# Induction 2018

# Νόμος Faraday

$$\mathcal{V}_e = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\, d\vec{S}$$

$$B = \sigma\tau\alpha\theta \cdot \mathrm{I}$$

# Επαγωγή και πηνία

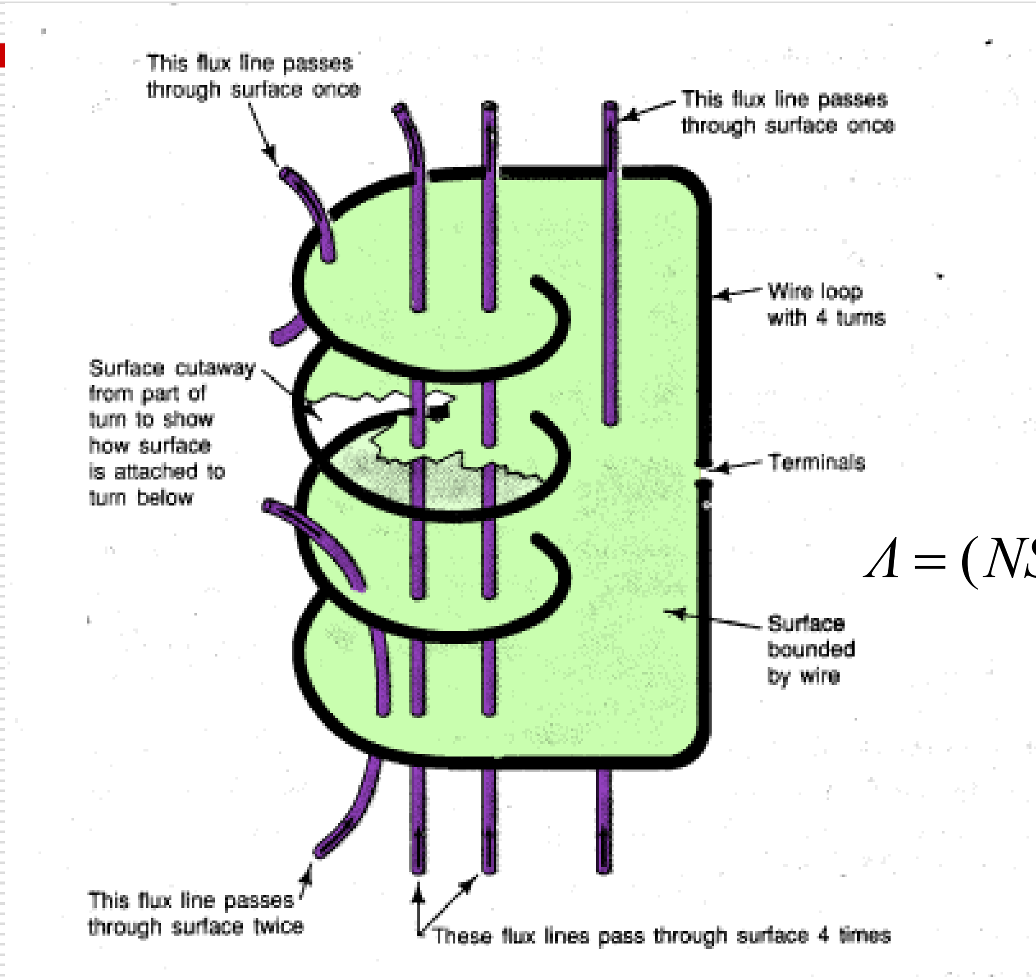
$$V_e = -L\frac{di}{dt}$$

**L** συντελεστής αυτεπαγωγής

Μονάδα Henry **1H =1Vs/A**

- Η τάση $V_e$ αντιτίθεται στην μεταβολή της μαγνητικής ροής στο πηνίο, σύμφωνα με τον κανόνα του Lentz.
- Συνήθως ονομάζεται Αντι-Ηλεκτρεγερτική Δύναμη.
- Η τάση $V_e$ μπορεί να γίνει μεγάλη αν η μεταβολή di/dt είναι μεγάλη

