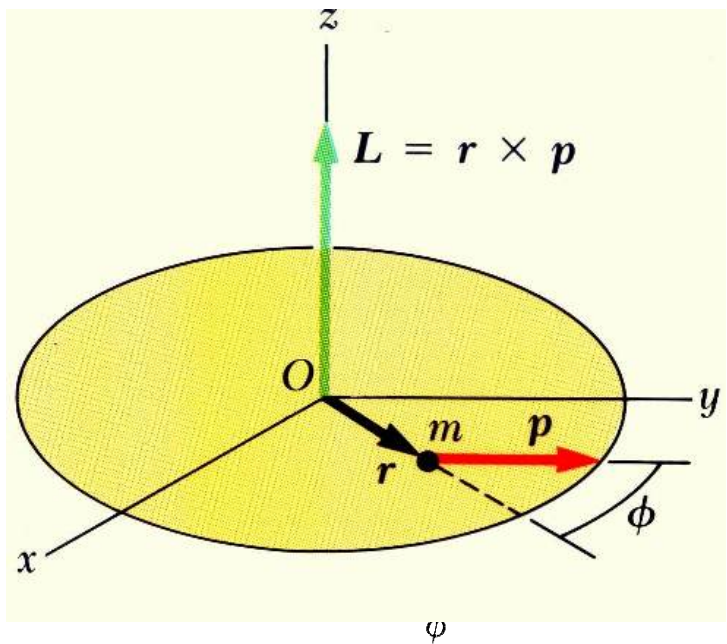


Στροφορμή

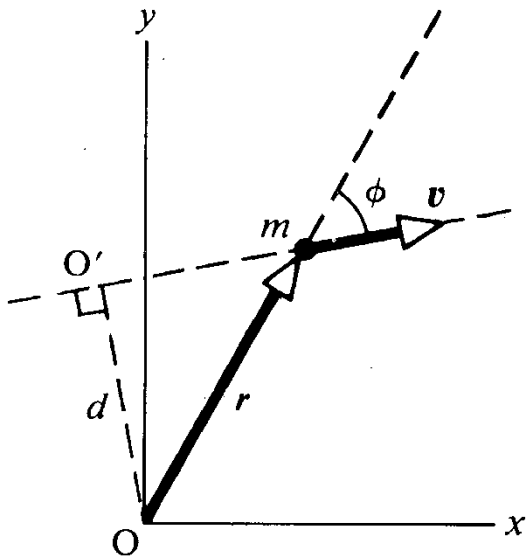
$$\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$



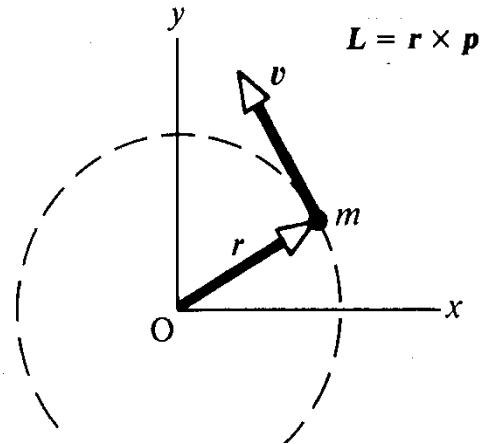
Σχήμα 11.8 Η στροφορμή L ενός σώματος μάζας m και ορμής p που έχει επιδατική ακτίνα r είναι $L = r \times p$. Η τιμή του L εξαρτάται από την αρχή των συντεταγμένων και είναι διάνυσμα κάθετο στο r και στο p .

Παραδείγματα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 11.4 Γραμμική κίνηση



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 11.5 Κυκλική κίνηση



$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = rmv \sin \phi (-\mathbf{k}).$$

$$L = mvr \sin \phi = mvd$$

Μεταβολή Στροφορμής

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

$$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt.$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{p}$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$$

- Η ασκούμενη ροπή προκαλεί μεταβολή της στροφορμής.
- Ο ρυθμός προς τον χρόνο της μεταβολής της στροφορμής, είναι ίσος με την ασκούμενη ροπή.
- Η μεταβολή της στροφορμής έχει τα ίδια διανυσματικά χαρακτηριστικά με την ροπή.

