ΑΣΑΦΕΙΑ (Α)

I. Στη σύγχρονη φιλοσοφία ο όρος «ασαφής» (vague) έχει νόημα στενότερο από την καθημερινή γλώσσα: η ασάφεια στη φιλοσοφία είναι θέμα απροσδιόριστων ή συγκεχυμένων ορίων. Πρώτα απ' όλα, ο όρος χρησιμοποιείται για πολλά κατηγορήματα και τις έννοιες που αυτά εκφράζουν. Ένα κατηγόρημα είναι ασαφές εάνν επιδέχεται οριακές περιπτώσεις (borderline cases). Για παράδειγμα, υπάρχουν άνθρωποι που ξεκάθαρα είναι φαλακροί, άνθρωποι που ξεκάθαρα δεν είναι φαλακροί, και άνθρωποι που ούτε ξεκάθαρα είναι φαλακροί ούτε ξεκάθαρα δεν είναι φαλακροί. Η τελευταία ομάδα αποτελεί τις οριακές περιπτώσεις για το κατηγόρημα «φαλακρός». Ο όρος «ασαφής» στη σύγχρονη φιλοσοφία χρησιμοποιείται επίσης για ονόματα κι ακόμα και για πράγματα όπως βουνά και πόλεις, αν εμφανίζουν το ίδιο είδος απροσδιόριστων ορίων.

Αν ο X είναι οριακή περίπτωση για το «φαλακρός», καμιά φορά λέμε «Ο X είναι και δεν είναι φαλακρός». Νομίζω ότι αυτό είναι απλά ένας ιδιωματισμός για τις οριακές περιπτώσεις και δεν συνιστά αντίφαση· δεν ισχυριζόμαστε δηλ. ότι μια κατάσταση είναι πραγματική (ο X είναι φαλακρός) και ότι ακριβώς η ίδια κατάσταση δεν είναι πραγματική.

II. Το παράδοξο του σωρείτη:

> 1 κόκκος άμμου δεν αποτελεί σωρό.
> Αν 1 κόκκος άμμου δεν αποτελεί σωρό, ούτε 2 αποτελούν σωρό.
> ⋮
> Αν 9999 κόκκοι άμμου δεν αποτελούν σωρό, ούτε 10.000 αποτελούν σωρό.
> ―――――――――――――――――――――――――――――――
> Άρα, 10.000 κόκκοι άμμου δεν αποτελούν σωρό.

Εδώ το «δεν αποτελούν σωρό» σημαίνει «δεν αποτελούν σωρό όπως κι αν διευθετηθούν». Το «αν» εδώ και σ' όλη τη συζήτησή μας θα εκφράζει υλική συνεπαγωγή. Ο συλλογισμός αποτελείται από 9999 βήματα που καθένα τους έχει τη μορφή του modus ponens. (Modus ponens είναι ο εξής τύπος επιχειρήματος: «Αν **Α** τότε **Β**· **Α**. Άρα, **Β**».)

Έχουμε παράδοξο γιατί κάθε προκείμενη φαίνεται αληθής, κάθε βήμα φαίνεται έγκυρο, αλλά το συμπέρασμα είναι ψευδές. Μια άποψη για την ασάφεια οφείλει να εξηγήσει γιατί ο συλλογισμός δεν είναι ορθός. Αν αρνηθούμε μια οποιαδήποτε από τις υποθετικές προκείμενες (αυτές της μορφής «Αν **Α** τότε **Β**»), δεχόμαστε για κάποιο συγκεκριμένο αριθμό j ότι j κόκκοι δεν φτιάχνουν σωρό αλλά j + 1 κόκκοι φτιάχνουν. Ακούγεται παράλογο να δεχθούμε κάτι τέτοιο. Το ασαφές κατηγόρημα που γεννά το παράδοξο εδώ είναι το «δεν αποτελούν σωρό»· κάθε ασαφές κατηγόρημα οδηγεί σε μορφή του παραδόξου.