# Μαγνητική ροή σε σωληνοειδές

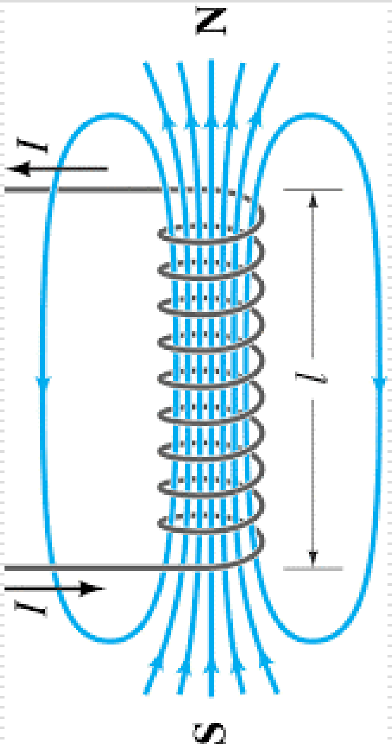



$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\, d\vec{S}$$

$$\Lambda = (NS)B = N\Phi \quad \Rightarrow \quad V_e = -\frac{d\Lambda}{dt}$$

# Συντελεστής αυτεπαγωγής

Σωληνοειδές




$$\Lambda = N\Phi = nl\,BA$$

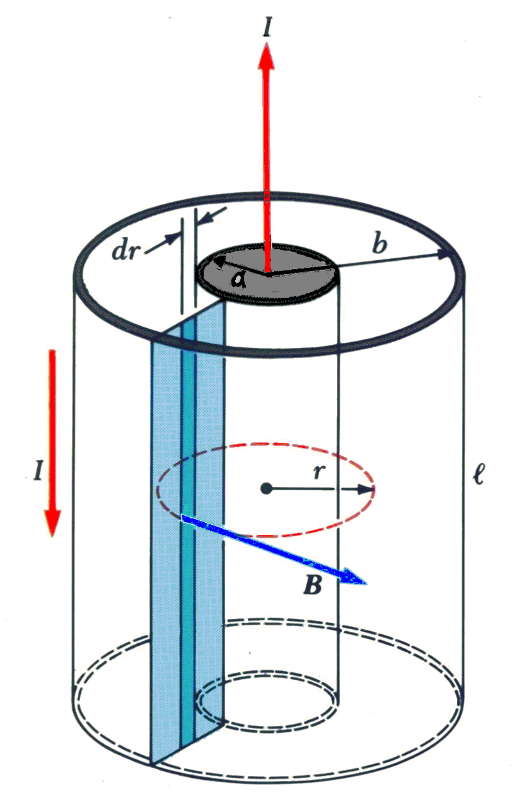
$$B = \mu_0 nI \Rightarrow \Lambda = \mu_0 n^2 lIA$$

$$L = \frac{\Lambda}{I} = \mu_0 n^2 lA$$

$$\boldsymbol{L / l = \mu_0 n^2 A}$$

# Συντελεστής αυτεπαγωγής

## Υπολογισμός για Ομοαξονικό αγωγό.




$$L/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left( {}^{b}\!/_{a} \right)$$

Νόμος Ampere : $B = \mu_0 I / 2\pi r$

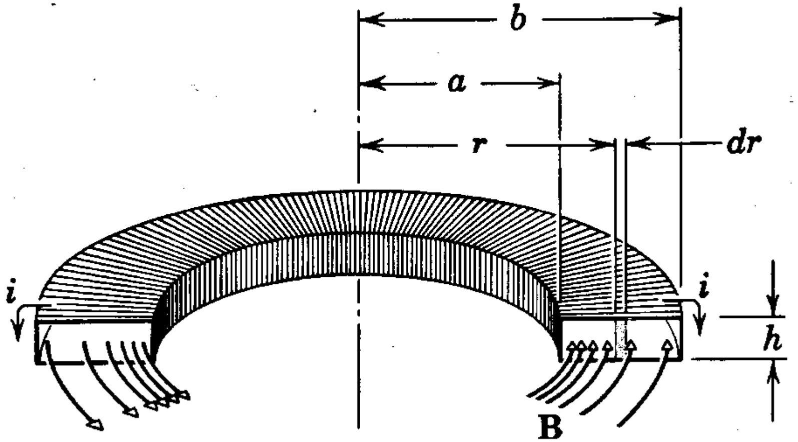
Στοιχειώδης ροή: $d\Phi = \boldsymbol{B} d\boldsymbol{A} = B l dl$