Περιστροφή Στερεού σώματος γύρω από σταθερό άξονα

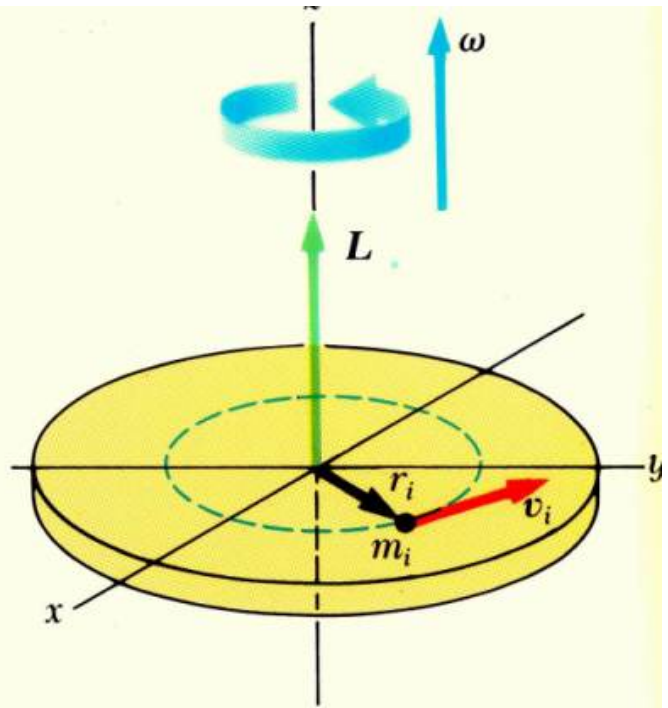
$$L_i = m_i r_i^2 \omega$$

$$L_z = \sum m_i r_i^2 \omega = (\sum m_i r_i^2) \omega$$

$$L_z = I\omega$$

$$\frac{dL_z}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$$

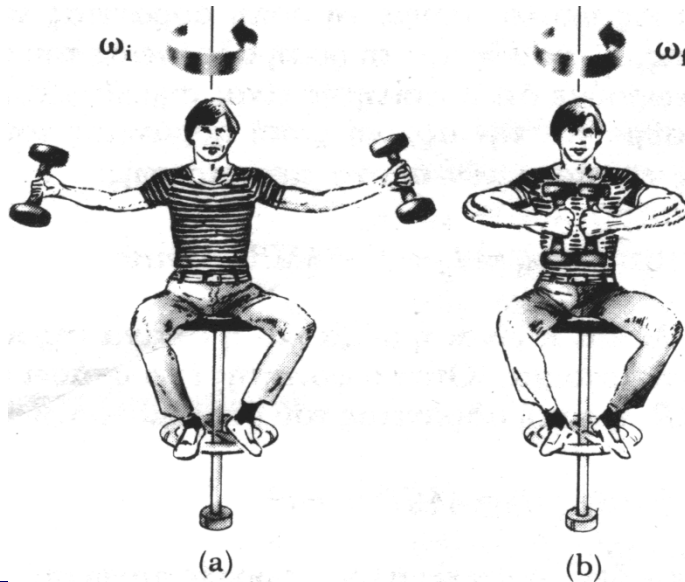
$$\sum \tau_{\text{ext}} = \frac{dL_z}{dt} = I\alpha$$