Ας θεωρήσουμε μια μακρά ακολουθία εφαπτόμενων αριθμημένων ζωνών πάνω σ' ένα τοίχο τέτοιων που η πρώτη να είναι ξεκάθαρα κόκκινη, η τελευταία να είναι ξεκάθαρα πορτοκαλί, και οποιεσδήποτε δύο συνεχόμενες ζώνες να φαίνονται όμοιες. Μπορούμε να διατυπώσουμε μια μορφή του παραδόξου με το κατηγόρημα «φαίνεται κόκκινη» αντί για το «δεν αποτελούν σωρό». Σε αυτό το παράδειγμα θα είναι ακόμα δυσκολότερο να αρνηθούμε κάποια από τις προκείμενες.

Οι απόψεις για την ασάφεια είναι δύο ειδών: σύμφωνα με τη γνωσιακή θεωρία, μια ασαφής λέξη θέτει συγκεκριμένο όριο αλλά δεν μπορούμε να ξέρουμε πού βρίσκεται αυτό το όριο· σύμφωνα με όλες τις άλλες απόψεις, μια ασαφής λέξη δεν θέτει συγκεκριμένο όριο.

III. Μπορεί να θεωρηθεί ότι οι αποφάνσεις όπως «Ο X είναι φαλακρός», όπου ο X αποτελεί οριακή περίπτωση, δεν είναι ούτε αληθείς ούτε ψευδείς, αλλά απροσδιόριστες· έχουν δηλ. μια τρίτη αληθοτιμή. Σε αυτή την περίπτωση είναι αρκετά φυσικό να χαρακτηρίσουμε τους τελεστές της προτασιακής λογικής σύμφωνα με την τρίτιμη λογική του Kleene. Η λογική αυτή αποδέχεται όλες τις κλασικές αρχές για το πώς η αληθοτιμή μιας σύνθετης απόφανσης καθορίζεται από τις αληθοτιμές των συστατικών της· και χαρακτηρίζει μια σύνθετη απόφανση απροσδιόριστη αν οι κλασικές αρχές δεν επαρκούν για να τη θεωρήσουμε αληθή ή να τη θεωρήσουμε ψευδή. Έτσι, η ¬**A** είναι αληθής αν η **A** είναι ψευδής· ψευδής αν η **A** είναι αληθής· και απροσδιόριστη αν η **A** είναι απροσδιόριστη. Η **A** ∧ **B** είναι αληθής αν και η **A** και η **B** είναι αληθείς· ψευδής αν τουλάχιστον μία από τις **A** και **B** είναι ψευδής· και απροσδιόριστη στις περιπτώσεις που απομένουν (δηλ. αν η μία από τις **A** και **B** είναι απροσδιόριστη και η άλλη είναι απροσδιόριστη ή αληθής). Η **A** ⊃ **B** είναι αληθής αν η **A** είναι ψευδής ή η **B** αληθής· ψευδής αν η **A** είναι αληθής και η **B** ψευδής· και απροσδιόριστη στις περιπτώσεις που απομένουν (δηλ. στις περιπτώσεις «**A**: αληθής· **B**: απροσδιόριστη», «**A**: απροσδιόριστη· **B**: απροσδιόριστη» και «**A**: απροσδιόριστη· **B**: ψευδής»).

Αυτή η θεώρηση (που αναπτύχθηκε από το S. Körner τη δεκαετία του 50 και το M. Tye τη δεκαετία του 90) αντιμετωπίζει το σωρείτη λέγοντας ότι μερικές υποθετικές προκείμενες (αυτές γύρω στη μέση) είναι απροσδιόριστες (και γι' αυτό ο συλλογισμός δεν είναι ορθός).

Προβλήματα για αυτή τη θεώρηση: (α) Αντιμετωπίζει τις υποθετικές προκείμενες όπως ακριβώς και τις αντιστροφές τους:

Αν 2 κόκκοι άμμου δεν αποτελούν σωρό, ούτε 1 αποτελεί σωρό.

⋮

Αν 10.000 κόκκοι άμμου δεν αποτελούν σωρό, ούτε 9999 αποτελούν σωρό.