Ροή : $\Phi = \int \boldsymbol{B} d\boldsymbol{A} = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln(\frac{b}{a})$

Αυτεπαγωγή : $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln(\frac{b}{a})$

# Συντελεστής αυτεπαγωγής

## Υπολογισμός για δακτυλιοειδές πηνίο




Νόμος Ampere: $B = \mu_0 IN/2\pi r$

Στοιχειώδης ροή: $d\Phi = \boldsymbol{B}d\boldsymbol{A} = Bh\,dr$

Ροή : $\Phi = \int \boldsymbol{B}d\boldsymbol{A} = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} Bh\,dr = \frac{\mu_0 INh}{2\pi} ln(\frac{b}{a})$

Αυτεπαγωγή : $L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} ln(\frac{b}{a})$

# Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

**Απόδειξη**

$$V = iR + L\frac{di}{dt}$$

Ισχύς

$$Vi = i^2 R + Li\frac{di}{dt}$$

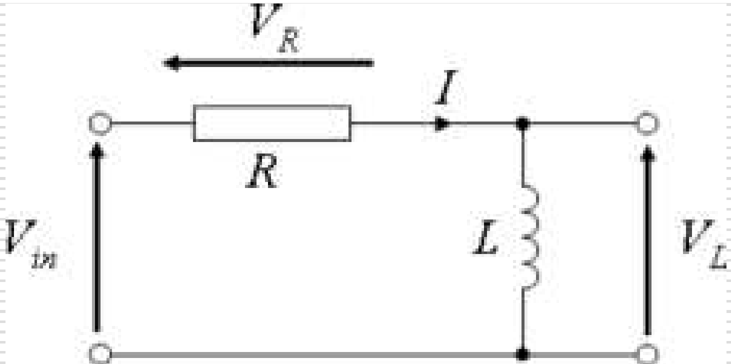
Ισχύς Μαγνητικού πεδίου

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow \frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow dU_B = Lidi$$

$$\Rightarrow U_B = \int_0^{U_B} dU_B = \int_{=}^{i} Lidi = \tfrac{1}{2}Li^2$$

$$\boxed{U_B = \frac{1}{2}LI^2}$$




$$V_L = L\frac{di}{dt} \qquad V_R = RI$$

# Πυκνότητα ενέργειας

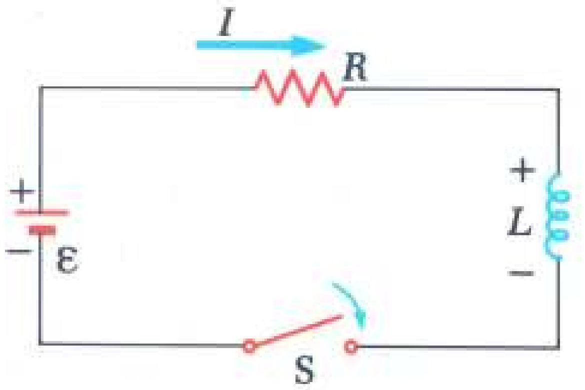
Θεωρούμε σωληνοειδές μεγάλου μήκους ***l*** διατομής **A**

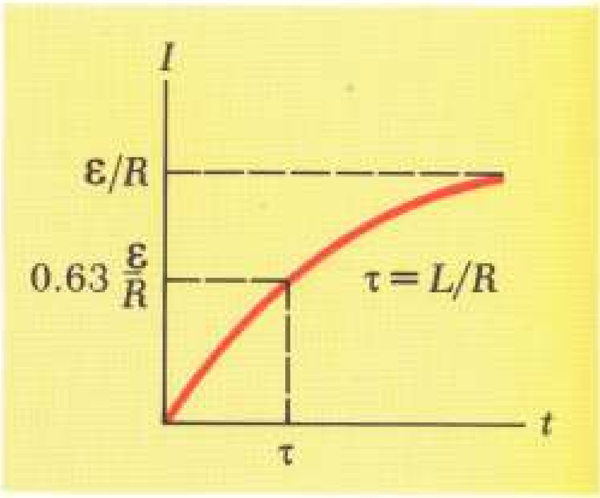
$$u_B = \frac{U_B}{Al} \qquad U_B = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow u_B = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{Al}$$

