Ειδική Θεωρία Σχετικότητας

Σύνολο διαφανειών

Πριν τον Αινστάιν.

- Νόμος του Νεύτωνα.
  - Αδρανειακά Συστήματα.
- Σχετικότητα στη Μηχανική.
  - Οι νόμοι της Μηχανικής αναλλοίωτοι στα αδρανειακά συστήματα.
- Μετασχηματισμοί Γαλιλαίου.

Η μηχανική στο τέλος του 19ου αιώνα.

Κριτική του Ernst Mach στις αρχές της μηχανικής.

- *Όλες οι αρχές της Φυσικής πρέπει να προκύπτουν από την εμπειρία και να μην θεωρούνται αυταπόδεικτες*.

- Δεν υπάρχει απόλυτος χώρος. (Η υπόθεση ότι υπάρχει ένα σύστημα αναφοράς που είναι ακίνητο και όλες οι κινήσεις στο σύμπαν να μετριούνται προς αυτό.) Η έννοια του χώρου προκύπτει από τη σύγκριση των αποστάσεων των σωμάτων, σε σχέση με έναν χάρακα.

- Δεν υπάρχει απόλυτος χρόνος. Ο χρόνος προκύπτει από τους νόμους της μηχανικής πχ. ευθύγραμμη κίνηση ή από τη σύγκριση με περιοδικές κινήσεις π.χ. κίνηση της γύρω από τον ήλιο, περιστροφή της γης γύρω από τον άξονα της.

Αδρανειακά Συστήματα Αναφοράς

- Συστήματα που κινούνται με μηδενική επιτάχυνση.
  - Δεν ασκούνται δυνάμεις από το σύστημα στο σώμα.
  - Τα πειράματα που πραγματοποιεί ο κινούμενος παρατηρητής δεν επηρεάζονται από την κίνηση.

Μη αδρανειακά Συστήματα

- Συστήματα αναφοράς που επιταχύνονται. (Γραμμική επιτάχυνση, Περιστροφή)
  - Το σύστημα ασκεί δυνάμεις στο σώμα το οποίο επιταχύνεται. (Ακίνητος Παρατηρητής).
  - Ο παρατηρητής που κινείται αντιλαμβάνεται ότι ασκούνται δυνάμεις (Αδρανειακές δυνάμεις) οι οποίες ισορροπούνται από τις δυνάμεις που ασκεί το σύστημα.
  - Με τον τρόπο αυτό ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ότι σύστημα επιταχύνεται.

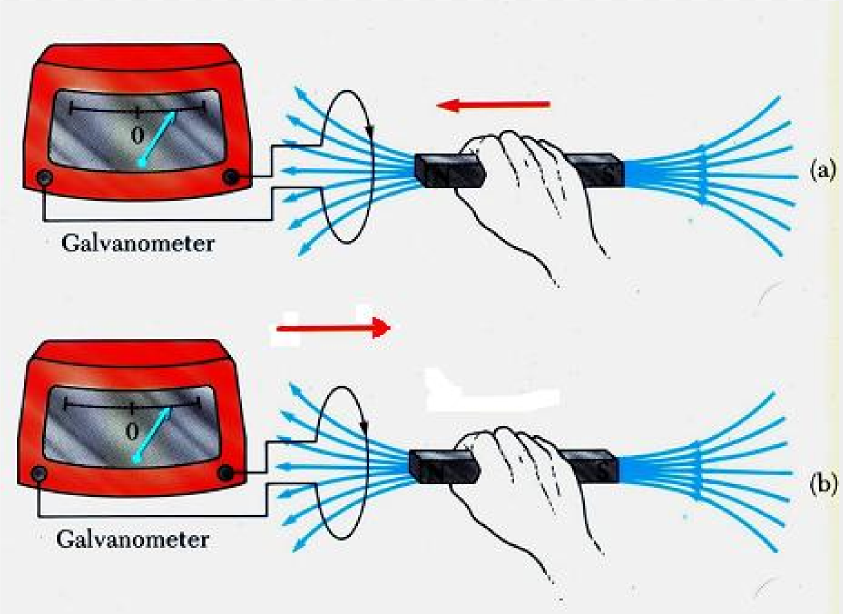
Σχετικότητα στη Μηχανική

- Οι νόμοι της Μηχανικής διατηρούν την μορφή τους στα Αδρανειακά Συστήματα Αναφοράς.
- Ή οι νόμοι της Μηχανικής παραμένουν Αναλλοίωτοι στα Αδρανειακά Συστήματα Αναφοράς.
- Η παραπάνω σχέση ονομάζεται σχετικότητα του Poincare.

Ηλεκτρομαγνητική Θεωρία

- Εξισώσεις Μάξγουελ.
  - Προβλέπουν σταθερή ταχύτητα φωτός στο κενό
$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$
  - Δεν ακολουθούν τους μετασχηματισμούς Γαλιλαίου
- Αιθέρας, ακίνητο "υλικό" που γεμίζει τον χώρο.
  - Από τον Νεύτωνα μέχρι τον Λόρεντζ, πολλές υποθέσεις αντιφατικές.

Παράδειγμα επαγωγής.

