

Ηλεκτρεγερτική δύναμη. emf

• Ιστορική ονομασία που δόθηκε από τον Faraday. (Η αιτία που τείνει να δημιουργήσει ηλεκτρικό ρεύμα)

• Το έργο που πρέπει να δοθεί στο μοναδιαίο φορτίο για δημιουργήσει μια διαφορά δυναμικού \mathcal{V} στα άκρα μιας πηγής με ανοικτούς ακροδέκτες.

$$\mathcal{V} = -\int \vec{E} d\vec{l}$$

• Η πηγή καταναλώνει έργο για να διαχωρίσει τα αρνητικά και θετικά φορτία. $\mathcal{V} = d\mathcal{W}/dq$

• Όταν η πηγή διαρρέεται από ρεύμα, η διαφορά δυναμικού στους ακροδέκτες είναι μικρότερη από την ΗΕΔ, λόγω της εσωτερικής αντίστασης της πηγής.

Πηγές

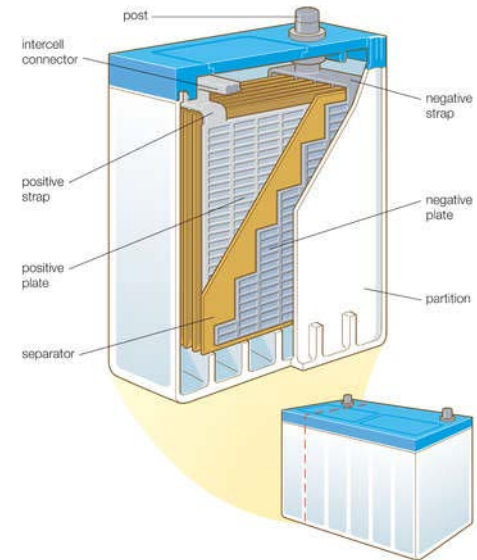
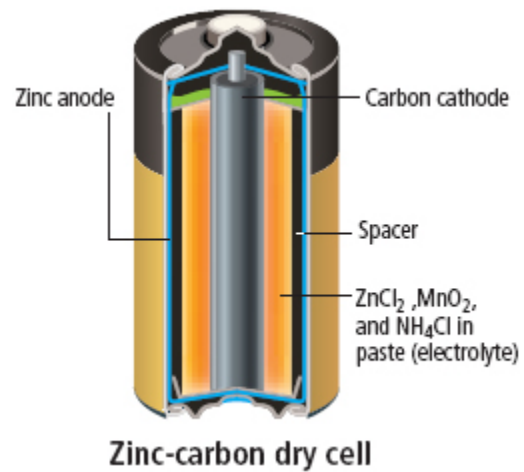
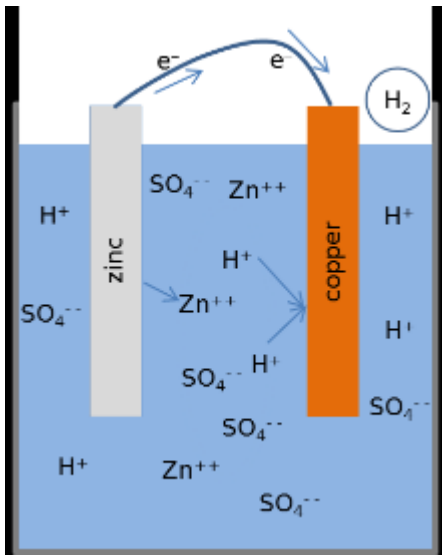
Χημικές (στήλες, συσσωρευτές)

Ηλεκτρομαγνητικές (δυναμό, γεννήτριες)

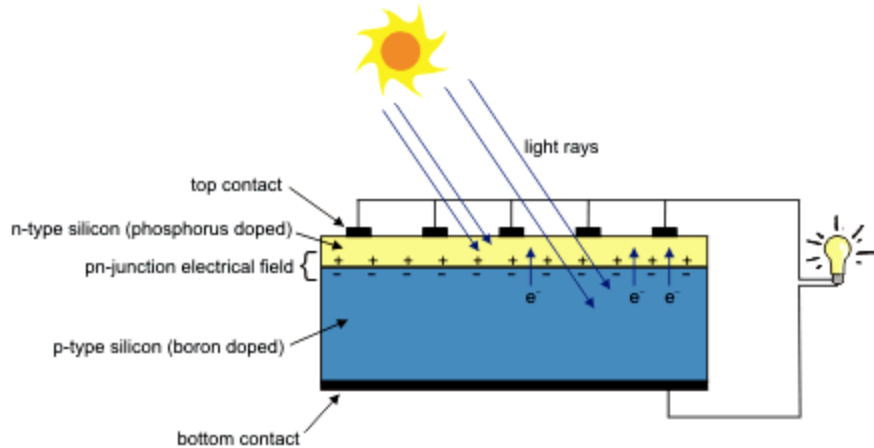
Ηλιακές (φωτοκυψέλες)