Κι εδώ, οι πρώτες συνεπαγωγές, καθώς και οι τελευταίες, βγαίνουν αληθείς, ενώ αυτές γύρω στη μέση βγαίνουν απροσδιόριστες. Όμως οι αντίστροφες αυτές συνεπαγωγές δεν οδηγούν σε παράδοξο και φαίνονται να είναι όλες αληθείς. (β) Άμα **A** είναι μια απόφανση που αφορά οριακή περίπτωση και γι' αυτό το λόγο θεωρείται απροσδιόριστη, τότε το **A** ⊃ **A** και το **A** ∧ ¬**A** βγαίνουν επίσης απροσδιόριστα. Φαίνονται όμως να είναι αληθές και ψευδές αντίστοιχα (αποτελούν την τυπικότερη ταυτολογία και την τυπικότερη αντίφαση).

Τα προβλήματα αυτά οδηγούν στο συμπέρασμα πως αν δεχθούμε ότι οι αποφάνσεις όπως «Ο Χ είναι φαλακρός», όπου ο Χ αποτελεί οριακή περίπτωση, δεν είναι ούτε αληθείς ούτε ψευδείς, δεν θα πρέπει να προσπαθήσουμε να προσφέρουμε πίνακες αλήθειας για τους λογικούς τελεστές. Θα πρέπει μάλλον να πούμε ότι το αν μια σύνθετη απόφανση είναι απροσδιόριστη δεν εξαρτάται μόνο από την αληθοτιμή των συστατικών της. (Γιατί π.χ. γίνεται η **A** ⊃ **B** να είναι απροσδιόριστη, μα η **Γ** ⊃ **Δ** να μην είναι, μολονότι η **A** έχει την ίδια αληθοτιμή με τη **Γ**, και η **B** έχει την ίδια αληθοτιμή με τη **Δ**.) Αν όμως πούμε τέτοια πράγματα, έχουμε απομακρυνθεί απ' ό,τι συνήθως καλείται «τρίτιμη λογική».

IV. Η θεωρία των βαθμών αλήθειας (που αναπτύχθηκε από τον J. Goguen και άλλους τη δεκαετία του 60):

Αντικαθιστούμε την έννοια της αλήθειας με την έννοια των βαθμών αλήθειας, οι οποίοι είναι όλοι οι πραγματικοί αριθμοί από το 0 ως και το 1. Αν ο Γιάννης είναι ξεκάθαρα φαλακρός, η απόφανση «Ο Γιάννης είναι φαλακρός» έχει βαθμό αλήθειας 1· αν είναι ξεκάθαρα μη φαλακρός, η απόφανση έχει βαθμό αλήθειας 0· αν απέχει εξίσου από το να είναι ξεκάθαρα φαλακρός και από το να είναι ξεκάθαρα μη φαλακρός, η απόφανση έχει βαθμό αλήθειας 0,5· και ούτω καθεξής. «[**A**]» σημαίνει «ο βαθμός αλήθειας της **A**». Το ψεύδος επίσης επιδέχεται βαθμούς: ο βαθμός ψεύδους μιας απόφανσης **A** είναι 1 – [**A**]. Οι βαθμοί αλήθειας δεν είναι πιθανότητες: η έννοια του βαθμού αλήθειας δεν έχει σχέση με το τι γνωρίζουμε (όπως έχει η έννοια της πιθανότητας) και οι βαθμοί αλήθειας δεν χρειάζεται να ακολουθούν το λογισμό των πιθανοτήτων.

