίσεις». Στα νοητά, τα οποία είναι τα πρώτα από τα τέσσερα είδη, απέδωσε τη νόηση, στα διανοητά την διάνοια, στα αισθητά την πίστη και στις εικόνες την εικασία. Και αποδεικνύει ότι ο λόγος της εικασίας προς την αίσθηση είναι **[11]** όπως τον λόγο της διάνοιας προς τη νόηση. Διότι η εικασία γνωρίζει τα είδωλα των αισθητών που εμφανίζονται μέσα στα νερά και στα άλλα κάτοπτρα έχοντας την τελευταία θέση ανάμεσα στα είδη, αφού στην πραγματικότητα είναι είδωλα ειδώλων. Και η διάνοια εξετάζει τις εικόνες των νοητών, οι οποίες από τα πρώτα, τα απλά και τα αδιαίρετα είδη, κατήλθαν στην πολλαπλότητα και στη διαίρεση. Γι’ αυτό και η γνώση της εξαρτάται από άλλες ανώτερες υποθέσεις, ενώ η νόηση ανάγεται στην άνευ υποθέσεως αρχή.

Αν, λοιπόν, τα μαθηματικά [όντα] έτυχε να μην έχουν λάβει την αδιαίρετη και απαλλαγμένη από κάθε [έννοια] διαίρεσης και ποικιλίας υπόσταση, αλλά ούτε και [την υπόσταση] που αναγνωρίζεται από την αίσθηση και [είναι] ευμετάβλητη και απολύτως διαιρετή, είναι φανερό στον καθένα ότι, ως προς την ουσία τους, είναι διανοητά, και, ως κριτήριό τους, τίθεται η διάνοια, όπως είναι η αίσθηση για τα αισθητά και η εικασία για τα απεικάσματα. Εξαιτίας αυτού ο Σωκράτης χαρακτηρίζει τη γνώση [των μαθηματικών] πιο ασαφή από την ύψιστη επιστήμη, πιο καθαρή όμως από την δοξαστική αντίληψη. Διότι, πλεονάζει της νόησης ως προς την ερμητευτικότητα και την διεξοδικότητα, αλλά υπερέχει της δόξας ως προς την σταθερότητα των λόγων και τον ανέλεγκτο [χαρακτήρας της]. Και ενώ συμβαίνει να είναι κατώτερη της ύψιστης επιστήμης επειδή εκκινεί από υποθέσεις, η ενασχόληση της με τα άυλα είδη την καθιστά τελειότερη από την γνώση των αισθητών. Έτσι, λοιπόν, ορίζουμε το κριτήριο όλων των μαθηματικών, ακολουθώντας τη σκέψη του [Πλάτωνα], **[12]**  ως διάνοια, η οποία βρίσκεται σε υψηλότερη θέση από τη δόξα, υπολείπεται όμως της νόησης.

## Κεφάλαιο 6ο : Ποια είναι η ουσία των μαθηματικών ειδών και μορφών και με ποιον τρόπο υφίστανται

Ακολουθεί τώρα να δούμε ποια ουσία πρέπει να αποδίδουμε στα μαθηματικά είδη και γένη. Πρέπει να αποδεχτούμε ότι λαμβάνουν την υπόστασή τους με αφαίρεση από τα αισθητά, όπως είθισται να λέγεται, ή με συνάθροιση των επιμέρους σε έναν κοινό παρονομαστή, ή ότι η υπόστασή τους αναγκαστικά δίδεται πριν από αυτά, όπως αξιώνει ο Πλάτωνας και αποδεικνύει η πρόοδος των πάντων. Πρώτον, λοιπόν, αν πούμε ότι τα μαθηματικά είδη έλαβαν την υπόστασή τους από τα αισθητά – ότι, δηλαδή η ψυχή διαμορφώνει μέσα της, σε δεύτερο χρόνο, τα υλικά τρίγωνα και κύκλους που ανήκουν στο κυκλικό είδος ή το τριγωνικό είδος – από πού προκύπτει η ακρίβεια και το αδιάψευστο των μαθηματικών λόγων; Διότι, αναγκαστικά, [πρέπει να προέρχονται] είτε από τα αισθητά είτε από την ψυχή. Ωστόσο, είναι αδύνατον [να προέρχονται] από τα αισθητά, διότι ένα μεγάλο τους μέρος θα καταλαμβανόταν από ακρίβεια. Άρα, [προέρχονται] από την ψυχή, η οποία προσθέτει την τελειότητα στα ατελή και την ακρίβεια στα μη-ακριβή. Επίσης, που υπάρχει στα αισθητά κάτι χωρίς μέρη, πλάτος ή βάθος; Πού [υπάρχει] η ισότητα των ακτίνων ενός κύκλου, οι πάντα σταθεροί λόγοι των πλευρών ή οι ορθότητες των γωνιών; Δεν βλέπουμε ότι όλα τα αισθητά έχουν αναμειχθεί μεταξύ τους και ότι σε αυτά δεν βρίσκουμε τίποτα καθαρό ή το αντίθετό του, αλλά όλα [είναι] διαιρετά, έχουν έκταση και κινούνται; Πώς λοιπόν θα αποδώσουμε την ίδια μόνιμη ουσία των κινούμενων και ευμετάβλητων **[13]** στα ακίνητα; Διότι, είναι κοινώς αποδεκτό ότι κάθε τι που λαμβάνει την υπόστασή του από μεταβλητές ουσίες, η υπόστασή του είναι επίσης μεταβλητή. Πώς, επίσης, θα προσθέσουμε στα ακριβή και αδιάψευστα είδη την ακρίβεια από τα μη ακριβή; Διότι κάθε αίτιο της αμετάβλητης γνώσης είναι, το ίδιο, ακόμη πιο αμετάβλητο. Άρα, πρέπει να θεωρήσουμε τη ψυχή ως μητέρα των μαθηματικών ειδών και ιδεών και λόγων. Και αν λέγαμε ότι τα μαθηματικά δημιουργούνται από τη ψυχή, από τα υποδείγματα που βρίσκονται στην ουσία της, και ότι αυτά τα δημιουργήματα είναι προβολές των ειδών που προϋπάρχουν μέσα της, τότε τα λεγόμενά μας θα συμφωνούσαν με τον Πλάτωνα και θα είχαμε βρει την αληθινή ουσία των μαθηματικών. Αν, ωστόσο, υφαίνει ένα τόσο μεγάλο άυλο κοσμικό χώρο και γεννά μια τέτοια γνώση, χωρίς να γνωρίζει ή να έχει νωρίτερα γνωρίσει αυτές τις ιδέες, πώς είναι δυνατόν να διακρίνει αν τα δημιουργήματα τυχαίνει να είναι γόνιμα ή άγονα, είδωλα ή αληθινά; Και ποιους κανόνες θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει για να μετρήσει την αλήθεια σε αυτά; Και επίσης, πώς δημιουργεί τόσο μεγάλη ποικιλία ιδεών, χωρίς να κατέχει την ουσία τους; Διότι, έτσι θα θεωρούσαμε ότι η υπόστασή τους είναι αυθόρμητη, χωρίς αναφορά σε κάποιο κανόνα. Συνεπώς, αν τα μαθηματικά είδη είναι δημιουργήματα της ψυχής και όσα λαμβάνουν την υπόστασή τους από την ψυχή δεν προέρχονται από τα αισθητά, τότε τα μαθηματικά είδη είναι προβολές των αισθητών και οι ωδίνες της (ψυχής) και οι τοκετοί είναι αποκαλύψεις των σταθερών και αιώνιων ειδών.

Δεύτερον, αν συγκεντρώνουμε **[14]** τις μαθηματικές ιδέες από το χαμηλότερο επίπεδο και από τα αισθητά, δεν θα έπρεπε να λέμε ότι οι αποδείξεις που βασίζονται στα αισθητά είναι καλύτερες, ενώ αυτές [που βασίζονται] στα γενικότερα και απλούστερα είδη δεν είναι; Διότι, λέμε, ότι πάντα τα αίτια είναι συγγενή με τις αποδείξεις [που μετερχόμαστε] κατά την αναζήτηση του ζητούμενου. Αν λοιπόν τα μερικά είναι αίτια των γενικών και τα αισθητά των νοητών, ποια είναι η μέθοδος για να ανάγουμε την έννοια της απόδειξης προς τα γενικά και όχι προς τα διαιρετά, και να αποκαλύψουμε ότι η ουσία των νοητών είναι πιο συγγενής με τις αποδείξεις και όχι με τα αισθητά; Διότι, λένε ότι, αυτός που θα αποδείξει ότι το ισοσκελές [τρίγωνο] έχει τις γωνίες του ίσες με δύο ορθές και ότι το ίδιο [συμβαίνει] και με το ισόπλευρο και το σκαληνό, δεν κατέχει την ορθή γνώση. Αντίθετα, αυτός που απέδειξε ότι [αυτό συμβαίνει] γενικώς σε κάθε τρίγωνο, κατέχει αυτή καθ’ αυτή τη βέβαιη γνώση. Ομοίως, [λένε] ότι στην απόδειξη το γενικό είναι καλύτερο από το μερικό και, ακολούθως, ότι οι αποδείξεις που ξεκινούν από τα γενικά είναι καλύτερες από τις αποδείξεις που ξεκινούν από τα επιμέρους, διότι [τα γενικά] προηγούνται χρονικά και υπερέχουν ως προς τη φύση τους από τα επιμέρους, και είναι τα αίτια όσων αποδεικνύονται. Άρα, απέχει πολύ οι αποδεικτικές επιστήμες από το να μελετούν περισσότερο τα υστερόχρονα και τα αμυδρότερα αισθητά, και όχι τα αντιληπτά μέσω της διάνοιας και τα τελειότερα όσων κατανοούνται με την αίσθηση και τη δόξα.

Και, τρίτον, λέμε ότι όσοι ισχυρίζονται αυτά καθιστούν την ψυχή χαμηλότερης αξίας από την ύλη. Διότι, αν από τη μια η ύλη λαμβάνει τα ουσιώδη, τα πιο πραγματικά και τα πιο διαυγή από τη φύση, και, από την άλλη, η ψυχή **[15]** διαπλάθει μέσα της υποδεέστερα [πράγματα] από εκείνα και είδωλα και υστερογενείς εικόνες, χαμηλότερης αξίας ως προς την ουσία τους – αφού [η ψυχή] αφαιρεί από την ύλη όσα εκ φύσεως είναι αχώριστα – γιατί δε παρουσιάζουν την ψυχή ως αδρανέστερη και υποδεέστερη από την ύλη; Διότι, ο τόπος των υλικών μορφών είναι η ύλη και των ειδών η ψυχή· η μία των πρώτων [ειδών], ενώ η άλλη των δεύτερων· η μία, όσων προϋπάρχουν, ενώ η άλλη όσων λαμβάνουν την υπόσταση τους από εκεί· η μία, όσων υπάρχουν πραγματικά, ενώ η άλλη, όσων επινοούνται. Πώς, λοιπόν, η [ψυχή], η οποία μετέχει πρωτίστως του Νου και της νοητικής ουσίας, από όπου ολόκληρη γεμίζει με γνώση και ζωή, είναι το δοχείο των πιο αμυδρών ειδών, των κατώτερων όντων και των πιο ατελών; Αλλά είναι περιττό να προσεγγίσουμε αυτή την άποψη, για την οποία πολλοί και πολλές φορές έχουν δώσει εξηγήσεις.