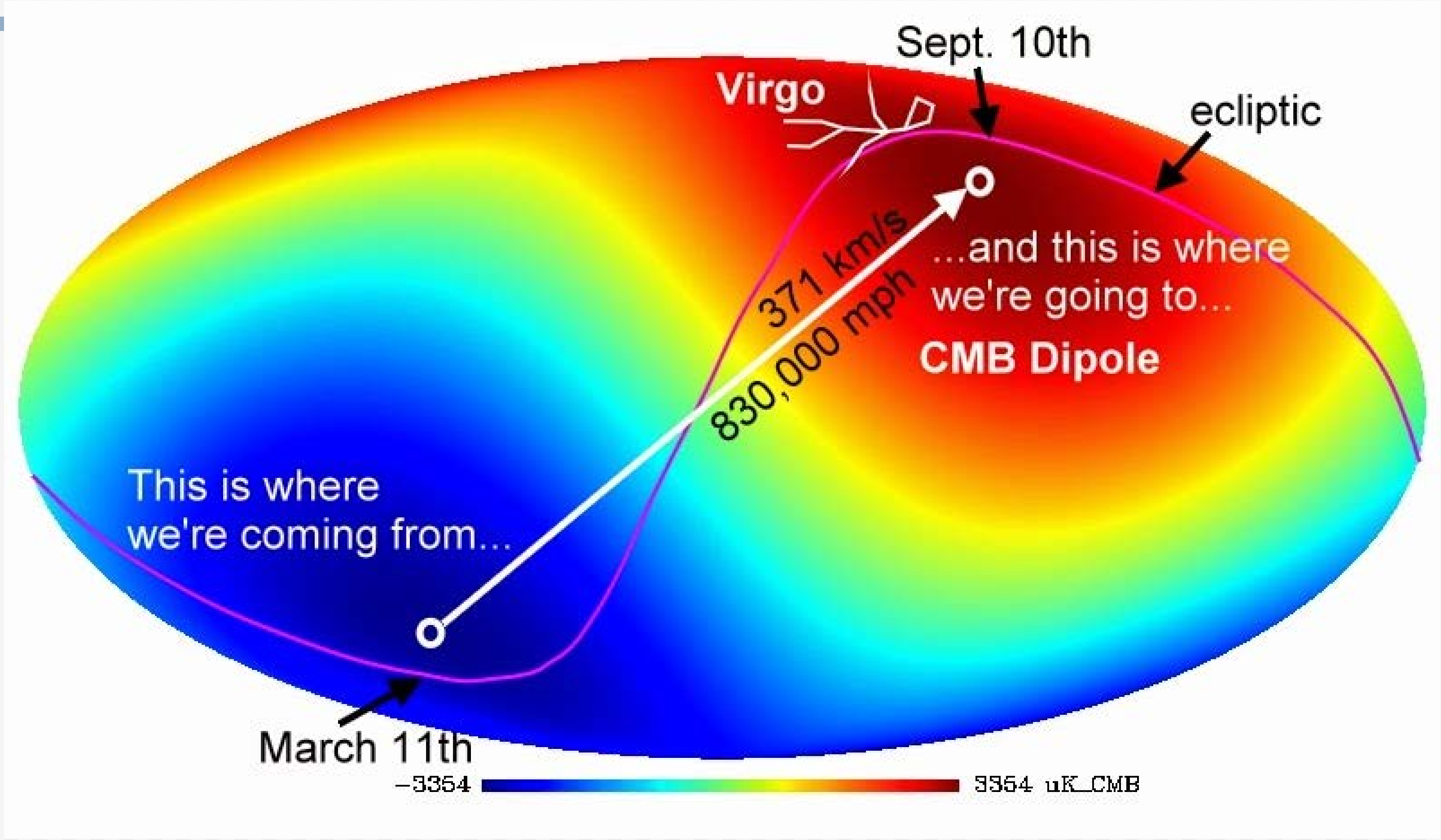


Το αποτέλεσμα είναι το ίδιο αν κινείται ο μαγνήτης με ταχύτητα υ είτε κινείται ο δακτύλιος!

Βασικά πειράματα.

- Αν η ταχύτητα του φωτός εξαρτιόνταν από την ταχύτητα του συστήματος, τότε θα μπορούσαμε να μετρήσουμε την διαφορά.
- Πείραμα Michelson Morley.
  - Το γρηγορότερο όχημα που διαθέτουμε είναι η Γη, που κινείται με 30km το δευτερόλεπτο γύρω από τον ήλιο.
  - Το αποτέλεσμα: Η ταχύτητα του φωτός δεν εξαρτάται από την κίνηση της γης.
- Ο Lorentz επιμένει: Η συσκευή συστέλεται κατά τη διεύθυνση της κίνησης.

Απόλυτο Σύστημα;

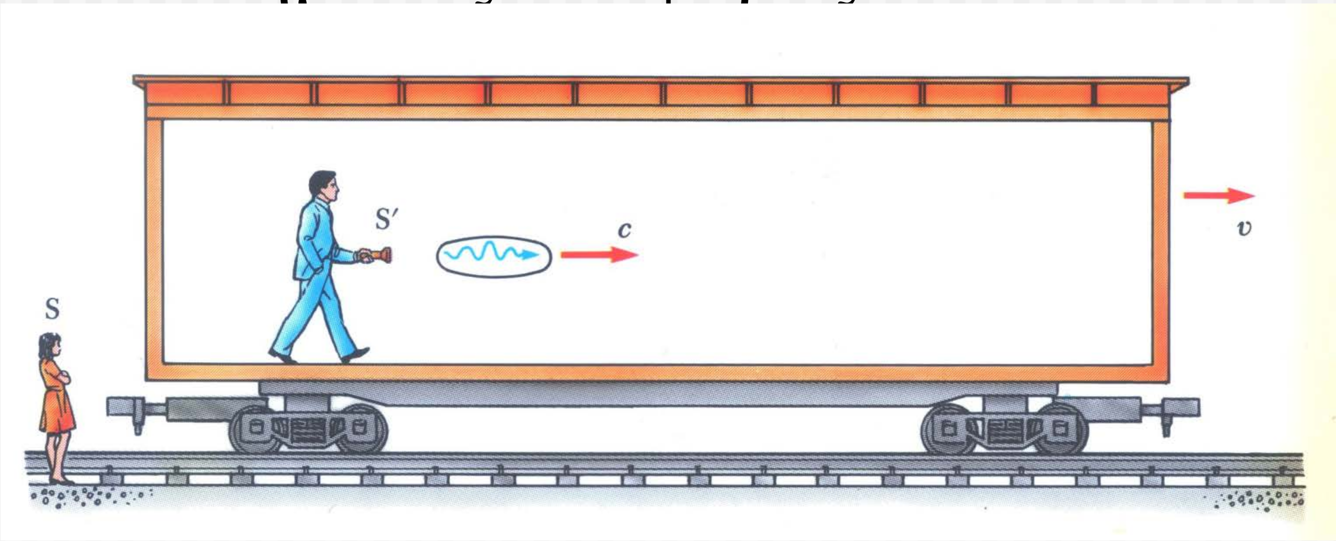


Οι προτάσεις του Αινστάιν.
Ισοδυναμία των αδρνειακών συστημάτων

- Αν κάνουμε οποιοδήποτε πείραμα σε ένα σύστημα που κινείται με σταθερή ταχύτητα, το αποτέλεσμα είναι το ίδιο με εκείνο σε σύστημα που θεωρούμε ακίνητο.
- Αυτό διατυπώνεται διαφορετικά: Όλοι οι νόμοι της φυσικής διατηρούν τη μορφή τους, (είναι αναλλοίωτοι) στα αδρανειακά συστήματα.
- Αλλοιώς : Ισοδυναμία των αδρνειακών συστημάτων.

