

## Περιεχόμενα

Περιεχόμενα .....	1
Εισαγωγή .....	3
Πρόλογος. Ακτινοβολία Μέλανος Σώματος.....	5
ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΜΕ LASER.....	16
1. Χαρακτηριστικές ιδιότητες της ακτινοβολίας laser.....	16
α. Μονοχρωματικότητα .....	16
β. Κατευθυντικότητα .....	17
γ. Λαμπρότητα .....	17
δ. Συμφωνία.....	18
Σύγκριση δέσμης laser με φως συμβατικής φωτεινής πηγής.....	20
Η δέσμη laser ευθυγραμίζεται σε πολύ μικρή διατομή .....	22
Φιλτράρισμα της δέσμης laser (για χωρική συμφωνία).....	24
2. Ιδιότητες του laser.....	25
Ιστορικό της εμφάνισης των πρώτων laser.....	25
Το πρώτο laser συνεχούς λειτουργίας. Το Laser HeNe .....	25
Φάσμα της ακτινοβολίας laser HeNe.....	29
Πόλωση της ακτινοβολίας laser HeNe .....	32
Ο ρόλος της γωνίας Brewster στη πόλωση της δέσμης laser HeNe.....	34
Πόλωση των διαμήκων συχνοτήτων στυ laser HeNe .....	35
Η λυχνία laser HeNe λειτουργεί σαν ενισχυτής φωτός.....	37
3. Είδη laser .....	41
Laser ιόντων Αργού( $Ar^+$ ).....	41
Laser βαφής επιλεγόμενου μήκους κύματος .....	43
4. Μηχανισμοί διευρύνσης φασματικής γραμμής.....	45
5. Συχνότητες συντονισμού οπτικής κοιλότητας laser. Εγκάρσιοι και διαμήκεις τρόποι ταλάντωσης, $TEM_{n,l,m}$ .....	49
Πώς απομονώνεται ένας $TEM_{lm}$ ανώτερης τάξης.....	55
6. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....	59

Π-1. Ορθογώνια πόλωση στάσιμων Η/Μ πεδίων στην κοιλότητα συντονισμού laser .....	59
Π-2. Η έννοια της συμφωνίας στη δέσμη laser .....	63
Στατιστική μιάς χαώδους φωτεινής πηγής.....	71
Μέτρηση της συνάρτησης συμφωνίας.....	72
Χωρική Συμφωνία .....	72
Χρονική Συμφωνίας.....	74
7. Βιβλιογραφία.....	78

## Εισαγωγή

**T**ο παρόν εγχειρίδιο καλύπτει την ύλη των παραδόσεων σχετικά με τη βασική λειτουργία του laser και τις ιδιότητες του, επεξηγώντας επίσης τις σχετικές έννοιες. Συγκεκριμένα, εξηγούνται τα ακόλουθα:

**A. Το απλό laser: B. Ενισχυτής φωτός:** Ενίσχυση φωτός με μία κεφαλή laser HeNe στο ρόλο οπτικού ενισχυτή και με φωτεινή πηγή ένα laser HeNe. Η ενίσχυση είναι 6% ανά απλή διαδρομή ανάμεσα στα κάτοπτρα. Μέτρηση της αυθόρμητης εκπομπής ακτινοβολίας με φωτοστοιχείο και παλμογράφο. Ρύθμιση του φωτοστοιχείου ώστε να μην δέχεται την ακτινοβολία περιβάλλοντος.

**Γ. Πόλωση της δέσμης laser.** Πόλωση της δέσμης σε laser με εξωτερικά κάτοπτρα και παράθυρα σε γωνία Brewster. Σύγκριση με δέσμη laser με εσωτερικά κάτοπτρα προσαρτημένα στα παράθυρα της λυχνίας.

**Δ. Το φάσμα της δέσμης laser.** Διαμήκεις συχνότητες της κοιλότητας σε laser με εξωτερικά κάτοπτρα (πολωμένη δέσμη). Ομοιότητα στην πόλωση των συχνοτήτων αυτών. Ευαισθησία της εκπομπής της δέσμης laser από κακή ευθυγράμμιση των κατόπτρων, από μεταβολές της θερμοκρασίας και μηχανικές διαταραχές. Φάσμα δέσμης laser όταν τα κάτοπτρα είναι εσωτερικά (προσαρτημένα στα παράθυρα της λυχνίας). Πόλωση των διαμήκων συχνοτήτων σε laser με εσωτερικά κάτοπτρα. Τέχνασμα επιλογής μίας διαμήκου συχνότητας από αυτά τα laser με βοήθεια πολωτή. Μετατόπιση του φάσματος μέσα στην καμπύλη απολαβής λόγω ψύξης της λυχνίας.

**Ε. Η ισχύς της δέσμης στο εσωτερικό και εξωτερικό της κοιλότητας.** Μέσα στην κοιλότητα η ισχύς του πεδίου είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν στο εξωτερικό της κοιλότητας. Cavity damping: απότομη απόσβεση της αποθηκευμένης ισχύος στη κοιλότητα για παραγωγή παλμού μεγάλης ισχύος.

**Ζ. Συχνότητες laser από εγκάρσιους τρόπους ταλάντωσης ( $TEM_{nm}$ ) στη κοιλότητα.** Επίδειξη των TEM σαν συνάρτηση της ευθυγράμμισης των κατόπτρων της κοιλότητας. Λειτουργία στο κατώτερο  $TEM_{00}$  με τη βοήθεια

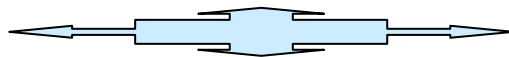
ίριδας μεταβλητής διαμέτρου. Παρατήρηση του φάσματος των TEM. Απομόνωση μίας μόνο TEM με εισαγωγή λεπτού σύρματος στην κοιλότητα. Επίδειξη (με λεπίδα ξυραφιού) του γεγονότος ότι τόσο οι σκοτεινές όσο και οι φωτεινές περιοχές του πεδίου ενός συγκεκριμένου  $TEM_{lm}$  ανώτερης τάξης αποτελούν αναπόσπαστη ενότητα του  $TEM_{lm}$  αυτού.

Η. **Laser ιόντων Αργού ( $Ar^+$ ) υψηλής ισχύος.** Επίδειξη του laser και της υψηλής ισχύος του: όταν μία μη εστιασμένη δέσμης laser  $Ar^+$  πέσει σε χαρτόνι το καίει και το διαπερνά.

Θ. **Laser βαφής με επιλογή μήκους κύματος εκπομπής.** Επίδειξη του laser. Σύγχρονη επίδειξη όλων των χρωμάτων των διαφόρων μηκών κύματος του laser βαφής.

Το εγχειρίδιο αυτό συμπληρώνεται και με την θεωρία που εμβαθύνει σε θέματα, όπως την έννοια της συμφωνίας, την γωνία Brewster, για τους μηχανισμούς διεύρυνσης φασματικής γραμμής, το συμβολόμετρο Fabry-Perot, και την πόλωση των ηλεκτρικών πεδίων μέσα στην κοιλότητα συντονισμού. Στην αρχή γίνεται μία ιστορική αναδρομή στη σπουδαιότητα της μελέτης της ακτινοβολίας μέλανος σώματος από τον 19 αιώνα. Σε αυτή τη γνώση στηρίχθηκε ο Einstein για να περιγράψει τους βασικούς μηχανισμούς της παραγωγής σύμφωνης δέσμης, της σημερινής δέσμης laser.

Στο παράρτημα-1 αποδεικνύεται η ορθογωνιότητα των πολώσεων των στάσιμων πεδίων στην κοιλότητα συντονισμού. Στο παράρτημα-2 δίνονται περισσότερες πληροφορίες γύρω από την έννοια της συμφωνίας σε ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και της πειραματικής μέτρησης της.

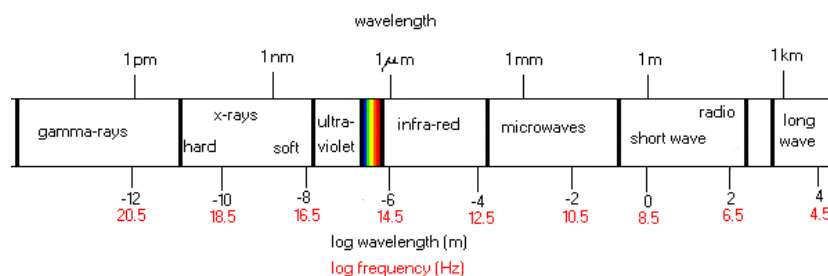


## Πρόλογος

### Ακτινοβολία Μέλανος Σώματος

Αν κανείς ανατρέξει πίσω στο χρόνο προσπαθώντας να εντοπίσει τις επιστημονικές βάσεις που οδήγησαν στην κατασκευή του laser, πιστεύω πως θα σταματήσει στην ακτινοβολία μέλανος σώματος. Τούτο γιατί αν ο Einstein κατάφερε το 1917 να περιγράψει πώς μπορεί η ύλη να εκπέμψει σύμφωνη ακτινοβολία –αυτή που αργότερα ονομάστηκε ακτινοβολία laser, το έκανε στην προσπάθεια του να αναπαράγει την σχέση του Planck ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Τι όμως είναι η ακτινοβολία μέλανος σώματος;

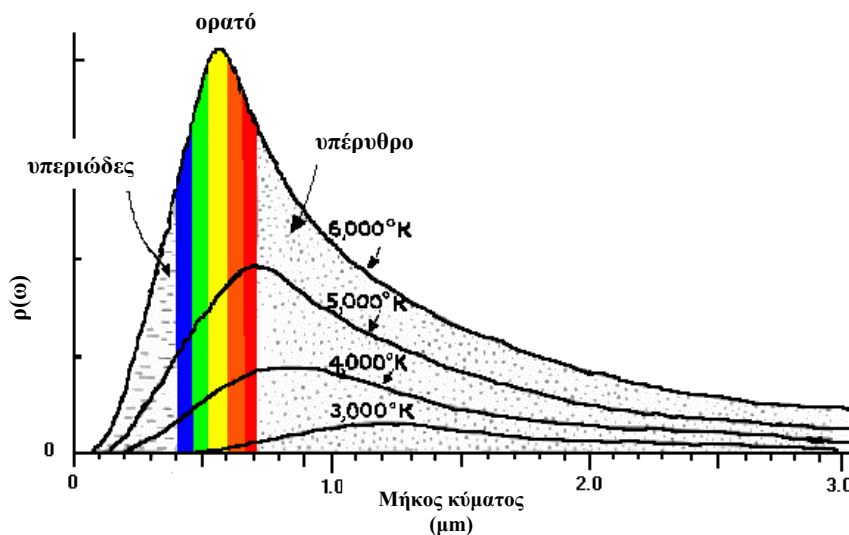
Κάθε θερμό σώμα ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Η ενέργεια αυτή εκπέμπεται σε ένα φάσμα μηκών κύματος η οποία είτε διαδίδεται σαν ραδιοκύματα, είτε μας γίνεται αισθητή σαν θερμότητα, σαν ορατό φως, ή υπεριώδη ακτινοβολία, ενώ σε ακόμα μικρότερα μήκη κύματος η ενέργεια καταγράφεται από συσκευές σαν ακτινοβολία ακτίνων  $\gamma$ , και ραδιενέργειας, σχήμα 1.



Σχήμα 1. Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

Οι πειραματικοί επιστήμονες άρχισαν να μελετούν τη μορφή ενέργειας ακτινοβολίας μέλανος σώματος ήδη από το 19<sup>ο</sup> αιώνα. Έγινε αντιληπτό πως το βασικό χαρακτηριστικό της ήταν ότι δεν εξαρτάται από το είδος του θερμού σώματος, αλλά μόνο από τη θερμοκρασία του. Είτε είναι ένα κομμάτι χαλκού,

είτε κάρβουνου, είτε ακόμη και ένα σύννεφο από κάποιο αέριο, το ολικό ποσό της ακτινοβολίας, καθώς επίσης και η κατανομή αυτής της ενέργειας στις διάφορες συχνότητες, εξαρτάται μόνο από θερμοκρασία,  $T$  και από τίποτε άλλο, σχήμα 2. Το εμβαδόν που περικλείουν οι καμπύλες του σχήματος 2 δίνει την ολική ενέργεια που εκπέμπεται στην εκάστοτε θερμοκρασία. Όπως γίνεται αντιληπτό από τις καμπύλες αυτές, ένα πυρακτωμένο μέταλλο αλλάζει χρώμα

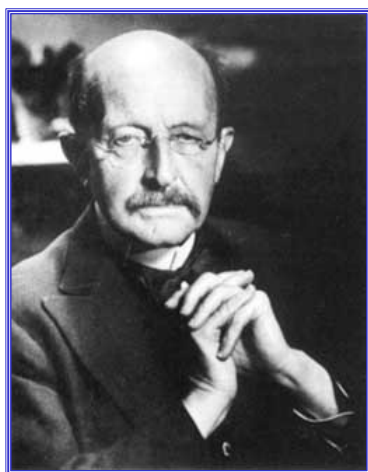


**Σχήμα 2.** Ένταση ακτινοβολίας μέλανος σώματος συναρτήσει του μήκους κύματος για διάφορες θερμοκρασίες. Το μέγιστο της έντασης ακολουθεί το νόμο του Wien, ανάλογο της τετάρτης δύναμης του  $T$  και για  $T=6000\text{K}$  βρίσκεται στη περιοχή του ορατού.

καθώς ψύχεται από το λευκό (όλα τα χρώματα εκπέμπονται με μεγάλη ένταση) στο πορτοκαλί και μετά στο κόκκινο.

Εάν τοποθετηθεί ένα αντικείμενο μέσα σε δοχείο του οποίου τα τοιχώματα βρίσκονται σε σταθερή θερμοκρασία, το αντικείμενο θα έλθει σε θερμική ισορροπία με τα τοιχώματα του δοχείου. Το αντικείμενο αυτό απορροφά και ακτινοβολεί το ίδιο ποσό ενέργειας αφού βρίσκεται σε θερμική ισορροπία με το

περιβάλλον του. Ένα μέλαν σώμα απορροφά επίσης όλη την ακτινοβολία που πέφτει επάνω του και ακτινοβολεί με τον ίδιο τρόπο την ίδια ενέργεια εφόσον βρίσκεται σε θερμική ισορροπία. Επομένως η θερμική ακτινοβολία σε ισορροπία είναι η ακτινοβολία μέλανος σώματος. Εάν το δοχείο με τοιχώματα



**Max Karl Ernst Ludwig Planck,  
1858-1947**

σε θερμική ισορροπία έχει μία μικρή οπή, σχήμα 3, θα εξέλθει από αυτή ένα ελάχιστο ποσό ακτινοβολίας ώστε να μην διαταραχθεί η θερμική ισορροπία στο εσωτερικό του. Η μελέτη του φάσματος της θα δώσει την εικόνα του σχήματος 1. Ο Robert Kirchhof, θεωρώντας την ακτινοβολία μέλανος σώματος θεμελιώδους σημασίας, ξεκίνησε την μελέτη της στο πανεπιστήμιο του Βερολίνου το 1859. Το 1889 τον διαδέχθηκε στην έδρα της φυσικής ο Max Karl Ernst

Ludwig Planck ο οποίος και συνέχισε την έρευνα στο ίδιο θέμα, όπως συμβαίνει συχνά σε τέτοιες περιπτώσεις διαδοχής μίας πανεπιστημιακής έδρας. Ο Planck είχε κάνει το διδακτορικό του στο Μόναχο πάνω στο 2<sup>ο</sup> νόμο της θερμοδυναμικής και την εντροπία. Ο Planck πίστευε ότι ο κόσμος υπήρχε τριγύρω του με ακρίβεια και επιθυμούσε να τον κατανοήσει σε κάθε του λεπτομέρεια χωρίς αβεβαιότητες και πιθανότητες. Γι' αυτό και προσπάθησε να ερμηνεύσει την ιδέα της εντροπίας βάσει της ηλεκτροδυναμικής του Maxwell. Με την ιδέα της εντροπίας όμως είχε ασχοληθεί το 1890 ένας άλλος επιστήμονας, ο Ludwig Boltzmann, και μάλιστα με στατιστικό τρόπο, κάτι που δεν ήταν γενικά δημοφιλές και ιδιαίτερα στον Planck. Ο Planck, που ήταν αυστηρός και τυπικός στην αντιμετώπιση των επιστημονικών προβλημάτων, δεν ασπάζοταν καθόλου την ιδέα της αοριστίας στην κατάσταση κάθε ατόμου στην οποία βασιζόταν η θεωρία της στατιστικής και των πιθανοτήτων που είχε

εισαγάγει –επιτυχώς- ο Boltzmann. Ο Maxwell είχε προτείνει το 1873 ότι η ακτινοβολία αποτελεί ηλεκτρική και μαγνητική διαταραχή πεδίου που διαδίδεται στο χώρο με μορφή ταλαντωτών συχνότητας  $\nu$ , κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης. Ο Heinrich Hertz επιβεβαίωσε την θεωρία αυτή του Maxwell λίγο αργότερα μέσω επιταχυνόμενων ηλεκτρικών φορτίων. Ήταν επακόλουθο να εξηγηθεί η ακτινοβολία μέλανος σώματος με βάση τη θεωρία του Maxwell: Το μέλαν σώμα, σαν ένα σύστημα ατόμων με ηλεκτρικά φορτία επιταχυνόμενα γύρω από τον πυρήνα, θα πρέπει να ακτινοβολεί ακτινοβολία υπό τη μορφή των μικροσκοπικών αυτών ταλαντωτών του Maxwell (η φύση των οποίων δεν ήταν



**Ludwig Boltzmann**  
1844 -1906

ακόμα γνωστή). Ο Planck λοιπόν είχε ασχοληθεί με την ακτινοβολία μέλανος σώματος υπολογίζοντας την εντροπία αυτών των ταλαντωτών του Maxwell.

Εκείνη την εποχή (1896) ο Wilhelm Wien είχε καταφέρει να περιγράψει μία εμπειρική σχέση,  $\rho(\nu, T)$ , που να συνδέει την μετρούμενη πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας μέλανος σώματος (ως προς τη μονάδα συχνότητας) συναρτήσει της

$$\rho(\nu, T) = \frac{\alpha \nu^3}{\exp\left(\frac{\beta \nu}{T}\right)} \dots\dots\dots(A)$$

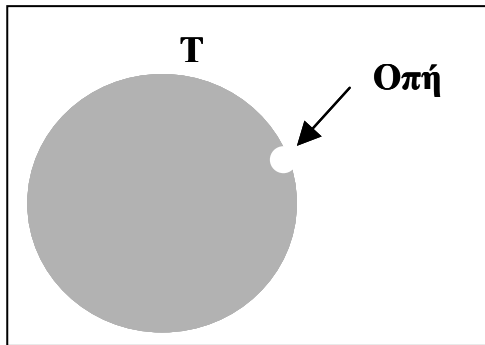
συχνότητας ακτινοβολίας,  $\nu$  και της απόλυτης θερμοκρασίας,  $T$ , σχέση (α). Τα  $\alpha$  &  $\beta$  ήταν σταθερές που τις υπολόγιζαν πειραματικά. Αυτή η εμπειρική σχέση - αρχικά επιτυχής σε μεγάλες συχνότητες (μικρά μήκη κύματος)- δεν έδειξε να συμφωνεί με νέα πειραματικά δεδομένα ακτινοβολίας μέλανος σώματος τα οποία κατάφεραν οι επιστήμονες να πάρουν και στη περιοχή φάσματος μικρών συχνοτήτων. Υπήρχε και ένα δεύτερο πρόβλημα. Υπήρχε ένδειξη ότι κλασική μηχανική δεν ήταν επαρκής να εξηγήσει την πυκνότητα ακτινοβολίας. Ο λόρδος



Rayleigh με τη βοήθεια του James Jeans (1905) απέδειξε, σχέση (B), εφαρμόζοντας τη κλασική θεωρία μέσω του θεωρήματος ισοκατανομής ενεργείας, ότι ο υπολογισμός της πυκνότητας ακτινοβολίας δεν συμφωνεί με το πείραμα γιατί το  $\rho(\nu, T)$  θα αυξάνει με το τετράγωνο της συχνότητας κάτι που

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \dots\dots\dots(B)$$

όπως φαίνεται στο σχήμα 2 δεν συμφωνεί με το πείραμα. (Με c τη ταχύτητα του φωτός και k τη σταθερά του Boltzmann).



