**Αναλυτικά Πρότερα, Α, 23, 41a13-41b5**

Πρέπει, λοιπόν, να λάβουμε κάποιον μέσο όρο κοινό και για τα δύο, ο οποίος θα συνδέσει τις κατηγορήσεις, εάν θέλουμε να υπάρξει συλλογισμός του ενός προς το άλλο. Αν, λοιπόν, είναι ανάγκη να λάβουμε κάτι κοινό και για το δύο, αυτό είναι δυνατόν να γίνει με τρεις τρόπους: είτε θα κατηγορήσουμε το Α στο Γ και το Γ στο Β, είτε το Γ και τα δύο στο Γ, είτε το Γ και στα δύο. Αν λοιπόν οι παραπάνω συνδυασμοί ταυτίζονται με τα προαναφερθέντα Σχήματα, είναι φανερόν ότι κάθε Συλλογισμός είναι ανάγκη να γίνεται με κάποιο από αυτά τα Σχήματα. Το ίδιο επιχείρημα ισχύει και όταν η σύνδεση με το Β γίνεται με παραπάνω όρους, γιατί το Σχήμα παραμένει το ίδιο και όταν οι όροι είναι πολλοί.

Το ότι, λοιπόν, οι εναργείς αποδείξεις ολοκληρώνονται μέσω αυτών των Σχημάτων είναι φανερό. Το ότι το ίδιο ισχύει και για την *απαγωγή εις το αδύνατον*, θα γίνει φανερό από τα παρακάτω. Γιατί όλες οι αποδείξεις που ολοκληρώνονται μέσω του αδυνάτου, από την μια αποδεικνύουν κάτι ψευδές μέσω Συλλογισμού, από την άλλη αποδεικνύουν την αρχική υπόθεση, όταν προκύπτει κάτι αδύνατο από την λήψη της πρότασης που είναι η αντίφαση της αρχικής υπόθεσης. Για παράδειγμα, το ότι η διάμετρος είναι ασύμμετρη (με τις πλευρές) αποδεικνύεται από το ότι τα περιττό γίνεται ίσο με το άρτιο, αν υποτεθεί ότι η διάμετρος είναι σύμμετρος με τις πλευρές. Εκεί, το ότι το περιττό γίνεται ίσο με το άρτιο προκύπτει μέσω Συλλογισμού, το ότι όμως η διάμετρος είναι ασύμμετρος αποδεικνύεται υποθετικά , επειδή προκύπτει κάποιο ψεύδος από την αντιφατική της. Γιατί αυτό σημαίνει το να αποδεικνύεις δια του αδυνάτου: το να αποδείξεις με Συλλογισμό κάτι αδύνατο μέσω της αρχικής υπόθεσης. Συνεπώς, επειδή (α) οι εις το αδύνατον αποδείξεις το προς απόδειξη αρχικό το αποδεικνύουν υποθετικά, εμπεριέχοντας όμως εναργή απόδειξη του ψεύδους, και (β) είπαμε προηγουμένως ότι οι εναργείς αποδείξεις ολοκληρώνονται μέσω αυτών των Σχημάτων, είναι φανερό ότι και οι προς το αδύνατον αποδείξεις προκύπτουν μέσω αυτών των Σχημάτων. Τ ίδιο ισχύει και όλες τις υποθετικές αποδείξεις. Καθότι σε όλες ο Συλλογισμός καταλήγει στο *προς αντικατάσταση*, ενώ το προς απόδειξη αρχικό προκύπτει μέσω κοινής παραδοχής ή κάποιας άλλης υπόθεσης. Εάν, λοιπόν, αυτά έχουν έτσι, κάθε απόδειξη και κάθε Συλλογισμός να προκύπτει μέσω των τριών προειρημένων Σχημάτων. Αποδειχθέντος λοιπόν του παραπάνω, είναι φανερό ότι κάθε απόδειξη επιτελείται μέσω του 1ου Σχήματος και ανάγεται στους καθολικούς Συλλογισμούς του ίδιου Σχήματος.