Ταχύτητα του φωτός

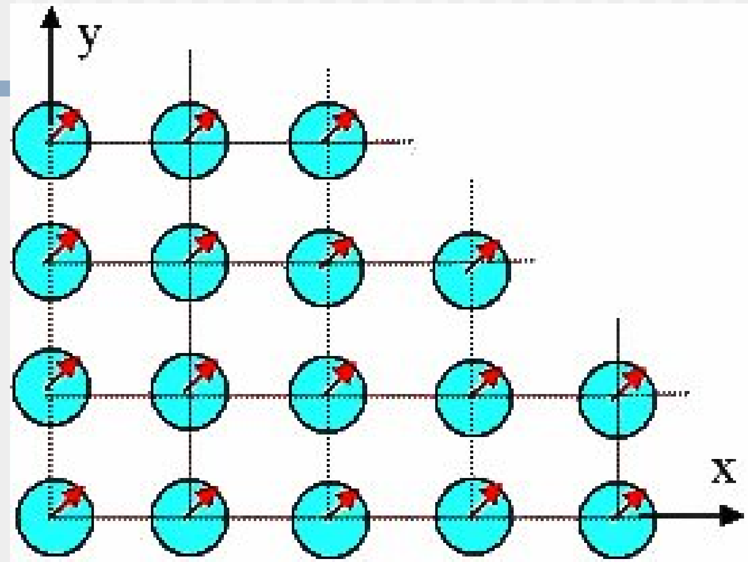
- Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την κίνηση του συστήματος αναφοράς.



Εισαγωγή στη Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας
Διδακτικοί στόχοι.

- Οι Νόμοι της Μηχανικής σε Κινούμενο Σύστημα.
- Πότε Δύο Γεγονότα είναι Ταυτόχρονα.
- Η Μέτρηση του Χρόνου και του Μήκους.
- Οι Δύο Νόμοι της Σχετικότητας.
- Μετασχηματισμός Χρόνου και Μήκους.
- Απλά Προβλήματα Στην Ε.Θ.Σ.

Χώρος και Χρόνος

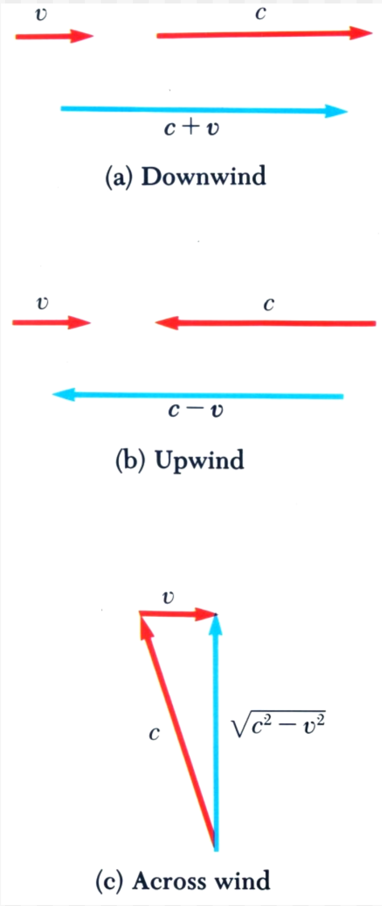


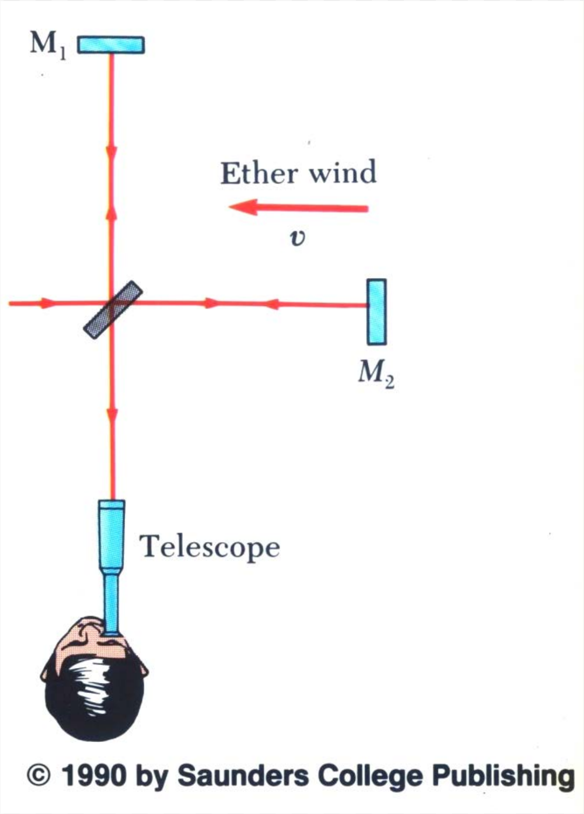
Σύστημα αναφοράς. Κάθε σημείο (X,Y) αντιστοιχεί στη θέση του σώματος σε σχέση με την αρχή των αξόνων. Όμως πρέπει σε κάθε σημείο να προσδιορίσουμε και τον χρόνο. Για να είναι ο ίδιος σε κάθε σημείο

πρέπει να συγχρονίσουμε κάθε ρολόι, με το ρολόι της αρχής. Για να συγχρονιστούν, στελνουμε μια ακτίνα φωτός σε κάθε ρολόι. Η διαφορά του χρόνου πρέπει να είναι : $\mathbf{r_{ij}/c}$

Υπόθεση Αιθέρα.