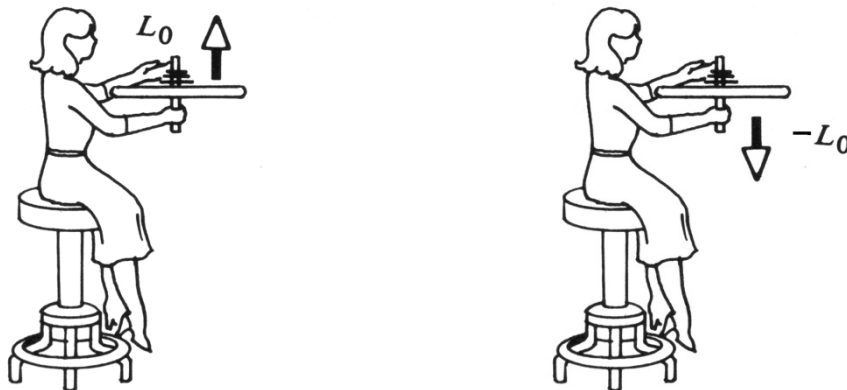
Σχήμα 11.11 Όταν ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από άξονα, η στροφορμή L έχει την ίδια κατεύθυνση με τη γωνιακή ταχύτητα ω , διότι $L = I\omega$.

Με άλλα λόγια, η συνισταμένη ροπή των εξωτερικών δυνάμεων οι οποίες δρουν πάνω σε ένα στερεό σώμα που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ισούται με το γινόμενο της ροπής αδράνειας, υπολογιζόμενης ως προς τον άξονα περιστροφής, επί την ως προς τον άξονα περιστροφής υπολογιζόμενη γωνιακή επιτάχυνση.

Διατήρηση της Στροφορμής



Στη δεύτερη περίπτωση έχει μειωθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος με αποτέλεσμα την αύξηση της γωνιακής ταχύτητας



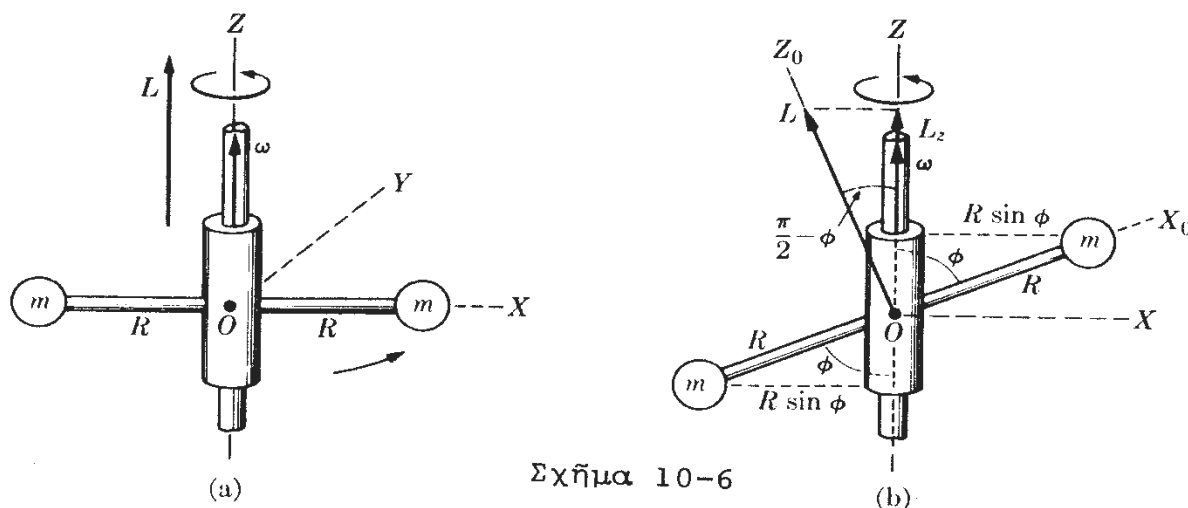
Αρχική $L_{\text{τροχού}} = L_0$ $L_{\text{συστήματος}} = 0$

Τελική $\Delta L_{\text{τροχού}} = -L_0 - L_0 = -2L_0$ $\Delta L_{\text{συστήματος}} = 0$