Αν από την άλλη, τα μαθηματικά είδη δεν δημιουργούνται δια αφαιρέσεως των υλικών [ειδών], ούτε δια αθροίσεως των κοινών [στοιχείων] που υπάρχουν στα επιμέρους [είδη] και δεν δημιουργήθηκαν αργότερα από τα αισθητά, τότε η ψυχή θα πρέπει να τα λαμβάνει είτε από τον εαυτό της, είτε από τον Νου, είτε από τον εαυτό της και από το Νου. Αν όμως [τα λαμβάνει] μόνο από τον εαυτό της, τότε πώς αυτά [είναι] εικόνες των νοητικών ειδών; Επίσης, πώς [είναι δυνατόν] να μην γεμίζουν την ύπαρξή τους από τα πρώτα [είδη], αφού [βρίσκονται] μεταξύ της διαιρετής και αδιαίρετης φύσης; Πώς τέθηκαν εξ αρχής ως πρωτεύοντα παραδείγματα για όλα όσα βρίσκονται στο Νου; Αν τώρα [τα λαμβάνει] μόνο από εκείνον [τον νου], πώς είναι δυνατόν να διατηρείται η ιδιότητα της αυτενέργειας και της αυτοκίνησης της ψυχής,  **[16]** αφού οι εσωτερικοί της λόγοι μπήκαν μέσα της από αλλού, σαν να είχαν την υπόσταση ετεροκίνητων; Και σε τι διαφέρει από την ύλη, η οποία είναι μόνο δυνατότητα των πάντων και δεν δημιουργεί κανένα από τα υλικά ειδή; [Αυτό που] απομένει, τέλος, [είναι] να τα δημιουργεί από τον εαυτό της και από το νου, και η ίδια να συνιστά το σύνολο των ειδών, τα οποία λαμβάνουν την υπόστασή τους από τα νοητικά παραδείγματα και [τα οποία] επιτυγχάνουν την πρόοδό τους προς την ύπαρξη με αυτενέργεια. Συνεπώς, η ψυχή δεν είναι ένας άδειος πίνακας από λόγους, αλλά [ήταν] πάντα γραμμένος, στον οποίο γράφει ο ίδιος και ο νους. Διότι, και η ψυχή είναι νους, ο οποίος αναπτύσσεται σύμφωνα με τον ανώτερο νου και γίνεται εικόνα και μορφή του. Αν λοιπόν εκείνος [ο νους] είναι τα πάντα σε νοητικό επίπεδο, τότε και η ψυχή είναι τα πάντα σε ψυχικό επίπεδο· και αν εκείνος είναι [τα πάντα] με τρόπο παραδειγματικό, τότε και η ψυχή είναι με τρόπο εικονικό· και αν [ο νους είναι τα πάντα] δια της συγκέντρωσης, η ψυχή είναι δια της διαιρέσεως.

Ο Πλάτωνας, γνωρίζοντας το, έδωσε στην ψυχή υπόσταση από όλα τα μαθηματικά είδη και τη διαιρεί με βάση τους αριθμούς και [τη] συνδέει με τις αναλογίες και τους αρμονικούς λόγους,και τοποθετεί μέσα της τις πρωταρχικές αρχές των σχημάτων, την ευθύτητα και την κυκλικότητα, και κινεί νοητά τους κύκλους [που βρίσκονται] μέσα της. Συνεπώς, όλα τα μαθηματικά [είδη] βρίσκονται εξ αρχής μέσα στην ψυχή, και πριν από τους αριθμούς, [υπάρχουν] οι αυτοκίνητοι [αριθμοί] και πριν τα ορατά σχήματα, τα ζωτικά, και πριν τους όρους των αρμονικών [αναλογιών], οι αρμονικοί λόγοι, και πριν τα κυκλικώς κινούμενα σώματα, οι αόρατοι κύκλοι· η ψυχή είναι το σύνολό όλων αυτών. **[17]** Και αυτό είναι ένα άλλο, [δεύτερο] κοσμικό επίπεδο που παράγει τον εαυτό του και παράγεται από την εγγενή αρχή, και γεμίζει τον εαυτό του ζωή και γεμίζεται από τον δημιουργό κατά τρόπο ασώματο και άτοπο· και όταν προβάλλει τους λόγους του τότε αποκαλύπτει όλες τις επιστήμες και τις αρετές. Με αυτά λοιπόν τα είδη η ψυχή αποκτά την ουσία της· και εντός της, ο αριθμός δεν πρέπει να θεωρείται ένα πλήθος μονάδων, ούτε η ιδέα όσων έχουν διαστάσεις να κατανοείται ως κάτι σωματικό, αλλά πρέπει να θεωρήσουμε ότι όλα τα υποδείγματα των ορατών αριθμών, των σχημάτων, των λόγων και των κινήσεων υπάρχουν κατά τρόπο νοητό και ζωτικό – όπως [αναφέρεται] στον *Τίμαιο*, ότι κατά τη γέννησης και τη δημιουργία την γέμισε με τα μαθηματικά είδη και εγκατέστησε μέσα της κάθε αιτία.

Διότι οι «επτά όροι» περιλαμβάνουν τις αρχές όλων των αριθμών, είτε γραμμικών είτε επίπεδων είτε στερεών, ενώ οι «επτά λόγοι» προϋπάρχουν σε αυτήν ως αιτίες όλων των λόγων. Και οι αρχές των σχημάτων τοποθετήθηκαν κατά τρόπο δημιουργικό μέσα της και η πρώτη κίνηση, η οποία περιλαμβάνει και κινεί όλες τις άλλες, έλαβε την υπόστασή της μαζί με αυτή [την ψυχή], καθώς αρχή όλων των κινούμενων είναι ο κύκλος και η κυκλική κίνηση. Συνεπώς, οι λόγοι των μαθηματικών είναι ουσιώδεις και αυτοκινούμενοι και γεμίζουν την ψυχή. Η διάνοια δίνει υπόσταση σε κάθε είδος μαθηματικών επιστημών προβάλλοντας και εξελίσσοντας αυτούς [τους λόγους] και ποτέ δεν θα σταματήσει, θα δημιουργεί για πάντα και συνεχώς θα ανακαλύπτει άλλα, **[18]** αναπτύσσοντας τους αδιαίρετους λόγους της. Διότι όλα αυτά τα έλαβε ως αρχές της και με την άπειρη δύναμή της προβάλλει κάθε λογής θεωρήματα βάσει των αρχών που ήδη έχει λάβει.

## Κεφάλαιο 7ο : Η λειτουργία και οι μέθοδοι των μαθηματικών και ο σκοπός τους

Μετά τη [συζήτηση για την] ουσία των μαθηματικών ειδών, ας επιστρέψουμε στην ενιαία επιστήμη τους, για την οποία δείξαμε ότι προηγείται των άλλων, και ας εξετάσουμε ποιο είναι το έργο της και οι δυνάμεις [της], και ποια είναι η έκταση του αντικειμένου [της].

Πρέπει, λοιπόν, να θεωρήσουμε ότι το έργο όλης της μαθηματικής επιστήμης είναι διανοητικό, όπως είπαμε νωρίτερα. Δεν είναι σαν [το έργο] της νόησης που είναι σταθερό στον εαυτό του, τέλειο, αυτάρκες από μόνο του, και συμπίπτει με τον εαυτό του· ούτε σαν [το έργο] της δόξας και της αίσθησης, διότι αυτές οι γνώσεις στηρίζονται στα εξωτερικά [πράγματα] και το έργο τους σχετίζεται με αυτά και δεν κατέχουν τις αιτίες των γνωστικών [τους] αντικειμένων. Αντίθετα, η μαθηματική επιστήμη ξεκινώντας έξω από τον κόσμο, δια της ανάμνησης καταλήγει στις ιδέες που βρίσκονται μέσα της, διεγείρεται από τα κατώτερα είδη και καταλήγει στην ουσία των ανώτερων ειδών. Και η ενέργειά της δεν είναι ακίνητη, όπως ακριβώς [είναι] της νοητικής, αλλά αναπτύσσεται μέσω της κίνησης, που δεν μεταβάλλεται χωρικά ή ποιοτικά – όπως [συμβαίνει με τις] αισθήσεις – αλλά της ζωτικής. Και διέρχεται απ' άκρου εις άκρον το κοσμικό επίπεδο των άυλων λόγων, άλλοτε προχωρώντας από τις αρχές προς τα συμπεράσματα και άλλοτε ακολουθώντας αντίστροφο δρόμο, άλλοτε πάλι [ξεκινώντας] από τα εκ των προτέρων γνωστά προς τα ζητούμενα και άλλοτε από τα ζητούμενα προς τα εκ των προτέρων γνωστά. **[19]** Επιπλέον, δεν είναι σαν το Νου, ανώτερη από κάθε αναζήτηση, επειδή είναι γεμάτη από τον εαυτό της, ούτε ολοκληρώνεται από άλλα, όπως η αίσθηση, αλλά μέσω της έρευνας προχωρά προς την εύρεση και από το ατελές επανέρχεται στην τελειότητα.