Ο Αιθέρας και το Πείραμα των Michelson - Morley

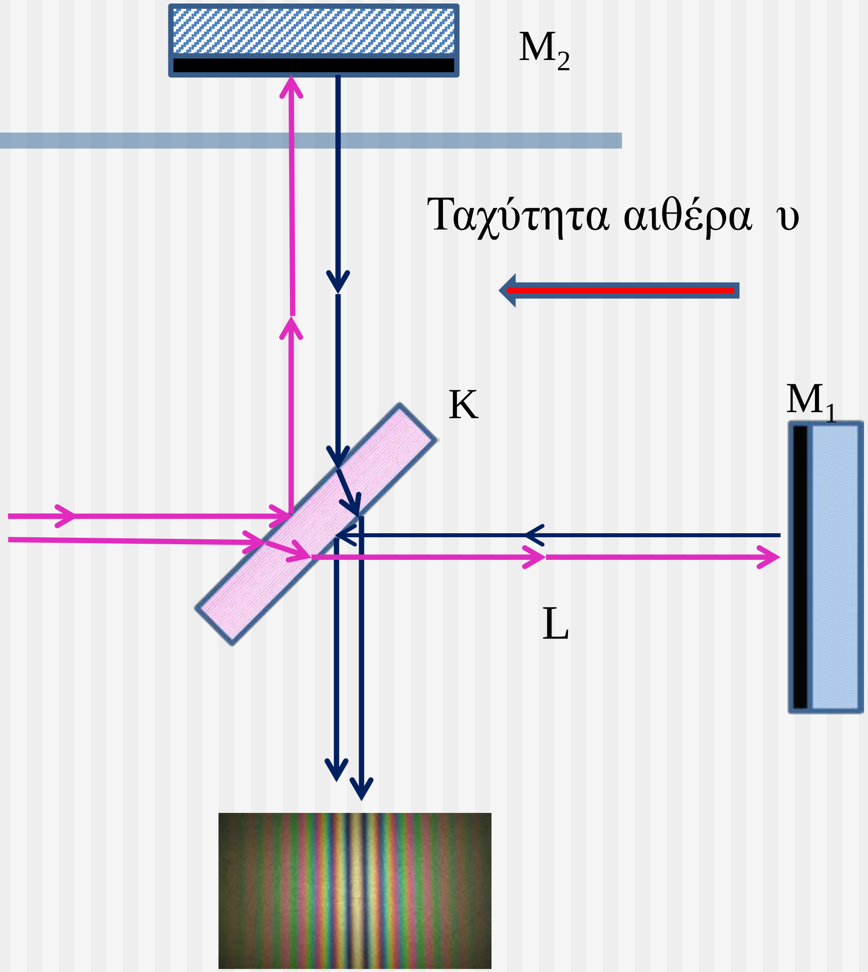




Υπολογισμός Ταχύτητας

Από το ημιπερατό κάτοπτρο μέχρι την διόπτρα η διαδρομή είναι κοινή για τις δύο δέσμες.

Η διαφορά θα προκύπτει ανάμεσα στις διαδρομές K -M_1 K, και K -M_2 -K .



Υπολογισμός ταχύτητας προς τον Αιθέρα

Χρόνος κατά τη διεύθυνση της Κίνησης

$$K - M_1 - K$$

$$t_1 = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2L}{c}(1-\frac{\upsilon^2}{c^2})^{-1}$$

Χρόνος κάθετα προς την Κίνηση

$$K - M_2 - K$$

$$\upsilon' = \sqrt{c^2 - \upsilon^2}$$

$$t_2 = \frac{2L}{\left(c^2 - \upsilon^2\right)^{1/2}}$$

Υπολογισμός Διαφοράς Χρόνου

$$\Delta t = \frac{2L}{c}\left[\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{-1} - \left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] =$$

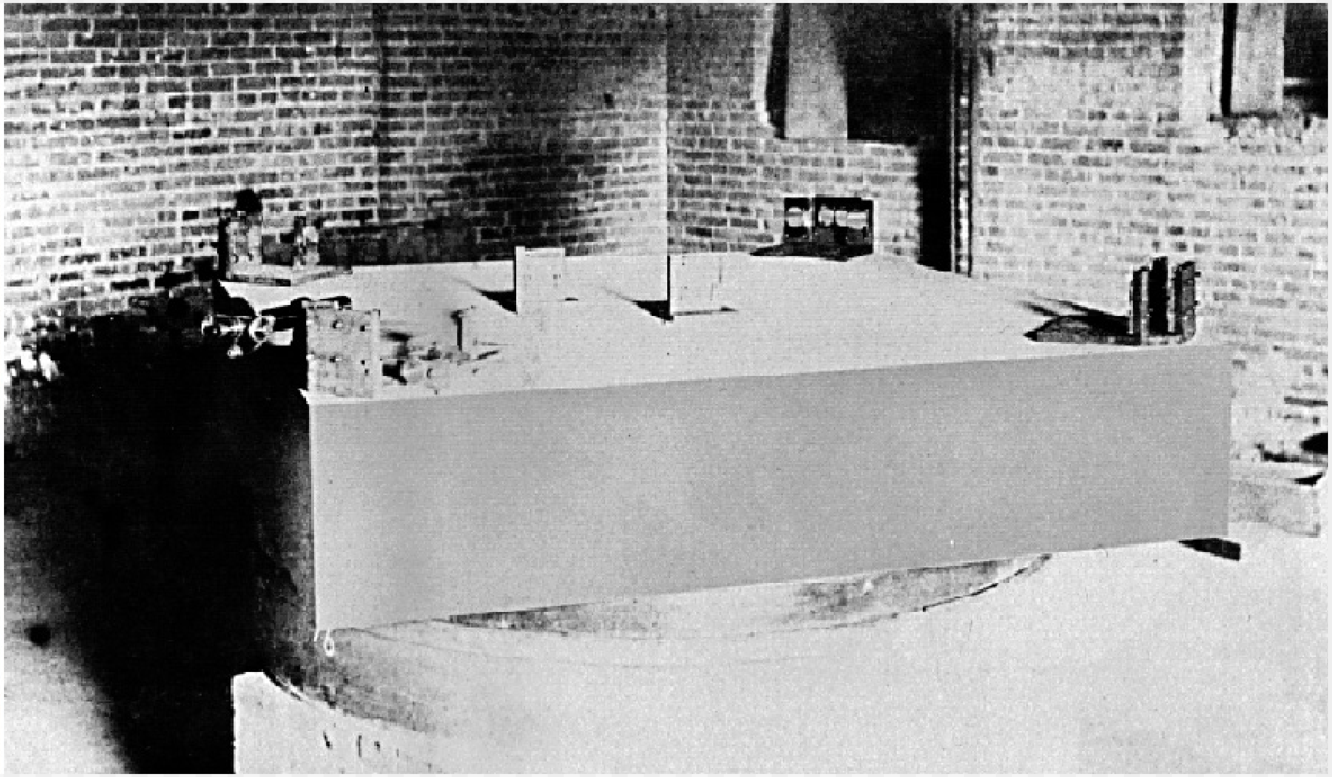
$$= \frac{2L}{c}\left[1-(-\frac{\upsilon^2}{c^2})-(1-\frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{c^2})\right] = \frac{L\upsilon^2}{c^3}$$

$$\Delta d = c(2\Delta t) = \frac{2L\upsilon^2}{c^2}$$

$$\Delta\phi = \Delta d\,\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{4\pi L\upsilon^2}{\lambda}$$