**Σχήμα 3.** Από την μικρή οπή του δοχείου του οποίου τα τοιχώματα βρίσκονται σε σταθερή θερμοκρασία, T, εξέρχεται ελάχιστη ακτινοβολία μέλανος σώματος.

Για να μπορέσει η σχέση του Wien να συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα σε μικρές συχνότητες, ο Planck αφαίρεσε απλώς μία μονάδα από το μέγεθος του παρονομαστή (έκανε αυτή την τροποποίηση την ημέρα που έμαθε για τα νέα δεδομένα), σχέση (Γ).

Έτσι για πολύ μικρές συχνότητες ο εκθέτης  $(\beta\nu/T)$  γινόταν πολύ μικρός και η ανάπτυξη του εκθετικού του παρονομαστή σε σειρά κατέληγε

$$\rho(\nu, T) = \frac{\alpha\nu^3}{\exp\left(\frac{\beta\nu}{T}\right) - 1} \dots\dots\dots(\Gamma)$$

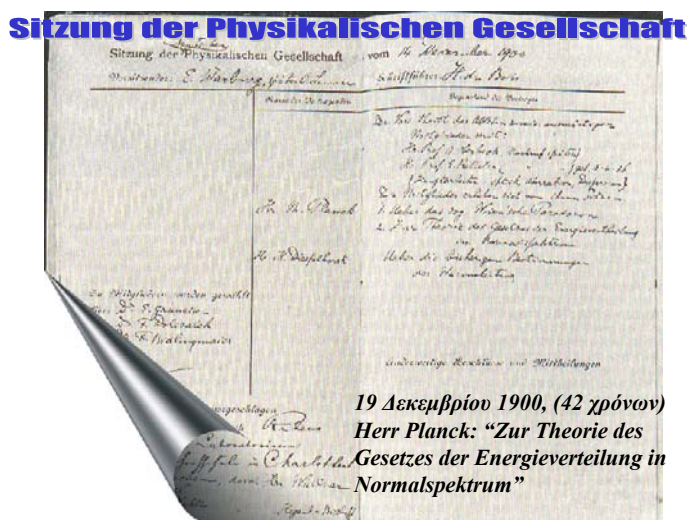
προσεγγιστικά στον τύπο του Rayleigh-Jeans, δηλαδή  $\rho(\nu, T)$  ανάλογο της θερμοκρασίας και του τετραγώνου της συχνότητας. Αυτή όμως εξακολουθούσε να είναι μία εμπειρική αντιμετώπιση του προβλήματος και ο Planck προτιμούσε την περιγραφή της ακτινοβολίας μέλανος σώματος μέσα από την κατανόηση των φυσικών μηχανισμών. Για να το καταφέρει αυτό αναγκάστηκε τελικά να συμβιβασθεί με την στατιστική θεωρία του Boltzmann αντίθετα με τους αρχικούς του ενδοιασμούς.

Τώρα ο Planck υιοθετεί την άποψη του Boltzmann χωρίς όμως και να υποστηρίζει τον χαρακτήρα πιθανότητας στη φύση που εισάγει. Στην θέση του  $W$  της έκφρασης της εντροπίας  $S = k \ln W$ , που ο Boltzmann είχε ορίσει σαν την μοριακή αταξία, ο Planck τοποθετεί τον συγκεκριμένο αριθμό των τρόπων με τους οποίους κάποια δεδομένη ενέργεια,  $E$ , μπορεί να κατανέμεται σε ένα σύνολο ταλαντωτών. Για να μπορέσει να μετρήσει αυτές τις διαφορετικές κατανομές, εισήγαγε την έννοια των «στοιχείων ενέργειας», δηλαδή υπέθεσε ότι η ολική ενέργεια,  $E$ , των ταλαντωτών στην εκπομπή ακτινοβολίας μέλανος σώματος, διαιρείται σε πεπερασμένο αριθμό τμημάτων ενέργειας,  $\epsilon$ , μέσα από μία διεργασία που την ονόμασε «κβάντωση», χωρίς να δώσει και μεγαλύτερη έμφαση στις συνέπειες αυτής της διεργασίας. Την εργασία του στο θέμα αυτό την παρουσίασε στην Γερμανική Εταιρεία Φυσικών στο Βερολίνο στις 14 Δεκεμβρίου 1900, σχήμα 4.

Η ενέργεια, εξήγησε ο Planck στην ομιλία του, αποτελείται από ένα αριθμό πεπερασμένων ίσων τμημάτων που μπορεί να προσδιορισθεί πλήρως.

«και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιώ την φυσικά σταθερά  $h=6.55 \cdot 10^{-27} \text{ erg.s}$ . Αυτή η σταθερά όταν πολλαπλασιασθεί με την γνωστή συχνότητα των ταλαντωτών,  $\nu$ , δίνει στοιχεία ενέργειας,  $\epsilon$ , σε μονάδες  $\text{erg}$ . Αν διαιρέσουμε την ολική ενέργεια  $E$  με το  $\epsilon$  θα πάρουμε τον αριθμό,  $P$ , των στοιχείων ενέργειας που κατανέμονται πάνω στους  $N$  ταλαντωτές».

Από εκεί και πέρα δεν ασχολήθηκε ο Planck με την ιδέα της κβάντωσης ούτε τον ενδιέφερε η λεπτομερής συμπεριφορά αυτών των ταλαντωτών. Την είχε χρησιμοποιήσει απλώς σαν μία διευκόλυνση για να υπολογίσει την κατανομή ενέργειας της ακτινοβολίας. Ενώ ο τύπος που έδωσε ο Planck για την ακτινοβολία μέλανος σώματος έγινε αμέσως αποδεκτός, η ιδέα της κβάντωσης πέρασε απαρατήρητη και τα πρώτα χρόνια του 20<sup>ου</sup> αιώνα, κανείς δεν έδειξε να



**Η ανακοίνωση της ομιλίας του Planck στην συνάντηση της εταιρίας φυσικής του Βερολίνου στις 19 Δεκεμβρίου 1900 με θέμα ‘Στην θεωρία του νόμου του επιμερισμού της ενέργειας του φάσματος ακτινοβολίας’.**

πρόσεξε ότι ερχόταν σε αντίθεση με τις ιδέες της κλασικής φυσικής. Ο ίδιος ο Planck, που αντιπαθούσε την στατιστική και τις πιθανότητες και υποστήριζε θερμά την ιδέα της κλασικής φυσικής με την απόλυτη βεβαιότητα που περιγράφει την φύση, μόλις το 1912 παραδέχθηκε πλήρως τον στατιστικό χαρακτήρα της ατομικής συμπεριφοράς. Αυτή η κβαντική ασυνέχεια στην ενέργεια που εισήγαγε πίστευε για πολλά χρόνια ότι ήταν απλώς μία μαθηματική θεώρηση, κάποιο μαθηματικό ελάττωμα, που δεν είχε καμία σχέση με τις πραγματικές διεργασίες ανταλλαγής ύλης και ακτινοβολίας. Ο Planck δεν 'είδε' κάποια απομάκρυνση από την κλασική θεωρία και γι' αυτό δεν δημοσίευσε τίποτε σχετικό με την ακτινοβολία μέλανος σώματος και την κβάντωση από το 1901 ως το 1906.



**Albert Einstein**  
1879-1955

Υπάρχει κάποια αντίρρηση ως προς το αν ήταν ο Planck ο πρώτος που εισήγαγε την ιδέα της κβάντωσης της ενέργειας, γιατί στην αρχική του δημοσίευση δεν αναφέρθηκε καθόλου στην ουσία αυτής της διεργασίας. Γι' αυτό εικάζεται ότι η κβάντωση της ενέργειας πιθανόν να αποδίδεται είτε στον Boltzmann ή στον Lorentz, καθώς ο τελευταίος είχε προσπαθήσει να τονίσει την σημασία που

είχε η δημοσίευση του Planck του 1900 ως προς τη θέση της κλασικής ιδέας της ενέργειας. Ο πιθανότερος υποψήφιος όμως ως προς την εισαγωγή της ιδέας της κβάντωσης της ενέργειας φαίνεται να είναι ο Einstein, ο οποίος πρώτος συνειδητοποίησε την ουσία της κβαντικής θεωρίας προσπαθώντας να λύσει ένα πρόβλημα της φυσικής, κάτι που κατάφερε με τη βοήθεια της ιδέας του Planck για την ενέργεια. Το 1905 ο Einstein δημοσίευσε την θεωρία των κβάντων φωτός, ή φωτονίων όπως ονομάστηκαν αργότερα από τον αμερικανό

φυσικοχημικό Gilbert Lewis, [στην εργασία του για την διατήρηση των φωτονίων, (Berkeley 1926)], για να εξηγήσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Το 1907 ο Einstein δημοσίευσε την κβαντική θεωρία της ειδικής θερμότητας των στερεών και το 1909 τη θεωρία των ενεργειακών διακυμάνσεων. Η εισαγωγή επομένως της κβαντικής θεωρίας περιγράφεται σαν μία εκτεταμένη διεργασία στο χρόνο και όχι σαν μία στιγμή έμπνευσης που παρουσιάστηκε στο τέλος του 1900. Η ιδέα της κβαντικής θεωρίας, μετά το άρθρο του Einstein για τις ειδικές θερμότητες του 1907, πήρε έναν επίσημο χαρακτήρα με το πρώτο συνέδριο Solvay στις Βρυξέλλες το 1911 όπου παρουσιάστηκε το άρθρο του πάνω στη «θεωρία ακτινοβολίας και τη κβαντική θεωρία».

Ο Einstein ήταν λοιπόν ο πρώτος που χρησιμοποίησε την κβαντική θεωρία στην όμορφη και εντυπωσιακή εξήγηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, και βρισκόταν τότε στη Βέρνη της Ελβετίας. Ο Planck που βρισκόταν στο Βερολίνο δεν της έδωσε ιδιαίτερη σημασία. Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, ένα-δύο χρόνια αργότερα ο Einstein δημοσίευσε την επεξήγηση των ειδικών θερμοτήτων σε χαμηλές θερμοκρασίες χρησιμοποιώντας πάλι την κβαντική θεωρία καθώς επίσης δημοσίευσε και το άρθρο του πάνω στη θεωρία της σχετικότητας. Ενώ ο Planck χειροκρότησε το άρθρο της σχετικότητας, έμεινε τελείως σιωπηρός στο γεγονός ότι ο Einstein είχε δείξει τη θεμελιώδη σημασία της κβαντικής θεωρίας.

Μέχρι τότε δεν πίστευε κανείς ότι η κβαντική θεωρία είχε να κάνει και με την ατομική δομή. Το 1911 ο Ernest Rutherford περιέγραψε τη δομή του ατόμου σαν μια εικόνα πλανητικού συστήματος με πειράματα που έκανε στο πανεπιστήμιο του Manchester. Η εικόνα αυτή όμως παρουσίαζε κάποιες ασάφειες (πώς τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια γύρω από τον πυρήνα του ατόμου δεν χάνουν ακτινοβολούμενη ενέργεια για να 'πέσουν' από τις τροχιές τους πάνω στον πυρήνα;). Το 1913 τον επισκέφθηκε ο Niels Bohr από την Κοπεγχάγη ο οποίος και έλυσε το πρόβλημα αυτής της ασάφειας των ηλεκτρονιακών τροχιών εφαρμόζοντας την κβαντική θεωρία, με την οποία κατάφερε να εξηγήσει το γραμμικό φάσμα ακτινοβολίας του Υδρογόνου.

### Η Κατασκευή του Laser

Από το 1916 έως το 1917 ο Einstein δημοσιεύει τρία άρθρα σχετικά με την αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας μέλανος σώματος και ύλης (A. Einstein, Mitt.phys. Ges. Zürich, 16, 47, (1916); A. Einstein, Verh. Deutsch. Phys. Ges. 18, 318, (1916); A. Einstein, Phys. Zeitschr, 18, 121, (1917). Σε αυτές τις δημοσιεύσεις περιέγραψε τους τρεις μηχανισμούς αλληλεπίδρασης, την απορρόφηση φωτονίου από το άτομο, την αυθόρμητη και την εξαναγκασμένη εκπομπή φωτονίου. Τα κβάντα ενέργειας τα περιέγραψε σαν βέλη φωτός, όχι μόνο με συγκεκριμένη ενέργεια, αλλά και με συγκεκριμένη ορμή και πόλωση. Αυτά τα τρία άρθρα υπήρξαν η θεωρητική βάση πάνω στην οποία στηρίχθηκε η λειτουργία του laser. Το laser, όπως λέει και το ακρονύμιο του (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation), είναι μία φωτεινή δέσμη της οποίας τα φωτόνια εκπέμπονται από διεγερμένα άτομα τα οποία εξαναγκάζονται από άλλα φωτόνια σε αποδιέγερση. Τα αρχικά φωτόνια και αυτά που εκπέμπονται εξαναγκασμένα έχουν ακριβώς τα ίδια χαρακτηριστικά, δημιουργώντας έτσι μία σύμφωνη, μονοχρωματική δέσμη μικρής διατομής και μεγάλης λαμπρότητας, δηλαδή τη δέσμη laser, εφόσον λειτουργεί στο ορατό φάσμα.

Με την κατανόηση της εξαναγκασμένης εκπομπής σύμφωνων φωτονίων από τα άτομα, κατέστη αρχικά δυνατό να λειτουργήσει από τον Charles Townes η πρώτη συσκευή ενίσχυσης σύμφωνης ακτινοβολίας στη περιοχή των μικροκυμάτων (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation), το maser [Gordon, J.P. Zeiger, H.J., Townes C.H.: (1954), Phys. Rev, 95, 272]. Ο Townes σε συνεργασία με τον Schawlow δημοσίευσε τέσσερα χρόνια αργότερα ένα άρθρο όπου περιέγραψε τη δυνατότητα παραγωγής



**Charles Townes, 1915-**



**Arthur Schawlow**  
1921-1999

σύμφωνης δέσμης και στο ορατό, δηλαδή της δέσμης laser, από ενεργό υλικό στην αέριο φάση [A.L. Schawlow, C. H. Townes: Phys.Rev. 112, p. 1940, (1958)]. Εντούτοις, το πρώτο laser που λειτούργησε στο ορατό ήταν από ενεργό υλικό στη στερεά φάση, με μία ράβδο ρουβιδίου, από τον Theodore Maiman και εκπεμπόταν μάλιστα σε παλμούς [T. H. Maiman, Nature, 187, p. 493 (1960)]. Ένα χρόνο αργότερα λειτούργησε και το πρώτο laser αερίου φάσης, HeNe, συνεχούς εκπομπής που βρήκε και πάρα πολλές εφαρμογές για εκπαιδευτικούς σκοπούς.

Σήμερα, σχεδόν μισό αιώνα μετά από την εκπομπή της πρώτης παλμικής δέσμης laser στο ορατό, η εξέλιξη των laser και των εφαρμογών τους είναι τεράστια. Συναντάμε το laser καθημερινά, όπως π.χ. στο σπίτι, στα νοσοκομεία, εργοστάσια, χώρους διασκέδασης, στις τηλεπικοινωνίες, αλλά και στην επιστημονική έρευνα. Τα χρησιμοποιούμε στα CD players, στους εκτυπωτές, κωδικοποιητές, δείκτες παρουσιάσεων σε οθόνη.

Στο υποχρεωτικό μάθημα κατεύθυνσης Φυσικής Στερεάς Κατάστασης-Υ503- «Κβαντική Οπτική και Lasers» διδάσκεται το θεωρητικό υπόβαθρο που οδήγησε στην κατασκευή του laser, την κβαντική θεωρία πάνω στην οποία στηρίζεται η λειτουργία του, τα τεχνολογικά χαρακτηριστικά της συσκευής και μερικά είδη lasers.



## ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΜΕ LASER

### 1. Χαρακτηριστικές ιδιότητες της ακτινοβολίας laser

Το laser εκπέμπει ακτινοβολία που έχει τέσσερις χαρακτηριστικές ιδιότητες, (α) την μονοχρωματικότητα, (β) την συμφωνία, (γ) την κατευθυντικότητα και (δ) την λαμπρότητα. Η υπεροχή της δέσμης laser έναντι άλλων συμβατικών φωτεινών πηγών, όπως π.χ. είναι η ακτινοβολία μιάς λυχνίας ατμών υδραργύρου, έγκειται στο ότι μπορεί να κατέχει και τις τέσσερις ιδιότητες συγχρόνως.

#### α. Μονοχρωματικότητα

Η δέσμη laser μπορεί να περιέχει μία μόνο συχνότητα, να έχει δηλαδή μονοχρωματικότητα, ενώ να έχει συγχρόνως και τα επί πλέον χαρακτηριστικά, συμφωνία, κατευθυντικότητα και λαμπρότητα.

Η μονοχρωματικότητα είναι στενά συνδεδεμένη με την έννοια της *χρονικής συμφωνίας* της δέσμης, που θα αναπτυχθεί πιο κάτω. Ο υψηλός βαθμός μονοχρωματικότητας μιάς δέσμης laser την καθιστά ιδανική για εφαρμογές στην φασματοσκοπία, όπου είναι απαραίτητο στενό φασματικό εύρος σε κάποιο μήκος κύματος. Ακόμα και αν είναι στενό το φασματικό εύρος του ενός μήκους κύματος που εκπέμπει το laser, συνήθως αυτό περιέχει αρκετές από τις συχνότητες συντονισμού της κοιλότητας μέσα στην οποία αναπτύσσεται η δέσμη. Πρόκειται για τις χαρακτηριστικές συχνότητες  $\nu_n$ , συντονισμού, τις ονομαζόμενες *διαμήκεις συχνότητες* (longitudinal modes), της οπτικής του κοιλότητας μήκους  $L^1$  με  $\nu_l = \frac{lc}{2L}$ ,  $l = 1, 2, 3, \dots$ , που περιέχονται στο εύρος της εκπεμπόμενης γραμμής  $\lambda_0$ , εικόνα 10. Είναι δυνατόν να απομονωθεί μία μόνο από αυτές τις διαμήκεις συχνότητες με κατάλληλα τεχνάσματα που θα

---

<sup>1</sup> η απόσταση ανάμεσα στα δύο κάτοπτρα



συζητηθούν πύο κάτω, ώστe η δέσμη laser να αποκτήσει ακόμα υψηλότερη μονοχρωματικότητα και επομένως κατά πολύ λεπτότερο φασματικό εύρος.