άλλες

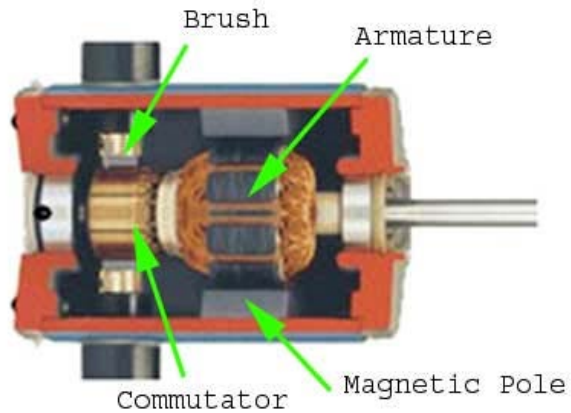
Ηλεκτρικές στήλες (Μπαταρίες)



Ηλιακές κυψέλες



Γεννήτριες



Νόμοι του Kirchhoff

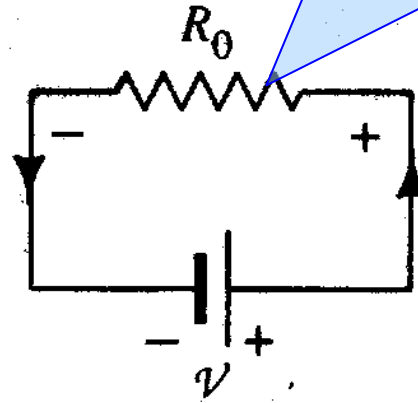
- \vec{E} η ένταση του ηλ. πεδίου στο εσωτερικό της αντίστασης R_0 .
- Η ένταση δημιουργεί ρεύμα πυκνότητας \vec{J}

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma}$$

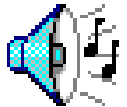
$$\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_e$$

\vec{E}_c ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από τα στατικά φορτία και \vec{E}_e η ένταση από την πηγή

Θεωρώ την αντίσταση, ένα αγώγιμο σύρμα μήκους l



$$\frac{\vec{J}}{\sigma} = \vec{E}_c + \vec{E}_e \Rightarrow \vec{I} \frac{R_0}{l} = \vec{E}_c + \vec{E}_e$$



Ένταση Ηλ. Πεδίου και Διαφορά Δυναμικού, κατά μήκος ενός κυκλώματος

Ολοκληρώνουμε κατά μήκος του κυκλώματος

Έργο που καταναλώνεται για την μετατόπιση μοναδιαίου φορτίου

$$\oint \vec{E}_c d\vec{l} + \oint \vec{E}_e d\vec{l} = I \oint \frac{R_0}{l} dl$$

$$\oint \vec{E}_c d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{E}_e d\vec{l} = V_e$$

$$\Rightarrow \mathcal{V}_e = IR_0$$



Το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι διατηρητικό. Άρα το ολοκλήρωμα του κατά μήκος μιας κλειστής γραμμής είναι μηδέν.



$$\oint_c \vec{E}_c d\vec{l} = 0$$

Το έργο που παράγει το ηλεκτρικό πεδίο κατά μήκος του κυκλώματος ισούται με την ΗΕΔ της πηγής. Τα ηλεκτρόνια κατά την κίνηση τους χάνουν ενέργεια. Η πηγή προσφέρει την ενέργεια για την κίνηση των ηλεκτρονίων