Πράγματι έχει δύο ειδών δυνάμεις, αυτές που οδηγούν τις αρχές στον πλουραλισμό και γεννούν τα πολυσχιδή μονοπάτια της θεωρίας, και αυτές που ενοποιούν τις πολλές μεθόδους στις κατάλληλες υποθέσεις. Και επειδή έχει ως αρχές της το ένα και τα πολλά, το πέρας και το άπειρο, και επειδή τα αντικείμενα που υπόκεινται σε αυτή βρίσκονται μεταξύ των διαιρεμένων και των με κάθε τρόπο διαιρετών ειδών, ορθώς πιστεύω ότι οι γνωστικές δυνάμεις ολόκληρης της επιστήμη φαίνεται να είναι δύο ειδών· κάποιες επιταχύνουν προς την ένωση και συμπτύσσουν το πλήθος, ενώ άλλες διακρίνουν τα απλά στα ποικίλα, τα γενικότερα στα ειδικότερα και τους λόγους που έχουν καταταχθεί [στο επίπεδο] των αρχών σε λόγους κατώτερου επιπέδου, που [απέχουν] πολύ από τις αρχές. Διότι, ξεκινώντας από πάνω, εκτείνεται μέχρι τα άκρα των αισθητών και συνδέεται με τη φύση, και μαζί με τη φυσική επιστήμη αποδεικνύει πολλά. Με τον ίδιο τρόπο, ανερχόμενη από κάτω, προσεγγίζει κατά κάποιο τρόπο τη νοητική γνώση και ακουμπά τη εξέταση των πρώτων [αρχών]. Γι’ αυτό λοιπόν και στα άκρα όριά της προβάλλει ολόκληρη τη μηχανική, την οπτική και την κατοπτρική επιστήμη και πολλές άλλες που εμπλέκονται με τις αισθήσεις και ενεργούν μέσω αυτών. **[20]** Στην πορεία της προς τα πάνω συμμετέχει στις αδιαίρετες και άυλες νοήσεις, ολοκληρώνει μαζί με εκείνες τις επιμέρους μεθόδους και τις γνώσεις που προκύπτουν από συλλογισμούς, κάνοντας τα γένη και τα είδη της να μοιάζουν με εκείνα της ουσίας. Και με τους δικούς της συλλογισμούς αποκαλύπτει την αλήθεια για τους θεούς και τη μελέτη για τα όντα. Αυτά ας ειπωθούν και γι’ αυτά [τα θέματα].

## Κεφάλαιο 8ο : Η χρησιμότητα της μαθηματικής επιστήμης

Αμέσως τώρα ας δούμε το εύρος της επιστήμης αυτής, [που εκτείνεται] από τις πιο υψηλές γνώσεις έως τις πλέον ταπεινές. Ο *Τίμαιος*, λοιπόν, τη γνώση των μαθηματικών την αποκαλεί παιδευτική οδό, καθώς έχει την ίδια σχέση με την καθολική επιστήμη και την πρώτη φιλοσοφία, όπως η παιδεία με την αρετή. Η μία [η μαθηματική επιστήμη] προετοιμάζει τη ψυχή μέσω των αμετάβλητων συνηθειών προς την τέλεια ζωή, ενώ η άλλη [η παιδεία] προετοιμάζει τη σκέψη μας και τα μάτια της ψυχής μας για να στραφούν [προς το αγαθό]. Γι’ αυτό και ο Σωκράτης στην *Πολιτεία* ορθώς είπε, ότι όταν τα μάτια της ψυχής έχουν τυφλωθεί και καταστραφεί από τις άλλες ενασχολήσεις, μόνο με τα μαθηματικά θα βρουν ξανά τη δύναμή τους και θα ανυψωθούν πάλι προς τη θέαση του «όντος» και θα μεταστραφούν από τα απεικάσματα στα αληθή και από το σκότος στο φως της νόησης, και γενικώς θα αναταθούν από τα γενεσιουργά δεσμά και τις αλυσίδες της ύλης προς την άυλη και αδιαίρετη ουσία. Διότι, η ομορφιά και η τάξη των μαθηματικών λόγων **[21]** και η μονιμότητα και η σταθερότητα της θεωρίας τους μας φέρνει σε επαφή με τα νοητά και μας εισάγει απολύτως στα αιώνια, τα οποία διακρίνονται πάντα για τη θεϊκή τους ομορφιά και διασφαλίζουν πάντα την τάξη μεταξύ τους. Και ο Σωκράτης, στον *Φαίδρο*, μας παρουσιάζει τρεις [τύπους ανθρώπων] που προχωρούν προς τα πάνω, και που ολοκλήρωσαν την πρώτη τους ζωή, σύμφωνα με τον *Φαίδρο*: ο φιλόσοφος, ο εραστής και ο μουσικός. Ωστόσο, ο μεν εραστής εκκινεί την ανοδική πορεία από την ομορφιά της εμφάνισης, χρησιμοποιώντας ως σκαλοπάτια τα ενδιάμεσα είδη της ομορφιάς. Ο δε μουσικός, ο οποίος βρίσκεται στην τρίτη [θέση], μεταβαίνει από τις αρμονίες που ακούει προς τις ανήκουστες αρμονίες και τους λόγους που βρίσκονται σε αυτές. Το όργανο της ανάμνησης του πρώτου, είναι η όραση, ενώ του δεύτερου η ακοή. Στην περίπτωση του φιλοσόφου, ωστόσο, από πού [έλαβε] τη φύση του και μέσω ποιων [πραγμάτων] ανακινείται η νοερή γνώση και η έγερση προς το πραγματικό Ον και την αλήθεια; Πρέπει, λοιπόν, και γι’ αυτόν [να υπάρχει κάτι] καθώς η δική του αρχή είναι ατελής, επειδή η φυσική [του] αρετή έχει ατελείς οφθαλμούς και χαρακτήρα. [Αυτός] λοιπόν, που από τη φύση του είναι τέτοιος, αφυπνίζεται από μόνος του και είναι παράφορα συνεπαρμένος για το Ον. Πρέπει, λοιπόν, να του προσφερθούν τα μαθηματικά, όπως λέει ο Πλωτίνος, για να εξοικειωθεί με την ασώματη φύση και χρησιμοποιώντας τα ως διαγράμματα, πρέπει να οδηγηθεί στους λόγους της διαλεκτικής και γενικώς στη μελέτη των όντων.

Από αυτά, λοιπόν, είναι φανερό, ότι η μαθηματική [επιστήμη] συμβάλλει πρωτίστως στη φιλοσοφία. **[22]** Πρέπει, ωστόσο, να μνημονεύσουμε και κάθε έναν [από τους κλάδους της φιλοσοφίας στους οποίους συμβάλλει]. Η θεολογία [μας] προετοιμάζει για τις νοητικές συλλήψεις. Και, όσα αφορούν την αλήθεια των θεών και όσα φαίνονται ασύλληπτα και δύσκολα κατανοητά στους ατελείς, οι μαθηματικοί συλλογισμοί τα παρουσιάζουν ως αξιόπιστα, σαφή και αδιάψευστα μέσω των εικόνων. Διότι, [τα μαθηματικά] φανερώνουν τις υπερούσιες ιδιότητες εντός των αριθμών και αποκαλύπτουν τις δυνάμεις των νοητικών σχημάτων εντός των αντικειμένων που κατανοούνται με τη διάνοια. Γι’ αυτό και ο Πλάτων μας προσφέρει πολλά και θαυμαστά διδάγματα για τους θεούς μέσω των μαθηματικών ειδών. Επίσης, και η πυθαγόρεια φιλοσοφία κρύβει τα δόγματα των θεών χρησιμοποιώντας τη μυσταγωγία. Έτσι είναι όλος ο *Ιερός Λόγος*, ο Φιλόλαος στις *Βάκχες* και ο τρόπος διδασκαλίας των πυθαγορείων για τα θεία.

[Τα μαθηματικά] συμβάλλουν, επίσης, τα μέγιστα στη φυσική φιλοσοφία, καθώς αποκαλύπτουν την τάξη των λόγων με την οποία έχει δημιουργηθεί το σύμπαν, και την αναλογία που συνδέει τα πάντα στον κόσμο, όπως αναφέρει σε κάποιο σημείο ο Τίμαιος, αφού τα αντίπαλα έκανε ταιριαστά και τα χωρισμένα φιλικά και αγαπημένα. Επίσης, [τα μαθηματικά] έδειξαν ότι τα απλά και πρωταίτια στοιχεία συνδέονται απολύτως μέσω της συμμετρίας και της ισότητας, οι οποίες τελειοποίησαν όλο τον ουρανό, τοποθετώντας σε κάθε μέρος του τα κατάλληλα σχήματα. Και ακόμα, [τα μαθηματικά] έδωσαν τον αριθμό που ταιριάζει σε κάθε δημιουργημένο ον, στις περιόδους τους και στις επαναφορές τους, και μέσω αυτών **[23]** είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι περίοδοι γονιμότητάς τους αλλά και αφορίας τους. Γι’ αυτό νομίζω ότι ο Τίμαιος, παρουσιάζοντάς και εμφανίζοντάς τους παντού, αποδεικνύει μέσω των μαθηματικών όρων τη θεωρία για την φύση των πάντων, και διακοσμεί τη δημιουργία των στοιχείων με αριθμούς και σχήματα, και μιλά για τις δυνάμεις τους, τις ιδιότητες και τις κατασκευές [τους], και θεωρεί ως υπαίτιους κάθε μεταβολής τις οξύτητες και τις αμβλύτητες των γωνιών, τις λειότητες των πλευρών, ή τις αντίθετες ιδιότητες, και το πλήθος ή το μικρό αριθμό των στοιχείων.

Πώς, επίσης, να μην αναφέρουμε ότι και στην αποκαλούμενη πολιτική φιλοσοφία [τα μαθηματικά] προσφέρουν πολλά και θαυμαστά; Διότι μετρούν τις εποχές των γεγονότων και τις διάφορες περιόδους του σύμπαντος, τους αριθμούς που αφορούν τις γεννήσεις – αυτούς δηλαδή που ευθύνονται για την ομοιότητα ή την ανομοιότητα των δημιουργημάτων – τους παραγωγικούς και τους τέλειους και τους αντίθετούς τους, αυτούς που προσφέρουν την αρμονική ζωή και αυτούς που προκαλούν την δυσαρμονία, και γενικώς αυτούς που προκαλούν ευημερία ή ανέχεια. Αυτά είναι που παρουσιάζει ο λόγος των Μουσών στην *Πολιτεία*, όταν καθιστά τον γεωμετρικό αριθμό κυρίαρχο των άριστων και χείριστων δημιουργιών, της αδιάλυτης σταθερότητας των αμετάβλητων ηθών και της μεταστροφής των άριστων πολιτευμάτων σε παράλογα και εμπαθή. Διότι είναι εμφανές σε όλους, ότι το [αντικείμενο] ολόκληρης της μαθηματικής [επιστήμης] – και όχι ενός κάποιου [μέρους της] όπως η αριθμητική ή **[24]** η γεωμετρία – είναι να προσφέρει τη γνώση για τον αποκαλούμενο γεωμετρικό αριθμό καθώς οι λόγοι της ευφορίας και της αφορίας εκτείνονται σε ολόκληρη της μαθηματική [επιστήμη].