$$L = \mu_0 n^2 lA \quad , B = \mu_0 nI \qquad \Rightarrow$$

$$u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

# Κύκλωμα R-L




$$L\frac{dI}{dt}+IR=V_e \qquad \frac{dI}{I-\frac{V_E}{R}}=-\frac{R}{L}dt \qquad I=\frac{V_e}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau=\frac{L}{R}$$

$$U_B=\frac{1}{2}LI^2$$

# Τάση, Ρεύμα Πηνίου.

*Από νόμο Kirkchoff :*

$$V_e - V_L = IR$$

$$V_L = L\frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{V_e}{L}$$

Οριακές Συνθήκες :

$$t = 0, \quad I = 0$$

$$t = \infty, \quad I_m = \frac{V_e}{R}$$

*Ολοκλήρωση με Χωριζόμενες Μεταβλητές :*

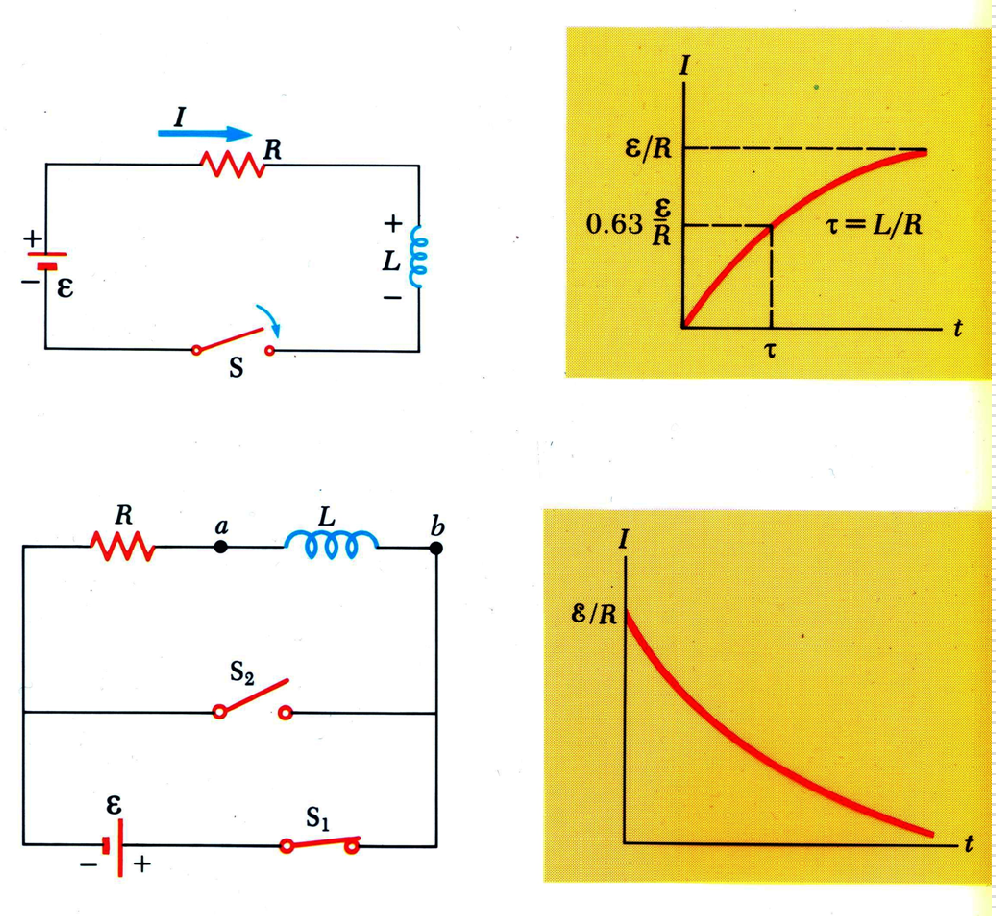
$$I = I_m\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$\tau = \frac{R}{L} : \text{Χρονική Σταθερά του Κυκλώματος}$$