Να ένας τρόπος να επεκτείνουμε την έννοια των βαθμών αλήθειας σε σύνθετες αποφάνσεις: [¬**A**] = 1 – [**A**]. Η ιδέα εδώ είναι πως ο βαθμός αλήθειας της ¬**A** συμπίπτει με το βαθμό ψεύδους της **A**. [**A** ∧ **B**] είναι ο μικρότερος από τους [**A**] και [**B**], ενώ [**A** ∨ **B**] είναι ο μεγαλύτερος από τους δύο εκείνους αριθμούς. (Και αν [**A**] = [**B**], τότε ο κοινός βαθμός αλήθειας των **A** και **B** είναι και βαθμός αλήθειας της σύζευξής τους και της διάζευξής τους.) Η ιδέα εδώ είναι να κρατήσουμε μιαν αναλογία με τους κλασικούς πίνακες αλήθειας για το ∧ και το ∨ (νοώντας την αλήθεια στους κλασικούς πίνακες ως ένα «μεγαλύτερο βαθμό» από το ψεύδος). [**A** ⊃ **B**] = 1 – ([**A**] – [**B**]) αν [**A**] > [**B**], και [**A** ⊃ **B**] = 1 αν [**A**] ≤ [**B**]. Η ιδέα εδώ είναι πως, αν υπάρχει μείωση αλήθειας ανάμεσα στο ηγούμενο και το επόμενο, τότε όσο μεγαλύτερη είναι η μείωση, τόσο μικρότερος ο βαθμός αλήθειας της συνεπαγωγής· και αν δεν υπάρχει μείωση, τότε η συνεπαγωγή έχει βαθμό αλήθειας 1. Τέλος, οι αποφάνσεις που έχουν τη μορφή καθολικής ποσόδειξης («κάθε F είναι G») ή υπαρκτικής ποσόδειξης («υπάρχει H») αντιμετωπίζονται σαν συζεύξεις ή διαζεύξεις αντίστοιχα. Π.χ. η απόφανση «Υπάρχει φοιτητής που είναι φαλακρός» αντιμετωπίζεται όπως η «Ο Γιώργος είναι φαλακρός, ή ο Γιάννης είναι φαλακρός, ή …» (όπου ο Γιώργος, ο Γιάννης κλπ. είναι όλοι οι φοιτητές) και παίρνει ως βαθμό αλήθειας εκείνο τον αριθμό r ανάμεσα στους [«Ο Γιώργος είναι φαλακρός»], [«Ο Γιάννης είναι φαλακρός»] κλπ. που, για κάθε άλλο τέτοιο αριθμό r′, r ≥ r′.

Να και μια βαθμοθεωρητική έννοια έγκυρου επιχειρήματος: η εγκυρότητα επιδέχεται διαβάθμιση από το 0 ως και το 1· αν [**Π**] ≤ [**Σ**] όπου **Σ** είναι το συμπέρασμα και **Π** είναι η προκείμενη με το μικρότερο βαθμό αλήθειας, τότε το επιχείρημα έχει βαθμό εγκυρότητας 1· αν [**Π**] > [**Σ**], τότε ο βαθμός εγκυρότητας είναι 1 – ([**Π**] – [**Σ**]). Η ιδέα εδώ είναι παρόμοια με την ιδέα πίσω από τον κανόνα για το ⊃.

Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, αν θεωρήσουμε τις αποφάνσεις «1 κόκκος άμμου δεν αποτελεί σωρό», …, «10.000 κόκκοι άμμου δεν αποτελούν σωρό», θα δούμε ότι υπάρχει μια αρχική ομάδα όπου ο βαθμός αλήθειας είναι 1, μετά υπάρχει μια μεγάλη ομάδα όπου ο βαθμός αλήθειας σιγά σιγά μειώνεται, και τέλος υπάρχει μια ομάδα όπου ο βαθμός είναι 0. Έτσι, το πρόβλημα με το σωρείτη είναι πως, μολονότι οι αρχικές υποθετικές προκείμενες έχουν βαθμό αλήθειας 1, και οι τελευταίες έχουν επίσης βαθμό 1, αυτές που βρίσκονται στη μέση έχουν βαθμό αλήθειας κατά τι μικρότερο από 1. Επιπλέον, οι πρώτες ανάμεσα στις 9999 εφαρμογές του modus ponens έχουν βαθμό εγκυρότητας 1, και οι τελευταίες έχουν επίσης βαθμό 1, αλλά οι μεσαίες έχουν βαθμό εγκυρότητας κατά τι μικρότερο από 1.

Η θεωρία των βαθμών αλήθειας οδηγεί σε απόρριψη της κλασικής λογικής για τις αποφάνσεις που εμπλέκουν ασαφείς έννοιες. Από τα αξιώματα και θεωρήματα της κλασικής λογικής κρατά μόνο εκείνα των οποίων όλες οι περιπτώσεις έχουν βαθμό αλήθειας 1. Έτσι, κρατά την αρχή p ⊃ p, αλλά όχι την αρχή p ∨ ¬p. («Περιπτώσεις», instances, π.χ. της αρχής p ⊃ p είναι οι αποφάνσεις που έχουν αυτή τη μορφή.)