Επίσης [η μαθηματική επιστήμη] μας τελειοποιεί ως προς την ηθική φιλοσοφία εμφυσώντας την τάξη και την αρμονική ζωή στα ήθη μας, τα οποία παρέχουν σχήματα που συνάδουν με την αρετή, τις μελωδίες και τις κινήσεις. Μάλιστα, ο Αθηναίος ξένος, από αυτά θέλει να τελειοποιούνται όσοι μεταλαμβάνουν της ηθικής αρετής από μικρή ηλικία. Επίσης, προτείνει τους [μαθηματικούς] λόγους των αρετών – αλλιώς στους αριθμούς, αλλιώς στα σχήματα και αλλιώς στις μουσικές αρμονίες – και αποκαλύπτει τις υπερβολές και τις ελλείψεις των κακιών, από τα οποία καθιστάμεθα μέτριοι ως προς το ήθος και εξωραϊσμένοι. Και γι’ αυτό ο Σωκράτης στον *Γοργία*, κατηγορώντας τον Καλλικλή για την άστατη και ακόλαστη ζωή του τού λέει ότι έχει αμελήσει τη γεωμετρία και την [γεωμετρική] ισότητα. Στην *Πολιτεία* ο Σωκράτης βρίσκει την απόσταση μεταξύ της ηδονής του τυράννου και του βασιλιά κατασκευάζοντας ένα επίπεδο και ένα στερεό [αριθμό].

Αλλά επίσης θα μπορούσαμε να μάθουμε πόσο μεγάλο είναι το όφελος της μαθηματικής [επιστήμης] στις υπόλοιπες επιστήμες και τέχνες, αν κατανοούσαμε ότι στις μεν θεωρητικές επιστήμες – όπως η ρητορική και όλες τις παρόμοιες που ασκούνται μέσω του λόγου – τους προσθέτει την τελειότητα και την τάξη, και τις συμπληρώνει με τα πρώτα, τα μεσαία και τα τελευταία [μέρη], καθ’ ομοίωσή της. Για τις δε **[25]** πρακτικές επιστήμες αποτελεί υπόδειγμα έχοντας εμφυσήσει εκ των προτέρων σε αυτές τους λόγους και τα μέτρα των δημιουργημάτων [τους]. Επίσης [η μαθηματική επιστήμη] καθορίζει την ενέργεια και την κίνηση στις πρακτικές [επιστήμες] μέσω των σταθερών και των ακίνητων ειδών της. Διότι, όπως λέει ο Σωκράτης στον *Φίληβο*, όλες γενικώς οι τέχνες χρειάζονται τη αριθμητική, την μετρική και την αρχιτεκτονική – μια ή όλες αυτές. Όλες, λοιπόν, αυτές περιλαμβάνονται στους μαθηματικούς λόγους και ορίζονται από εκείνους, καθώς οι διακρίσεις των αριθμών, η ποικιλία των μέτρων και η διαφορετικότητα των σταθμών μαθαίνονται μέσω αυτής. Συνεπώς, το όφελος όλης της μαθηματικής επιστήμης τόσο για την ίδια τη φιλοσοφία όσο και τις άλλες επιστήμες και τις τέχνες θα είναι πλέον γνωστό σε όσους [μας] ακούν.

## Κεφάλαιο 9ο : Απάντηση σε όσους αμφισβητούν τη χρησιμότητα των Μαθηματικών

Ωστόσο, κάποιοι επικριτές επιχειρούν να μειώσουν την αξία της επιστήμης αυτής, άλλοι αφαιρώντας την ομορφιά και την αγαθότητά της, επειδή δεν δημιουργεί συλλογισμούς γι’ αυτά, ενώ άλλοι επειδή οδηγούνται στο συμπέρασμα ότι η εμπειρική γνώση των αισθητών είναι πιο χρήσιμη από τα γενικά θεωρήματά της. Για παράδειγμα, ισχυρίζονται ότι η τοπογραφία [είναι πιο χρήσιμη] από την γεωμετρία, η αριθμητική [που χρησιμοποιείται] από τους πολλούς από αυτή που βασίζεται στα θεωρήματα, και η ναυτική αστρονομία από τη γενική αστρονομία. Διότι, [ισχυρίζονται] ότι δεν πλουτίζουμε **26** μαθαίνοντας για τον πλούτο, αλλά χρησιμοποιώντας [τον], ούτε ευδαιμονούμε μαθαίνοντας για την ευδαιμονία αλλά ζώντας με ευδαιμονία. Παραδέχονται, συνεπώς, ότι δεν συμβάλλουν οι μαθηματικές γνώσεις στη ζωή και τις πράξεις των ανθρώπων, αλλά οι εμπειρικές. Διότι, όσοι αγνοούν [τους μαθηματικούς] συλλογισμούς, αλλά έχουν εξασκηθεί στην εμπειρική [διαχείριση] επιμέρους [ζητημάτων], διαφέρουν γενικώς και συνολικά στον τρόπο που καλύπτουν τις ανάγκες τους, σε σύγκριση με όσους ασχολούνται μόνο με την θεωρία.

Σε όσους τα λένε αυτά θα απαντήσουμε παρουσιάζοντας την ομορφιά των μαθηματικών βασιζόμενοι στα επιχείρημα που μας παρέθεσε ο Αριστοτέλης. Αυτά, λοιπόν, που συμβάλλουν, με διαφορετικό τρόπο, στην ομορφιά του σώματος και της ψυχής είναι τρία: η τάξη, η συμμετρία και το καθορισμένο. Διότι, η ασχήμια του σώματος προέρχεται από την αταξία της ύλης, την αμορφία, την ασυμμετρία και την αοριστία που επικρατούν στα σύνθετα [όντα]. Η ασχήμια [της ψυχής], από την άλλη [προέρχεται] από το παράλογο που κινείται λανθασμένα και άτακτα, χωρίς να συνάδει με την λογική και χωρίς να επιδέχεται κανέναν περιορισμό. Άρα, η ομορφιά θα μπορούσε να υπάρχει στα αντίθετα, στην τάξη δηλαδή, τη συμμετρία και το καθορισμένο. Αυτά κυρίως εξετάζουμε στη μαθηματική επιστήμη: πρώτον, την τάξη στον τρόπο με τον οποίο αποκαλύπτονται τα δεύτερα και συνθετότερα από τα πρώτα και απλούστερα – διότι πάντα τα πρώτα συναρτώνται με όσα ακολουθούν και κάποια συνιστούν την αρχή ενώ άλλα προκύπτουν **[27]** σε επόμενο στάδιο από τις πρώτες υποθέσεις. Δεύτερον, τη συμμετρία στη συμφωνία των αποδείξεων μεταξύ τους και στην αναφορά των πάντων στο Νου – διότι το κοινό μέτρο ολόκληρης της επιστήμης είναι ο νους, από όπου λαμβάνει τις πρώτες αρχές της και προς τον οποίο επαναφέρει όσους [τη] μαθαίνουν. Τρίτον, το καθορισμένο στους παντοτινούς και αμετάβλητους συλλογισμούς. Διότι η μαθηματική γνώση δεν αλλάζει κάθε φορά, όπως τα αντικείμενα της δοξασίας και της αίσθησης, αλλά πάντα παρουσιάζεται ίδια και ορίζεται από τα νοερά είδη. Αν, λοιπόν, αυτά είναι που κατά κύριο λόγο παράγουν την ομορφιά και αν τα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από αυτά, είναι προφανές ότι στα μαθηματικά ενυπάρχει η ομορφιά. Και πώς θα μπορούσε να μην είναι έτσι, αφού φωτίζοντας ο νους την επιστήμη από ψηλά και σπεύδοντας αυτή προς τον νου, μας μεταφέρει γρήγορα από τις αισθήσεις σε αυτόν.

Θα απαιτήσουμε, λοιπόν, να αξιολογήσουμε την χρησιμότητά της όχι όσον αφορά τις ανθρώπινες ανάγκες ούτε αναλογιζόμενοι την ανάγκη. Διότι έτσι, θα ομολογούσαμε ότι και η ίδια η θεωρητική αρετή είναι άχρηστη, αφού διαχωρίζει τον εαυτό της από τις ανθρώπινες [υποθέσεις], και επιλέγει να αγνοεί παντελώς που αποσκοπούν. Γι’ αυτό και ο Σωκράτης στον *Θεαίτητο*, κρατά «τους ηγήτορες του χορού των φιλοσόφων» μακριά από κάθε σχέση με τον ανθρώπινο βίο και απαλλάσσοντάς τους από κάθε ανάγκη και χρεία, ανεβάζει την σκέψη τους στη θέαση των όντων. Συνεπώς, πρέπει να θεωρήσουμε ότι τόσο η μαθηματική επιστήμη όσο και η θέαση που προκύπτει από αυτή συνιστούν αυτόνομες επιλογές **[28]** και δεν [επιβάλλονται] από την ανθρώπινη ανάγκη. Αν όμως το όφελος από αυτή πρέπει να αναχθεί σε κάτι άλλο, τότε πρέπει να αναχθεί στη νοητική γνώση, διότι σε αυτή μας οδηγεί και [γι’ αυτή] μας προετοιμάζει, αποκαθάροντας τα μάτια της ψυχής και αφαιρώντας τα εμπόδια των αισθήσεων προς τη γνώση των πάντων. Συνεπώς, όπως ακριβώς λέμε ότι όλη η καθαρτική αρετή είναι χρήσιμη ή άχρηστη, όχι ως προς τις βιοτικές ανάγκες αλλά ως προς την ενατένιση του βίου, έτσι και ο σκοπός της μαθηματικής [επιστήμης] είναι φυσικό να ανάγεται στο νου και σε ολόκληρη τη σοφία. Γι’ αυτό τον λόγο η ενασχόληση με αυτήν είναι άξια σπουδής τόσο για χάρη της ίδιας όσο και για χάρη της νοητικής ζωής. Και όπως σε κάποιο σημείο αναφέρει ο Αριστοτέλης, το ότι όσοι καταπιάνονται με αυτή την επιλέγουν γι’ αυτό που είναι, καθίσταται φανερό από την πρόοδο που συντελέστηκε στη θεωρία της μαθηματικής [επιστήμης] σε μικρό χρονικό διάστημα, παρόλο που δεν είχε τεθεί καμία αμοιβή για όσους την αποζητούν. [Καθίσταται φανερό] επίσης και από το γεγονός ότι όλοι – ακόμα και αυτοί που ελάχιστα έχουν γευτεί τα ευεργετήματά της – αγαπούν να βρίσκονται στον χώρο [της μαθηματικής επιστήμης] και θέλουν να ασχολούνται με αυτήν, αφήνοντας τις άλλες [ασχολίες]. Έτσι, όσοι φέρονται καταφρονητικά προς τις μαθηματικές γνώσεις, δεν γεύονται τις απολαύσεις που βρίσκονται σε αυτές.