**41a16-18.** Στο σημείο αυτό ολοκληρώνεται η απόδειξη σχετικά με τις εναργείς αποδείξεις. Η λογική δομή της είναι αναδρομική: Κάθε συλλογιστική απόδειξη συνδυάζει, μέσω του μέσου όρου, τον μείζονα με τον ελάσσονα, και οι δυνατοί τρόποι συνδυασμού τους εξαντλούνται με τα 3 Σχήματα. Για να είναι έγκυρη η απόδειξη πρέπει τα 3 Σχήματα να εξαντλούν όντος όλους του δυνατούς συνδυασμούς των όρων στις προκείμενες. Αυτό ο Αριστοτέλης μοιάζει να το θεωρεί δεδομένο, παρ’ όλη την δυνατότητα να συνδυαστούν οι όροι με το 4ο Σχήμα. Με την σειρά του αυτό σημαίνει ότι είτε ο Αριστοτέλης παραβλέπει την ύπαρξη του 4ου Σχήματος, είτε το εμπεριέχει στο 3ο, υπό την έννοια ότι ακόμα και στο 4ο ο μέσος όρος είναι το υποκείμενο μιας από τις προκείμενες και το κατηγορούμενο της άλλης και, άρα, εμπεριέχεται στην πρώτη περίπτωση, 41a14-15: είτε θα κατηγορήσουμε το Α στο Γ και το Γ στο Β. Υπό την ίδια έννοια, στις παραπάνω γραμμές, αυτό που βαραίνει είναι ο μέσος όρος να είναι στην μία υποκείμενο και στην άλλη κατηγορούμενο, ανεξάρτητα από την σειρά των προκειμένων.

**41a17-20.** Το ίδιο ισχύει και για ακολουθία Συλλογισμών, όπου ο μείζων και ο ελάσσον συνδέονται με πολλούς ενδιάμεσους μέσους. Προφανώς, γιατί κάθε επιμέρους Συλλογισμός της ακολουθίας, υπάγεται στο πεδίο της προηγούμενης απόδειξης.

**41a22-37.** Εδώ ο Αριστοτέλης επεκτείνει το θεώρημα σχετικά με τις *εις το αδύνατον* αποδείξεις, τις οποίες θεωρεί είδος των υποθετικών.

**41a23-26.** Οι *εις το αδύνατον* αποδείξεις έχουν δύο μέρη. Στο πρώτο, αποδεικνύουν μέσω Συλλογισμού κάτι ψευδές. Στο δεύτερο, αποδεικνύουν αυτό που είχε θεωρηθεί ότι πρέπει να αποδειχθεί αρχικά (*τὸ ἐξ ἀρχῆς*, βλ. και 40b32) υποθετικά. Η γενική δομή έχει ως εξής. Από κάποια αρχική παραδοχή, επιδιώκεται να συναχθεί η p. Υποθέτουμε, επιπλέον, την αντιφατική της p, και μέσω Συλλογισμού, καταλήγουμε σε κάτι αδύνατον. Μέσω της υπόρρητης υπόθεσης ότι αν από ένα σύνολο προκειμένων και μια πρόταση οδηγηθούμε σε κάτι αδύνατον, τότε συνάγουμε την άρνηση αυτής της πρότασης από το σύνολο αυτών των προκειμένων (βλ. και ΝΒ στο τέλος).

**41a26-30.** Παράδειγμα *εις το αδύνατον* απόδειξης: Η διαγώνιος του τετραγώνου είναι ασύμμετρη με την τις πλευρές του. Για την συγκεκριμένη απόδειξη βλ. Ευκλείδης, *Στοιχεία*, 10, 5. Αναπαράγεται στους Αλέξανδρος, 260 και Ross, 372. Δεν είναι άμεσα προφανές το ότι η Συλλογιστική απόδειξη που αποδεικνύει το ψεύδος υπάγεται στα Σχήματα, καθώς στην μαθηματική διατύπωσή της απαιτεί σύζευξη κατηγορικών προτάσεων σε μία προκείμενη, κάτι το οποίο ή Συλλογιστική δεν μπορεί να διαχειριστεί. Η Striker (175) επισημαίνει ότι το αποδειχθέν ψευδός δεν διατυπώνεται στο κείμενο του Αριστοτέλη (41a27) ως σύζευξη (p∧¬p: ο αριθμός n είναι και δεν είναι περιττός), αλλά ως κατηγορική πρόταση («το περιττό είναι ίσο με το άρτιο»). Από αυτό συμπεραίνει ότι το «αντιφατικό» εδώ δεν είναι μια τυπική, υπό την σύγχρονη έννοια, αντίφαση αλλά μια «ενδογενώς αντιφατική πρόταση».

**41a32-37.** Αφού μέρος της *εις το αδύνατον* απόδειξης είναι Συλλογιστικό, οι *εις το αδύνατον* αποδείξεις δεν μπορούν να ολοκληρωθούν παρά μόνον μέσω των Συλλογισμών, και, άρα, κατά μία έννοια ανάγονται σε αυτούς. Σχετικά με την έννοια της αναγωγής, πρέπει εδώ να επισημάνουμε ότι δεν πρόκειται για την αναγωγή του κεφαλαίου 7. Εκεί, αναγωγή του Συλλογισμού α στους Β, σήμαινε ότι ο α μπορεί να αποδειχτεί από τους Β και τις αντιστροφές, την απαγωγή εις άτοπον και (ίσως) και την έκθεση. Εδώ σημαίνει απλά ότι ένα Συλλογιστικό βήμα είναι αναγκαίο στην απόδειξη. Η ασυμμετρία αυτή έχει οδηγήσει κάποιους μελετητές να θεωρήσουν ότι πιθανώς το μη συλλογιστικό βήμα των υποθετικών αποδείξεως δεν είναι καν απόδειξη *stricto sensu*. Βλ. Striker, 177.