$$\oint_c \vec{E}_e d\vec{l} = \mathcal{V}_e \quad , \quad \mathcal{V}_e = IR$$

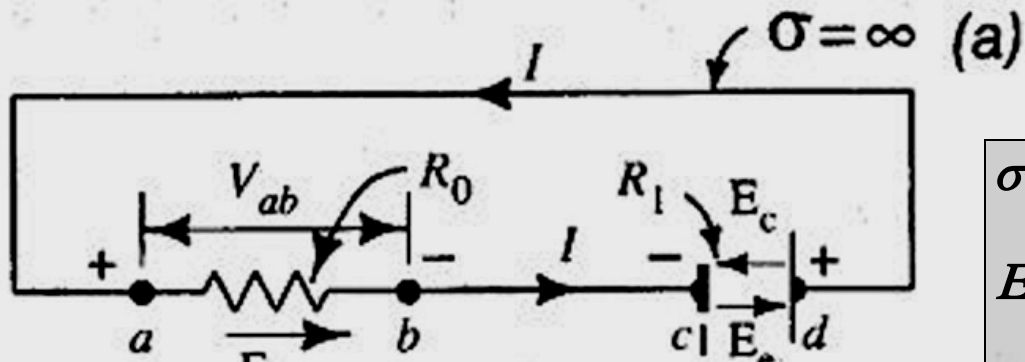
Νόμος του Kirchhoff για τις τάσεις

$$\mathcal{V}_e = IR$$

Για πολλές πηγές και
αντιστάσεις

$$\sum \mathcal{V}_i = I \sum_i R_i$$





στην εξ. αντίσταση

$$E_e = 0 \quad E_c = \frac{J}{\sigma_0} = I \frac{R_0}{l_0}$$

$$(b) \quad V_{ab} = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E}_c \cdot d\vec{l}$$

από a στο b

$$\int_a^b \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = I \frac{R_0}{l_0} \int_a^b dl \rightarrow V_{ab} = -IR_0$$

στην πηγή

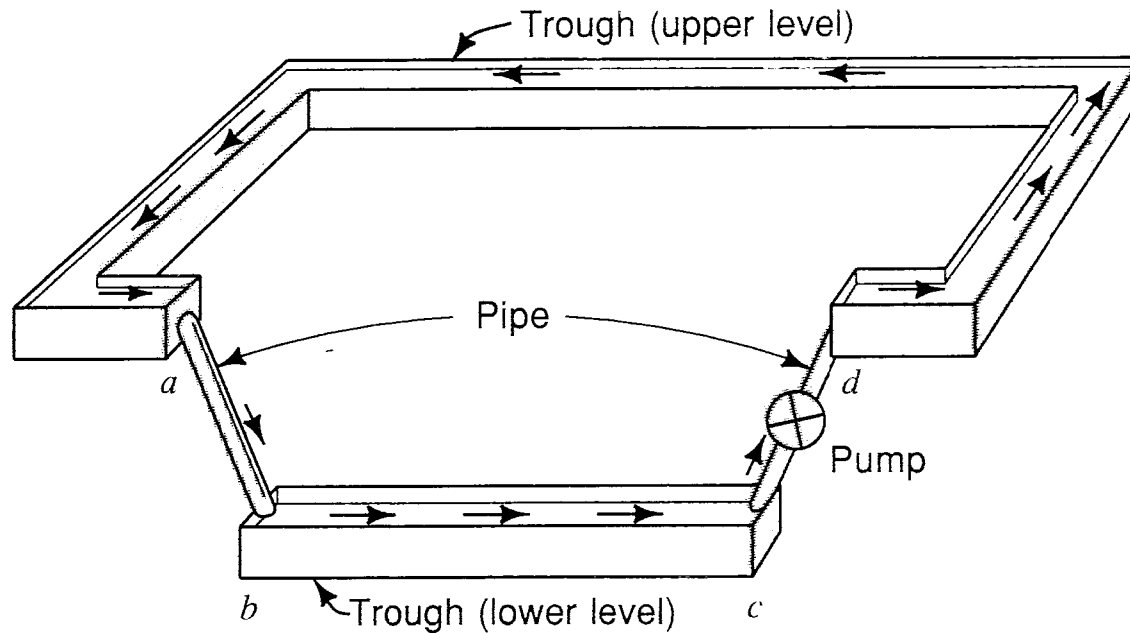
$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E}_e \cdot d\vec{l}$$

$$V_{cd} = -V_{ab}$$

$$\mathcal{V} = V_{cd} + IR_1 \rightarrow V_{cd} = \mathcal{V} - IR_1$$

$$\mathcal{V} = IR_0 + IR_1 \quad I = \frac{\mathcal{V}}{R_0 + R_1}$$

Υδραυλικό ισοδύναμο.



Οι αύλακες με μεγάλη διατομή αντιπροσωπεύουν τους αγωγούς χωρίς αντίσταση, ο σωλήνας a την αντίσταση R , η αντλία την πηγή και ο σωλήνας d την εσωτερική αντίσταση της πηγής.

Ισχύς που καταναλώνεται.

- Η σχέση $V_e = IR$ ερμηνεύεται: Το μοναδιαίο φορτίο, αποκτά από την ΗΕΔ της πηγής ενέργεια V_e η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα IR .
- Το φορτίο q αποκτά ενέργεια qV_e ή ισχύ $V_e \cdot dq/dt$.
- Δηλαδή $V_e I = I^2 R$ η ισχύς που προσφέρει η πηγή, μετατρέπεται σε θερμική ισχύ στην αντίσταση.