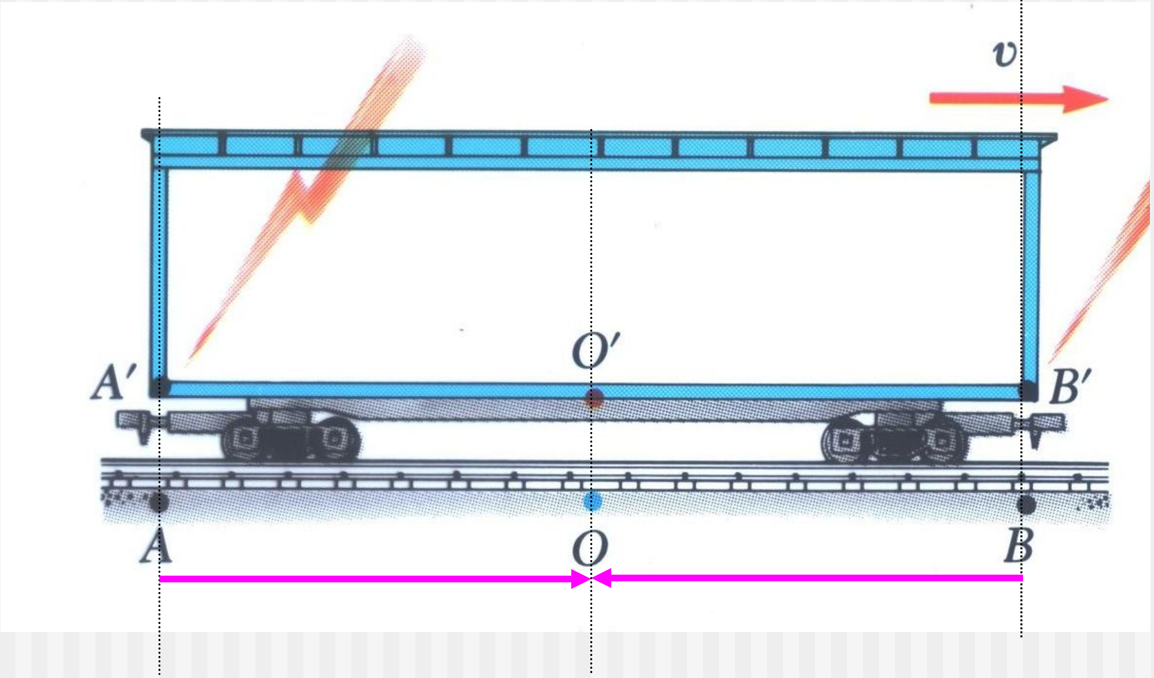
Διαφορά Φάσης.

Συσκευή Michelson-Morley



Ταυτόχρονα γεγονότα.

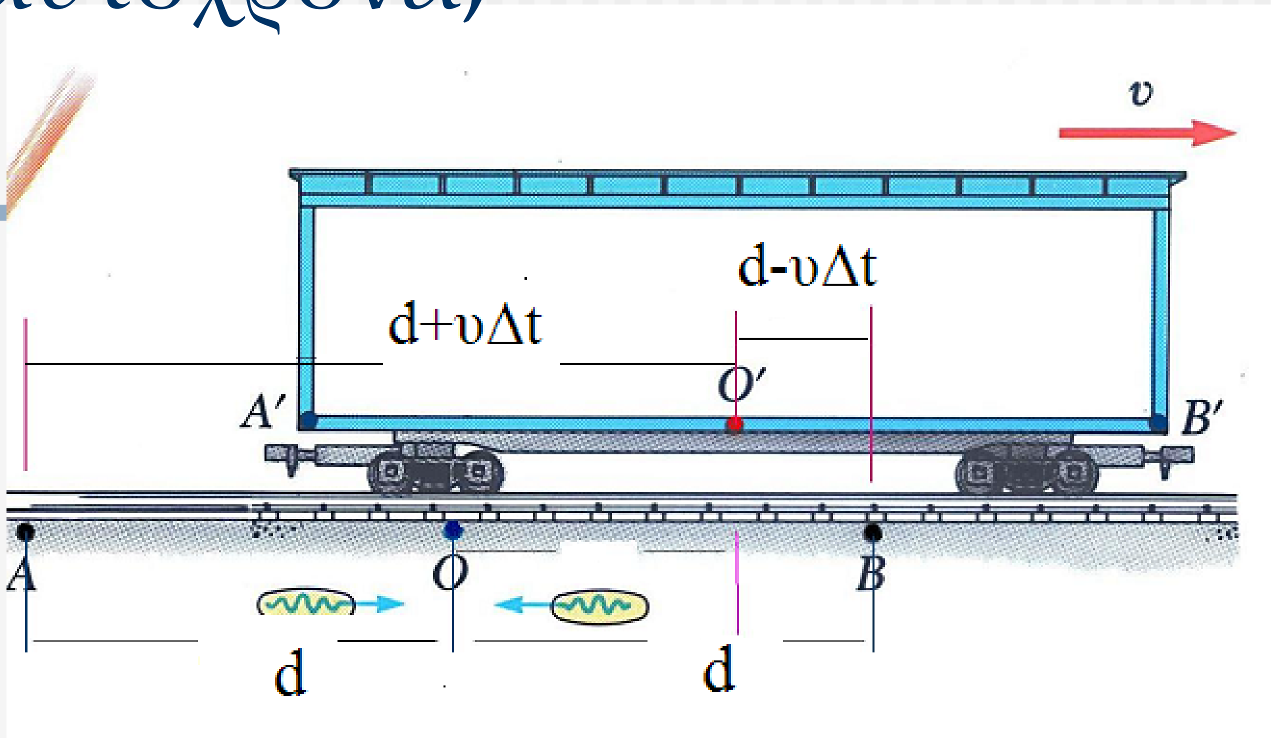
Το βαγόνι κινείται με ταχύτητα υ. Οι δύο κεραυνοί πέφτουν όταν τα σημεία A και B, συμπίπτουν με τα A′, B′.



$$t_1 = \frac{AO}{c} = \frac{BO}{c} = t_2$$

Ο Ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται στο Ο, βλέπει τις δύο λάμψεις να φθάνουν ταυτόχρονα.