### **β. Κατευθυντικότητα**

Η δέσμη laser HeNe έχει υψηλή κατευθυντικότητα. Αυτή η ιδιότητα της είναι συνάρτηση και της υψηλής της (χωρικής) συμφωνίας. Θεωρώντας τη δέσμη laser HeNe σαν ένα επίπεδο κύμα που ενισχύεται μέσα στον τριχοειδή σωλήνα της οπτικής κοιλότητας διατομής μερικών mm, είναι αναπόφευκτο να υφίσταται περίθλαση στην έξοδο της από τη συσκευή. Με την περίθλαση η δέσμη ανοίγει σε γωνία  $\varphi$  (εικόνα 2)

$$\varphi = \beta \frac{\lambda}{d} \quad (1)$$

όπου  $d$  η αρχική διάμετρος της δέσμης (και το εύρος του ανοίγματος από όπου θα βγει μέσα από την συσκευή) και  $\lambda$  το μήκος κύματος της. Η παράμετρος  $\beta$  έχει τιμή κοντά στην μονάδα, που γενικά εξαρτάται από τη φασματική κατανομή της γραμμής και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της δέσμης.

Η σχέση (1) καθορίζει την θεμελιώδη περίθλαση (diffraction limited) της δέσμης, θεωρώντας ότι η χωρική συμφωνία της επεκτείνεται καθ' όλο το εύρος της διατομής της. Αν βέβαια η έκταση της χωρικής συμφωνίας της δέσμης,  $S_{\text{συμ}}$  πάνω στη κάθετη διατομή της  $d$  είναι μικρότερη από την  $d$ ,  $S_{\text{συμ}} < d$ , τότε στην (1) αντί για  $d$  θα εμφανίζεται η μικρότερης έκτασης  $S_{\text{συμ}}$  και η γωνία περίθλασης θα γίνεται έτσι ακόμα μεγαλύτερη. Με αυτό τον τρόπο γίνεται φανερό πώς ο βαθμός συμφωνίας καθορίζει και το βαθμό κατευθυντικότητας της δέσμης laser.

### **γ. Λαμπρότητα**

Η λαμπρότητα μίας φωτεινής πηγής,  $\Lambda$ , σε κάποια κατεύθυνση ορίζεται ως

$$\Lambda = \frac{dP}{dS \cdot \cos \theta \cdot d\Omega} \quad (2)$$

όπου  $dP$  είναι η στοιχειώδης ισχύς που εκπέμπει στοιχειώδης επιφάνεια της  $dS$ ,  $d\Omega$  η στερεά γωνία γύρω από την συγκεκριμένη κατεύθυνση παρατήρησης που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κάθετο στην επιφάνεια  $dS$ .

Όταν η λαμπρότητα είναι ανεξάρτητη της κατεύθυνσης τότε η πηγή ονομάζεται ισότροπη. Λόγω της μεγάλης κατευθυντικότητας της δέσμης laser και της ικανότητας της να εστιάζεται σε πολύ λεπτή διατομή, η λαμπρότητα της είναι κατά αρκετές τάξεις ανώτερη από αυτή μιάς οποιασδήποτε άλλης συμβατικής φωτεινής πηγής.

#### **δ. Συμφωνία**

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της δέσμης laser σε διαφορετικά σημεία της μετωπικής του επιφάνειας κυμαίνεται με συγκεκριμένη σχέση στη διαφορά φάσης. Αυτή η ιδιότητα της συγκεκριμένης σχέσης στη διαφορά φάσης ανάμεσα σε δύο σημεία της δέσμης συνιστά την *χωρική συμφωνία* που είναι και ο λόγος που η δέσμη διαδίδεται σε μεγάλες αποστάσεις χωρίς να «ανοίγει» σημαντικά και που επίσης την καθιστά ικανή να εστιάζεται σε πολύ μικρή διατομή.

Η ύπαρξη συγκεκριμένης σχέσης στη διαφορά φάσης του κυμαινόμενου ηλεκτρικού πεδίου δεν παρατηρείται μόνο ανάμεσα σε δύο διαφορετικά σημεία της δέσμης κάποια χρονική στιγμή, αλλά ακόμα και στο ίδιο σημείο σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η τελευταία ιδιότητα συνιστά τη λεγόμενη *χρονική συμφωνία*. Τέτοια συγκεκριμένη διαφορά φάσης στο ηλεκτρικό πεδίο που εκπέμπουν συμβατικές φωτεινές πηγές δεν υφίσταται ούτε ανάμεσα σε δύο διαφορετικά σημεία την ίδια χρονική στιγμή, αλλά ούτε και στο ίδιο σημείο διαφορετικές χρονικές στιγμές. Οι συμβατικές φωτεινές πηγές δεν χαρακτηρίζονται από χωρική ή χρονική συμφωνία.

Έστω  $E_1(t)$ ,  $E_2(t)$  το ηλεκτρικό πεδίο σε δύο διαφορετικά σημεία του Η/Μ πεδίου της δέσμης τη χρονική στιγμή  $t$ . Θα υφίσταται κάποια χρονική στιγμή μία συγκεκριμένη διαφορά φάσης ανάμεσα σε αυτά τα δύο σημεία. (Στην ιδανική περίπτωση, το πεδίο σε διαφορετικά σημεία θα είχε την ίδια

ακριβώς φάση αντί συγκεκριμένης διαφοράς φάσης). Αν η διαφορά αυτή διατηρηθεί σταθερή και για κάθε άλλη χρονική στιγμή, τότε λέμε ότι υπάρχει **πλήρης χωρική συμφωνία** στη δέσμη. Αν μάλιστα και οποιαδήποτε άλλα δύο σημεία του H/M πεδίου διατηρούν πλήρη χωρική συμφωνία, τότε λέμε ότι το κύμα έχει **τέλεια χωρική συμφωνία**. Στην πράξη πίο πιθανή είναι η **μερική χωρική συμφωνία** όπου η σταθερή διαφορά φάσης υφίσταται μόνο ανάμεσα στα σημεία του H/M πεδίου γύρω από τυχόν σημείο P μέσα στην **περιοχή συμφωνίας** σε ακτίνα  $\lambda_{\sigma}$  γύρω από το P. Η ακτίνα  $\lambda_{\sigma}$  ονομάζεται το **μήκος συμφωνίας** που χαρακτηρίζει τη δέσμη. Η μεγάλη έκταση της περιοχής συμφωνίας σε μία δέσμη laser, είναι και ο λόγος που η διατομή της δεν μεγαλώνει σημαντικά καθώς αυτή διαδίδεται. Οφείλεται στο ότι τα ηλεκτρικά πεδία σε διαφορετικά σημεία της είναι συμφασικά. Η δέσμη laser έτσι παραμένει σημαντικά ευθυγραμμισμένη.

Ο έλεγχος της χρονικής συμφωνίας γίνεται με συσχέτιση των φάσεων του ηλεκτρικού πεδίου σε συγκεκριμένο σημείο της δέσμης αλλά σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές. Έστω ότι τα ηλεκτρικά πεδία  $E(t)$ ,  $E(t+\tau)$  τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές,  $t$  και  $t+\tau$ , έχουν μιά ωρισμένη διαφορά φάσεως. Αν η συγκεκριμένη διαφορά φάσεως διατηρείται σταθερή για τυχαία περίοδο  $\tau$  και για οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t$ , τότε το πεδίο έχει **πλήρη χρονική συμφωνία**. Αν όμως η περίοδος  $\tau$  έχει συγκεκριμένη διάρκεια,  $0 < \tau < \tau_0$ , τότε το πεδίο έχει **μερική χρονική συμφωνία** με χρόνο συμφωνίας  $\tau_0$ . Ισχύει μάλιστα ότι  $\lambda_{\sigma} = c\tau_0$ , όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός. Το εύρος συχνότητας της γραμμής της δέσμης laser,  $\Delta\nu_0$ , (στο μέσο ύψος της κατανομής εντάσεων, εικόνα 10) συνδέεται με το χρόνο συμφωνίας  $\tau_0$  μέσα από τη σχέση  $\Delta\nu_0 \cong 1/\tau_0$ . Όσο μεγαλύτερη η χρονική συμφωνία της δέσμης laser, τόσο στενότερο το εύρος γραμμής της και τόσο μεγαλύτερη η **μονοχρωματικότητα** της. Αν η δέσμη laser εκπέμπεται από την κοιλότητα συντονισμού σε μία μόνο διαμήκη συχνότητα ενός μόνο TEM τρόπου ταλάντωσης, η χωρική συμφωνία

της θα ήταν πλήρης. Η χρονική και χωρική συμφωνία που αναφέρθηκε στα πιά πάνω χαρακτηρίζονται σαν **συμφωνία α' βαθμού**. Αυτό που καθορίζει όμως την υπεροχή ενός laser από οποιαδήποτε άλλη συμβατική δέσμη είναι το ότι εμφανίζει και συμφωνία σε ακόμα υψηλότερο από τον πρώτο βαθμό, όπως αναφέρεται στο παράρτημα.

### **Σύγκριση δέσμης laser με φως συμβατικής φωτεινής πηγής.**

Η ακτινοβολία που εκπέμπει ένα laser που λειτουργεί σε ένα μόνο εγκάρσιο τρόπο ταλάντωσης, π.χ τον πιά συνηθισμένο TEM<sub>00</sub> και μία από τις διαμήκεις συχνότητες του, έχει πλήρη χωρική συμφωνία. Η ακτινοβολία όμως που εκπέμπεται από μία συμβατική φωτεινή πηγή π.χ. μία λυχνία ατμών υδραργύρου, δεν είναι σύμφωνη. Μπορεί όμως και αυτή να αποκτήσει κάποιο βαθμό χωρικής συμφωνίας με κατάλληλη χρήση φακών και αφού περάσει μέσα από μικροσκοπικές οπές (pinhole).

Έστω η λυχνία Hg σαν συμβατική φωτεινή πηγή στην πράσινη γραμμή της στο μήκος κύματος 546 nm με ένταση 100W/cm<sup>2</sup>. Το εύρος της γραμμής αυτής<sup>2</sup> είναι 50 nm (ή<sup>3</sup> 5.10<sup>13</sup> Hz). Θεωρούμε και μία δέσμη laser HeNe ισχύος 1 mW που εκπέμπει στο μήκος κύματος 632.8nm. Το εύρος της γραμμής laser είναι μόλις 1.5 GHz, δηλαδή ~10<sup>4</sup> φορές πιά στενό από αυτό της πράσινης γραμμής της λυχνίας. Αυτή η ιδιότητα κάνει τη γραμμή laser περισσότερο **μονοχρωματική** από τη γραμμή της λυχνίας Hg.

Η δέσμη laser εκτός από μονοχρωματικότητα διαθέτει επί πλέον μεγαλύτερο βαθμό χωρικής συμφωνίας. Είναι ευθυγραμμισμένη και επίσης συγκεντρωμένη σε διατομή μικρών διαστάσεων. Αυτές οι δυο ιδιότητες μαζί κάνουν τη δέσμη laser να υπερέχει από τη γραμμή της λυχνίας Hg που ούτε

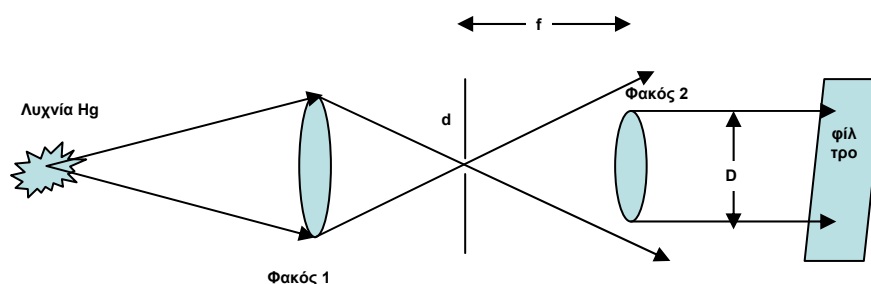
<sup>2</sup> Θεωρούμε ότι η διεύρυνση γραμμής οφείλεται κυρίως στο φαινόμενο Doppler και η κατανομή ισχύος της δέσμης είναι Γκαουσιανή (βλέπε αντίστοιχο κεφάλαιο διεύρυνσης γραμμής)

<sup>3</sup>  $\delta\nu = \left| \frac{\delta\lambda}{\lambda^2} \cdot c \right|$

σύμφωνη είναι, ούτε και ευθυγραμμισμένη. Ας προσπαθήσουμε να προσδώσουμε στη γραμμή της λυχνίας Hg τις δύο ιδιότητες της δέσμης laser HeNe.

Πρώτα θα της δώσουμε τον ίδιο βαθμό συμφωνίας. Η ακτινοβολία λυχνίας Hg περνάει πρώτα από τον συγκλίνοντα φακό-1 και εστιάζεται σε μικρή οπή διαμέτρου  $d$  (0.1mm), εικόνα 1. Μέρος από την εξερχόμενη ακτινοβολία περνάει από συγκλίνοντα φακό-2 διαμέτρου  $D$  εστιακής απόστασης  $f$  που βρίσκεται σε απόσταση  $f$  από οπή  $d$ . Η ακτινοβολία από τη λυχνία έχει ήδη περάσει μέσα από τον φακό-1, μέρος της έχει περάσει μέσα από την οπή και όταν θα διέλθει μέσα και από το δεύτερο φακό-2 θα είναι μεν αναγκαστικά μία παράλληλη δέσμη διαμέτρου  $D$ , αλλά όμως πολύ μικρότερης ισχύος (~8 mW) από την αρχική της τιμή.

Με αυτό το τέχνασμα αποκτήσαμε σύμφωνη και κατευθυνόμενη δέσμη από μία συμβατική πηγή. Τα μεγέθη  $\lambda$ ,  $d$ ,  $f$ , &  $D$  επιλέγονται κατάλληλα έτσι ώστε η εξερχόμενη ακτινοβολία από το φακό-2 να έχει αποκτήσει και τον ίδιο βαθμό συμφωνίας με αυτό της δέσμης laser<sup>4</sup>. Άρα πετύχαμε, χρησιμοποιώντας οπτικά μέσα, να μετατρέψουμε την αρχικά ασύμφωνη δέσμη σε μία νέα σύμφωνη και κατευθυνόμενη όπως είναι η δέσμη laser.



**Εικόνα 1.** Οπτικό τέχνασμα για να αποκτήσει ακτινοβολία συμβατικής φωτεινής πηγής (από λυχνία ατμών υδραργύρου) τις ιδιότητες της δέσμης laser.

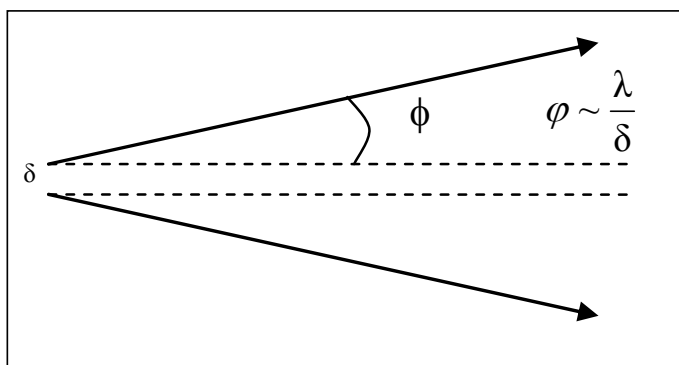
<sup>4</sup> Αυτός καθορίζεται μέσα από το θεώρημα των van Cittert-Zernike. Για περισσότερες λεπτομέρειες δεξ την αναφορά στον Chandra S Vikram.

Υπολείπεται να προσδώσουμε στη γραμμή της συμβατικής φωτεινής πηγής και την μονοχρωματικότητα της δέσμης laser. Για το σκοπό αυτό την περνάμε μέσα από ένα φίλτρο συχνοτήτων. Το φίλτρο θα αφαιρέσει μέρος από το φασματικό εύρος των αρχικών  $5 \cdot 10^{13}$  Hz. Καθώς κάθε συχνότητα μεταφέρει ισχύ, το φίλτρο θα της αποκόψει μέρος του φασματικού εύρους και συγχρόνως θα της μειώσει και την αρχική ισχύ της κατά  $10^4$  φορές μικρότερη από τα  $\sim 8$  mW. Η ισχύς θα είναι τώρα πολύ μικρότερη από το 1 mW της δέσμης laser HeNe.

Επομένως συμπεραίνουμε πως η πιό ιδανική ακτινοβολία είναι της δέσμης laser, γιατί αυτή συγκεντρώνει συγχρόνως όλες τις ιδιότητες: μονοχρωματικότητα, λαμπρότητα, συμφωνία και είναι επίσης και ευθυγραμμισμένη σε μικρή διατομή. Άλλες συμβατικές φωτεινές πηγές μπορούν με οπτικά μέσα να αποκτήσουν μερικές από τις ιδιότητες της δέσμης laser HeNe, αλλά όχι και τις τέσσερις ιδιότητες της συγχρόνως.

### **Η δέσμη laser ευθυγραμίζεται σε πολύ μικρή διατομή**

Ας υποθέσουμε ότι η δέσμη που βγαίνει από συσκευή laser HeNe έχει διατομή διαμέτρου  $\delta$ . Οι ιδιότητες της δέσμης εξαρτώνται μονάχα από τους βασικούς νόμους της φυσικής και όχι από τις ιδιότητες της φωτεινής πηγής από την οποία προέρχεται, όπως παραδείγματος χάρη από τους νόμους της περίθλασης που



**Εικόνα 2.** Καθώς διαδίδεται η δέσμη laser η αρχική της διάμετρος,  $\delta$ , ανοίγει κατά πολύ μικρή γωνία  $\phi$ .

υφίσταται η δέσμη καθώς διέρχεται από οπές ή οπτικά μέσα. Η δέσμη αυτή μήκους κύματος  $\lambda$ , μπορεί να ευθυγραμμιστεί αρκετά ώστε να διευρύνεται καθώς διαδίδεται στο χώρο κατά μόνο μια πάρα πολύ μικρή γωνία  $\varphi$ . Η γωνία αυτή σύμφωνα με τη σχέση (1) γράφεται και ως

$$\varphi \approx \frac{\lambda}{\delta} \quad (3)$$

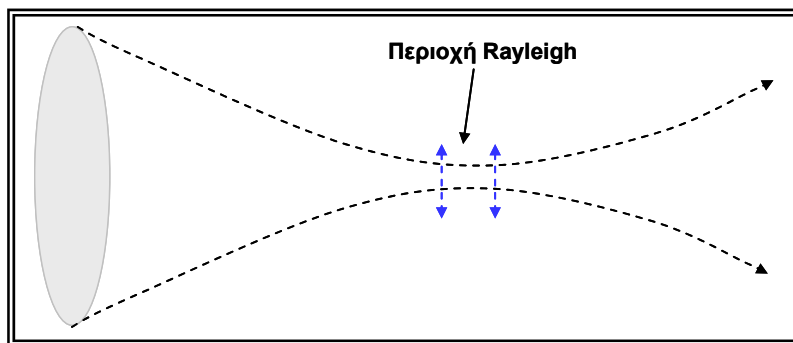
Όπως συζητήθηκε προηγουμένως, με κατάλληλο σύστημα φακών μία δέσμη laser μπορεί να γίνει τελείως ευθυγραμμισμένη (να έχει αρκετά παράλληλες ακτίνες). Αυτή η παράλληλη δέσμη laser μπορεί στην συνέχεια να εστιαστεί σε μία πάρα πολύ μικρή διατομή και το εύρος αυτής της διατομής, έστω  $d$ , να καθορίζεται πάλι από τους νόμους της περίθλασης και όχι τις ιδιότητες της φωτεινής πηγής.