**41a38-b1.** Γενίκευση και για τις υπόλοιπες υποθετικές αποδείξεις, των οποίων οι *εις το αδύνατον* αποτελούν μέρος. Από κάποια κοινή ομολογία, ή από κάποια άλλη (από την προς απόδειξη υπόθεση) καταλήγουμε στο προς απόδειξη. Σε όλες αυτές το Συλλογιστικό σκέλος αφορά το *μεταλαμβανόμενον*. Οι σχολιαστές διαφωνούν σχετικά με την έννοια που αυτό είναι «μεταλαμβανόμενο». Ο Αλέξανδρος (263) θεωρεί ότι είναι αυτό που είναι κοινό στη κοινή παραδοχή και σε αυτό που αποδεικνύεται Συλλογιστικά. Για παράδειγμα από την υπόθεση ότι αν το Α, τότε το Β και την Συλλογιστικά αποδεδειγμένη πρόταση Α, προκύπτει το Β. Το Α είναι κοινό και είναι «μεταλαμβανόμενο» υπό την έννοια του ότι αλλάξει μορφή: αρχικά είναι μια κατηγορική πρόταση, στην συνέχεια η υπόθεση ενός υποθετικού λόγου. Ο Φιλόπονος θεωρεί και αυτός (242) ότι είναι το Α, αλλά υπό την έννοια του ότι το λαμβάνουμε «μετά» τον υποθετικό λόγο˙ τ.ε. πρώτα λαμβάνουμε την «αν Α, τότε Β» και *στην συνέχεια* αποδεικνύουμε την Α. Άλλοι (βλ. Ross 373), θεωρούν ότι είναι ο υποθετικός λόγος «αν Α, τότε Β», υπό την έννοια ότι έχει αντικαταστήσει (*μεταληφθέν* ως *αντικατασταθέν*)την αρχική προς απόδειξη υπόθεση.

**ΝΒ.** Σε όλο το κεφάλαιο είναι σίγουρο ότι οι υποθετικές αποδείξεις καλούνται «υποθετικές» γιατί κάποια υπόθεση (διαφορετική από τις προκείμενες των Συλλογισμών) είναι δομικό τους μέρος. Δεν συμφωνούν οι σχολιαστές σχετικά με το ποια είναι αυτή.

1. Θα μπορούσε (Αλέξανδρος, 256), να είναι η επιπλέον κατηγορική προκείμενη που χρησιμοποιούμε στην απόδειξη. Στις αποδείξεις με *απαγωγή εις αδύνατον* αυτή μπορεί καιείναιη αντιφατική της αρχικής προς απόδειξη υπόθεσης, στις υπόλοιπες υποθετικές η Α, βλ. σχόλιο στο 41a38-b1.

2. Θα μπορούσε (Φιλόπονος, 242-47, Ross, 371-72) να είναι ο ίδιος ο υποθετικός λόγος που χρησιμοποιείται στην απόδειξη. Στην γενική περίπτωση της υποθετικής απόδειξης, η «αν Α, τότε Β», βλ. σχόλιο στο 41a38-b1. Στην *απαγωγή* *εις αδύνατον*, η υπόρρητη υπόθεση ότι, αν από ένα σύνολο προκειμένων και μια πρόταση οδηγηθούμε σε κάτι αδύνατον, τότε συνάγουμε την άρνηση αυτής της πρότασης από το σύνολο αυτών των προκειμένων.

3. Κάποιοι (Mignucci, βλ. και Striker, 176), θεωρούν ότι είναι η άρνηση του συμπεράσματος που καταλήγει η *απαγωγή* *εις αδύνατον*. Κάτι τέτοιο δεν είναι ικανοποιητικό, καθότι αφορά μόνον ένα μέρος των υποθετικών αποδείξεων: εκείνες τις αποδείξεις με *απαγωγή εις αδύνατον* που το προς απόδειξη αρχικό είναι η αντιφατική του συμπεράσματος του reductio. Δεν αφορά τις λοιπές υποθετικές, και ούτε καν τις *απαγωγές* που καταλήγουν σε μια τυπική αντίφαση. Στόχος της απόδειξης δεν είναι αποδειχθεί ο Νόμος της μη αντίφασης, αλλά μια άλλη πρόταση που αν δεχτούμε την άρνησή της οδηγούμαστε σε αντίφαση.