Αν αρχικά ήταν ακίνητη, μετά την αναστροφή θα περιστρέφεται δεξιόστροφα, με στροφορμή $2L_0$

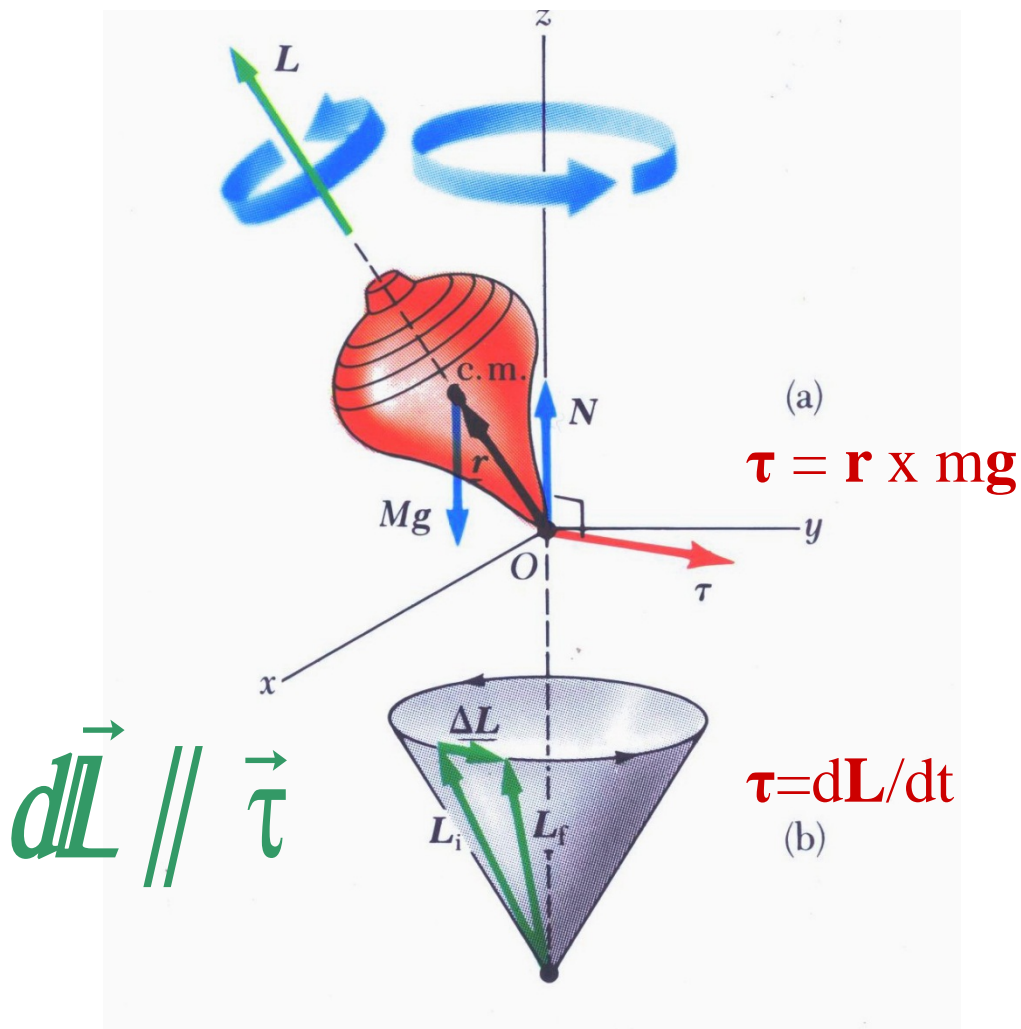
Περιστροφή γύρω από Σταθερό Άξονα.