Συνέχεια ρεύματος

Το ρεύμα που βγαίνει από μια κλειστή επιφάνεια:

$$I = \oint \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$I = \oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt}$$

Μεταβολή φορτίου προς χρόνο

Από το θεώρημα απόκλισης:

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{ογκος}} (\nabla \cdot \vec{J}) dv$$

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \oint_{\text{ογκος}} \rho_v dv$$

Χρησιμοποιούμε την πυκνότητα αντί για το φορτίο

Συνέχεια

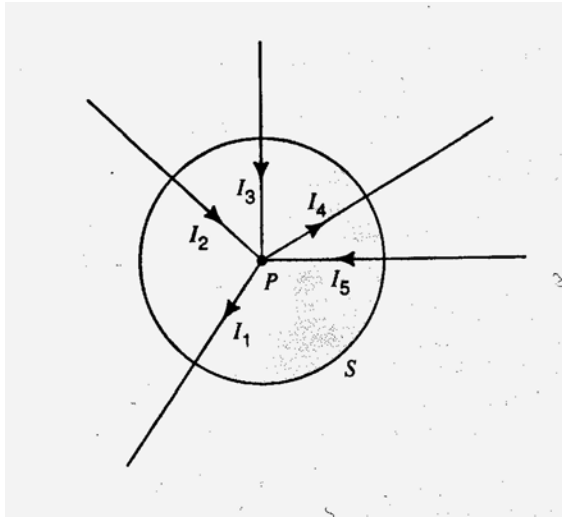
Αν η επιφάνεια παραμείνει σταθερή,
η παράγωγος γίνεται μερική και την
εισάγουμε στο ολοκλήρωμα.

$$\oint \vec{J} \, d\vec{S} = -\oint_{\text{ογκος}} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \, dv$$

Νόμος της συνέχειας για ένα
σημείο.

$$\vec{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

Νόμος του Kirchhoff για τα ρεύματα



$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

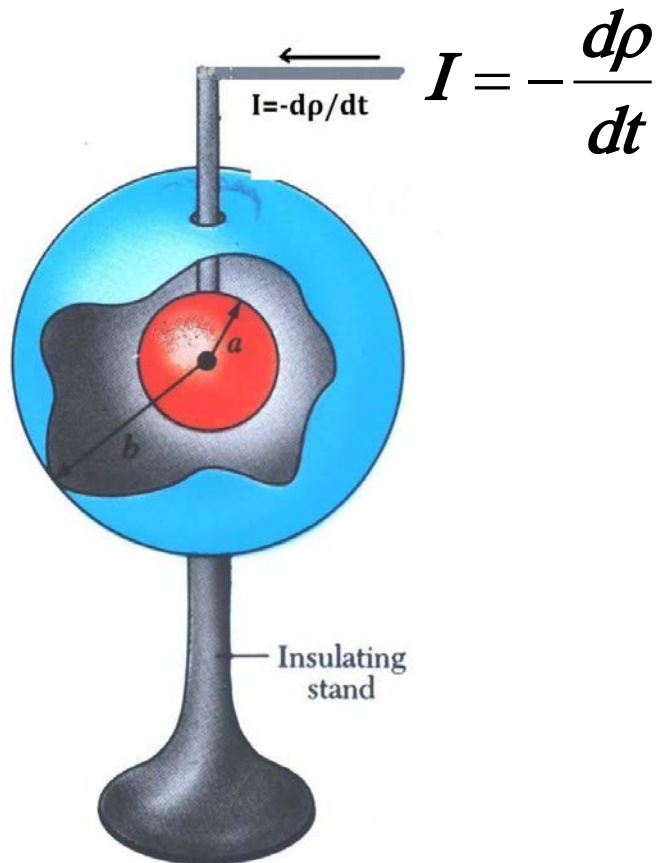
$$\sum I = 0$$

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

Από το θεώρημα Stokes προκύπτει ότι η απόκλιση του \vec{J} είναι μηδέν. Έκφραση της συνέχειας του ρεύματος.