Δέσμη laser HeNe περνάει μέσα από συγκλίνοντα φακό εστιακής απόστασης  $f$ , εικόνα 3. Για να γίνει δυνατή η παρατήρηση της πορείας της δέσμης laser την περνάμε μέσα από δοχείο με νερό στο οποίο έχουν προστεθεί μερικές σταγόνες γάλα. Αν  $d$  είναι η διάμετρος της δέσμης στην εστία του φακού (μερικά  $\mu\text{m}$ ) και  $f$  η εστιακή απόσταση του συγκλίνοντος φακού, τότε ισχύει  $d = (\lambda/\delta)f$ . Αν ήταν τώρα η εστιακή απόσταση του φακού ίση με την αρχική του διάμετρο  $\delta$ , τότε η διάμετρος της διατομής της δέσμης laser στην εστία της θα πρέπει θεωρητικά να πάρει τις διαστάσεις του μήκους κύματος της,  $\lambda$ , κάτι που είναι τελείως ανεξάρτητο από ποιές είναι οι ιδιότητες της φωτεινής πηγής από όπου προέρχεται η δέσμη.

Η κυλινδρική περιοχή εστίασης, όπου η δέσμη έχει σταθερή διάμετρο και διαδίδεται υπό μορφή επίπεδου κύματος, (η καμπυλότητα της δέσμης εκεί είναι άπειρη), ονομάζεται **περιοχή Rayleigh**. Η έκταση της περιοχής Rayleigh εξαρτάται από την εστιακή απόσταση του φακού  $f$ . Όσο πιο μικρή η  $f$  τόσο μικρότερο είναι το μήκος της περιοχής Rayleigh. Έκτός της περιοχής Rayleigh η δέσμη διαδίδεται υπό μορφή σφαιρικού κύματος.

### Φιλτράρισμα της δέσμης laser (για χωρική συμφωνία).

Ο βαθμός χωρικής συμφωνίας της δέσμης laser μπορεί να βελτιωθεί περνώντας την μέσα από μικρή κυκλική οπή μικρομετρικών διαστάσεων, π.χ. 12  $\mu\text{m}$  (pinhole), όπως αναφέρθηκε πιο πάνω. Η δέσμη πριν περάσει από την οπή μπορεί να εμφανίζει ανομοιογένεια στην ένταση της όταν παρατηρείται πάνω κάποια επιφάνεια, να εμφανίζει δηλαδή πολλούς κροσσούς συμβολής. Βελτιώνοντας όμως τη χωρική συμφωνία με τον απλό αυτό τρόπο η δέσμη 'καθαρίζει', δηλαδή εξαφανίζονται οι κροσσοί συμβολής μέσα στη κατανομή της έντασης που γίνεται ομοιογενής.



**Εικόνα 3.** Όταν η δέσμη laser περνάει από συγκλίνοντα φακό εστιάζεται σε μικρή περιοχή διατομής  $d$ . Η κυλινδρική περιοχή διαμέτρου  $d$ , όπου η ακτίνα καμπυλότητας της δέσμης είναι άπειρη, ονομάζεται *περιοχή Rayleigh*.

Εντούτοις, όταν αυτή η 'καθαρή' πλέον δέσμη φωτίζει κάποια αρκετά λεία επιφάνεια, θα παρατηρηθεί μία εικόνα κοκκίδωσης στην κατανομή της έντασης της (*speckle*). Αυτό το φαινόμενο προκύπτει από την υψηλή χωρική συμφωνία της δέσμης laser και από το φαινόμενο της συμβολής των ανακλώμενων ακτίνων επάνω στις μικροατέλειες που υπάρχουν και στην πιο λεία επιφάνεια. Το αποτέλεσμα είναι να εμφανίζεται μία σειρά από σκοτεινούς και φωτεινούς κόκκους μέσα στο αποτύπωμα της δέσμης πάνω στην επιφάνεια.

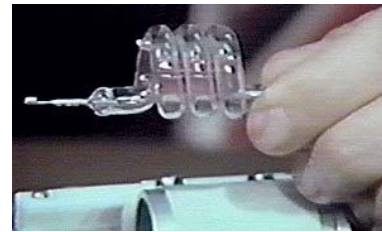
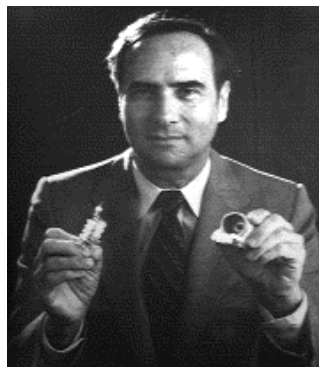
Η ένταση της δέσμης laser,  $I$ , έχει Γκαουσιανή κατανομή υψωμένη στη δεύτερη δύναμη, εφόσον το ηλεκτρικό της πεδίο,  $E$ , έχει Γκαουσιανή κατανομή.



## 2. Ιδιότητες του laser.

### *Ιστορικό της εμφάνισης των πρώτων laser*

Στις 16 Μαΐου 1960 λειτούργησε το πρώτο laser Ρουβιδίου (Ruby laser) από τον Theodore H. Maiman, εικόνα 4. Τη ράβδο Ρουβιδίου περιέβαλλε ελικοειδής φωτογραφική λυχνία (εκλάμψεων) και τα δύο αυτά ήταν τοποθετημένα μέσα σε κυλινδρικό δοχείο από αλουμίνιο. Η λειτουργία της κόκκινης δέσμης του Ruby laser δεν ήταν όμως συνεχής αλλά παλμική.



**Εικόνα 4.** Αριστερά: Ο Theodore H. Maiman επιδεικνύει τον ελικοειδή σωλήνα εκκένωσης για την άντληση του Ruby laser και την αλουμινένια θήκη του. Δεξιά: ο ελικοειδής σωλήνας εκλάμψεων που χρησιμοποιείται για άντληση και επιτευξη αναστροφής πληθυσμού.

### ***Το πρώτο laser συνεχούς λειτουργίας. Το Laser HeNe***

Λίγο αργότερα από την εμφάνιση του Ruby laser παρουσιάστηκε από τους Ali Javan και William Bennett, εικόνα 5, το πρώτο laser αερίου συνεχούς λειτουργίας, το laser HeNe που λειτούργησε για πρώτη φορά σε μήκος κύματος 1.15  $\mu\text{m}$ . Η δέσμη laser HeNe στη γραμμή 632.8 nm χρησιμοποιείται τώρα εκτεταμένα στο εργαστήριο για εκπαιδευτικές επιδείξεις, όπως αυτές που θα παρουσιαστούν στο μικρό αυτό εγχειρίδιο.

Θα παρουσιάσουμε δύο βασικές κατηγορίες laser HeNe. Αυτά που έχουν τα δύο κάτοπτρα εξωτερικά, ώστε τα γυάλινα παράθυρα εξόδου της δέσμης να βρίσκονται σε γωνία Brewster<sup>5</sup> με τη διεύθυνση της, με σκοπό η δέσμη laser να βγαίνει πολωμένη, εικόνα 6α.



Εικόνα 5. Αριστερά ο Ali Javan και δεξιά ο William Bennett

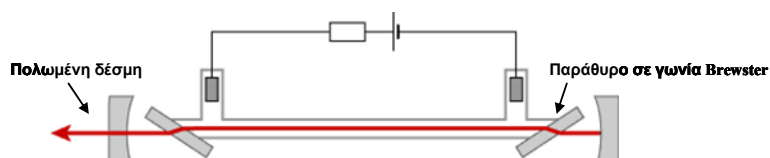
Υπάρχουν επίσης και τα laser HeNe με τα κάτοπτρα πάνω στα παράθυρα της λυχνίας και κάθετα στη διεύθυνση της δέσμης, εικόνα 6β, έτσι ώστε η δέσμη να μην βγαίνει πολωμένη.

Η δέσμη αναπτύσσεται μέσα στον τριχοειδή σωλήνα (διαμέτρου μερικών  $\sim 1,5\text{mm}^6$ ) που βρίσκεται στο εσωτερικό μίας λυχνίας εκκένωσης η οποία περιβάλλεται από ένα γυάλινο περίβλημα και ένα προστατευτικό μεταλικό κάλυμμα (δεν φαίνεται στο σχήμα 6β). Η λυχνία αυτή περιέχει μίγμα αερίων He & Ne συνήθως σε αναλογία 5:1. Εφαρμόζεται υψηλή τάση ( $\sim 1000\text{V}$ ) στα άκρα της λυχνίας και μέσα σε περίπου 5s εκπέμπεται προς όλες τις κατευθύνσεις μία ακτινοβολία ροζ χρώματος. Η ακτινοβολία αυτή είναι το αποτέλεσμα αυθόρμητης εκπομπής κατά την διεργασία κυρίως τριών ενεργειακών μεταπτώσεων των ατόμων του Ne, (α) από μία στάθμη της ομάδας 3s σε μία στάθμη της ομάδας 3p σε μήκος κύματος  $\lambda_1=3.39 \mu\text{m}$  στο υπέρυθρο, (β) από μία

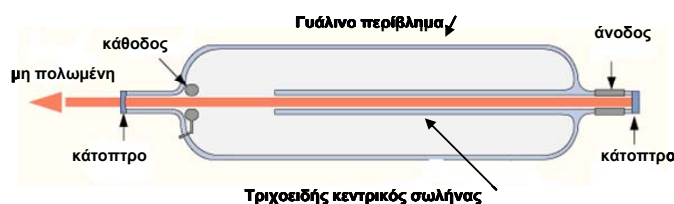
<sup>5</sup> Δες την αντίστοιχη παράγραφο πιο κάτω για ανάκλαση σε γωνία Brewster.

<sup>6</sup> Αν η διάμετρος του είναι 2-2.5mm είναι δυνατό να παρατηρηθούν και TEM τάξης ανώτερης από αυτή της TEM<sub>00</sub>.

στάθμη της ομάδας 3s σε μία στάθμη της ομάδας 2p με μήκος κύματος  $\lambda_2=0.633$   $\mu\text{m}$  στο ερυθρό και ( $\gamma$ ) μία στάθμη της ομάδας 2s σε μία στάθμη της ομάδας 2p



Εικόνα 6α. Λυχνία laser με παράθυρα σε γωνία Brewster



Εικόνα 6β. Εσωτερικό λυχνίας laser HeNe με παράθυρα όχι σε γωνία Brewster και κάτοπτρα ενσωματωμένα στα παράθυρα

με μήκος κύματος  $\lambda_3=1.15$   $\mu\text{m}$  στο υπέρυθρο (όπως εξηγείται στο εγχειρίδιο του μαθήματος Κβαντική Οπτική & Lasers Γ. Ι Παπαδόπουλος, Φ. Παλληκάρη). Το laser HeNe μπορεί να εκπέμπει και στα τρία μήκη κύματος συγχρόνως. Επιλογή του ενός από αυτά γίνεται με κατάλληλα κάτοπτρα που έχουν μέγιστη ικανότητα ανάκλασης στο επιθυμητό μήκος κύματος. Το laser HeNe στο εργαστήριο λειτουργεί στην κόκκινη γραμμή<sup>7</sup>.

Στην παρούσα επίδειξη χρησιμοποιούνται και οι δύο τύποι laser-HeNe. Το (Α) με παράθυρα σε γωνία Brewster και εξωτερικά κάτοπτρα (ένα σφαιρικό και ένα επίπεδο) σε απόσταση  $\sim 50$  cm μεταξύ τους και το (Β) χωρίς παράθυρα σε γωνία Brewster και τα επίπεδα κάτοπτρα του πάνω στα παράθυρα. Τα παράθυρα σε γωνία Brewster με τη διεύθυνση της δέσμης δεν δίνουν ανακλάσεις

<sup>7</sup> Υπάρχουν επίσης laser HeNe που εκπέμπουν γραμμές σε χρώμα πράσινο, κίτρινο ή πορτοκαλί.

για ωρισμένες πολώσεις και έτσι η δέσμη laser εκπέμπεται πολωμένη. Η δράση τους εξηγείται πιο κάτω.

Παρατηρώντας τις δέσμες πάνω σε ένα λευκό πέτασμα συγκρίνονται οπτικά οι εντάσεις τους. Η ευθυγράμμιση των κατόπτρων είναι εξαιρετικά ευαίσθητη. Μία ελάχιστη μεταβολή της θέσης ενός κατόπτρου (με μικρομετρική περιστροφή του) μπορεί εύκολα να καταστρέψει την ευθυγράμμιση και να διακόψει την εκπομπή της δέσμης. Αυτό οφείλεται στο ότι με κακή ευθυγράμμιση οι απώλειες στα κάτοπτρα γίνονται μεγαλύτερες της ενίσχυσης στο εσωτερικό της κοιλότητας συντονισμού, ώστε να μην μπορεί να αναπτυχθεί το στάσιμο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και έτσι να μην εξέρχεται η δέσμη.

Από το μέγεθος της λυχνίας εκκένωσης laser εξαρτάται και η ισχύς της εξερχόμενης δέσμης. Όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος της λυχνίας εκκένωσης laser τόσο περισσότερο είναι το ενεργό υλικό laser, και επομένως τόσο ισχυρότερη είναι η δέσμη laser που παράγεται.

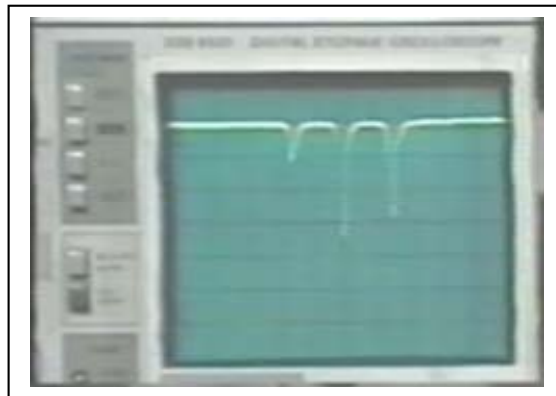


**Εικόνα 7.** Συμβολόμετρο Fabry-Perot σάρωσης (scanning Fabry-Perot interferometer)

### Φάσμα της ακτινοβολίας laser HeNe

Προκειμένου να επιδείξουμε πώς αναλύεται το φάσμα της δέσμης laser χρησιμοποιούμε και τα δύο laser HeNe, όπως περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Η ανάλυση του φάσματος γίνεται με ένα αναλυτή οπτικού φάσματος (*optical spectrum analyzer*), δηλαδή μία κοιλότητα σάρωσης Fabry-Perot (*scanning Fabry-Perot cavity*), η έξοδος της οποίας τροφοδοτεί τη κάθετη απόκλιση ενός παλμογράφου, εικόνες 7 και 9.

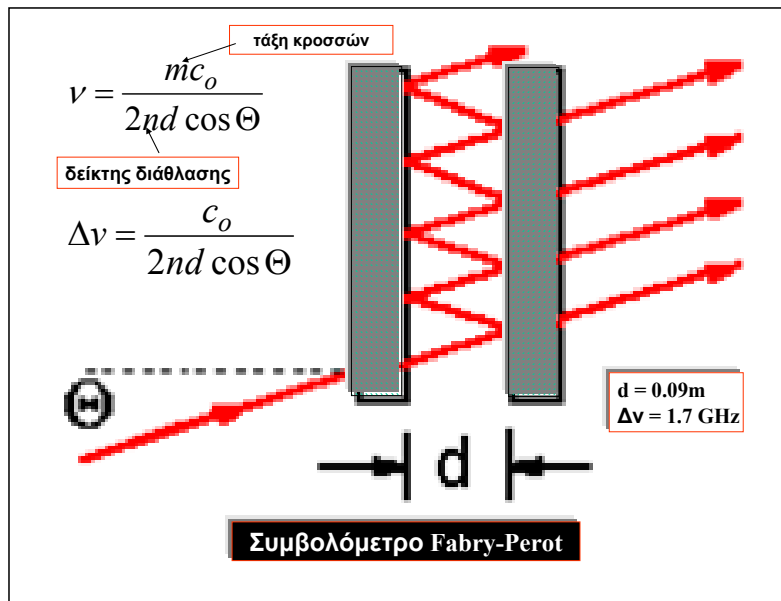
Αρχικά παρατηρούμε τη δέσμη του laser που έχει εξωτερικά κάτοπτρα και παράθυρα σε γωνία Brewster. Στην οθόνη του παλμογράφου εμφανίζεται το περίγραμμα τριών *διαμήκων* συχνοτήτων, εικόνα 8, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 270 MHz ( $=c/2L$ ), δεδομένου ότι τα κάτοπτρα του laser απέχουν απόσταση  $L=56\text{cm}$  ( $c$  είναι η ταχύτητα του φωτός). Ο αριθμός των διαμήκων συχνοτήτων που θα επιζήσουν μέσα στην κοιλότητα εξαρτάται



**Εικόνα 8.** Το φάσμα των τριών διαμήκων συχνοτήτων στο laser HeNe με εξωτερικά κάτοπτρα στην οθόνη παλμογράφου.

από την μορφή της καμπύλης απολαβής της γραμμής, δηλαδή την διεύρυνση της γραμμής laser, και από την απόσταση ανάμεσα στα κάτοπτρα,  $L$ , δηλαδή το μήκος της κοιλότητας laser<sup>8</sup>.

Προκειμένου να διαπιστωθεί αν η δέσμη είναι πολωμένη, εισάγεται πολωτής στη πορεία της, εικόνα 12, με τον άξονα του στην κατακόρυφη διεύθυνση, όπως συζητήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Καθώς περιστρέφεται ο άξονας του πολωτή από την κατακόρυφη στην οριζόντια κατεύθυνση, ή ένταση και των τριών διαμήκων συχνοτήτων (*longitudinal modes*) του κατώτερου εγκάρσιου τρόπου ταλάντωσης,  $TEM_{00}$ , μειώνεται συγχρόνως έως ότου να μηδενισθούν όλες όταν η διεύθυνση του άξονα του πολωτή είναι οριζόντια. Η ένταση της δέσμης, όπως παρατηρήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, μηδενίζεται στη

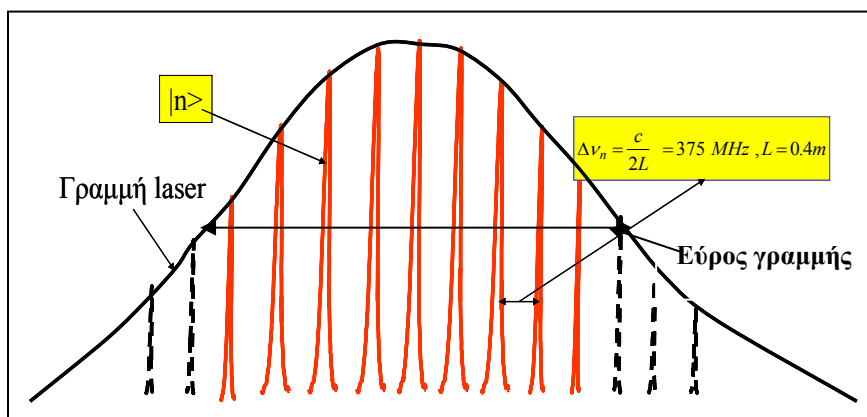


**Εικόνα 9.** Σχηματική περιγραφή λειτουργίας συμβολόμετρου Fabry-Perot. Στο Fabry-Perot σάρωσης η γωνία  $\Theta$  είναι 0 μοίρες και το εύρος του,  $d$ , μεταβάλλεται με το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.