Γι’ αυτόν τον λόγο λοιπόν, δεν πρέπει, να αντιμετωπίζουμε τη μαθηματική [επιστήμη] ως κάτι ανάξιο σημασίας, επειδή δεν βοηθά στις ανθρώπινες ανάγκες μας – διότι οι χαμηλότερες απηχήσεις της στοχεύουν σε αυτού του είδους τις ανάγκες, οι οποίες ενεργούν με την ύλη. Αντιθέτως, πρέπει να θαυμάζουμε τον άυλο χαρακτήρα της **[29]** και το ότι σε αυτή μόνο υπάρχει το αγαθό. Διότι, γενικώς, οι άνθρωποι, όταν έπαψαν να ασχολούνται με τα αναγκαία, στράφηκαν στην αναζήτηση των μαθηματικών. Και αυτό είναι φυσικό διότι τα πρώτα που είναι περιζήτητα στους ανθρώπους είναι τα σύμφυτα και ομοφυή με τον κόσμο του γίγνεσθαι· δεύτερα έρχονται αυτά που ελευθερώνουν την ψυχή από τον κόσμο του γίγνεσθαι και της θυμίζουν το Ον. Με τον ίδιο τρόπο λοιπόν, η ενασχόληση με τα αναγκαία και τα συγγενή των αισθήσεων προηγείται της ενασχόλησης με τα καθ’ εαυτά πολύτιμα και τα όσα μαθαίνονται με τον νου. Διότι, όλος ο κόσμος του γίγνεσθαι και η ζωή της ψυχή που περιφέρεται μέσα του εξελίσσονται από την ατέλεια προς την τελειότητα. Αυτά ας ειπωθούν σε αυτούς που υποτιμούν την μαθηματική επιστήμη.

## Κεφάλαιο 10ο : Η απάντηση στις κατηγορίες κατά του Πλάτωνα ότι ατιμάζει τα Μαθηματικά

Ίσως πάλι, κάποιοι που προέρχονται από τη δική μας «οικογένεια» και επικαλούμενοι των Πλάτωνα ως μάρτυρα των λόγων [τους], θα επιχειρούσαν να οδηγήσουν τους πιο επιπόλαιους σε μια κριτική στάση απέναντι στην διδασκαλία των μαθηματικών. Διότι [λένε], ότι ο ίδιος ο φιλόσοφος στην *Πολιτεία* αποκλείει την ίδια τη μαθηματική επιστήμη από το πεδίο των επιστημών και την εξαιρεί επειδή αγνοεί τις αρχές της [επιστήμης]. Και θα προσθέσουν σε αυτά [τη φράση] «γιατί όποιο πράγμα έχει την αφετηρία του σε κάτι το οποίο του είναι άγνωστο και η κατάληξη και τα ενδιάμεσα του είναι [επακόλουθα] αυτών που του είναι άγνωστα…» και όσες άλλες κατηγορίες εξαπέλυσε ο Σωκράτης εναντίον της άποψης αυτής. Εμείς, όμως, μιλούμε σε φίλους και θα τους υπενθυμίσουμε ότι ο ίδιος ο Πλάτων καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η μαθηματική επιστήμη ξεκάθαρα αποκαθάρει και ανυψώνει την ψυχή **[30]** αφαιρώντας, όπως η Αθηνά στον Όμηρο, την καταχνιά από το νοητικό φως της σκέψης – φως το οποίο είναι καλύτερο από τη σωτηρία χιλίων οφθαλμών του σώματος – σαν να μην μετέχει στα δώρα του Ερμή και της Αθηνάς. [Θα τους υπενθυμίσουμε επίσης,] ότι την ονομάζει παντού «επιστήμη» και αιτία της μέγιστης ευδαιμονίας όσων τη μελετούν.

Αλλά, τί θέλει [να πει] με τα λεγόμενα του στην *Πολιτεία* όταν στερεί από αυτήν τον χαρακτηρισμό επιστήμη; Αυτό [σκοπεύει] να εξηγήσει το κείμενό μου. Ο Πλάτων, πολλές φορές ονομάζει, κατά κάποιον τρόπο, επιστήμη όλη την καθολική γνώση, είτε αποκτάται με τρόπο τεχνικό είτε εμπειρικό, και την αντιδιαστέλει με την αίσθηση, από την οποία μαθαίνουμε τα απλά. Και νομίζω πως με αυτή την έννοια φαίνεται να χρησιμοποιεί τη λέξη επιστήμη στον *Πολιτικό* και στον *Σοφιστή*, όπου και την ίδια τη σοφιστική, για την οποία ο Σωκράτης στον *Γοργία* αποφαίνεται ότι είναι εμπειρία, την θεωρεί επιστήμη. Και για την τέχνη της κολακείας και πολλές άλλες [συμπεραίνει] ότι είναι εμπειρικές και όχι πραγματικές επιστήμες. Και αφού διέκρινε την καθολική γνώση σε αυτή που γνωρίζει τις αιτίες και σε αυτή που δεν τις γνωρίζει, αξιώνει η πρώτη να ονομαστεί επιστήμη, ενώ η δεύτερη εμπειρία. Και μάλιστα, κάπου, αποδίδει το όνομα της επιστήμης στις τέχνες αλλά ποτέ στις εμπειρίες. **[31]** Επίσης, στο *Συμπόσιο* [τίθεται το ερώτημα] πώς θα μπορούσε κάτι που από τη φύση του είναι άλογο, να είναι επιστήμη. Συνεπώς, κάθε γνώση που περιέχει τον λόγο και την αιτία των γνωστικών της αντικειμένων είναι επιστήμη. Πάλι λοιπόν, αυτή την επιστήμη, που γνωρίζει τα αντικείμενά της από τις αιτίες, την διακρίνει σε αυτή [που βασίζεται] σε στοχασμούς και [αφορά] τα επιμέρους, και σε αυτή, η οποία γνωρίζει τα καθ’ αυτά και τα αμετάβλητα. Και σύμφωνα με τη διάκριση αυτή ξεχωρίζει την ιατρική και τη μελέτη κάθε τι υλικού από την επιστήμη, ενώ τα μαθηματικά και γενικώς ό, τι μελετά τα αιώνια, τα ονομάζει επιστήμη. Και αυτή πάλι την επιστήμη, την οποία ξεχωρίζουμε από τις τέχνες, θέλει να τη διακρίνει σε αυτή που δεν εκκινεί από υποθέσεις και σε αυτή που εκκινεί από υποθέσεις. Αυτή τώρα, που δεν εκκινεί από υποθέσεις [θεωρεί ότι] γνωρίζει τα πάντα ανεβαίνοντας μέχρι το αγαθό και την ύψιστη αιτία των πάντων, και σκοπό της ανόδου θέτει το αγαθό. Από την άλλη, αυτή που [εκκινεί] από καθορισμένες αρχές, βασίζεται σε αυτές και αποδεικνύει όσα έπονται αυτών, προχωρώντας όχι προς την αρχή αλλά προς το τέλος. Και έτσι, λένε, ότι η μαθηματική επιστήμη είναι υποδεέστερη από την τέλεια και δίχως υποθέσεις επιστήμη, επειδή χρησιμοποιεί υποθέσεις. Διότι, η πραγματική επιστήμη είναι μία, με την οποία από τη φύση μας μπορούμε να μάθουμε τα πάτα και από την οποία [προκύπτουν] όλες **[32]** οι αρχές, και αυτές που βρίσκονται κοντά και αυτές που είναι μακριά.

Ας μην ισχυριζόμαστε λοιπόν ότι ο Πλάτων αποκλείει τα μαθηματικά από τις επιστήμες, αλλά ότι συμπεραίνει πως είναι δεύτερη [στη σειρά επιστήμη, κάτω] από την ύψιστη· ούτε ότι η ίδια η φύση των μαθηματικών αγνοεί τις δικές τους αρχές, αλλά ότι λαμβάνοντας από αυτήν [τις αρχές] και αποκτώντας τες αναπόδεικτα, αποδεικνύουν όσα έπονται [των αρχών]. Διότι ο [Πλάτων] παραδέχεται, ότι η ψυχή, η οποία λαμβάνει την υπόστασή της από τα μαθηματικά, άλλοτε είναι η αιτία της κίνησης και άλλοτε δέχεται την κίνηση από τα νοητά είδη. Και τα κάνει να συμφωνούν μεταξύ τους, διότι [η ψυχή] είναι η αιτία της κίνησης όσων κινούνται από εξωτερικό αίτιο, δεν είναι, όμως, η αιτία κάθε κίνησης. Εκ των ανωτέρω λοιπόν, η μαθηματική [επιστήμη] είναι δεύτερη μετά την ύψιστη επιστήμη και συγκριτικά με αυτή είναι ατελής. Είναι όμως επιστήμη, όχι επειδή [είναι] δίχως υποθέσεις, αλλά επειδή γνωρίζει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ψυχής και επειδή αποδίδει αιτίες στα συμπεράσματά της και επειδή γνωρίζει τις αιτίες των γνωστικών της αντικειμένων. Αυτά λοιπόν ας πω για την άποψη του Πλάτωνα υπέρ των μαθηματικών.

## Κεφάλαιο 11ο : Οι προϋποθέσεις ενός μαθηματικού και ποιο είναι το κριτήριο ενός μαθηματικού

Μετά από όσα είπαμε, τι θα απαιτούσε κανείς από τον μαθηματικό και πώς θα ήταν δυνατόν κάποιος να τον κρίνει σωστά; Αυτός που έχει λάβει παιδεία επί παντός επιστητού [μπορεί να είναι] κριτής, λέει ο Αριστοτέλης, ενώ αυτός που έχει λάβει μαθηματική εκπαίδευση θα είναι κριτής της ορθότητας μόνον των [μαθηματικών] συλλογισμών. Πρέπει λοιπόν να πληροί κάποιες προϋποθέσεις για την κρίση· πρώτον, **[33]** να [γνωρίζει] σε ποιες περιπτώσεις πρέπει να κάνει τις αποδείξεις βάσει των κοινών χαρακτηριστικών και σε ποιες περιπτώσεις [πρέπει] να λαμβάνει υπόψη του τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε πράγματος. Διότι υπάρχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά σε [πράγματα] που διαφέρουν ως προς το είδος· για παράδειγμα σε όλα τα τρίγωνα [οι γωνίες τους ισούνται με] δύο ορθές. Πολλά, πάλι, ανήκουν στην ίδια κατηγορία, αλλά το κοινό τους χαρακτηριστικό διαφέρει ως προς το είδος· για παράδειγμα, η ομοιότητα στα σχήματα και στους αριθμούς. Γι’ αυτά, λοιπόν, ο μαθηματικός δεν θα πρέπει να απαιτεί μία απόδειξη, διότι οι αρχές των σχημάτων και των αριθμών δεν είναι ίδιες, αλλά διαφέρουν ως προς το υποκείμενο είδος. Αν όμως το καθ’ αυτό είναι ίδιο με το συμβεβηκός, τότε και η απόδειξη θα είναι μία. Το ότι [το άθροισμα] δύο [γωνιών ισούται] με μια ορθή [είναι] κοινό [χαρακτηριστικό] σε όλα τα είδη τριγώνων, και αυτό που συμβαίνει να βρίσκεται σε όλα είναι το τρίγωνο και ο ορισμός του. Όπως ακριβώς, επίσης, και το ότι το [άθροισμα] των εξωτερικών γωνιών ισούται με τέσσερις ορθές, ισχύει όχι μόνο στα τρίγωνα, αλλά και σε κάθε ευθύγραμμο [σχήμα], και η [ίδια] απόδειξη εφαρμόζεται σε όλα [τα σχήματα], εφόσον είναι ευθύγραμμα. Έτσι λοιπόν, κάθε ορισμός αποδίδει πάντα μία ιδιότητα ή ένα χαρακτηριστικό, στα οποία μετέχουν όλα όσα υπάγονται στον ορισμό εκείνο, για παράδειγμα του τριγώνου, του ευθύγραμμου ή γενικώς του σχήματος.