Αν το ρεύμα δεν είναι σταθερό



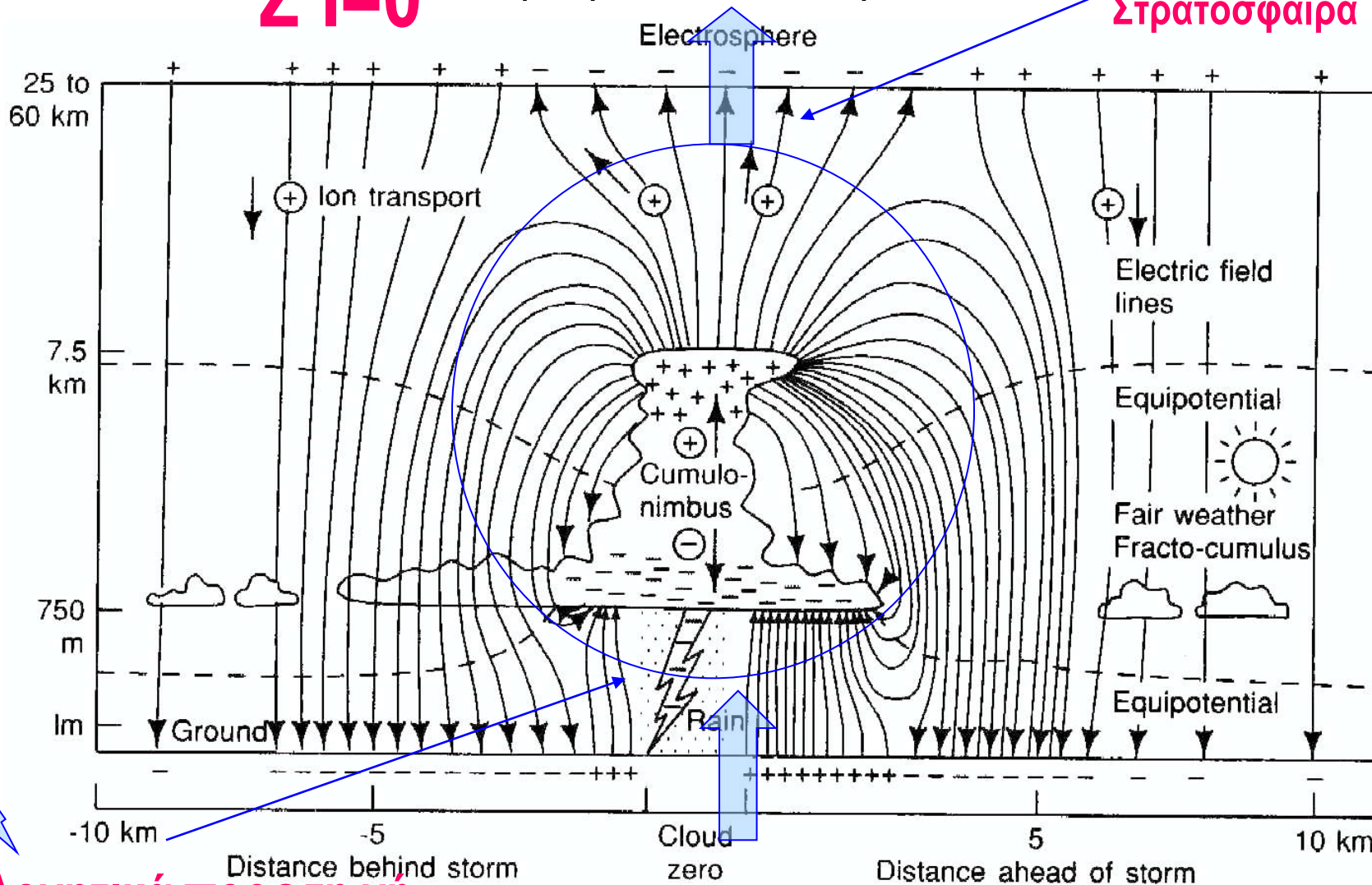
$$\oint \vec{J} d\vec{s} = -I$$

Μέχρι να φορτιστεί η σφαίρα το ρεύμα που διαρρέει την επιφάνεια είναι μη μηδενικό.

$$\Sigma I = 0$$

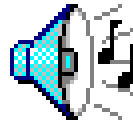
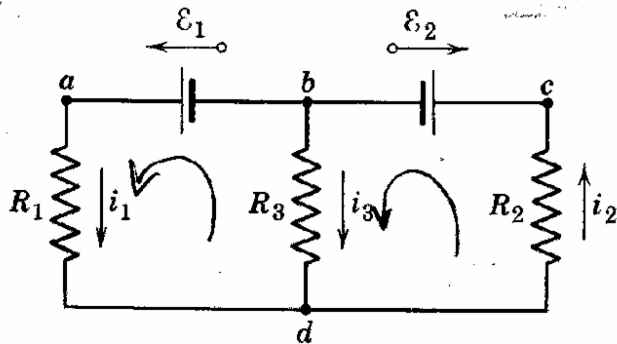
ρεύματα σε καταιγίδα