<sup>8</sup> δες παράγραφο 'συχνότητες συντονισμού οπτικής κοιλότητας laser,  $TEM_{n,l,m}$ '

θέση αυτή του πολωτή. Διαπιστώνεται με αυτό το τρόπο ότι και οι τρεις διαμήκεις συχνότητες της δέσμης laser έχουν όλες την ίδια πόλωση κατά την κατακόρυφη κατεύθυνση. Μπορούμε να παρατηρήσουμε το περίγραμμα της απολαβής της γραμμής laser χτυπώντας ελαφρά με το χέρι τη λυχνία του laser (εικόνες 10 και 11). Με το ελαφρύ χτύπημα μεταβάλλεται το μήκος της κοιλότητας,  $L$ , και οι διαμήκεις συχνότητες μεταφέρονται προς τα δεξιά και αριστερά της αρχικής τους θέσης μέσα στο εύρος της γραμμής laser σκιαγράφοντας το περίγραμμα της μορφής απολαβής.

Αν περιστραφούν τα κάτοπτρα θα χαλάσει η ευθυγράμμιση τους και θα εισαχθούν απώλειες ώστε οι ασθενέστερες συχνότητες να μην μπορέσουν να επιζήσουν. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να παραμείνει μόνο μία από αυτές. Το αποτέλεσμα θα είναι να αυξηθεί η μονοχρωματικότητα της δέσμης, αλλά μειώνεται όμως συγχρόνως και η ισχύς της. Αυτή λοιπόν δεν θεωρείται καλή μέθοδος για να αυξηθεί η μονοχρωματικότητα της δέσμης. Προτιμότερο είναι να χρησιμοποιηθεί laser με εσωτερικά κάτοπτρα και με δυνατότητα επιλογής μίας μόνο διαμήκουσ συχνότητας με τη βοήθεια πολωτή. Αυτό θα εξηγηθεί στην επόμενη παράγραφο

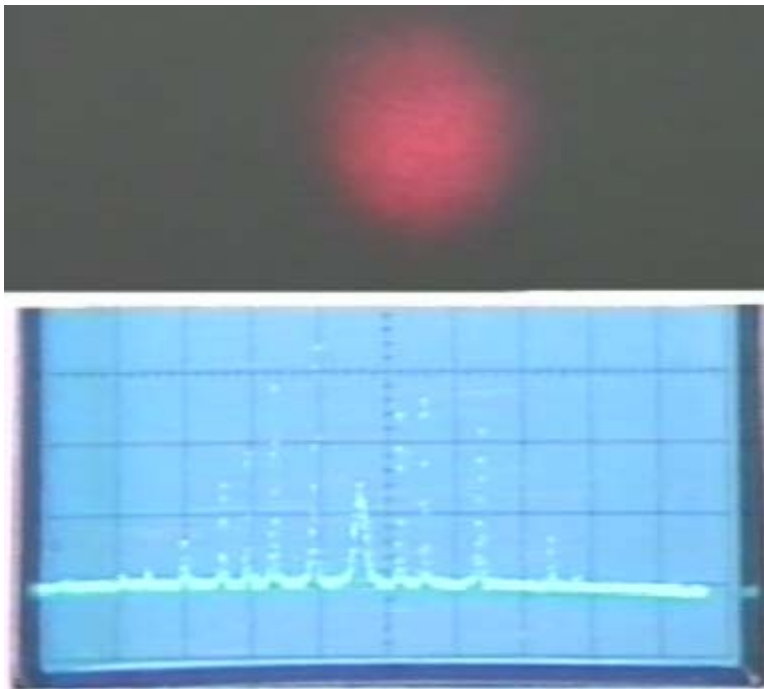


**Εικόνα 10.** Σχηματικό διάγραμμα φάσματος διαμήκων συχνοτήτων της γραμμής laser. Η απόσταση μεταξύ τους είναι  $c/2L$ .

### Πόλωση της ακτινοβολίας laser HeNe

Προκειμένου να μελετήσουμε την πόλωση της ακτινοβολίας laser αρχικά τίθεται σε λειτουργία το laser HeNe που έχει εξωτερικά κάτοπτρα και παράθυρα σε γωνία Brewster (λειτουργεί στο TEM<sub>00</sub>, δεξ σελίδα 37).

Η δέσμη laser που εκπέμπεται περνάει μέσα από πολωτή, εικόνα 12. Η ένταση της δέσμης παρατηρείται πάνω σε ένα λευκό πέτασμα καθώς ο πολωτής περιστρέφεται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης της δέσμης. Ο σκοπός αυτής της επίδειξης είναι να διαπιστωθεί αν η δέσμη είναι επιπέδως πολωμένη ή όχι. Όταν ο άξονας του πολωτή είναι κατακόρυφος η ένταση της δέσμης είναι μέγιστη. Όταν ο άξονας περιστρέφεται κατά 90° η ένταση μηδενίζεται.



**Εικόνα 11.** Χτυπώντας ελαφριά στη λυχνία laser επηρεάζεται το μήκος της κοιλότητας L και μετατοπίζονται οι διαμήκεις συχνότητες (διακεκομμένες) ώστε να σκιαγραφούν το περίγραμμα της απολαβής της γραμμής laser. Στο επάνω μέρος φαίνεται το αποτύπωμα της αντίστοιχης TEM<sub>00</sub> πάνω σε πέτασμα.



Όταν ο άξονας περιστρέφεται κατά  $90^\circ$  η ένταση μηδενίζεται. Επειδή τα παράθυρα της κεφαλής laser είναι σε γωνία Brewster, μόνο ωρισμένες κατευθύνσεις πολώσεως της δέσμης έχουν μηδέν απώλειες καθώς διέρχονται μέσα από τα παράθυρα (δες επόμενη παράγραφο), ενώ οι κάθετες σε αυτές πολώσεις έχουν τεράστιες απώλειες και δεν επιζούν μέσα στη δέσμη. Με αποκοπή ωρισμένων κατευθύνσεων πόλωσης, η δέσμη εξέρχεται πολωμένη (στην επίδειξη αυτή κατά την κατακόρυφη διεύθυνση) στην περίπτωση που τα παράθυρα της λυχνίας laser βρίσκονται σε γωνία Brewster με τον άξονα της.

Εξετάζεται επίσης και η πόλωση της δέσμης με εσωτερικά κάτοπτρα προσαρτημένα στα παράθυρα που είναι κάθετα στη δέσμη laser. Τοποθετείται ο πολωτής στη πορεία της δέσμης του δεύτερου αυτού laser και εξετάζεται αν η δέσμη είναι πολωμένη και σε αυτή τη περίπτωση. Καθώς περιστρέφεται ο άξονας του πολωτή, από τη κατακόρυφο στην οριζόντια κατεύθυνση, παρατηρείται ότι η ένταση της δέσμης δεν μεταβάλλεται. Αυτό υποδηλώνει ότι στο laser HeNe με εσωτερικά κάτοπτρα, η δέσμη δεν είναι επίπεδα πολωμένη. Δεν είναι σίγουρο όμως εάν η δέσμη δεν είναι επίπεδα πολωμένη, ή μήπως είναι κυκλικά πολωμένη. Το ερώτημα αυτό θα μπορέσει να απαντηθεί με την ανάλυση του φάσματος της δέσμης laser και την εξέταση του με τη βοήθεια πολωτή, όπως θα συζητηθεί πιο κάτω.

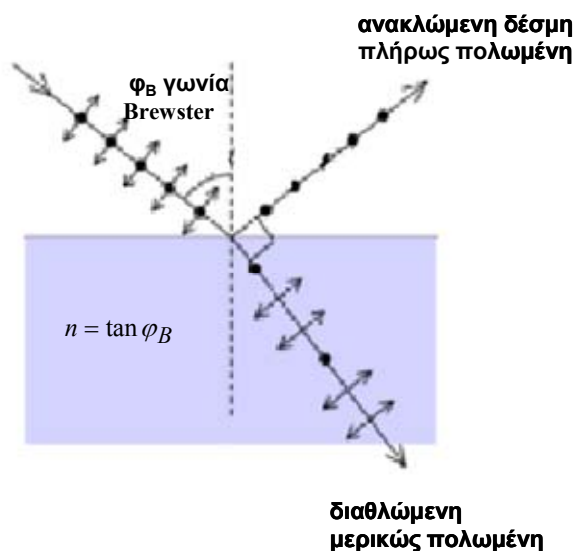


**Εικόνα 12.** Πολωτής με τον άξονα του στην κατακόρυφη διεύθυνση.

### Ο ρόλος της γωνίας Brewster στη πόλωση της δέσμης laser HeNe

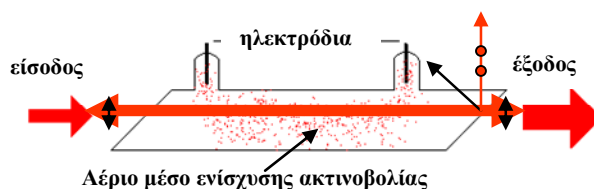
Το σχήμα 13 δείχνει πώς λειτουργεί η γωνία Brewster. Ο σχετικός δείκτης διάθλασης δύο διαφανών μέσων είναι  $n$  και η γωνία πρόσπτωσης δέσμης φυσικού φωτός πάνω στη διαχωριστική τους επιφάνεια σχηματίζει γωνία Brewster  $\phi_B$  με την κάθετη σε αυτή. Ισχύει η σχέση  $\tan \phi_B = n$ . Στην περίπτωση που η γωνία πρόσπτωσης είναι η  $\phi_B$ , η ανακλώμενη είναι κάθετη στη διαθλώμενη δέσμη. Επί πλέον, η ανακλώμενη είναι πλήρως πολωμένη κάθετα στο επίπεδο ανάκλασης, ενώ η διαθλώμενη είναι μερικώς πολωμένη και κυρίως πάνω στο επίπεδο ανάκλασης.

Η δέσμη που αναπτύσσεται στο εσωτερικό της λυχνίας laser HeNe αφενός ανακλάται και αφετέρου διαθλάται επάνω στα παράθυρα που βρίσκονται σε γωνία Brewster με τη διεύθυνση διάδοσης της. Η ανακλώμενη δέσμη, πλήρως πολωμένη κάθετα στο επίπεδο του σχήματος 14, βγαίνει εκτός της



Εικόνα 13. Πόλωση ακτινοβολίας με ανάκλαση σε γωνία Brewster

πορείας της δέσμης και έτσι δεν ενισχύεται μέσα στο ενεργό υλικό laser. Η διαθλασόμενη όμως, μερικώς πολωμένη με άξονα πόλωσης κυρίως επάνω στο επίπεδο του σχήματος 14, ακολουθεί σειρά ανακλάσεων επάνω στα εξωτερικά κάτοπτρα και ενισχύεται συνεχώς. Όταν η ενίσχυση της ξεπεράσει τις απώλειες (οφειλόμενες κυρίως στην μερική διαπερατότητα των κατόπτρων, της τάξης του 1%) επέρχεται μία στάσιμη κατάσταση στην ισχύ του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό της λυχνίας laser HeNe και η εξερχόμενη δέσμη έχει σταθερή ένταση. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται εκπομπή συνεχούς και πολωμένης δέσμης laser HeNe.



Σχήμα 14. Λυχνία laser HeNe με παράθυρα σε γωνία Brewster.

### **Πόλωση των διαμήκων συχνοτήτων στu laser HeNe**

Στη προηγούμενη παράγραφο αναφέρθηκε ότι το laser HeNe με εξωτερικά κάτοπτρα και παράθυρα σε γωνία Brewster είχε τρεις διαμήκεις συχνοτήτες (modes) που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $\Delta\nu=c/2L=270$  MHz, δεδομένου ότι τα κάτοπτρα του laser απέχουν απόσταση  $L=56$ cm. Είναι τώρα φανερό το γιατί και οι τρεις αυτές συχνοτήτες είναι πολωμένες στο ίδιο επίπεδο, με αποτέλεσμα η δέσμη laser να βγαίνει επίπεδα πολωμένη όταν η λυχνία έχει παράθυρα σε γωνία Brewster.

Χρησιμοποιείται στην επίδειξη αυτή και ένα δεύτερο laser με εσωτερικά κάτοπτρα, εικόνα 15, που έχει μήκος οπτικής κοιλότητας,  $L= 22$ cm, ώστε η απόσταση ανάμεσα στις διαμήκεις συχνοτήτες του να γίνεται τώρα  $\Delta\nu=680$  MHz. Αυτή η δέσμη laser HeNe διέρχεται και από ένα συμβολόμετρο Fabry-

Perot συνδεδεμένο με παλμογράφο, για την ανάλυση της στις διαμήκεις της συχνότητες και την παρατήρηση τους στην οθόνη του παλμογράφου.



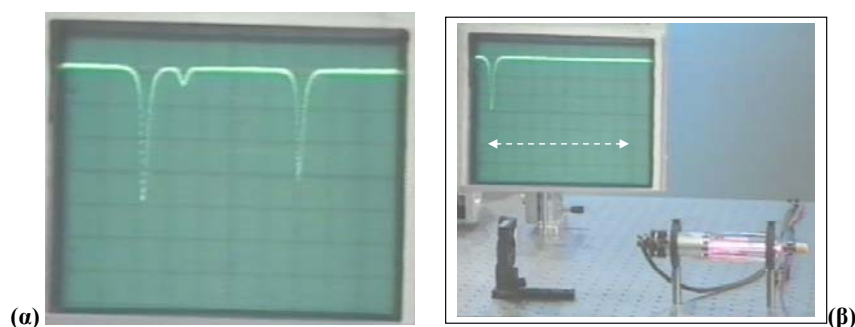
**Εικόνα 15.** Λυχνία laser HeNe με εσωτερικά κάτοπτρα

Εμφανίζονται τώρα στο παλμογράφο δύο κύριες διαμήκεις συχνότητες, εικόνα 16α (για την ακρίβεια και μία ακόμα πολύ ασθενής ανάμεσα τους που ανήκει σε ανώτερη τάξη περίθλασης μιάς εκ των δύο άλλων). Με περιστροφή του πολωτή από τις 0 μοίρες (άξονας κατακόρυφος) στις 90 μοίρες (άξονας οριζόντιος), διαπιστώνεται ότι η πόλωση της μιάς διαμήκουσ συχνότητας είναι κάθετη προς την πόλωση της άλλης συχνότητας.

Αυτός ήταν και ο λόγος που είχε παρατηρηθεί η δέσμη laser HeNe με εσωτερικά κάτοπτρα κολλημένα στα παράθυρα να μην είναι πολωμένη στην έξοδο της, όπως συζητήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Η θεωρητική εξήγηση του γεγονότος αυτού, ότι δηλαδή οι διαδοχικές διαμήκεις συχνότητες στην κοιλότητα έχουν κάθετες πολώσεις δίνεται στο παράρτημα 1.

Επομένως έχοντας λυχνία με εσωτερικά κάτοπτρα και ένα πολωτή είναι δυνατόν να πάρει κανείς δέσμη που λειτουργεί σε μία μονάχα διαμήκη συχνότητα, κάτι που αυξάνει την μονοχρωματικότητα της δέσμης laser. Τη μοναδική αυτή συχνότητα είναι δυνατόν να την δούμε να μετατοπίζεται εύκολα μέσα στο εύρος απόδοσης της γραμμής, εικόνα 16β, απλά αν μεταβληθεί ελαφρά το μήκος του laser ως εξής.

Κατευθύνοντας ψυχρό αέρα πάνω στη ζεστή λυχνία laser μεταβάλλεται η απόσταση των παραθύρων της, δηλαδή των δύο κατόπτρων και το μήκος της κοιλότητας συντονισμού,  $L$ , ώστε η μοναδική συχνότητα να μετατοπίζεται κατά τον οριζόντιο άξονα στην οθόνη του παλμογράφου. Το εύρος γραμμής laser που εμφανίζεται στον παλμογράφο δεν είναι το φυσικό της. Η γραμμή διευρύνεται στα 1.5 GHz καθώς διέρχεται μέσα από το συμβολόμετρο Fabry-Perot. Το πραγματικό φυσικό εύρος γραμμής είναι πολύ μικρότερο.



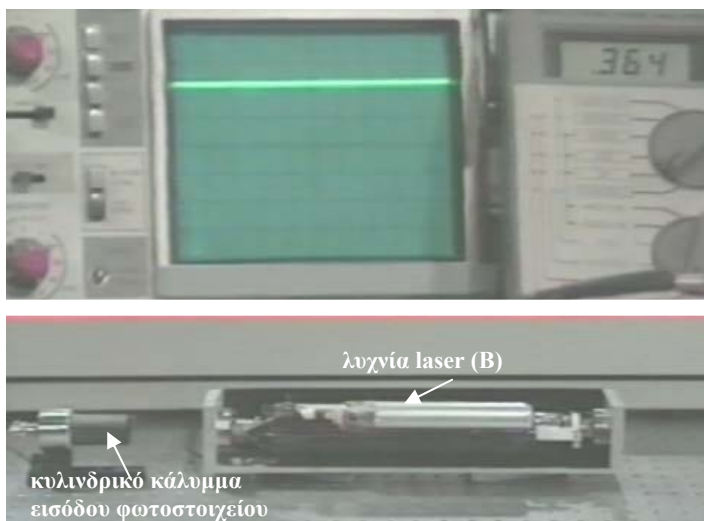
**Εικόνα 16.** (α) Φάσμα δέσμης laser από λυχνία με εσωτερικά κάτοπτρα, χωρίς παράθυρα σε γωνία Brewster. (β) Με περιστροφή του πολωτή απομένει μία συχνότητα που μετατοπίζεται κατά μήκος της οθόνης (διακεκομμένη γραμμή) όταν ψύχεται η λυχνία με ψυχρό αέρα.

### **Η λυχνία laser HeNe λειτουργεί σαν ενισχυτής φωτός**

Το πείραμα αυτό έχει σκοπό να δείξει ότι το ενεργό υλικό του laser HeNe, δηλαδή το μίγμα ατόμων He και Ne στη λυχνία εκκένωσης που βρίσκονται σε αναστροφή πληθυσμού, λειτουργεί σαν ενισχυτής φωτός. Στην περίπτωση του παραδείγματος αυτού, η ενίσχυση αφορά την ακτινοβολία στο μήκος κύματος του 632.8 nm. Η πραγματοποιούμενη ενίσχυση που θα επιδειχθεί είναι σχετικά μικρή, δηλαδή περί τα 5% για κάθε απλή διαδρομή στην κοιλότητα συντονισμού. Χρησιμοποιούνται εδώ δύο λυχνίες laser HeNe. Η λυχνία (A) εκπέμπει τη φωτεινή δέσμη που πρόκειται να ενισχυθεί και η λυχνία (B) τίθεται

σε *αναστροφή πληθυσμού*<sup>9</sup> (που επιτυγχάνεται με περί τα 1000V συνεχή τάση εκκένωσης στα άκρα της), ώστε να λειτουργεί σαν οπτικός ενισχυτής. Η ένταση της προς ενίσχυση δέσμης μετριέται με τη βοήθεια φωτοστοιχείου και παλμογράφου. Το φωτοστοιχείο μετατρέπει την ένταση της ακτινοβολίας που δέχεται από τη δέσμη σε διαφορά δυναμικού, την οποία τροφοδοτεί στη συνέχεια την κατακόρυφη απόκλιση του παλμογράφου μετατρέποντας την σε ένδειξη πάνω στην οθόνη του.