V. Προβλήματα με τη θεωρία των βαθμών αλήθειας:

(α) Αποδίδει εγκυρότητα μικρότερη από 1 σε μερικά επιχειρήματα που έχουν τη μορφή του modus ponens. Όμως ο modus ponens θεωρείται από σχεδόν όλους τους φιλοσόφους ως υπεράνω αμφιβολίας.

Μπορούμε να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα αντικαθιστώντας τον ορισμό των βαθμών εγκυρότητας τον οποίο δώσαμε προηγουμένως με τον ακόλουθο: αν ο βαθμός ψεύδους του συμπεράσματος είναι μικρότερος από, ή ίσος με, το άθροισμα των βαθμών ψεύδους των προκειμένων, τότε το επιχείρημα έχει βαθμό εγκυρότητας 1· αν όμως ο βαθμός ψεύδους του συμπεράσματος είναι μεγαλύτερος από το άθροισμα των βαθμών ψεύδους των προκειμένων, και η διαφορά μεταξύ των δύο είναι k, τότε το επιχείρημα έχει βαθμό εγκυρότητας 1 – k. Μπορεί να αποδειχθεί ότι, για οποιεσδήποτε αποφάνσεις **A** και **B**, ο βαθμός ψεύδους της **B** είναι μικρότερος από, ή ίσος με, το άθροισμα του βαθμού ψεύδους της **A** και του βαθμού ψεύδους της **A** ⊃ **B**. Ο νέος βαθμοθεωρητικός ορισμός της εγκυρότητας οφείλεται στην D. Edgington.

(β) Αποδίδει σε πολλές αποφάνσεις βαθμούς αλήθειας που δεν είναι διαισθητικά ορθοί. Πρώτα απ' όλα, η πρόταση «Υπάρχει (φυσικός) αριθμός j τέτοιος που j κόκκοι άμμου δεν αποτελούν σωρό αλλά j + 1 κόκκοι αποτελούν» παίρνει βαθμό αλήθειας 0,5 (γιατί; εφαρμόστε τους κανόνες). Όμως διαισθητικά θα έπρεπε να πάρει 0 ή κοντά στο 0.

Έπειτα, ας υποθέσουμε ότι η πρόταση «Ο Γιάννης είναι ψηλός» έχει βαθμό αλήθειας 1, ενώ οι «Ο Γιάννης είναι φαλακρός», «Ο Γιώργος είναι ψηλός» και «Ο Γιώργος είναι φαλακρός» έχουν όλες βαθμό 0,5. Τότε η θεωρία αποδίδει τον ίδιο βαθμό αλήθειας (0,5) στις συζεύξεις «Ο Γιάννης είναι ψηλός και φαλακρός» και «Ο Γιώργος είναι ψηλός και φαλακρός». Διαισθητικά όμως θα περιμέναμε η δεύτερη να είχε μικρότερο βαθμό. Μπορεί κανείς να αντιμετωπίσει αυτό το παράδειγμα αντικαθιστώντας τον κανόνα για τη σύζευξη με τον ακόλουθο: [**A** ∧ **B**] = [**A**] × [**B**]. Τότε η πρόταση «Ο Γιάννης είναι ψηλός και φαλακρός» θα πάρει 0,5 ενώ η «Ο Γιώργος είναι ψηλός και φαλακρός» θα πάρει 0,25. Όμως αυτή η αντικατάσταση δεν βοηθά ιδιαίτερα με την πρόταση «Ο Γιάννης είναι φαλακρός και δεν ισχύει ότι ο Γιάννης είναι φαλακρός». Διαισθητικά δεν φαίνεται σωστό να της δώσουμε ούτε 0,5 ούτε 0,25, αφού αποτελεί αντίφαση κι έτσι θα έπρεπε να πάρει 0.

Τέλος, ας υποθέσουμε ότι ο βαθμός αλήθειας της πρότασης «Η Εύα είναι παιδί» είναι 0,5, κι ας πάρουμε τη λέξη «κορίτσι» με το νόημα κατά το οποίο συμβαδίζει με την παιδικότητα, ώστε αν το πρόσωπο X έχει θηλυκό γένος, ο βαθμός αλήθειας της απόφανσης «Η X είναι κορίτσι» ταυτίζεται με το βαθμό της «Η X είναι παιδί». Τότε η θεωρία, αντίθετα με τις διαισθήσεις μας, αποδίδει τον ίδιο βαθμό αλήθειας, 1, στο «Η Εύα είναι κορίτσι εάνν η Εύα είναι παιδί» και στο «Η Εύα είναι κορίτσι εάνν η Εύα δεν είναι παιδί». (Το «**A** εάνν **B**» ισοδυναμεί με το «(αν **A** τότε **B**) και (αν **B** τότε **A**)».) Τέτοια παραδείγματα οφείλονται στον K. Fine.