Ταυτόχρονα;



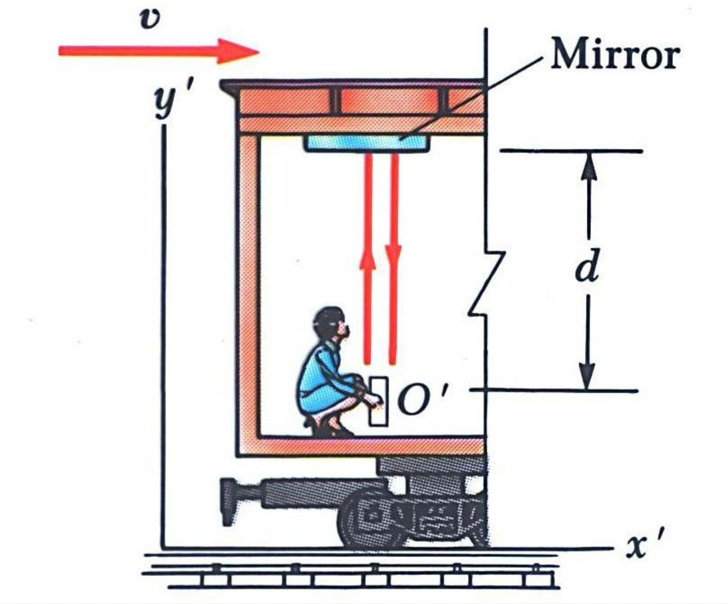
Η διαδρομή του φωτός από το <u>Α μέχρι το Ο′</u>, είναι μεγαλύτερη από εκείνη που ξεκινά από το <u>Β και φθάνει το Ο′</u>.

$$ct_1 = d + \upsilon t_1 \qquad ct_2 = d + \upsilon t_2$$

$$t_1 = \frac{d}{c-\upsilon} \qquad t_2 = \frac{d}{c+\upsilon}$$

$$t_1 > t_2$$

Παρατηρητής στο βαγόνι

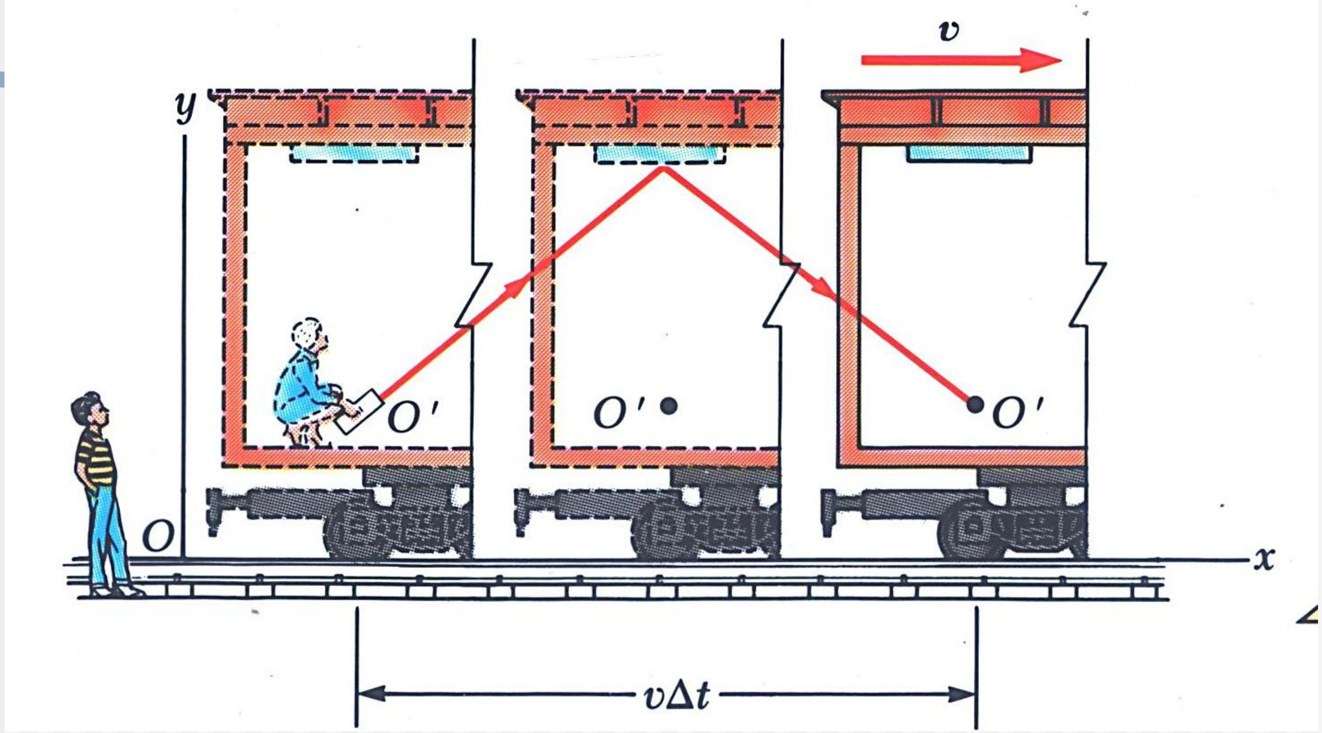


Υπολογίζουμε το χρόνο που μετρά ο Κινούμενος:

$$\boxed{\Delta t' = \frac{2d}{c}}$$

Ο Κινούμενος κάνει ένα πείραμα: Στέλνει μία ακτίνα στην οροφή και μετρά τον χρόνο ανάμεσα στην εκπομπή και λήψη της. Το αποτέλεσμα είναι το ίδιο αν το βαγόνι κινείται είτε είναι ακίνητο.

Παρατηρητής στο έδαφος

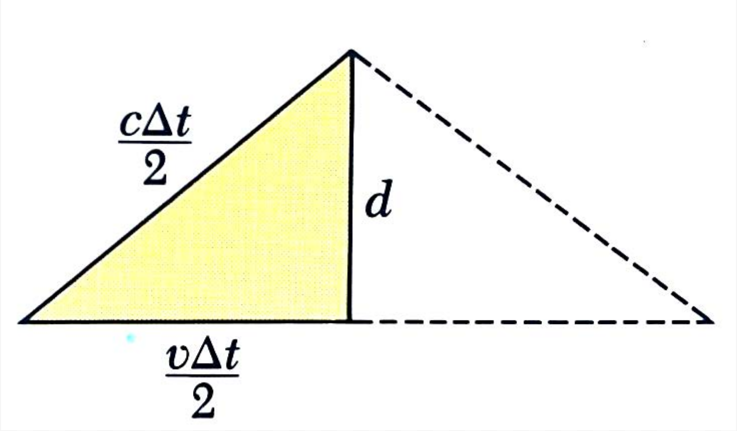


Ο <u>Ακίνητος</u> διαπιστώνει ότι η εκπομπή και η λήψη γίνονται σε <u>διαφορετικές</u> θέσεις.