Δεύτερον, [πρέπει να γνωρίζει] να κάνει τις αποδείξεις σύμφωνα με το αντικείμενό [της μαθηματικής επιστήμης], για παράδειγμα αν κάνει συλλογισμούς αναγκαίους και αδιάψευστους ή υποθετικούς και γεμάτους εικασίες. Διότι είναι το ίδιο, λέει ο Αριστοτέλης, να απαιτούμε από τον ρήτορα αποδείξεις και να αποδεχόμαστε από τον μαθηματικό **[34]** να πιθανολογεί, αφού, κάθε επιστήμονας και τεχνίτης πρέπει να κάνει συλλογισμούς που ταιριάζουν με τα αντικείμενα, τα οποία πραγματεύεται. Ομοίως, και ο Πλάτων στον *Τίμαιο* απαιτεί από τον φυσικό φιλόσοφο υποθετικούς συλλογισμούς για να πραγματευθεί τα δικά του [θέματα], αλλά απ’ αυτόν που διδάσκει όσα σχετίζονται με τα νοητά και τη σταθερή ουσία [απαιτεί συλλογισμούς] αδιάψευστους και ακλόνητους. Διότι, ξεκάθαρα, οι επιστήμες διαφοροποιούνται από τις τέχνες ανάλογα με το τι υπάγεται στην καθεμία, για παράδειγμα, αν [τα αντικείμενα αυτά] είναι αμετάβλητα ή μεταβλητά, αν είναι απλούστερα ή πιο σύνθετα και αν είναι νοητά ή αισθητά. Δεν θα απαιτήσουμε, λοιπόν, από όλη τη μαθηματική επιστήμη τέτοια ακρίβεια – διότι αν ένα μέρος της αφορά, κατά κάποιον τρόπο, τα αισθητά, ενώ ένα άλλο μέρος σχετίζεται με τη γνώση των νοητών αντικειμένων, δεν [μπορούν] να είναι και οι δύο το ίδιο ακριβείς, αλλά [η μία θα είναι] περισσότερο από την άλλη· γι’ αυτό λέμε ότι η αριθμητική είναι πιο ακριβής από την αρμονική. Και ούτε θα απαιτήσουμε από όλη τη μαθηματική επιστήμη και από τις άλλες επιστήμες να χρησιμοποιήσουν τις ίδιες αποδείξεις. Διότι τα αντικείμενά τους διαφέρουν κατά πολύ.

Τρίτον, λέμε ότι αυτός που πρόκειται να κρίνει ορθά τους μαθηματικούς συλλογισμούς πρέπει να γνωρίζει καλά όσα αφορούν την ταυτότητα και την ετερότητα, το καθ’ αυτό και το συμβεβηκός, την αναλογία και γενικώς όλα τα σχετικά. Διότι σε αυτά γίνονται σχεδόν όλα τα λάθη από αυτούς που νομίζουν ότι κάνουν μαθηματικές αποδείξεις. Αλλά δεν αποδεικνύουν [τίποτα], όταν, σε κάθε είδος, αποδεικνύουν ότι το ίδιο είναι διαφορετικό **[35]** ή το διαφορετικό είναι ίδιο, ή όταν εκλαμβάνουν το συμβεβηκός ως καθ’ αυτό και το καθ’ αυτό ως συμβεβηκός – για παράδειγμα ότι ο κύκλος είναι ομορφότερος από την ευθεία, ή ότι το ισόπλευρο [είναι ομορφότερο] από το ισοσκελές τρίγωνο. Διότι [δεν είναι αντικείμενο] του μαθηματικού να τα ορίζει αυτά.

Και τέταρτον, επειδή η μαθηματική [επιστήμη] κατατάσσεται στη ενδιάμεση θέση, μεταξύ νοητών και αισθητών, και προβάλει εντός της πολλές εικόνες των θείων [όντων] και πολλά παραδείγματα των φυσικών συλλογισμών, πρέπει να θεωρήσουμε ότι οι αποδείξεις της είναι τριών ειδών: κάποιες πιο νοητικές, άλλες πιο διεξοδικές και άλλες άπτονται της πεποίθησης. Διότι οι αποδείξεις διαφέρουν ανάλογα με τα προβλήματα και διακρίνονται σύμφωνα με τα γένη των όντων, επειδή και η ίδια [η μαθηματική επιστήμη] περιπλέκεται με όλα αυτά και προσαρμόζει τους δικούς της συλλογισμούς σε όλα [αυτά].

## Κεφάλαιο 12ο : Πόσοι και ποιοι ήταν οι κλάδοι της μαθηματικής επιστήμης σύμφωνα με τους Πυθαγόρειους

Αρκετά, όμως, με αυτά. Στη συνέχεια πρέπει να καθορίσουμε τα είδη της μαθηματικής επιστήμης, ποια είναι και πόσα στον αριθμό. Διότι, μετά [την εξέταση] του συνόλου και του όλου γένους, πρέπει τώρα να εξεταστούν η διάκριση των επιμέρους επιστημών, ως προς το είδος τους. Οι Πυθαγόρειοι, λοιπόν, θεωρούσαν ότι ολόκληρη η μαθηματική επιστήμη διακρίνεται σε τέσσερις κλάδους. Το ένα μέρος της αφορά την ποσότητα και το άλλο το μέγεθος, και κάθε ένα από αυτά θεωρούσαν ότι [διαιρείται] σε δύο κλάδους – διότι αφενός η ποσότητα αποκτά την υπόστασή της είτε από μόνη της είτε σε σχέση με κάτι άλλο, και αφετέρου το μέγεθος [θεωρούσαν] ότι είτε κινείται είτε είναι ακίνητο. Έτσι, [θεωρούσαν] ότι η αριθμητική εξετάζει την καθ’ εαυτή ποσότητα, [**36]** η μουσική [την ποσότητα] ως προς κάτι άλλο,η γεωμετρία το ακίνητο μέγεθος και η σφαιρική την καθ’ αυτή κινούμενη [ποσότητα]. Η [μαθηματική επιστήμη] μάλιστα μελετά το *πηλίκον* και το *ποσόν* και όχι απλώς το *μέγεθος* και το *πλήθος*, το πεπερασμένοδηλαδή από το καθένα. Διότι [έλεγαν] ότι, επειδή οι επιστήμες δεν μπορούσαν να συλλάβουν το άπειρο που υπήρχε σε αυτά, τα κατανοούσαν αφού πρώτα αφαιρούσαν το άπειρο από αυτά. Όταν μάλιστα αυτά τα λένε άνθρωποι, οι οποίοι έχουν φτάσει στην απόλυτη σοφία, δεν θα δεχτούμε να ακούμε ότι το *ποσόν* εμφανίζεται στα αισθητά, ούτε ότι το *πηλίκον* [εμφανίζεται στα υλικά] σώματα, διότι αυτό, νομίζω, ότι είναι [αντικείμενο] της φυσικής να το εξετάσει και όχι της μαθηματικής επιστήμης.

Επειδή, όμως, ο Δημιουργός, όπως μας επισημαίνει ο *Τίμαιος*, για να γεμίσει την ψυχή, πήρε την ένωση και την διαίρεση των πάντων, την ταυτότητα μαζί με την ετερότητα και μαζί με αυτά την ακινησία και την κίνηση, και από αυτά τα γένη της έδωσε υπόσταση, πρέπει να πούμε ότι όταν η διάνοια εστιάζει στην ίδια της την ετερότητα, στη διαίρεση των συλλογισμών [της] και στο πλήθος, και αναλογιστεί τον εαυτό της ως το ένα και τα πολλά, τότε προβάλλει τους αριθμούς και την γνώση γι’ αυτούς, [δηλαδή] την αριθμητική. Από την άλλη, [όταν εστιάζει] στην ένωση του πλήθους και στην συμμετοχή και τη σύνδεση που έχει μέσα του, [τότε προβάλλει] τη μουσική. Γι’ αυτό και η αριθμητική [είναι] προγενέστερη της μουσικής, επειδή η ψυχή πρώτα διαιρείται από τον δημιουργό και έπειτα με αυτό τον τρόπο **[37]** συνδέεται με τους συλλογισμούς, όπως διδάσκει ο Πλάτων. Όταν πάλι εστιάζει την ίδια της την ενέργεια στην ακινησία, προβάλλεται από αυτήν η γεωμετρία, το ένα σχήμα, το ουσιώδες, και οι αρχές από τις οποίες δημιουργούνται όλα τα σχήματα. Όταν, όμως, είναι σε κίνηση [προβάλλει] την αστρονομία, καθώς και η ίδια κινείται κυκλικά, ωστόσο παραμένει πάντα σταθερή στις αιτίες [που δημιουργούν] τους κύκλους, το ευθύ και το κυκλικό. Και γι’ αυτό τον λόγο, σε αυτή την περίπτωση, η γεωμετρία προϋπήρχε της αστρονομίας, όπως ακριβώς η ακινησία της κίνησης. Επειδή όμως [η ψυχή] γέννησε αυτές τις επιστήμες, λαμβάνοντας υπ’ όψιν όχι τη δική της άπειρη δύναμη για εξέλιξη των ειδών, αλλά τα είδη που βρίσκονται στο πεδίο του πέρατος, γι’ αυτό, λένε, ότι αυτές [οι επιστήμες], αφού αφαιρέσουν το άπειρο, το *πλήθος* και το *μέγεθος*, πραγματεύονται το πεπερασμένο. Διότι, ο νους έθεσε μέσα της τις αρχές των πάντων, και του *πλήθους* και του *μεγέθους.* Και επειδή η ολότητα της είναι όμοια με τα μέρη της, μία και αδιαίρετη, και την ίδια στιγμή διαιρεμένη, και φανερώνει τα είδη του κόσμου, αποτελεί μέρος και του πέρατος και της ουσιώδους απειρίας των νοητών. Αν και, αντιλαμβάνεται τον εαυτό της σύμφωνα με το πέρας, δημιουργεί ζωές και κάθε λογής λόγους σύμφωνα με το άπειρο. Οι σκέψεις της, λοιπόν, έδωσαν υπόσταση στις επιστήμες αυτές, σύμφωνα με το πέρα που έχουν μέσα τους οι ίδιες και όχι σύμφωνα με το άπειρο της ζωής, διότι φέρουν την εικόνα του νου και όχι της ζωής.