Το παράδειγμα της αντίφασης και το παράδειγμα της Εύας οδηγούν στο συμπέρασμα πως δεν μπορούμε να βρούμε ικανοποιητικούς κανόνες για να υπολογίζουμε το βαθμό αλήθειας των σύνθετων αποφάνσεων από τους βαθμούς των συστατικών τους αποφάνσεων. Γιατί, ακόμα κι αν δεχθούμε ότι η αλήθεια επιδέχεται διαβαθμίσεις, θα πρέπει να αναγνωρίσουμε πως μερικές φορές σύνθετες προτάσεις οι οποίες έχουν δομηθεί, μέσω του ίδιου συνδετικού της προτασιακής λογικής, από συστατικά που ανά ζεύγη συμπίπτουν σε βαθμό αλήθειας έχουν παρά ταύτα διαφορετικούς βαθμούς. Αν η αλήθεια επιδέχεται διαβαθμίσεις, ο βαθμός μιας σύνθετης πρότασης δεν εξαρτάται μόνο από τους βαθμούς των συστατικών· εξαρτάται κι από το περιεχόμενό τους.

(γ) Η ασάφεια ανώτερης τάξης αποτελεί πρόβλημα για τις υπάρχουσες εκδοχές της θεωρίας των βαθμών αλήθειας. Τι είναι η ασάφεια ανώτερης τάξης; Ας πάρουμε ένα ασαφές κατηγόρημα, π.χ. «κόκκινος». Φαίνεται ότι το «ξεκάθαρα κόκκινος» είναι επίσης ασαφές. Όπως δεν υπάρχει σαφές όριο ανάμεσα στα κόκκινα και τα μη κόκκινα πράγματα, έτσι δεν υπάρχει σαφές όριο ανάμεσα σε αυτά που είναι ξεκάθαρα κόκκινα και σε αυτά που είναι οριακές περιπτώσεις για το «κόκκινος». Υπάρχουν πράγματα που είναι οριακές περιπτώσεις για το «ξεκάθαρα κόκκινος» — αυτό φαίνεται καλύτερα στη μακρά ακολουθία ζωνών στον τοίχο που φανταστήκαμε νωρίτερα. Και το κατηγόρημα «ξεκάθαρα μη κόκκινος» είναι επίσης ασαφές.

Γιατί η ασάφεια ανώτερης τάξης αποτελεί πρόβλημα για τη θεωρία που συζητάμε; Αν το X είναι οριακή περίπτωση για το «ξεκάθαρα κόκκινος», τότε η πρόταση «Το X είναι κόκκινο» δεν έχει ξεκάθαρα βαθμό αλήθειας 1, ούτε έχει ξεκάθαρα βαθμό αλήθειας μικρότερο από 1. Άρα, το κατηγόρημα «έχει βαθμό αλήθειας 1» είναι ασαφές κατηγόρημα προτάσεων· επιδέχεται οριακές περιπτώσεις, όπως την πρόταση «Το Χ είναι κόκκινο». Παρομοίως, τα κατηγορήματα «έχει βαθμό αλήθειας 0», «έχει βαθμό αλήθειας 0,5» κλπ. είναι ασαφή. Τώρα, οι υπάρχουσες εκδοχές της θεωρίας των βαθμών αλήθειας εισάγουν μια μη κλασική λογική για τις ασαφείς έννοιες, αλλά αναπτύσσουν τη μελέτη αυτών των εννοιών και της λογικής τους εφαρμόζοντας την κλασική λογική, επειδή προϋποθέτουν ότι οι έννοιες που χρησιμοποιούν, σε αντίθεση με αυτές που μελετούν, είναι σαφείς. Λάθος! Θα έπρεπε να εφαρμόζουν τη λογική που εισάγουν.