Θετικά προς την
Στρατόσφαιρα

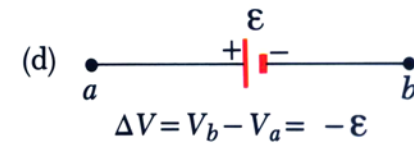
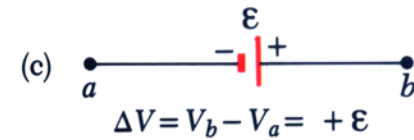
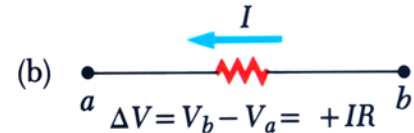
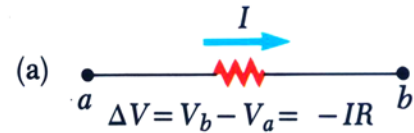
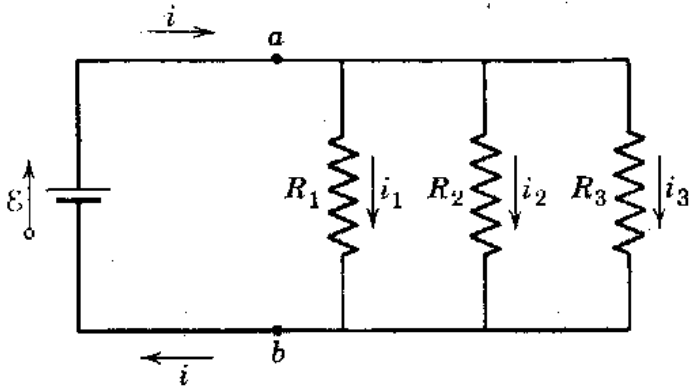


Αρνητικά προς τη γη

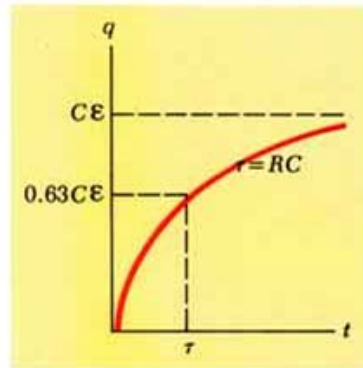
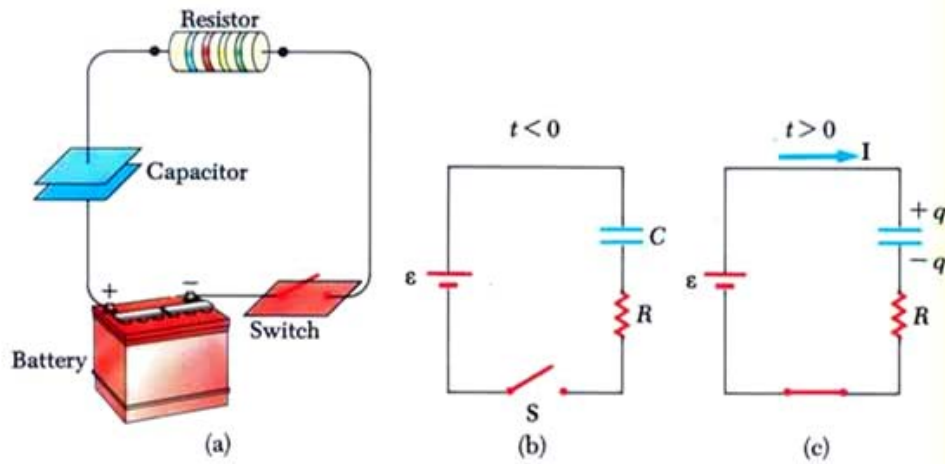
Εφαρμογή σε απλά κυκλώματα



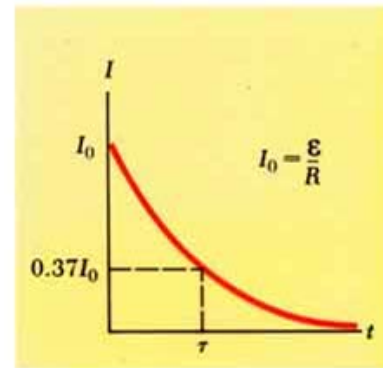
μικ.



Μεταβατικά ρεύματα, φόρτιση πυκνωτή



(a)



(b)

Φόρτιση Πυκνωτή.

Από νόμο Kirkchoff :

$$V_e + V_C = IR$$

$$V_e - IR - \frac{q}{C} = 0$$

Οριακές Συνθήκες :

$$t=0 : V_C = 0, I_0 = \frac{V_e}{R}$$

$$t=\infty : V_C = V_e, I = 0$$

Παραγωγίζω:

$$\frac{d}{dt} \left(V_e - IR - \frac{q}{C} \right) = -R \frac{dI}{dt} - \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

Ολοκλήρωση με Χωριζόμενες Μεταβλητές :

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad I = \frac{V_e}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