## Κεφάλαιο 13ο : Η διάκριση των μαθηματικών επιστημών σύμφωνα με τον Γεμίνο

**[38]** Αυτή λοιπόν είναι η άποψη των πυθαγορείων και η διάκριση των τεσσάρων επιστημών. Κάποιοι, ωστόσο, προτείνουν η μαθηματική επιστήμη να διακριθεί με άλλο τρόπο, όπως ο Γεμίνος, και το ένα της μέρος [να πραγματεύεται] μόνο τα νοητά – νοητά ονομάζουν, φυσικά, όσες εικόνες προβάλλει η ψυχή στον εαυτό της, όταν διαχωρίζει τον εαυτό της από τα υλικά είδη – το άλλο τα αισθητά, όταν έρχεται σε επαφή με αυτά. Και θεωρούν ότι οι δύο πρωταρχικοί και κύριοι κλάδοι της, που πραγματεύονται τα νοητά, είναι η αριθμητική και η γεωμετρία, ενώ οι κλάδοι που πραγματεύονται τα υλικά είναι έξι: η μηχανική, η αστρονομία, η οπτική, η τοπογραφία, η μουσική [και] η λογιστική. Επίσης, αξιώνουν η τακτική (πολεμική) να μην αναφέρεται ως κλάδος της μαθηματικής [επιστήμης], όπως [ισχυρίζονται] άλλοι, επειδή χρησιμοποιεί άλλοτε τη λογιστική – για παράδειγμα, στην καταμέτρηση του στρατεύματος– και άλλοτε την τοπογραφία, στην περίπτωση της διαίρεσης και καταμέτρησης των στρατοπέδων. Ακριβώς με την ίδιο τρόπο, πολλοί [θεωρούν] ότι ούτε η ιστορία, ούτε η ιατρική είναι μέρος της μαθηματικής [επιστήμης], αν και πολλές φορές οι ιστορικοί χρησιμοποιούν μαθηματικά θεωρήματα όταν αναφέρονται στη θέση εκτάσεων γης ή όταν υπολογίζουν το μέγεθος πόλεων, τη διάμετρο, τα τείχη και την περίμετρό τους, ενώ και οι ιατροί αποσαφηνίζουν πολλά από τα δικά τους θέματα με τέτοιες μεθόδους. Διότι, το όφελος που προσφέρει η αστρονομία στην ιατρική το έχουν αναφέρει και ο Ιπποκράτης και όλοι όσοι [ασχολούνται] με τις **[39]** εποχές και με τους τόπους. Για τους λόγους αυτούς, λοιπόν, ο στρατιωτικός χρησιμοποιεί τα μαθηματικά θεωρήματα, χωρίς ωστόσο να είναι μαθηματικός, και άλλοτε σχηματίζει το στρατόπεδο ως κύκλο, όταν θέλει να δείξει ότι το πλήθος [των στρατιωτών] είναι μικρό και άλλοτε ως τετράγωνο, πεντάγωνο ή κάποιο άλλο πολύγωνο, [όταν θέλει να δείξει ότι το πλήθος είναι] μεγάλο.

Αυτά, λοιπόν, είναι τα είδη όλης της μαθηματικής επιστήμης. Η γεωμετρία, τώρα, διακρίνεται περεταίρω στην μελέτη των επίπεδων [επιφανειών] και τη στερεομετρία, καθώς δεν υπάρχει κάποια ιδιαίτερη επιστήμη για τα σημεία και τις γραμμές, αφού με αυτά αλλά χωρίς τα επίπεδα και τα στερεά, δεν θα μπορούσε να υπάρξει κάποιο σχήμα. Το έργο της γεωμετρίας είναι να συνθέτει, να συγκρίνει και να διαιρεί σχήματα παντού, είτε επίπεδα είτε στερεά. Ομοίως, και της αριθμητικής είναι η διαίρεση στο πλαίσιο της μελέτης των γραμμικών, των επίπεδων και των στερεών αριθμών, καθώς εξετάζει τα καθ’ αυτά είδη του αριθμού που παράγονται από τη μονάδα, και τη δημιουργία των επίπεδων [αριθμών], των όμοιων και των ανόμοιων, και τις προόδους τους μέχρι το τρίτο επίπεδο. Η τοπογραφία και η λογιστική είναι παρόμοιες, καθώς διατυπώνουν συλλογισμούς για αισθητά [όντα] και όχι για νοητούς αριθμούς ή σχήματα. Διότι, έργο της τοπογραφίας δεν [είναι] η μέτρηση του κυλίνδρου ή του κώνου, αλλά [η μέτρηση] των λόφων, ως σαν να είναι κώνοι, και των πηγαδιών, ως σαν να είναι κύλινδροι, και όχι με νοητές ευθείες, αλλά με αισθητές, άλλοτε πιο ακριβείς, όπως οι ακτίνες του ήλιου **[40]** και άλλοτε πιο χονδροειδείς, όπως με καλάμια και σταθμά. Επίσης, ο λογιστής δεν εξετάζει τις πράξεις των αριθμών καθ’ αυτές, αλλά σε σχέση με τα αισθητά, και γι’ αυτό τους δίνει ονομασίες από αυτά που μετρά – κάποια τα αποκαλεί [αριθμό] μήλων και φιαλών. Και δεν αποδέχεται ότι υπάρχει ελάχιστο, όπως ακριβώς [κάνει] ο μαθηματικός της αριθμητικής, αλλά αντιλαμβάνεται το ελάχιστο ως προς κάποιο είδος. Διότι, ένας άνθρωπος γίνεται ο ίδιος το μέτρο, ως μονάδα, [όταν μετριέται] το πλήθος [των ανθρώπων]. Με τον ίδιο τρόπο, η Οπτική και η Μουσική είναι «τέκνα» της γεωμετρίας και της αριθμητικής. Η πρώτη, χρησιμοποιεί τις οπτικές ακτίνες, και τις γωνίες που δημιουργούνται από αυτές, και διακρίνεται [ως εξής]: στην αποκαλούμενη ειδική οπτική, της οποίας [το έργο] είναι εύρεση της αιτίας των οπτικών ψευδαισθήσεων εξαιτίας της απόστασης των παρατηρούμενων [πραγμάτων] – για παράδειγμα η σύγκλιση παράλληλων [γραμμών] ή η εμφάνιση των τετραγώνων ως κύκλοι, στην κατοπτρική γενικά, η οποία πραγματεύεται κάθε είδους ανακλάσεις, και στην λεγόμενη σκηνογραφία, η οποία δείχνει πώς θα μπορούσαν τα πράγματα να φαίνονται αρμονικά και όμορφα στις εικόνες παρά την απόσταση και το ύψος που έχουν αποτυπωθεί. Η μουσική τώρα, εξετάζει τους αισθητούς λόγους των αρμονιών, βρίσκοντας τις κατατομές του κανόνα, χρησιμοποιώντας παντού **[41]** την αίσθηση και, όπως λέει ο Πλάτων, προκρίνοντας τα αυτιά από το νου.

Μαζί με αυτές υπάρχει η αποκαλούμενη μηχανική, [η οποία είναι] μέρος της μελέτης των αισθητών και υλικών. Σε αυτήν υπάγεται αφενός η οργανοποιία, [η οποία ασχολείται με] τα όργανα που κατασκευάζονται για πολεμικό σκοπό – για παράδειγμα λέγεται ότι ο Αρχιμήδης κατασκεύασε αμυντικά όργανα για αυτούς που πολέμησαν στις Συρακούσες. Αφετέρου, η θαυματοποιία, η οποία φιλοτεχνεί [όργανα που κινούνται] με αέρα, όπως [αυτά] με τα οποία ασχολούνται ο Κτησίβιος και ο Ήρων, [όργανα που κινούνται] με τη ροπή, της οποίας η ανισορροπία είναι η αίτια της κίνησης και ισορροπία της στάσης, όπως όρισε ο *Τίμαιος*, και [όργανα που κινούνται] με σχοινιά και καλάμια που μιμούνται τις έλξεις και τις κινήσεις των έμβιων [όντων]. Στην μηχανική υπάγεται γενικώς και η επιστήμη της ισορροπίας και του αποκαλούμενου κέντρου βάρους και η σφαιροποιία, η οποία μιμείται τις περιφορές των ουρανίων [σωμάτων], την οποία πραγματεύτηκε και ο Αρχιμήδης, και γενικώς [η επιστήμη] που αφορά την κίνηση της ύλης. Η υπόλοιπη αστρονομία περιλαμβάνει [τη μελέτη] των κινήσεων των κοσμικών [σωμάτων], των μεγεθών και των σχημάτων των ουρανίων σωμάτων, των αποστάσεών [τους] από τη γη και όλα τα παρόμοια. Η [επιστήμη αυτή] μετέρχεται των αισθήσεων και έχει πολλά κοινά με την επιστήμη της φυσικής. Συνεπώς, μέρος της είναι και η γνωμονική, η οποία ασχολείται με τη μέτρηση των εποχών μέσω της θέσης των γνωμόνων και **[42]** η μετεωρολογία, η οποία βρίσκει τις διαφορές στα ύψη [των ουρανίων σωμάτων] και τις αποστάσεις των άστρων, και ερμηνεύει πολλά και διάφορα αστρονομικά θεωρήματα. Αλλά και η διοπτρική, η οποία εξετάζει τις εποχές του ηλίου, της σελήνης και των άλλων αστέρων με τη βοήθεια αυτών των οργάνων. Αυτά λοιπόν παραλάβαμε καταγεγραμμένα από τους παλαιούς σχετικά με τους κλάδους της μαθηματικής επιστήμης.