Στην αρχή της επίδειξης, η λυχνία (B) δεν βρίσκεται σε αναστροφή πληθυσμού (εκτός τάσης). Η δέσμη laser (A) διέρχεται μέσα από τη λυχνία (B) και ο παλμογράφος δείχνει την ένδειξη της έντασης της κοντά στο 372 mV. Αν αποκοπεί η δέσμη (A) τοποθετώντας στην πορεία της ένα κομμάτι χαρτόνι, η



**Εικόνα 17.** Πάνω: Ο παλμογράφος δείχνει 364mV, ένδειξη που καταγράφει την ένταση της δέσμης laser (A) πριν να ενισχυθεί από το ενεργό υλικό της λυχνίας (B) που φαίνεται στην κάτω εικόνα.

ένδειξη του παλμογράφου πέφτει όχι στο μηδέν αλλά στη τιμή 8 mV. Η παραμένουσα αυτή ακτινοβολία προέρχεται από το περιβάλλον.

<sup>9</sup> Για μετάπτωση από ανώτερη στάθμη ενέργειας  $E_2$  σε άλλη χαμηλότερης ενέργειας  $E_1$  θα πρέπει για τους αντίστοιχους πληθυσμούς να ισχύει:  $N_2 > N_1$ .

Η ακτινοβολία περιβάλλοντος μπορεί να αποκοπεί πλήρως τοποθετώντας ένα προστατευτικό κυλινδρικό κάλυμμα στην είσοδο του φωτοστοιχείου. Η ακτινοβολία περιβάλλοντος μετά από πολλαπλές ανακλάσεις στα εσωτερικά τοιχώματα του καλύμματος δεν πέφτει πλέον πάνω στο φωτοστοιχείο (εικόνες 17 και 18). Με το προστατευτικό κάλυμμα αυτό στην είσοδο του φωτοστοιχείου η ένδειξη του παλμογράφου πέφτει τώρα στο μηδέν. Συμπέρασμα: Η ακτινοβολία περιβάλλοντος έχει αποκοπεί πλήρως.

Στην συνέχεια, αφαιρώντας το χαρτόνι αφήνουμε να περάσει η δέσμη laser HeNe (A) εκ νέου μέσα από τη λυχνία (B), η οποία όπως αναφέρθηκε πιο πάνω δεν είναι αρχικά σε τάση. Τότε ο παλμογράφος δείχνει την καθαρή ένδειξη της έντασης της δέσμης laser HeNe (A) που είναι τώρα, μετά την αφαίρεση της ακτινοβολίας περιβάλλοντος, στα 364 mV, εικόνα 17.

Όταν ακτινοβολία διέρχεται μέσα από την ύλη υφίσταται μείωση της ισχύος της. Μπορεί αυτό να επιδειχθεί με τη βοήθεια μίας γυάλινης πλάκας που τοποθετείται στη πορεία της δεσμής laser. Διαπιστώνεται στον παλμογράφο ότι η ένταση της μειώνεται κατά 8% περίπου, επειδή η κάθετη ανάκλαση πάνω στις δύο επιφάνειες της γυάλινης πλάκας μειώνει την ακτινοβολία κατά 4%.

Αντίθετα, θα επιδειχθεί ότι το ενεργό υλικό laser της λυχνίας (B) δεν μειώνει την ένταση της διερχόμενης ακτινοβολίας αλλά την αυξάνει. Όταν εφαρμοσθεί τάση στα άκρα της λυχνίας laser HeNe (B), το αέριο μίγμα He-Ne μετατρέπεται σε ενεργό υλικό laser. Δηλαδή τα άτομα του Ne έρχονται σε αναστροφή πληθυσμού, όσον αφορά τις χαρακτηριστικές δύο ενεργειακές στάθμες του, τις  $3s_2$  και  $2p_4$ , για τη δράση laser. Η λυχνία (B) ακτινοβολεί τώρα προς όλες τις κατευθύνσεις την αυθόρμητη ακτινοβολία ροζ χρώματος, εικόνα 18. Ενώ είναι σε αυτή την κατάσταση σαν οπτικός ενισχυτής, εάν περάσει μέσα από αυτήν η δέσμη της (A) λυχνίας, η ένταση της αυξάνεται από τα 364 mV στα 383 mV, που αντιστοιχεί σε αύξηση κατά 5% περίπου (σε απλή διαδρομή).

Τίθεται το ερώτημα μήπως αυτή η αύξηση της έντασης της δέσμης δεν οφείλεται στη δράση του ενεργού υλικού. Μήπως απλά η αύξηση καταγράφει την αυθόρμητη ακτινοβολία που εκπέμπει η λυχνία (B) προς όλες τις

κατευθύνσεις; Αν αυτό ήταν πράγματι η αιτία της αύξησης της έντασης της δέσμης, θα έπρεπε η αυθόρμητη ακτινοβολία να καταγραφόταν από το φωτοστοιχείο πάνω στον παλμογράφο ακόμα και αν δεν διερχόταν η δέσμη της λυχνίας (A) μέσα από τη λυχνία (B). Αυτό όμως αποκλείεται γιατί όταν ανάβει ο οπτικός ενισχυτής (B), ενώ η λυχνία laser (A) είναι σβυσμένη, ο παλμογράφος δείχνει ένταση δέσμης μηδέν. Συμπεραίνουμε ότι το φως μπορεί να ενισχυθεί όταν διέρχεται μέσα από την ύλη, στην ειδική περίπτωση όμως που αυτή βρίσκεται σε συνθήκες αναστροφής πληθυσμού! Η ενίσχυση κατά 5% ανά διέλευση είναι μικρή, αλλά αρκετή για να έχει το laser πολλές εφαρμογές.



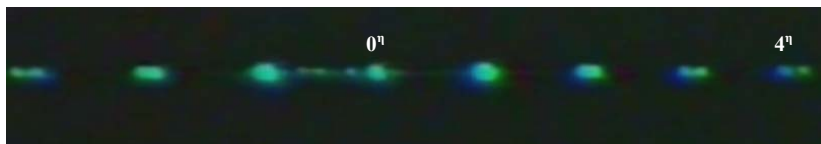
**Εικόνα 18.** Όταν ανάβει η λυχνία laser HeNe (B) εκπέμπεται η αυθόρμητη ακτινοβολία (ροζ απόχρωσης), ενώ το υλικό του υπό αναστροφή πληθυσμού ενισχύει τη δέσμη laser (A) από 364 mV στα 383 mV.



### 3. Είδη laser

#### **Laser ιόντων Αργού( $Ar^+$ )**

Μέχρι τώρα χρησιμοποιήθηκε το laser αερίου κατάστασης το HeNe. Ένα άλλο laser αερίου κατάστασης είναι το laser ιόντων Αργού. Το laser  $Ar^+$  εκπέμπει δέσμη πολύ πιο ισχυρή από του laser HeNe. Η ισχύς του φτάνει μερικά Watt, ή ακόμα και μερικές δεκάδες Watt. Το ενεργό του υλικό είναι αέριο Αργό, Ar. Η διεγερμένη ενεργειακή κατάσταση αυτού του laser γεμίζει μετά από δύο συγκρούσεις με τα ηλεκτρόνια της εκκένωσης. Η πρώτη δημιουργεί τα ιόντα Αργού στη θεμελιώδη τους κατάσταση από τα ουδέτερα άτομα και η δεύτερη σύγκρουση διεγείρει τα ιόντα αυτά. Γι αυτό το λόγο η πυκνότητα ρεύματος εκκένωσης στο laser ιόντων Αργού είναι μεγάλη, μεγαλύτερη από εκείνη ενός laser ουδέτερων ατόμων, όπως είναι το HeNe. Εκτός από τη μεταφορά ιόντων από τη θεμελιώδη τους κατάσταση, η διεγερμένη στάθμη γεμίζει και με δύο άλλους μηχανισμούς: (α) συγκρούσεις ηλεκτρονίων με ιόντα που βρίσκονται σε μετασταθή κατάσταση και (β) μεταπτώσεις σε αυτή από υψηλότερες ενεργειακές καταστάσεις με σύγχρονη εκπομπή ακτινοβολίας.



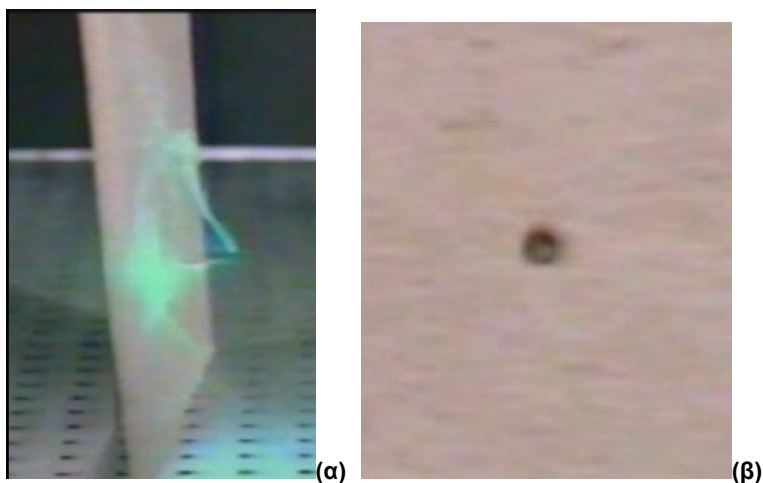
**Εικόνα 19.** Ανάλυση του φάσματος του laser ιόντων Αργού,  $Ar^+$  με οπτικό φράγμα. Εμφανίζεται η περίθλαση μηδενικής και 4<sup>ης</sup> τάξης.

Το laser  $Ar^+$  εκπέμπει σε διάφορα μήκη κύματος, μπλέ, πράσινο, υπεριώδες, αλλά τις πιο ισχυρές του γραμμές τις έχει στα δύο μήκη κύματος, 488 nm (μπλέ) και στα 514.5 nm (πράσινο). Προκειμένου να αναλυθεί η δέσμη στα διάφορα μήκη κύματος χρησιμοποιείται δέσμη laser  $Ar^+$  ισχύος 1-2 Watt. Είναι

μάλιστα αρκετά ισχυρή για να ανοίξει τρύπα σε ένα κομμάτι χαρτόνι χωρίς καν να είναι εστιασμένη. Το χαρτόνι καίγεται αμέσως, εικόνα 20.

Το laser  $Ar^+$  εκπέμπει συγχρόνως στα διάφορα μήκη κύματος. Μπορούμε να τα ξεχωρίσουμε αυτά αν περάσουμε τη δέσμη μέσα από ένα οπτικό φράγμα περίθλασης. Η δέσμη περιθλάται σε γωνίες που εξαρτώνται, σύμφωνα με το της νόμο περίθλασης, από το εκάστοτε μήκος κύματος ώστε να ξεχωρίζουν.

Έτσι παρατηρούνται πάνω σε πέτασμα τα διαφορετικά μήκη κύματος της δέσμης laser  $Ar^+$  σαν έγχρωμες κηλίδες διαφόρων χρωμάτων σε διάφορες τάξεις περίθλασης, εικόνα 19. Στην περίθλαση μηδενικής τάξης όλες οι κηλίδες συμπίπτουν και τα μήκη κύματος δεν ξεχωρίζουν. Στη περίθλαση 4ης τάξης έχουν ξεχωρίσει οι κηλίδες αρκετά, για να μπορούν να παρατηρηθούν τρία μήκη κύματος: το μπλέ, το ανοιχτό μπλέ και το πράσινο.



**Εικόνα 20** (α) Το χαρτόνι καίγεται από τη μη εστιασμένη δέσμη laser  $Ar^+$  ισχύος 1-2 Watt και (β) η καμμένη περιοχή πάνω στο χαρτόνι.

### **Laser βαφής επιλεγόμενου μήκους κύματος**

Τα laser βαφής ανήκουν στην κατηγορία laser με ενεργό υλικό στην υγρή φάση. Το laser βαφής αυτής της επίδειξης περιέχει ως ενεργό υλικό διάλυμα της οργανικής βαφής Rhodamine 6G (με ιδιαίτερα πολύπλοκο μοριακό τύπο) σε αιθανόλη. Χαρακτηριστικό των laser βαφής είναι η δυνατότητα τους να εκπέμπουν δέσμη laser σε όλο το ορατό φάσμα με μήκη κύματος που επιλέγονται με κατάλληλο οπτικό σύστημα. Η ευχέρεια που έχουν να μεταβάλλουν το μήκος κύματος τους τα κάνει ιδιαίτερα χρήσιμα σε διάφορα πεδία εφαρμογών, π.χ φασματοσκοπία, φωτοχημεία.

Για τη λειτουργία της άντλησης χρησιμοποιείται ένα laser ιόντων Αργού ( $Ar^+$ ). Το διάλυμα βαφής περιέχεται σε δοχεία και κυκλοφορεί με σωληνώσεις και αντλίες, εικόνα 21. Η δέσμη laser  $Ar^+$  εστιάζει πάνω σε πίδακα διαλύματος βαφής, και το μόριο της βαφής εκπέμπει αυθόρμητη ακτινοβολία από μεταπτώσεις ανάμεσα σε ευρείς ενεργειακές στάθμες. Τα μήκη κύματος της ακτινοβολίας εκπομπής όταν αντλείται το διάλυμα βαφής Rhodamine 6G με δέσμη laser  $Ar^+$  είναι πέντε,



**Εικόνα 21.** Laser βαφής Rhodamine 6G. Η άντληση πραγματοποιείται με laser  $Ar^+$ .

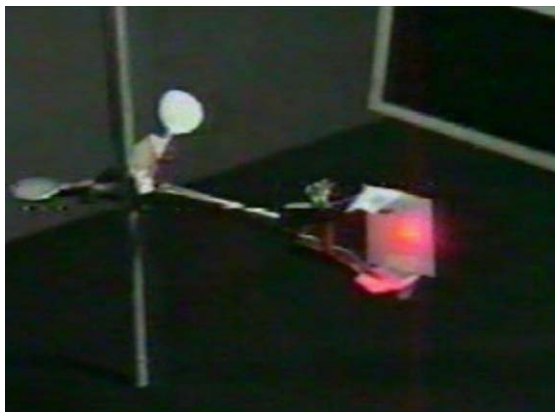
το ανοιχτό πράσινο, το κίτρινο, το πορτοκαλί, το κόκκινο και το βαθύ κόκκινο.

Η αυθόρμητη ακτινοβολία από το laser βαφής οδηγείται με κάτοπτρο προς μία κοιλότητα συντονισμού που σχηματίζεται από τέσσερα κάτοπτρα κυκλικά

τοποθετημένα. Εκεί ενισχύεται η αυθόρμητη ακτινοβολία και εκπέμπεται η δέσμη laser βαφής. Για να μπορεί να παρατηρηθεί καλύτερα η εκπεμπόμενη δέσμη laser βαφής, περνά μέσα από ειδικό πέτασμα που την διαχέει, εικόνα 22 και τα χρώματα της παρατηρούνται πάνω σε λευκό πέτασμα.

Προκειμένου να παρατηρηθεί ξεχωριστά καθένα από τα διάφορα μήκη κύματος, η δέσμη περνάει μέσα από ένα διπλοθλαστικό υλικό. Περιστρέφοντας το διπλοθλαστικό αυτό στοιχείο με βοήθεια μικρόμετρου στο οποίο είναι εφαρμοσμένο, παρατηρείται το συνεχές φάσμα χρωμάτων πάνω στο πέτασμα διάχυσης. Παρατηρούνται έτσι πάνω στο λευκό πέτασμα διαδοχικά τα πέντε χρώματα, από το κόκκινο στο ανοιχτό πράσινο με τις ενδιάμεσες αποχρώσεις τους.

Το σύστημα λειτουργίας του laser βαφής είναι ιδιαίτερα δύσκολο με τα δοχεία, τις σωληνώσεις και την απαραίτητη αντλία. Προηγμένα laser βαφής στερεάς κατάστασης χρησιμοποιούν στερεά υλικά, πολυμερή ή πορώδη ανόργανα γυαλιά σαν υποδοχείς της βαφής. Τα υλικά αυτά έχουν μικρές διαστάσεις που τα καθιστούν ιδιαίτερα εύχρηστα στη λειτουργία τους για την εκπομπή δέσμης laser βαφής.



**Εικόνα 22.** Επιφάνεια διάχυσης μέσα από την οποία περνάει η δέσμη laser βαφής για να παρατηρηθούν τα χρώματα της πάνω σε λευκό πέτασμα που βρίσκεται πίσω από αυτή.

#### 4. Μηχανισμοί διεύρυνσης φασματικής γραμμής

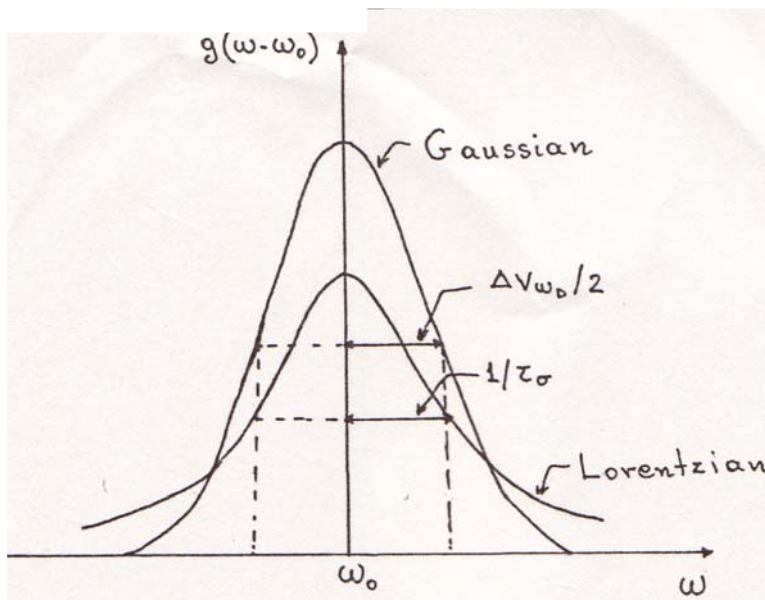
Στο εγχειρίδιο που συνοδεύει το μάθημα Κβαντική Οπτική & Lasers (παράγραφος 5.6) υπολογίζεται ο ρυθμός μεταβολής της πυκνότητας ακτινοβολίας ανά μονάδα συχνότητας,  $W$ . Στην έκφραση της εμφανίζεται η συνάρτηση φασματικής γραμμής,  $F(\omega)$ , με διαστάσεις συχνότητας. Η μορφή της φασματικής γραμμής είναι συνήθως Λορεντζιανή, αλλά μπορεί να είναι και Γκαουσιανή, όπως στο laser HeNe και όπως εξηγείται στην παράγραφο εκεί.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες μηχανισμών που είναι υπεύθυνες για τη διεύρυνση της γραμμής, (Α) η ομογενής και (Β) η μη ομογενής διεύρυνση. Ένας μηχανισμός ομογενούς διεύρυνσης επιδρά στην γραμμή εκπομπής κάθε ενός ατόμου (και επομένως και όλου του συστήματος) με τον ίδιο τρόπο. Τα άτομα δεν ξεχωρίζονται μεταξύ τους. Έχουν την ίδια συχνότητα συντονισμού και την ίδια μορφή κατανομής εντάσεως γύρω από αυτή την συχνότητα  $F(\omega)$ .