Υπολογισμός χρόνου σύμφωνα με τον Ακίνητο

Από το σχήμα υπολογίζουμε τη διαδρομή της φωτεινής ακτίνας, όπως τη βλέπει ο <u>Ακίνητος</u>, και από αυτήν τον χρόνο Δt.

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = d^2 + \left(\frac{\upsilon\Delta t}{2}\right)^2 \rightarrow \left(c^2 - \upsilon^2\right)\Delta t^2 = 4d^2 \rightarrow \Delta t^2 = \frac{4\dfrac{d^2}{c^2}}{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}$$



$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}}$$

Συμπέρασμα:

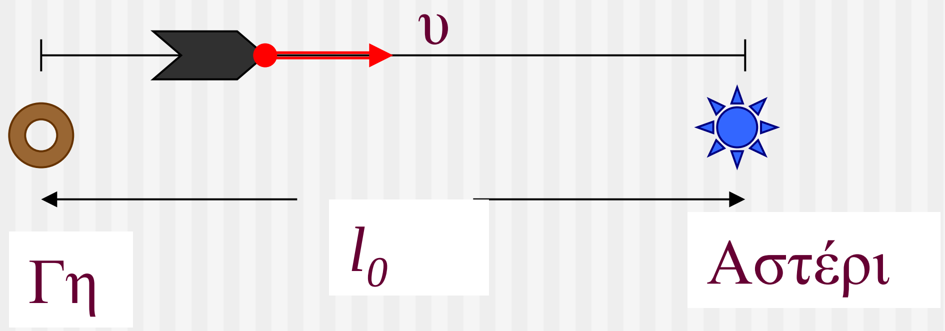
Ο χρόνος που μετρά ο Ακίνητος, είναι <u>μεγαλύτερος</u> από τον χρόνο, του Κινούμενου παρατηρητή.

Αυτό συμβαίνει γιατί:

1. **Η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή.**
2. **Η εκπομπή και η λήψη, γίνονται σε διαφορετικά σημεία κατά τον Ακίνητο.**

Μετασχηματισμός Μήκους

Δύο διαφορετικά σημεία και δύο διαφορετικοί χρόνοι.



Γήινος:

$$\Delta t' = \frac{l_0}{\upsilon}$$

Εξωγήινος:

$$\Delta t = \frac{l}{\upsilon}$$

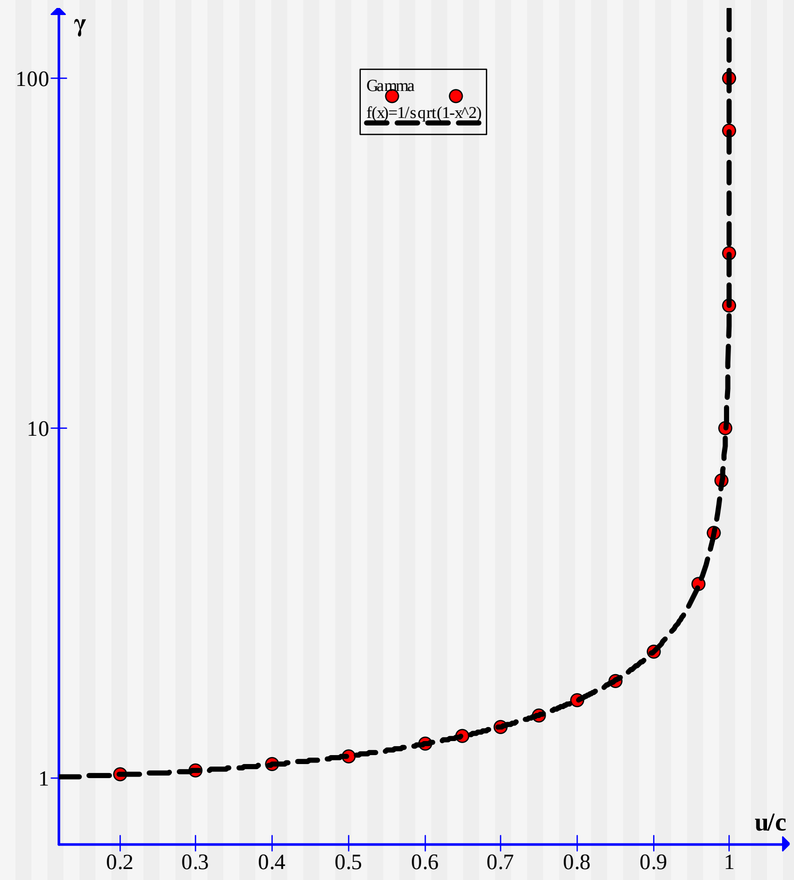
$$\frac{l_0}{\Delta t'} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = l_0 \frac{\Delta t}{\Delta t'}$$

$$\Rightarrow l = l_0 \sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}$$

Παράγοντας γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$

β=υ/c	γ=1/√(1-β²)
0,10000	1,00504
0,80000	1,66667
0,90000	2,29416
0,95000	3,20256
0,97000	4,11345
0,99000	7,08881
0,99500	10,01252
0,99900	22,36627
0,99990	70,71245
0,99999	223,60736



Μετασχηματισμός Γαλιλαίου

Ο υπολογισμός των συντεταγμένων ανάμεσα σε δύο αδρανειακά συστήματα, γράφεται με την μορφή μετασχηματισμού.