## Κεφάλαιο 14ο : Με ποιο τρόπο η διαλεκτική είναι η κορωνίδα των Μαθηματικών και ο δεσμός τους σύμφωνα με τον Πλάτωνα

Έχοντας μιλήσει λοιπόν γι’ αυτά, ας επανέλθουμε και ας εξετάσουμε πώς ο Πλάτων στην *Πολιτεία* ανέφερε [ότι] η διαλεκτική [είναι] το «επιστέγασμα»των μαθηματικών και ποιος είναι ο δεσμός τους, τον οποίο μας παραδίδει ο συγγραφέας της *Επινομίδος*. Λέμε λοιπόν, ότι, όπως ακριβώς ο νους βρίσκεται σε υψηλότερο επίπεδο από τη διάνοια και χορηγεί σε αυτή από ψηλά τις αρχές και την τελειοποιεί από μόνος του, έτσι και η διαλεκτική, η οποία συνιστά το πλέον καθαρό μέρος της φιλοσοφίας, εκτείνεται πάνω από τα μαθηματικά, περιέχει όλο τους το εύρος και δίνει στις [μαθηματικές] επιστήμες από μόνη της κάθε είδους ικανότητες της τελείωσης, της κριτικής και της νόησης – αναφέρομαι [στις ικανότητες] της ανάλυσης, της διαίρεσης, του ορισμού και της απόδειξης. **[43]** Η μαθηματική επιστήμη, λοιπόν, εφοδιασμένη και τελειοποιημένη από αυτές, κάποια τα βρίσκει με τη [μέθοδο] της ανάλυσης, ενώ άλλα με της σύνθεσης, και σε κάποια καταλήγει μέσω της διαιρετικής, ενώ σε άλλα με ορισμούς. Κάποια άλλα, μάλιστα, τα συμπλέκει με τα ζητούμενα μέσω αποδείξεων, συνδυάζοντας τις μεθόδους αυτές σε ότι υπόκειται σε αυτή. Επίσης, χρησιμοποιεί κάθε μια από αυτές με σκοπό να εξετάσει τα ενδιάμεσα είδη. Γι’ αυτό και οι αναλύσεις, οι ορισμοί, οι διαιρέσεις και οι αποδείξεις τους συγγενεύουν και αναπτύσσονται σύμφωνα με τη μέθοδο μαθηματικής επιστήμης. Είναι φυσικό λοιπόν, η διαλεκτική να είναι το επιστέγασμα των μαθηματικών, διότι τελειοποιεί κάθε τι νοερό [που υπάρχει] σε αυτά και τελειοποιεί το ακριβές στο πλέον αδιάψευστο και διατηρεί ως έχει το σταθερό και μόνιμο, και ανάγει το άυλο και το καθαρό στην απλότητα και την αϋλία του νου, και προσδιορίζει τις πρώτες αρχές τους και αποκαλύπτει τις διακρίσεις των γενών και των ειδών [που υπάγονται] σε αυτά. Διδάσκει, επίσης, τις συνθέσεις που εκκινούν από τις αρχές και προχωρούν σε αυτά που έπονται των αρχών, και τις αναλύσεις που οπισθοδρομούν προς τα πρώτα και τις αρχές.

Και αναφορικά με τον δεσμό των μαθηματικών, δεν θα πρέπει να θεωρήσουμε ότι είναι η αναλογία, όπως πίστευε ο Ερατοσθένης. Διότι λέγεται, ότι η αναλογία είναι ένα κοινό [χαρακτηριστικό] των μαθηματικών. Ωστόσο, και πολλά άλλα εκτείνονται, θα λέγαμε, σε όλα τα μαθηματικά και περιλαμβάνονται **[44]** στην κοινή φύση τους. Θα μπορούσαμε να πούμε, όμως, ότι ο άμεσος δεσμός τους είναι η μία και ολόκληρη μαθηματική [επιστήμη], η οποία περιέχει τις αρχές καθεμιάς επιστήμης στην απλούστερη μορφή, και μελετά τις ομοιότητες και τις διαφορές τους, και διδάσκει όσα είναι ίδια σε όλες [τις επιστήμες] και όσα βρίσκονται σε περισσότερες [επιστήμες] και σε λιγότερες. Και όσοι εκπαιδεύονται με αυτό τον τρόπο [οδηγούνται] ανωφερώς από τις πολλές [επιστήμες] σε αυτήν. Αλλά όπως είπα, σε ακόμα υψηλότερο επίπεδο από αυτή, η διαλεκτική των μαθηματικών θα μπορούσε να είναι ο δεσμός και το επιστέγασμά τους, όπως επισήμανε [ο Πλάτων] στην *Πολιτεία*. Διότι αυτή τελειοποιεί ολόκληρη τη μαθηματική επιστήμη και ανάγει στο νου τις δικές τις δυνατότητες, την καθιστά πραγματική επιστήμη, την ολοκληρώνει ως σταθερή και αδιάψευστη. Τρίτος κατά σειρά σύνδεσμος θα μπορούσε να είναι ο νους, που περιέχει μέσα του τις διαλεκτικές δυνάμεις ως μία, και συγκεντρώνει τις διάφορες μορφές τους μέσω της απλότητας, την διάκρισή [τους] μέσω της αδιαίρετης γνώσης και το πλήθος μέσω της ένωσης. Αυτός λοιπόν συμπτύσσει την ανάπτυξη των διαλεκτικών μεθόδων, συνενώνει από ψηλά κάθε ερμηνεία των μαθηματικών ειδών και τέλος είναι ό,τι καλύτερο για την ανοδική πορεία και τη δράση της γνώσης. Αυτά λοιπόν ας πω αναφορικά με τα ζητήματα αυτά.

## Κεφάλαιο 15ο : Η προέλευση του ονόματος των Μαθηματικών

Και πώς θα μπορούσαμε να πούμε, ότι δόθηκε στις επιστήμες αυτές το όνομα της μαθηματικής επιστήμης και των μαθηματικών από τους **[45]** παλαιότερους και ποια θα μπορούσε να είναι η σημασία του; Μου φαίνεται λοιπόν ότι, όπως ακριβώς [συμβαίνει] με τα περισσότερα ονόματα, η ονομασία αυτή για την επιστήμη των νοητικών συλλογισμών δεν είναι τυχαία,. Αλλά, λέγεται, ότι οι πυθαγόρειοι γνώριζαν καλά ότι η λεγόμενη μάθηση στο σύνολό της συνιστά ανάμνηση και δεν εμφυσείται στην ψυχή από έξω, όπως ακριβώς αποτυπώνονται οι απεικονίσεις των αισθητών στη φαντασία. Ούτε είναι σωρευτική, όπως η γνώση που προέρχεται από την πεποίθηση, αλλά διεγείρεται από τα φαινόμενα, ενώ προέρχεται από μέσα [μας], από την ίδια τη διάνοια και επιστρέφει σε αυτήν. Γνώριζαν, επίσης, ότι, αν και είναι δυνατόν [οι αναμνήσεις] να αποκαλύπτονται από πολλές [πηγές], [αποκαλύπτονται] κυρίως από τα μαθηματικά, όπως αναφέρει και ο Πλάτων: «αν φέρεις σε κάποιον [γεωμετρικά] σχήματα» ισχυρίζεται εκείνος «τότε αμέσως και με σαφήνεια θα πει κατηγορηματικά ότι η μάθηση είναι ανάμνηση». Γι’ αυτό και ο Σωκράτης στον *Μένωνα*, απέδειξε με αυτή την επιχειρηματολογία ότι η διαδικασία της μάθησης δεν είναι τίποτα άλλο παρά η διαδικασία κατά την οποία η ψυχή θυμάται τις δικές τις ιδέες. Αυτό εξηγείται από το ότι το διανοητικό μέρος της ψυχής, το οποίο έχει λάβει την ουσία του από τις ιδέες των μαθηματικών και έχει εκ των προτέρων συμπεριλάβει μέσα του της [μαθηματικές] επιστήμες, είναι αυτό που προκαλεί την ανάμνηση, ακόμα και αν δεν ενεργεί σύμφωνα **[46]** με αυτές. Και τις έχει όλες στην ουσία του, κρυμμένες, και τις φανερώνει όταν αρθούν τα εμπόδια από τις αισθήσεις. Διότι οι αισθήσεις την φέρνουν σε επαφή με τα διαιρεμένα [όντα], οι φαντασίες την γεμίζουν με τις κινήσεις των σωμάτων και οι έντονες επιθυμίες την αποσπούν προς μια ζωή με πάθη. Επίσης, καθετί διηρημένο συνιστά εμπόδιο στην επιστροφή στον εαυτό μας, κάθε σώμα θολώνει την ασχημάτιστη γνώση και κάθε εμπάθεια είναι εμπόδιο στην απαθή ενέργεια. Όταν λοιπόν, αφαιρέσουμε αυτά από τη διάνοια, τότε μπορούμε να μάθουμε τις ιδέες μέσα της, να είμαστε πραγματικοί επιστήμονες και να προβάλλουμε την ουσιώδη γνώση. Αν όμως είμαστε φυλακισμένοι και τα μάτια της ψυχής είναι κλειστά, δεν θα αποκτήσουμε ποτέ την τελειότητα που μας ταιριάζει.

Αυτή, λοιπόν, είναι η μάθηση, η ανάμνηση των αιώνιων ιδεών [που βρίσκονται] μέσα στην ψυχή. Και η γνώση που συμβάλλει ιδιαιτέρως στην δική μας ανάμνηση εκείνων [των ιδεών] ονομάζεται μαθηματικά. Συνεπώς, φαίνεται από το όνομά της, ποιο είναι το έργο της επιστήμης αυτής [ένα όνομα που δηλώνει ότι] κινεί την έμφυτη γνώση, δίνει ενέργεια στη νόηση, αποκαθάρει τη σκέψη, φανερώνει τα είδη που υπάρχουν στην ουσία μας, αφαιρεί τη λήθη και την άγνοια, τα οποία τα έχουμε εκ γενετής, απελευθερώνει από τα δεσμά του παράλογου. [Και αυτά τα κάνει] σύμφωνα [με το θέλημα;] του θεού, του πραγματικού προστάτη αυτής της επιστήμης, ο οποίος φέρνει **[47]** στο φως τα νοερά δώρα, γεμίζει τα πάντα με θεϊκούς λόγους, κινεί τις ψυχές προς το νου, μας αφυπνίζει, σαν να είμασταν σε βαθύ ύπνο, επιστρέφει σε αυτές μέσω της αναζήτησης, τελειοποιεί μέσω της διαλεκτικής και στρέφει πρoς την μακάρια ζωή μέσω της ανεύρεσης του καθαρού νου. Αφού λοιπόν αφιερώσαμε αυτό εδώ το κείμενο σε αυτόν, θα αναλύσουμε την θεωρία της μαθηματικής επιστήμης.