(Α) Παράγοντες που προκαλούν ομογενή διεύρυνση γραμμής είναι οι εξής. (α) Η αυθόρμητη εκπομπή, λέγεται επίσης και φυσική διεύρυνση. Σε μία αυθόρμητη εκπομπή ο αριθμός των ατόμων της στάθμης μειώνεται εκθετικά σύμφωνα με τη σχέση  $(dN_2/dt)_{av\theta} = -AN_2$ , ή  $N_2 = N_2^0 e^{-t/t_{av\theta}}$ , όπου  $A = 1/t_{av\theta}$  ο συντελεστής Einstein αυθόρμητης εκπομπής. Η ενέργεια που εκπέμπεται κατά την μετάπτωση δεν αποδίδεται ακαριαία, αλλά μέσα σε ένα χρονικό διάστημα  $t_{av\theta}$ . Το αποτέλεσμα πάνω στην αντίστοιχη φασματική γραμμή είναι διεύρυνση σύμφωνα με την:  $\Delta\nu_\phi = 1/(2\pi t_{av\theta})$ . Η αρχή της αβεβαιότητας εξηγεί επίσης το φαινόμενο αυτό του φυσικού εύρους. Οι ενεργειακές στάθμες δεν είναι απολύτως καθορισμένες αλλά χαρακτηρίζονται από μία αβεβαιότητα  $\Delta E = \hbar/\Delta t$  ή  $\Delta\nu = 1/(2\pi \Delta t)$ . Ο χρόνος  $\Delta t$  είναι ο χρόνος ζωής,  $t_{av\theta}$ , της διεγερμένης στάθμης.

Σε ένα υλικό όπου τα άτομα έχουν απόλυτα καθορισμένες θέσεις στο χώρο και δεν αλληλεπιδρούν με τα γειτονικά τους άτομα, θα ήταν δυνατόν να

παρατηρηθεί η φυσική διεύρυνση γραμμής. Αυτό όμως δεν είναι εφικτό, γιατί παρόλο που η φυσική διεύρυνση υπάρχει, υπερκαλύπτεται από άλλους μηχανισμούς διεύρυνσης (όπως αυτούς που περιγράφονται πιο κάτω). Ο χρόνος ζωής της στάθμης από όπου επιτρέπεται αποδιέγερση με σύγχρονη εκπομπή ακτινοβολίας είναι της τάξης  $t_{avg} \approx 10^{-8}$  sec, οπότε  $\Delta\nu_{\phi} \approx 20\text{MHz}$ , για μήκη κύματος στο μέσο του ορατού φάσματος.



**Εικόνα 23.** Σύγκριση μεταξύ μιάς Λορεντζιανής και μιάς Γκαουσιανής μορφής φασματικής γραμμής. Έχουν σχεδιασθεί έτσι ώστε να έχουν το ίδιο εύρος στο μισό τους ύψος.

(β) Διεύρυνση λόγω συγκρούσεων. Τα άτομα ενός αερίου συγκρούονται είτε μεταξύ τους είτε με ιόντα, ελεύθερα ηλεκτρόνια ή ακόμα και με τα τοιχώματα του δοχείου μέσα στο οποίο βρίσκονται. Στα στερεά υλικά τα άτομα συγκρούονται με τα φωνόνια του πλέγματος. Με κάθε σύγκρουση τα άτομα υπόκεινται στην επίδραση μιάς δυναμικής ενέργειας που μετατοπίζει τις

ενεργειακές στάθμες ανάμεσα στις οποίες γίνονται διεγέρσεις, ή αποδιεγέρσεις, κατά ένα ποσό  $\Delta E$ . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μεταβληθεί η συχνότητα μετάπτωσης κατά  $\Delta \nu_\sigma$ . Στο laser HeNe η  $\Delta \nu_\sigma$  λόγω συγρούσεων είναι μικρή, μικρότερη και από το φυσικό εύρος της φασματικής γραμμής.

Η κατανομή συχνοτήτων σε ένα ομογενή μηχανισμό διεύρυνσης γραμμής είναι Λορεντζιανή (Lorentzian) της μορφής

$$g(\omega - \omega_0) = \frac{\tau_\sigma / \pi}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \tau_\sigma^2} \quad (4)$$

με μισό εύρος στο μισό ύψος  $\Delta \nu_L = 1/\tau_\sigma$ , εικόνα 23. Τον ομογενή μηχανισμό διεύρυνσης γραμμής συναντά κανείς στα laser στερεάς κατάστασης, όπως π.χ. στο Ruby laser.

(B) Η μη ομογενής διεύρυνση γραμμής είναι χαρακτηριστική περίπτωση διεύρυνσης φασματικής γραμμής στα αέρια. Τα άτομα στα αέρια έχουν μία χαρακτηριστικά τυχαία κίνηση προς όλες τις κατευθύνσεις και κάθε ένα από αυτά έχει τη δική του ταχύτητα. Η μετατόπιση του φάσματος που προκαλούν λόγω φαινομένου Doppler θα διαφέρει από άτομο σε άτομο. Για τον ίδιο λόγο διαφορετική θα είναι επίσης και η συχνότητα συντονισμού καθώς και η μορφή  $g(\omega - \omega_0)$  της αντίστοιχης γραμμής. Συνολικά το σύστημα όλων των ατόμων του αερίου θα χαρακτηρίζεται από ένα εύρος γραμμής μεγαλύτερο από αυτό του ενός μόνο ατόμου. Αντίθετα λοιπόν από τις συνθήκες στους ομογενείς μηχανισμούς, εδώ τα άτομα είναι διακρίσιμα.

Εκτός από το φαινόμενο Doppler στα αέρια, μία άλλη αιτία που προκαλεί μη ομογενή διεύρυνση είναι η παρουσία ξένων ιόντων μέσα σε ένα κρυσταλλικό υλικό. Στη περίπτωση αυτή οι συχνότητες μεταπτώσεων (αλλά και οι αντίστοιχες ενεργειακές στάθμες) εξαρτώνται από το άμεσο περιβάλλον καθενός ιόντος στον κρύσταλλο. Το περιβάλλον αυτό όμως διαφέρει από ιόν σε ιόν γιατί τα πεδία που δημιουργεί γύρω του είναι τυχαία. Οι ενεργειακές καταστάσεις θα μετατοπίζονται τυχαία και οι συχνότητες μεταπτώσεων θα κατανέμονται τυχαία γύρω από την κεντρική συχνότητα σύμφωνα με μία

Γκαουσιανή (Gaussian) συνάρτηση. Η φασματική γραμμή, επομένως, με μη ομογενή διεύρυνση θα έχει την μορφή

$$g(\omega - \omega_0) = \frac{c}{\omega_0} \left( \frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left[ -\frac{Mc^2}{2kT} \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right] \quad (5)$$

όπου  $M$  η μάζα του ατόμου που κάνει τη μετάπτωση,  $k$  η σταθερά Boltzmann και  $\omega_0$  η συχνότητα εκπομπής του ακίνητου ατόμου.

Το εύρος αυτής της κατανομής γραμμής στο μισό του ύψους της είναι συνάρτηση της απόλυτης θερμοκρασίας  $T$ , σύμφωνα με τη σχέση

$$\Delta\omega_D = 2\omega_0 \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}} \ln 2 \quad (\text{δίνεται ως άσκηση}). \quad \text{Στο laser HeNe σε θερμοκρασία}$$

δωματίου και σε μήκος κύματος  $\lambda=632.8$  nm, το εύρος της γραμμής είναι  $\sim 8.3$ GHz.

Στο laser HeNe η διεύρυνση Doppler είναι πολύ μεγαλύτερη και από την διεύρυνση λόγω συγκρούσεων των ατόμων και από τη φυσική διεύρυνση. Αυτό δεν ισχύει σε όλα τα laser αερίων. Όπως στο laser CO<sub>2</sub> όπου το αέριο βρίσκεται σε υψηλές πιέσεις και η διεύρυνση από συγκρούσεις είναι μεγαλύτερη από την Doppler.

Στην εικόνα 23 γίνεται φανερό ότι η Γκαουσιανή είναι μία καμπύλη οξύτερη από την Λορεντζιανή. Αλλά αυτό αποδεικνύεται και αριθμητικά (δίνεται σαν άσκηση). Η μέγιστη τιμή της Λορεντζιανής είναι

$$g_L(\omega = \omega_0) = \frac{\tau\sigma}{\pi} = \frac{2}{\pi\Delta\omega_L} = \frac{0,637}{\Delta\omega_L}. \quad \text{Η μέγιστη τιμή της Γκαουσιανής είναι}$$

$$g_D(0) = \frac{0,939}{\Delta\omega_D}. \quad \text{Αν σχεδιασθούν και οι δύο έτσι ώστε } \Delta\omega_L = \Delta\omega_D \text{ είναι}$$

προφανές ότι η Γκαουσιανή είναι οξύτερη.

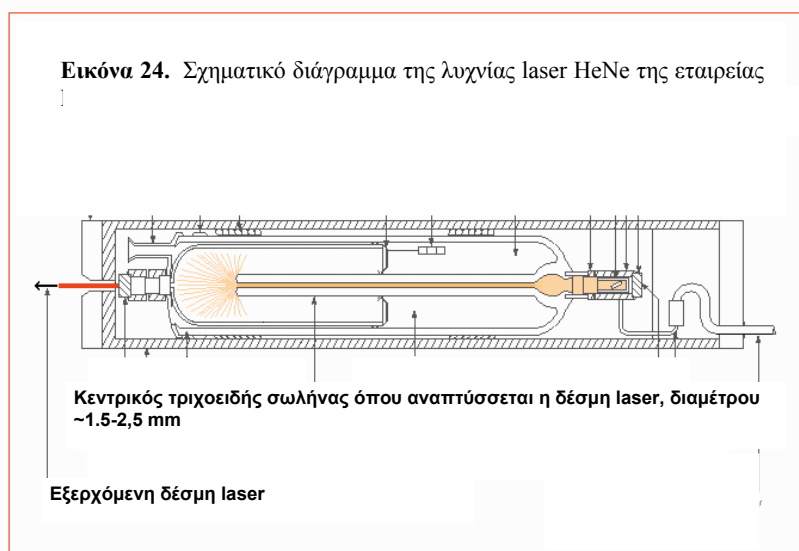
Η ολική διεύρυνση μιάς φασματικής γραμμής είναι ο συνδιασμός όλων των πίο πάνω μηχανισμών ομογενών ή μη. Ένας επί πλέον παράγοντας διεύρυνσης που μπορεί να ονομασθεί «εξωτερικός» προέρχεται από την



περίθλαση<sup>10</sup> που υφίσταται η δέσμη όταν περνάει μέσα από λεπτές σχισμές, ή ακόμα και από ένα συμβολόμετρο (Fabry-Perot).

## 5. Συχνότητες συντονισμού οπτικής κοιλότητας laser. Εγκάρσιοι και διαμήκεις τρόποι ταλάντωσης, $TEM_{n,l,m}$ .

Συνήθως ο τριχοειδής σωλήνας με το ενεργό υλικό όπου αναπτύσσεται η δέσμη στο laser HeNe έχει πολύ μικρή διάμετρο, στα 1.5 mm περίπου, εικόνα 24. Σε αυτή την περίπτωση η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου της δέσμης είναι Γκαουσιανή<sup>11</sup>, και εμφανίζεται πάνω σε πέτασμα σαν μία κηλίδα, ονομαζόμενη  $TEM_{00}$  ●. Όταν όμως ο τριχοειδής σωλήνας (και η αναπτυσσόμενη δέσμη laser) είναι λίγο μεγαλύτερος, στα ~2-2.5 mm, τότε μπορούν να υποστηρίξονται και στάσιμα κύματα εκτός αυστηρά του κεντρικού άξονα της κοιλότητας, z.



<sup>10</sup> Συζητήθηκε στην αρχή του εγχειριδίου.

<sup>11</sup> και της έντασης της είναι (Γκαουσιανή)<sup>2</sup>

Η δέσμη εμφανίζει τότε πάνω σε πέτασμα όχι μία αλλά πολλές κηλίδες με διαφορετικούς σχηματισμούς (σε σχήμα άνθους), εικόνα 25.

Το στάσιμο Η/Μ πεδίο στην κοιλότητα συντονισμού είναι ένας 3-διάστατος αρμονικός ταλαντωτής και οι καταστάσεις του ηλεκτρικού πεδίου δίνονται από τη σχέση

$$\Phi_j(q) = 2^{-j/2} (j!)^{-1/2} H_j(\xi) \Phi_0(q) \quad (6)$$

όπου  $\Phi_0(q)$  η θεμελιώδης κατάσταση, μία καθαρά Γκαουσιανή γύρω από τη γενικευμένη θέση  $q=0$ , όπου  $q$  είναι μία από τις καρτεσιανές συντεταγμένες  $x, y, z$

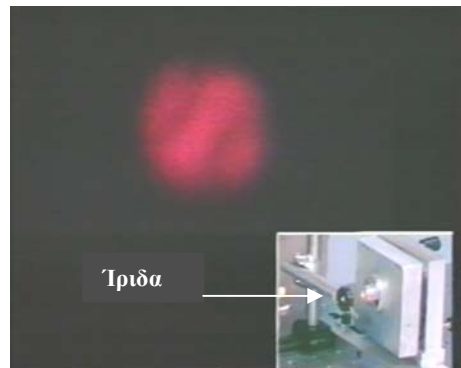
$$\Phi_0(q) = \left( \frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (7)$$

και τα Χερμιτιανά πολυώνυμα έχουν τη μορφή

$$H_j(\xi) = (-1)^j \exp(\xi^2) \frac{d^j}{d\xi^j} \exp(-\xi^2) \quad (8)$$

όπου  $j \Rightarrow n, l, m$  και  $\xi = \left( \frac{m\omega}{\hbar} \right)^{1/2} q$ .

**Εικόνα 25.** Υπέρθυση πολλών εγκάρσιων τρόπων ταλάντωσης  $TEM_{lm}$  (όπως φαίνονται πάνω σε πέτασμα) μετά από μεγέθυνση με βοήθεια αποκλίνοντος φακού. Η ένθετη εικόνα δείχνει το κάτοπτρο της κοιλότητας και μία ίριδα τοποθετημένη μπροστά του για να αποκόψει τα ανώτερα  $TEM_{lm}$ .



Οι τρόποι ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου σε οπτική κοιλότητα περιγράφονται επομένως από τρεις ακέραιους αριθμούς  $n, l, m$ . Ο αριθμός  $n$  χαρακτηρίζει την κατανομή της έντασης του πεδίου κατά μήκος του άξονα της κοιλότητας  $z$ . Οι αριθμοί  $l$  και  $m$  χαρακτηρίζουν την κατανομή της έντασης του πεδίου στους έξονες  $x, y$ , αντίστοιχα, σε επίπεδο κάθετο στον  $z$ . Στην ειδική περίπτωση που η οπτική κοιλότητα έχει τετράγωνα κάτοπτρα ακμής  $a$  σε απόσταση  $L$  μεταξύ τους, οι συχνότητες συντονισμού της είναι

$$\nu \approx \frac{c}{2} \left( \frac{n}{L} + \frac{l^2 + m^2}{2n} \frac{1}{4a^2} \right) \quad (9)$$

όπου συνήθως  $n \gg l, m$  λόγω της γεωμετρίας της κοιλότητας και της μικρής διατομής της δέσμης laser.

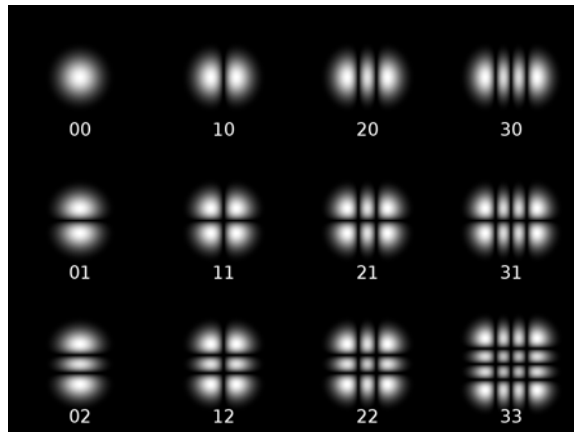
Η κατανομή του πεδίου σε επίπεδο  $x, y$  κάθετο στον  $z$  απεικονίζει τους εγκάρσιους τρόπους ταλάντωσης, *transverse electromagnetic modes* ( $TEM_{lm}$ ) (ή εγκάρσιους ρυθμούς), ενώ η κατανομή πεδίου κατά μήκος του άξονα  $z$  αναφέρεται στους διαμήκεις τρόπους ταλάντωσης (*longitudinal modes*) του στάσιμου H/M πεδίου στην κοιλότητα συντονισμού. Επομένως υπάρχουν διαμήκεις συχνότητες για κάθε ένα  $TEM_{lm}$ . Σύμφωνα με την (9), δύο διαδοχικές διαμήκεις συχνότητες της  $TEM_{00}$  απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $\Delta\nu_n = c/2L$ . Για συνήθεις αποστάσεις ανάμεσα στα κάτοπτρα  $L$ , η απόσταση  $\Delta\nu_n$  είναι της τάξης μερικών εκατοντάδων MHz, ενώ η απόσταση  $\Delta\nu_m$  ανάμεσα σε δύο εγκάρσιες συχνότητες (ως προς  $m$ ) είναι της τάξης μερικών MHz.

Οι ονομασίες των συχνοτήτων των στάσιμων πεδίων στην κοιλότητα σε 'διαμήκεις' και 'εγκάρσιες' μπορεί να είναι παραπλανητική, δίνοντας πιθανόν την εντύπωση ότι υπάρχουν δύο ξεχωριστοί τύποι τρόπων ταλάντωσης. Απλά υπάρχουν στάσιμα πεδία σε 3 διαστάσεις, όπου οι δείκτες  $l, m$  χαρακτηρίζουν την κατανομή του πεδίου σε επίπεδο κάθετο στον άξονα  $z$  ενώ ο δείκτης  $n$  κατά μήκος του  $z$ , σύμφωνα με τις σχέσεις (6-8). Για συνήθεις αποστάσεις ανάμεσα στα κάτοπτρα  $L$ , η απόσταση  $\Delta\nu_n$  είναι της τάξης μερικών εκατοντάδων MHz

ενώ η απόσταση διαδοχικών εγκάρσιων τρόπων ταλάντωσης  $\Delta\nu_m$  (ως προς m) είναι της τάξης μερικών MHz.