331



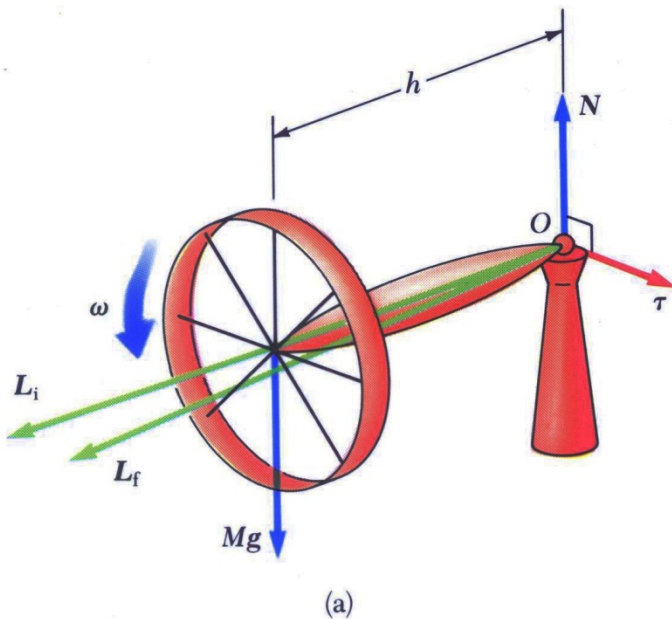
- a) Το σώμα είναι συμμετρικό και ο άξονας της στροφορμής συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής.
- b) Λόγω της ασυμμετρίας του σώματος ο άξονας της στροφορμής δεν συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής.
- a) Το διάνυσμα της στροφορμής περιστρέφεται γύρω από τον άξονα περιστροφής.
- b) Στον άξονα περιστροφής ασκείται ροπή ίση με dL/dt

Μετάπτωση Στρόβου (Σβούρας)

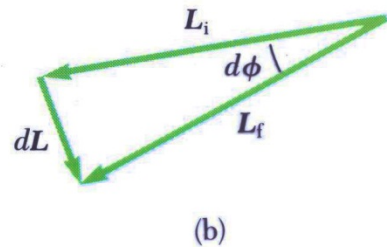


Ο στρόβος περιστρέφεται γύρω από τον άξονα συμμετρίας του. Οι μόνες εξωτερικές δυνάμεις που δρουν πάνω του είναι το βάρος $m\mathbf{g}$ και η κάθετη δύναμη \mathbf{N} . Η στροφορμή έχει τη διεύθυνση του άξονα συμμετρίας. Η ροπή $\boldsymbol{\tau}$ αναγκάζει το διάνυσμα της στροφορμής σε περιστροφή. Το $\Delta\mathbf{L}$ είναι παράλληλο στο $\boldsymbol{\tau}$

Περιστρεφόμενος τροχός



$$d\vec{L} \parallel \vec{\tau}$$



Η ροπή τ που δημιουργείται από το βάρος Mg , τείνει να περιστρέψει το σύστημα γύρω από τον κατακόρυφο άξονα κατά την ορθή φορά.

Υπολογισμός γωνιακής ταχύτητας μετάπτωσης.

από (a):

$$d\vec{L} = \vec{\tau} dt$$

για τα μέτρα:

$$dL = \tau dt = (Mgh) dt$$

από (b):