Άλλοι τύποι:

$$V_L = I_m R e^{-\frac{R}{L}t}$$

# Ρεύμα Πηνίου

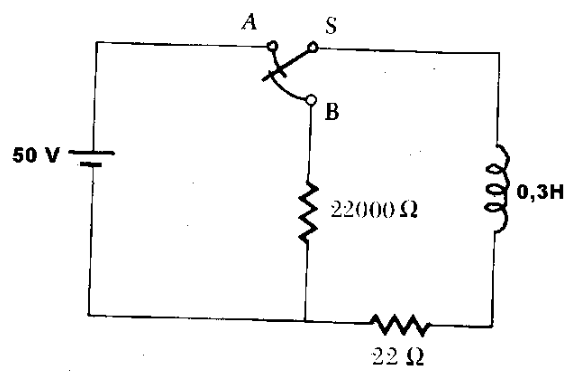


# Παράδειγμα

- Όταν ο διακόπτης πάει στη θέση B η τάση στα άκρα του πηνίου είναι πολλαπλάσια από τη τάση της πηγής

$$i_m = \frac{V_e}{R_1} = \frac{50}{22} = 2{,}3A$$

$$V_L = i_m R_2 = 2{,}3 \times 22 \times 10^3 = 50000V$$



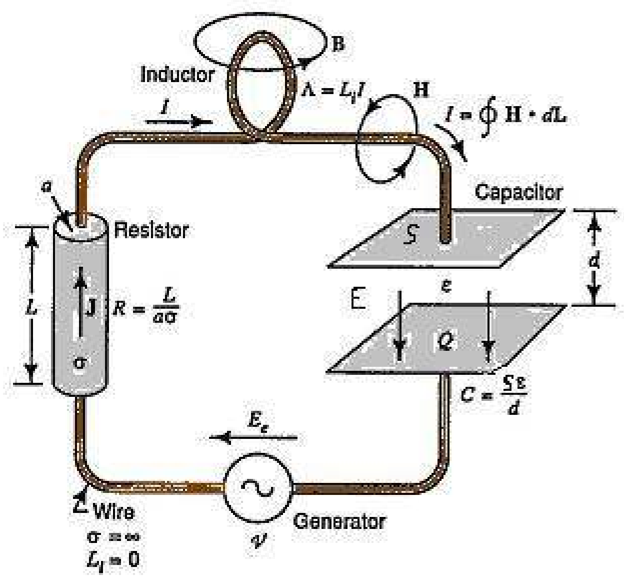

$$U_L = 0{,}5 \times 0{,}3 \times (2.3)^2 = 0{,}794J$$

$$\tau_1 = \frac{0{,}3H}{22\Omega} = 0{,}0136s$$

$$\tau_2 = \frac{0{,}3H}{22 \times 10^3 \Omega} = 0{,}0136 \times 10^{-3} s$$

Η συνολική ενέργεια είναι η ίδια, αλλά ελευθερώνεται σε πολύ μικρότερο χρόνο.

# Κύκλωμα σε σειρά, από μεταβλητές πεδίου σε μεταβλητές κυκλώματος




$$\vec{E}_{Total} = \vec{E}_e + \vec{E} \qquad \vec{E}_e = \vec{E}_{Total} - \vec{E}$$

$$\vec{E}_{Total} = \frac{\vec{J}}{\sigma} \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{J}{\sigma} \cdot d\vec{l} + \oint \vec{\nabla} V \cdot d\vec{l} + \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{l}}$$

# Κύκλωμα σε σειρά, από μεταβλητές πεδίου σε μεταβλητές κυκλώματος

$$V = \frac{JL}{\sigma} + ED + \frac{d}{dt}\oint \vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\frac{d}{dt}\oint \vec{A}\,d\vec{l} = \frac{dI}{dt}\oint \frac{\vec{A}}{I}\,d\vec{l} = L_A \frac{dI}{dt}$$

$$\acute{o}\pi o\upsilon:$$

$$\vec{A} = \tfrac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}}{r}\,dv$$

$$\alpha\pi\acute{o}\delta\varepsilon\iota\xi\eta:$$

$$\frac{d}{dt}\oint \vec{A}\,d\vec{l} = \frac{d}{dt}\int_S (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot ds = \frac{d}{dt}\int_S \vec{B}ds = L_A\frac{dI}{dt}$$

$$j = I / a$$

$$V = I\frac{L}{S\sigma} + ED + L_A\frac{dI}{dt}$$

$$V = IR + \frac{Q}{S\varepsilon / D} + L_A\frac{dI}{dt}$$

$$V = IR + \frac{1}{C}\int Idt + L_A\frac{dI}{dt}$$