Ο μετασχηματισμός της κλασικής φυσικής, ονομάζεται μετασχηματισμός του Γαλιλαίου.

$$\left(x',y',z',t'\right) \leftrightarrow \left(x,y,z,t\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x - \upsilon t \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} x &= x' + \upsilon t \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}}$$

Μετασχηματισμός Lorentz

$$\left(x,y,z,t\right)\leftrightarrow\left(x',y',z',t'\right)$$

Οι Μετασχηματισμοί Lorents:

$$S\rightarrow S'$$

$$x'=\gamma\left(x-\upsilon t\right)$$

$$y'=y$$

$$z'=z$$

$$t'=\gamma\left(t-\frac{\upsilon}{c^2}x\right)$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Οι Αντίστροφοι Μετασχηματισμοί Lorentz:

$$S'\rightarrow S$$

$$x=\gamma\left(x'+\upsilon t'\right)$$

$$y=y'$$

$$z=z'$$

$$t=\gamma\left(t'+\frac{\upsilon}{c^2}x'\right)$$

$$\mathbb{X}=\left(x,y,z,t\right)$$

$$\mathbb{X}'=\left(x',y',z',t'\right)$$

$$\mathbb{X}'=\Lambda\mathbb{X}$$

Απόδειξη

Λόγω της ομογένειας του χώρου ο μετασχηματισμός πρέπει να είναι γραμμικός.

$$z' = z$$
$$y' = y$$
$$x' = k(x - \upsilon t)$$
$$t' = a(t - bx)$$

Ακίνητος : (S)

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

Κινούμενος : (S')

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

Συγχρονισμός "ρολογιού" στη θέση (x΄,y΄,z΄)

Αντικαθιστώντας:

$$k^2 (x - \upsilon t)^2 + y^2 + z^2 = c^2 a^2 (t-bx)^2$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{ll} k^2 - b^2 c^2 & = 1 \\ k^2 \upsilon - b a^2 c^2 & = 0 \\ a^2 - k^2 \upsilon^2 & = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} k = a = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \\ \\ b = \dfrac{\upsilon}{c} \end{array} \right.$$

Τελικά:

$$x' = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \frac{t - \upsilon x / c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

Μετασχηματισμός Ταχύτητας.

Ορθός.

$$u'_x = \frac{u_x - \upsilon}{1 - \frac{u_x \upsilon}{c^2}}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x \upsilon}{c^2}\right)}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x \upsilon}{c^2}\right)}$$

$$\boxed{\upsilon \to -\upsilon}$$

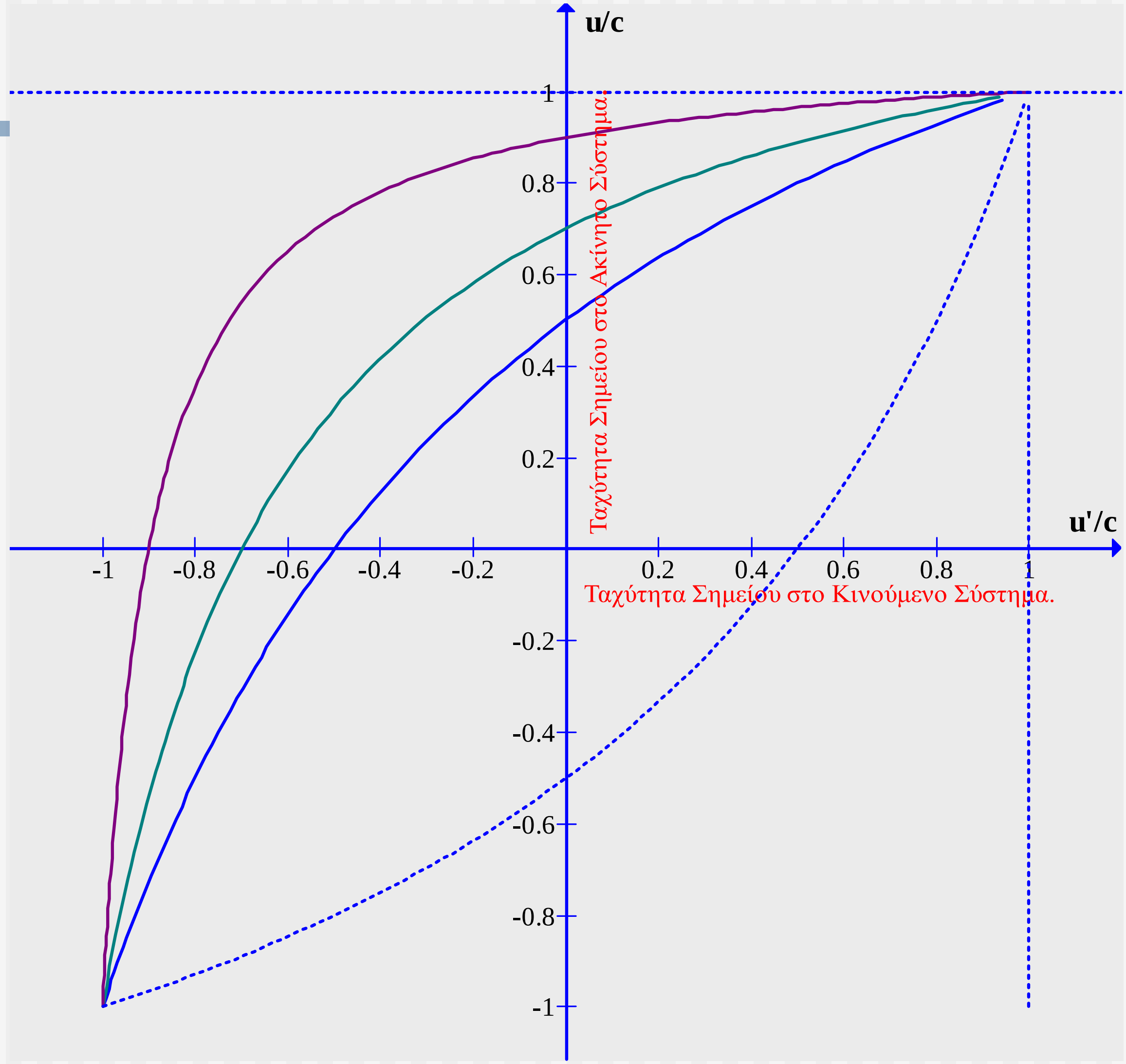
Αντίστροφος.

$$u_x = \frac{u'_x + \upsilon}{1 + \frac{u_x \upsilon}{c^2}}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma\left(1 + \frac{u_x \upsilon}{c^2}\right)}$$

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma\left(1 + \frac{u_x \upsilon}{c^2}\right)}$$

Μετασχηματισμός Ταχύτητας



Σχετικιστική Ορμή

- Η Σχετικιστική Ορμή πρέπει να διατηρείται σε όλες τις κρούσεις.
- Η Σχετικιστική Ορμή πρέπει να τείνει στο κλασικό ορισμό της για ταχύτητες μικρές ως προς την ταχύτητα του φωτός.

$$\boxed{p \equiv \frac{mu}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \gamma m u}$$

Σχετικιστική δύναμη

$$F = \frac{dP}{dt}$$

$$F = \frac{ma}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Σχετικιστική Ενέργεια

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - mc^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \cdots$$

$$K = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \cdots\right) - mc^2 = \frac{1}{2}mu^2$$