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{(Mgh) dt}{L}$$

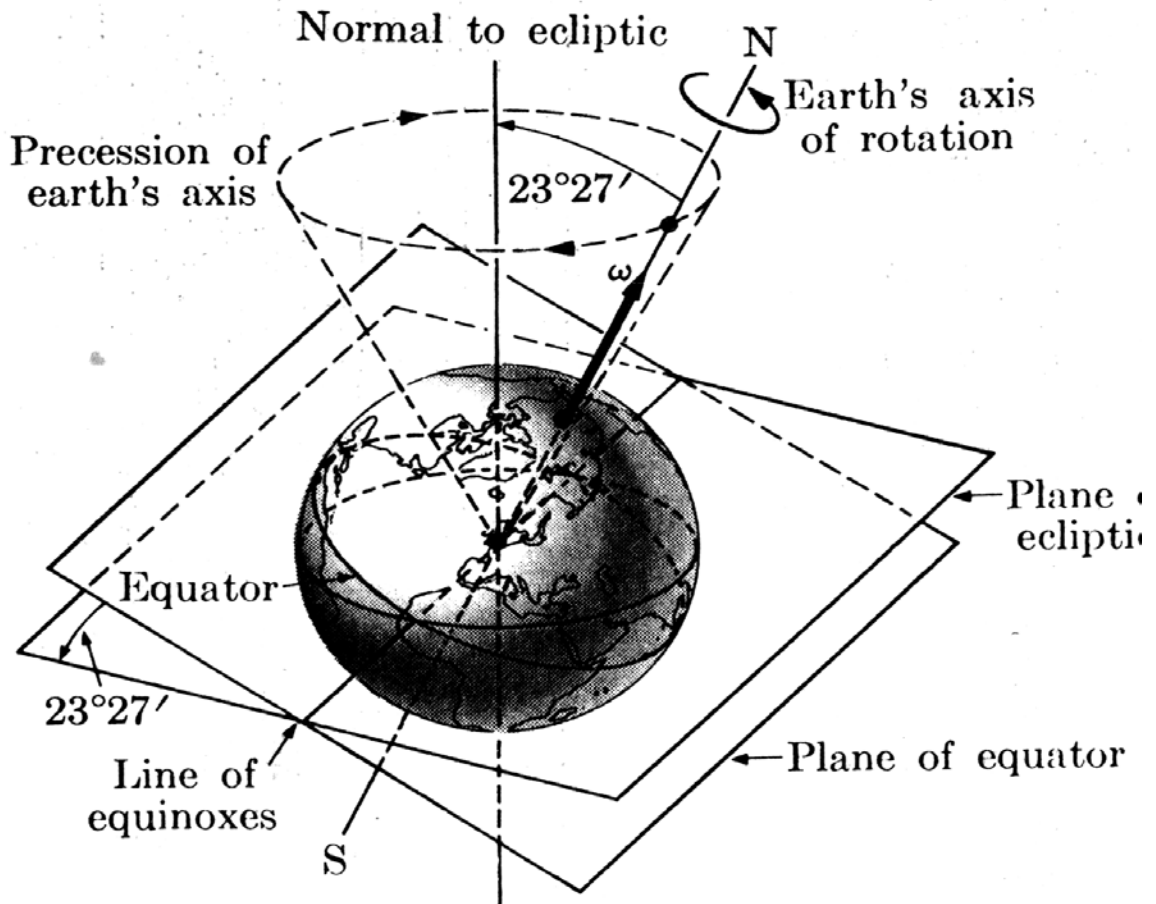
$$\text{αλλά: } L = I\omega$$

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Mgh}{I\omega}$$

Η σχέση ισχύει για $\omega_p \ll \omega$ αλλιώς η κίνηση είναι πολύπλοκη.

(Παρατηρείστε την κίνηση της σβούρας όταν μειωθεί το ω).

Αναλογία με την Κίνηση της Γης



- Η Γη δεν είναι τέλεια συμμετρική.
- Οι έλξεις του Ηλίου και της Σελήνης δημιουργούν ροπές.
- Αποτέλεσμα η μεταπτωτική κίνηση του άξονα περιστροφής.
- Η περίοδος της κίνησης είναι 25.800 χρόνια.

Σχόλιο

- Τα φαινόμενα που περιγράψαμε, οφείλονται στις **δυνάμεις** που ασκούνται πάνω σε κάθε στοιχειώδη μάζα του περιστρεφόμενου σώματος.
- Οι δυνάμεις μεταφέρονται **μέσα από το υλικό του σώματος** και δε είναι εμφανής η εφαρμογή τους.
- Χρησιμοποιώντας διανύσματα όπως η **Ροπή** και η **Στροφορμή**, έχουμε σαφή και συνοπτική περιγραφή της κίνησης.

Πρόσθετες

Τροχός Ερμηνεία