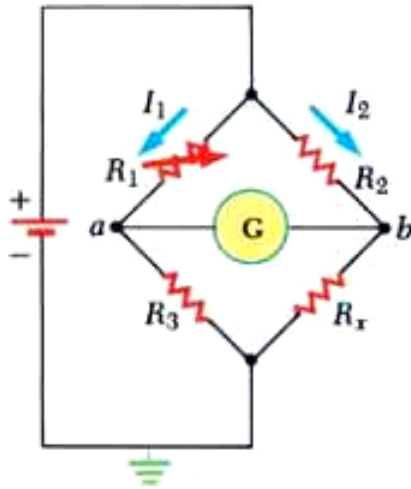
$\tau = RC$: Χρονική Σταθερά του Κυκλώματος

Άλλοι τύποι:

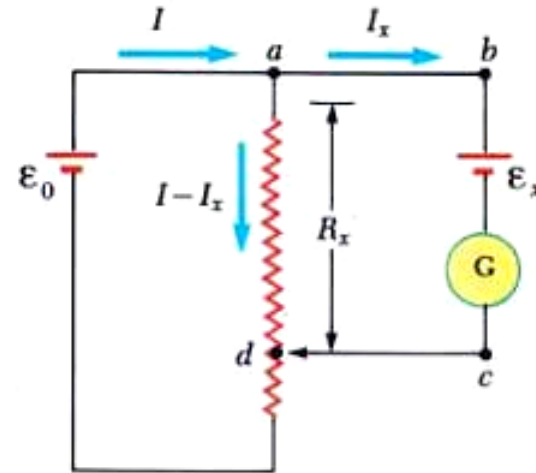
$$q = V_e C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$V = V_e \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

γέφυρα, διαιρέτης



$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_1}$$

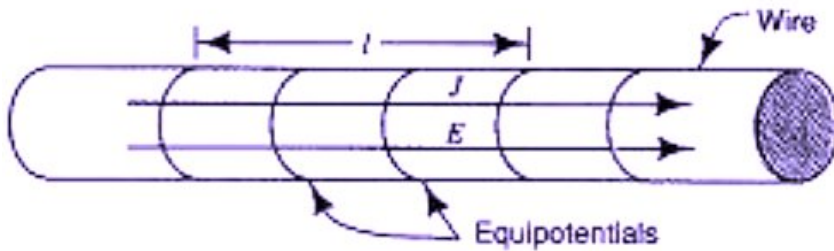


$$\frac{E_x}{E_s} = \frac{R_x}{R_s}$$

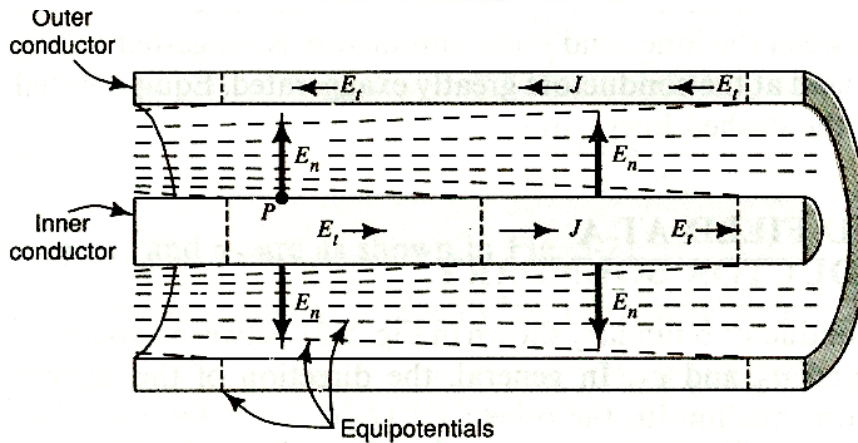
Ασκήσεις

- Λύστε τα προβλήματα (Alonso-Fin)
- 16. 33 36 37 38 39 40 42 45 46
- 48 50 52 54
- Για απορίες χρησιμοποιήστε το e-mail ή τη σελίδα του διαλόγου.

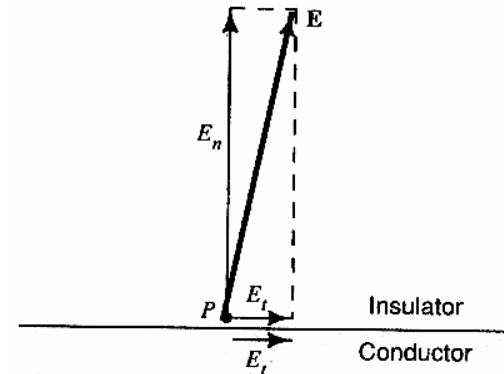
Ισοδυναμικές γραμμές



Ισοδυναμικές γραμμές κατά μήκος ενός κυλινδρικού αγωγού

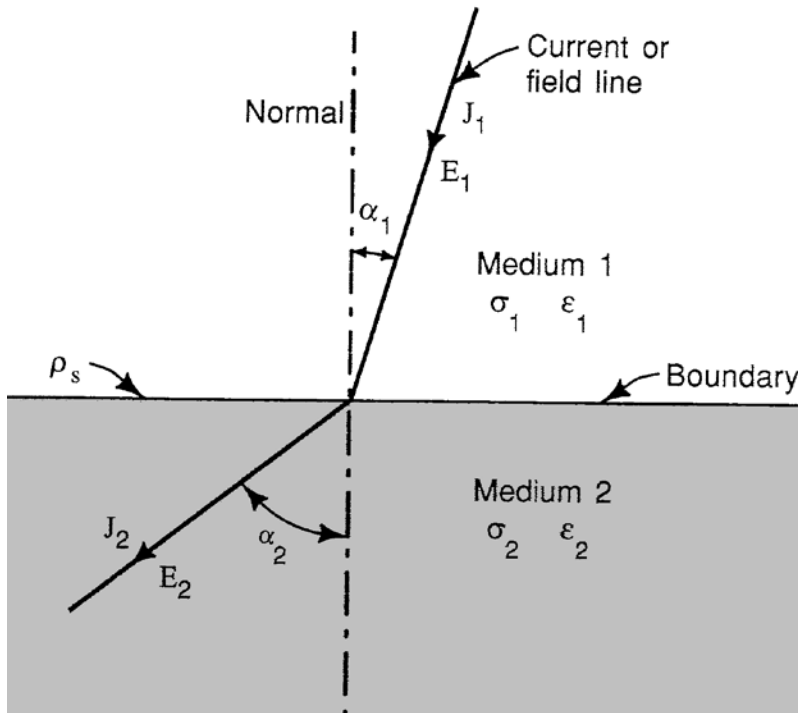


Το Ηλ. πεδίο μέσα σε έναν ομοαξονικό αγωγό.



Το Ηλ. πεδίο κατά μήκος του αγωγού είναι πολύ μικρότερο από το ακτινικό.

Ρεύμα ανάμεσα σε αγωγούς με διαφορετική αγωγιμότητα



Δύο υλικά με σταθερές ϵ_1, σ_1 και ϵ_2, σ_2

Για την κάθετη συνιστώσα του ρεύματος ισχύει:

$$(1) \quad J_{n1} = J_{n2}$$

Για την εφαπτομενική συνιστώσα της έντασης:

$$(2) \quad E_{t1} = E_{t2}$$

Από το νόμο Ohm :

$$(3) \quad \frac{J_{t1}}{\sigma_1} = \frac{J_{t2}}{\sigma_2}$$

Διαιρώντας την (3) με την (1)

$$\frac{J_{t1}}{\sigma_1 J_{n1}} = \frac{J_{t2}}{\sigma_2 J_{n2}} \quad \text{ή} \quad \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

Διάδοση ρεύματος σε διαφορετικά υλικά.

Ας θεωρήσουμε την οριακή επιφάνεια ανάμεσα σε δύο αγωγούς με ειδικές αγωγιμότητες σ_1 και σ_2 και διηλεκτρικές σταθερές ϵ_1 και ϵ_2 .

Πυκνότητα ρεύματος \mathcal{J}_1 διαρρέει το πρώτο υλικό σχηματίζει γωνία α_1 με την κάθετο στην οριακή επιφάνεια. Ποιά γωνία σχηματίζει η πυκνότητα \mathcal{J}_2

Αντικαθιστώντας από τον νόμο του Ohm:

$$\frac{J_{t1}}{\sigma_1 J_{n1}} = \frac{J_{t2}}{\sigma_2 J_{n2}} \quad \frac{J_{t1}}{\sigma_1} = \frac{J_{t2}}{\sigma_2} \quad \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

Λόγω της συνέχειας του ρεύματος ισχύει για τις κάθετες συνιστώσες :

$$J_{n1} = J_{n2}$$

Για την ένταση του πεδίου παράλληλα προς την επιφάνεια:

$$E_{t1} = E_{t2}$$

Χρόνος αποκατάστασης φορτίων σε υλικό με αγωγιμότητα σ και διηλεκτρική σταθερά ϵ

Το ρ και J προκαλούνται από ελεύθερα φορτία.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Από το νόμο του Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \sigma \vec{E} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon}$$

$$\sigma \frac{\rho_v}{\epsilon} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \rightarrow \rho_v = -\frac{\epsilon}{\sigma} \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

ολοκληρώνοντας $\rho_v = \rho_0 e^{-(\sigma/\epsilon)t}$

Για αποσταγμένο νερό $\tau=3,54 \mu\text{s}$