Κάθε μία από τις ιδιοκαταστάσεις του πεδίου στην κοιλότητα συντονισμού έχει κατανομή έντασης της ακτινοβολίας  $|\Phi_n(q)|^2$  σε μία θέση x, y, z μέσα στην κοιλότητα. Η ένταση ακτινοβολίας των TEM προσδιορίζεται επομένως από την (6). Μερικά από τα πρώτα Χερμιτιανά πολυώνυμα  $H_n(\xi)$  για  $n=1,2,3,\dots$  είναι τα ακόλουθα

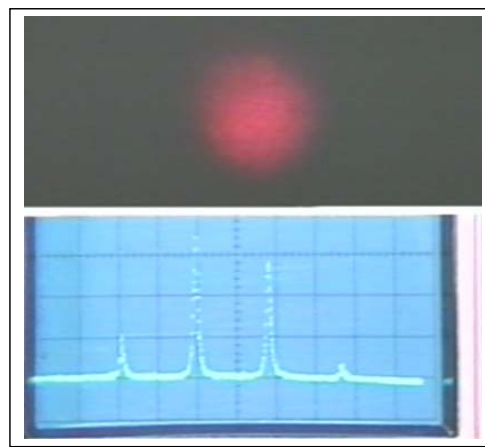
Άρτια	Περιττά	
$H_0 = 1$	$H_1 = 2\xi$	(10)
$H_2 = -2 + 4\xi^2$	$H_3 = -12\xi + 8\xi^3$	
$H_4 = 12 - 48\xi^2 + 16\xi^4$	$H_5 = 120\xi - 160\xi^3 + 32\xi^5$	



**Εικόνα 26.** Σχηματική παράσταση των κατώτερων καταστάσεων των εγκάρσιων τρόπων ταλάντωσης  $TEM_{lm}$ ,  $l,m=1,2,3,\dots$

Οι κατώτερες συχνότητες  $TEM_{lm}$  στην οπτική κοιλότητα φαίνονται στην εικόνα 26. Ο  $TEM_{00}$  έχει το πεδίο του περισσότερο συγκεντρωμένο στον άξονα z από τους άλλους TEM ανώτερης τάξης. Η κατάσταση πόλωσης των διαδοχικών  $TEM_{nlm}$  είναι ορθογώνια μεταξύ τους (δες παράρτημα). Έτσι η πόλωση της δέσμης laser στην έξοδο της θα εξαρτάται από την ανάμιξη των πολώσεων των

$TEM_{nlm}$  που περιέχει. Η δέσμη βγαίνει χωρίς συγκεκριμένο επίπεδο πόλωσης όταν περιέχει ένα απροσδιόριστο αριθμό συνδιασμών ορθογωνίως πολωμένων  $TEM_{nlm}$ . Η αβεβαιότητα στην πόλωση της δέσμης laser αναιρείται με τη βοήθεια παραθύρου που βρίσκεται σε γωνία Brewster με τον άξονα z, όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο.



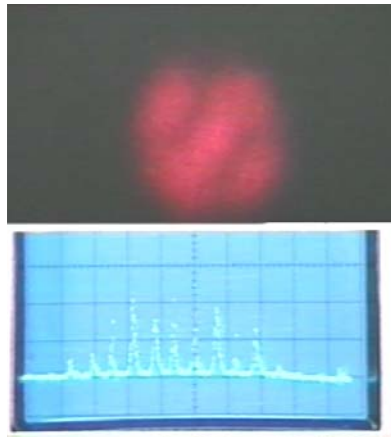
**Εικόνα 27.** Επάνω: Το αποτύπωμα της  $TEM_{00}$  σε οθόνη  
Κάτω: Οι τέσσερις διαμήκεις συχνότητες του, όπως αναλύονται με συμβολόμετρο Fabry-Perot και παλμογράφο.

Η επίδειξη των  $TEM_{nlm}$  γίνεται με μία λυχνία laser HeNe της οποίας το ένα παράθυρο είναι σε γωνία Brewster, ώστε η δέσμη να εξέρχεται πολωμένη. Η διαπερατότητα των κατόπτρων είναι πολύ μικρή και η εξερχόμενη δέσμη δεν έχει μεγάλη ένταση, έχει όμως αρκετή για να παρατηρηθούν τα διάφορα  $TEM_{lm}$ . Για την καλύτερη παρατήρηση τους επάνω σε λευκό πέτασμα η δέσμη διερύνεται με τη βοήθεια ενός αποκλίνοντος φακού. Εμφανίζεται έτσι επάνω στο πέτασμα μία υπέρθεση από πολλούς εγκάρσιους τρόπους ταλάντωσης σε σχήμα λουλουδιού, εικόνα 25. Μερικές από αυτές, οι πιο ασθενείς, μπορούν να εξαλειφθούν αν καταστραφεί ελαφρά η ευθυγράμμιση των κατόπτρων, ώστε να εισαχθούν για αυτές σοβαρές απώλειες ισχύος. Τα TEM ανώτερης τάξης όμως μπορούν να αποκοπούν με εισαγωγή στη πορεία της δέσμης μιάς ίριδας που

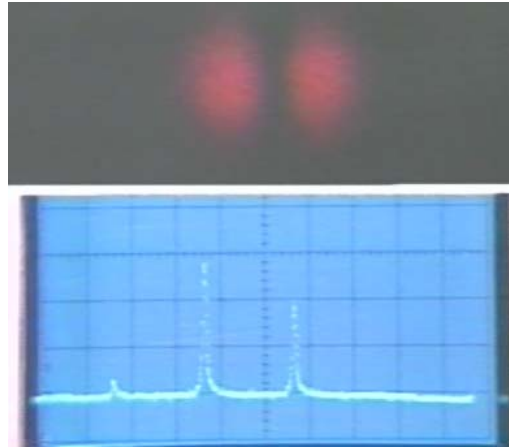
κλείνει σε μικρή διάμετρο ( $\sim 1.5\text{mm}$ ), εικόνα 25. Απομένει έτσι ένας TEM σε μορφή μίας κηλίδας, ο κατώτερος  $\text{TEM}_{00}$ .

Όλοι οι TEM συνυπάρχουν σε υπέρθεση μέσα στη δέσμη. Το φάσμα τους αναλύεται με τη βοήθεια ενός συμβολόμετρου Fabry-Pérot σάρωσης. Το πλάτος του συμβολόμετρου είναι  $d = 10\text{ cm}$  ώστε το ελεύθερο φασματικό εύρος του να είναι  $\Delta\nu_{F-P} = \frac{c}{2d} = 1.5\text{ GHz}$ , δεξ εικόνα 9. Η έξοδος του συμβολομέτρου οδηγείται σε παλμογράφο, όπου καταγράφονται οι συχνότητες της δέσμης laser. Το πλεονέκτημα της ύπαρξης των TEM ανώτερης τάξης στη δέσμη laser είναι ότι αυτές συνεισφέρουν σε αύξηση της ισχύος της.

Η απόσταση των κατόπτρων στην κοιλότητα συντονισμού του laser είναι  $L=40\text{ cm}$ , ώστε η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαμήκεις συχνότητες να είναι  $\Delta\nu_n = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \times 0.4} = 375\text{ MHz}$ , μέσα στο εύρος  $\Delta\nu_{F-P}$  του συμβολόμετρου. Αρχικά παρατηρούνται στο παλμογράφο οι τέσσερις διαμήκεις συχνότητες του  $\text{TEM}_{00}$  μέσα στο φασματικό εύρος του Fabry-Pérot, εφόσον  $\frac{\Delta\nu_{F-P}}{\Delta\nu_n} = \frac{1.5 \cdot 10^9}{375 \cdot 10^6} = 4$ , εικόνα 27.



**Εικόνα 28.** Οι  $\text{TEM}_{lm}$  ανώτερης τάξης σε υπέρθεση έτσι όπως εμφανίζονται σε πέτασμα (επάνω) και στην οθόνη παλμογράφου αφού αναλυθούν από ένα συμβολόμετρο Fabry-Pérot.



**Εικόνα 29.** Ο  $TEM_{01}$  σε οθόνη (επάνω) που απομονώθηκε αφού τοποθετήθηκε ένα νήμα 50  $\mu\text{m}$  στο κέντρο της δέσμης laser. Κάτω: Το φάσμα της σε παλμογράφο μέσα από συμβολόμετρο Fabry-Perot.

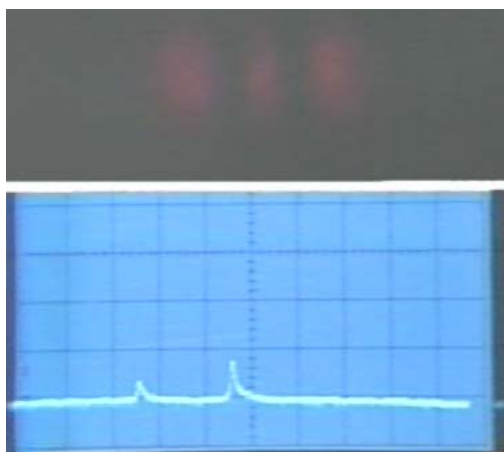
Καθώς ανοίγει η ίριδα επιτρέπεται να εμφανισθούν και οι διαμήκειες συχνότητες των  $TEM_{lm}$  ανώτερης τάξης. Ο παλμογράφος παρουσιάζει τώρα περισσότερες συχνότητες, εικόνα 28.

### **Πώς απομονώνεται ένας $TEM_{lm}$ ανώτερης τάξης**

Είναι δυνατόν από την υπέρθεση πολλών  $TEM_{lm}$  στη δέσμη να απομονωθεί μόνο ένας ανώτερης τάξης με διάφορα τεχνάσματα. Όπως π.χ. με ένα πολύ λεπτό νήμα διαμέτρου 50  $\mu\text{m}$  που τοποθετείται κατακόρυφα στο κέντρο της δέσμης laser στο εσωτερικό της κοιλότητας συντονισμού. Το λεπτό νήμα εισάγει απώλειες λόγω περίθλασης στην κατώτερη  $TEM_{00}$  εφόσον η ένταση της πάνω στον άξονα της κοιλότητας (στη θέση  $z=0$ ) είναι διάφορη του μηδενός. Ο  $TEM_{00}$  έτσι καταστρέφεται και παραμένει ο αμέσως επόμενης τάξης  $TEM_{01}$  ο οποίος έχει ένταση μηδέν στη θέση  $z=0$  και έτσι δεν υφίσταται απώλειες και επιζεί. Ο

TEM<sub>01</sub> (ή ισοδύναμα ο TEM<sub>10</sub>) εμφανίζεται στο πέτασμα να έχει δύο κηλίδες και τρεις διαμήκεις συχνότητες στο φάσμα του στον παλμογράφο, εικόνες 26 και 29.

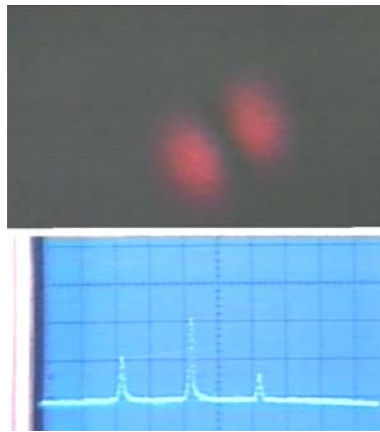
Αν το λεπτό νήμα μετατοπισθεί πολύ λίγο οριζόντια θα βρεθεί στην θέση του ενός λοβού της TEM<sub>01</sub> και θα την καταστρέψει όλη. Αυτό συμβαίνει γιατί οι περιοχές όπου η ένταση της είναι διάφορη του μηδενός καθώς και η θέση στο κέντρο όπου η ένταση της είναι μηδέν αποτελούν αδιάσπαστη ενότητα της μιάς TEM<sub>01</sub>, αυτό θα επιδειχθεί καλύτερα αμέσως πιο κάτω. Συγχρόνως όμως με την TEM<sub>01</sub> θα καταστραφεί και η TEM<sub>00</sub> γιατί στη νέα θέση του νήματος η ένταση της TEM<sub>00</sub> εξακολουθεί να είναι διάφορη του μηδενός.



**Εικόνα 30.** Ο TEM<sub>02</sub> που απομονώθηκε αφού τοποθετήθηκε ένα νήμα 50 μm σε θέση όπου το πεδίο του είναι μηδέν (σκοτεινές περιοχές), και όπου το πεδίο των TEM<sub>01</sub> και TEM<sub>00</sub> είναι διάφορο του μηδενός.



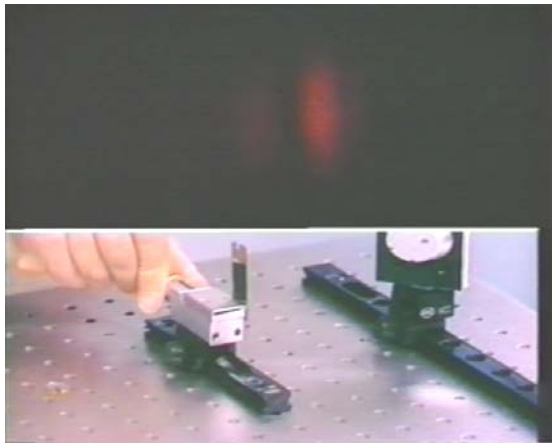
**Εικόνα 31.** Εάν το λεπτό σύρμα που βρίσκεται στο κέντρο της δέσμης περιστραφεί, τότε πάνω σε πέτασμα θα φανεί η το  $TEM_{01}$  να περιστρέφεται ανάλογα.



Αν μετατοπισθεί λίγο ακόμα το νήμα, θα βρεθεί στο σημείο όπου το πεδίο της  $TEM_{02}$  είναι μηδέν. Η  $TEM_{02}$  έχει δύο κηλίδες, εικόνα 26. Αυτή η νέα θέση του νήματος θα επιτρέψει τώρα στη  $TEM_{02}$  να επιζήσει, εφόσον δεν υφίσταται απώλειες λόγω περίθλασης από το λεπτό νήμα. Καταστρέφονται όμως συγχρόνως τα  $TEM_{01}$  και  $TEM_{00}$ . Εμφανίζονται τώρα στον παλμογράφο δύο ασθενείς διαμήκεις συχνότητες που ανήκουν στην  $TEM_{02}$ , εικόνα 30. Εάν περιστραφεί το λεπτό νήμα κατά μία γωνία σε κατακόρυφο επίπεδο, τότε περιστρέφεται ανάλογα στην ίδια γωνία και η κατανομή των φωτεινών περιοχών των  $TEM_{01}$  &  $TEM_{02}$ , εικόνα 31. Ο αριθμός των διαμήκων συχνοτήτων θα παραμείνει ο ίδιος.

Με ένα απλό τέχνασμα είναι δυνατό να επιδειχθεί ότι τόσο οι φωτεινές κηλίδες όσο και οι σκοτεινές περιοχές, όπου το πεδίο είναι μηδέν, αποτελούν αναπόσπαστη ενότητα της κάθε μιάς  $TEM_{lm}$  ανώτερης τάξης. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται μία λεπίδα ξυραφιού. Η λεπίδα τοποθετείται στη πορεία της

δέσμης αρχικά μέσα στην κοιλότητα και στη συνέχεια έξω από την κοιλότητα. Τοποθετημένη σε κατάλληλη βάση στο εσωτερικό της κοιλότητας, πλησιάζει τον έναν λοβό της  $TEM_{01}$ . Μόλις παρεμποδίζει τον έναν λοβό, έστω και ελάχιστα, τότε αποκόπτεται τελείως όλη η  $TEM_{01}$ . Εάν όμως η λεπίδα με τη βάση της τοποθετηθεί έξω από την κοιλότητα όπου η  $TEM_{01}$  έχει ήδη αναπτυχθεί, τότε μπορεί να της αποκόψει τον ένα λοβό χωρίς να επηρεασθεί ο άλλος. Στην εικόνα 32 φαίνεται η λεπίδα που έχει μπει στην πορεία του ενός λοβού, έχει μειώσει την ένταση του, ενώ ο άλλος παραμένει χωρίς να καταστραφεί. Όταν μάλιστα πλησιάσει η λεπίδα τον δεύτερο λοβό, τότε αυτός διευρύνεται λόγω φαινομένου περίθλασης.



**Εικόνα 32**

Η λεπίδα ξυραφιού, τοποθετημένη έξω από την κοιλότητα συντονισμού, αποκόπτει μέρος του ενός λοβού της  $TEM_{01}$  ενώ ο άλλος λοβός δεν καταστρέφεται.

## 6. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### Π-1. Ορθογώνια πόλωση στάσιμων Η/Μ πεδίων στην κοιλότητα συντονισμού laser

Έστω  $E_a$  και  $E_b$  τα ηλεκτρικά πεδία δύο διαφορετικών τρόπων ταλάντωσης (δύο στάσιμων κυμάτων) στην οπτική κοιλότητα συντονισμού, με όγκο  $V$  και η οποία περιβάλλεται από πλήρως αγωγίμη επιφάνεια εμβαδού  $S$ , με μοναδιαίο άνυσμα  $n$  κάθετο σε αυτή, εικόνα 33. Η εφαπτομενική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν πάνω στην  $S$ . Δηλαδή,  $-n \times n \times E = 0$ . Αν δεν ήταν μηδέν θα υπήρχε διαφορά δυναμικού πάνω στην  $S$ , ώστε να διαρρέεται από ηλεκτρικά ρεύματα, κάτι που δεν μπορεί να συμβεί εφόσον είναι υπεραγωγίμη. Θα αποδειχθεί στο τέλος της παραγράφου ότι και η κάθετη συνιστώσα της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $H$  είναι επίσης μηδέν,  $n \cdot H = 0$ . Η διεύθυνση του ανύσματος  $E$  αντιπροσωπεύει και την διεύθυνση πόλωσης του αντίστοιχου τρόπου ταλάντωσης του στάσιμου κύματος στην κοιλότητα.

Εφόσον στην κοιλότητα δεν υπάρχουν φορτία, από τις εξισώσεις του Maxwell προκύπτει ότι  $\nabla \cdot E_a = 0$  αλλά και σε κάθε περίπτωση ότι  $\nabla \cdot H_a = 0$ . Με βάση αυτές τις σχέσεις και την ακόλουθη ταυτότητα που ισχύει για ένα άνυσμα  $A$ :  $\nabla \times \nabla \times A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$  προκύπτουν οι γνωστές κυματικές εξισώσεις (δίνεται σαν άσκηση)

$$\nabla^2 E_a + k_a E_a = 0 \quad , \quad \nabla^2 H_a + k_a H_a = 0 \quad (\text{Π-1})$$

Για δύο τυχαία ανύσματα  $A, B$  ισχύουν οι σχέσεις

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot \nabla \times A - A \cdot \nabla \times B \quad (\text{Π-2})$$

Μετά από τις ακόλουθες τέσσερις αντικαταστάσεις στην (Π-2) των

$$A = E_b \text{ ή } E_a, \text{ και } B = \nabla \times E_a \text{ ή } \nabla \times E_b$$

προκύπτουν οι δύο σχέσεις

$$\nabla \cdot [(E_b \times (\nabla \times E_a))] = (\nabla \times E_a) \cdot \nabla \times E_b - E_b \cdot \nabla \times (\nabla \times E_a) \quad (\text{Π-3})$$

$$\nabla \cdot [(E_a \times (\nabla \times E_b))] = (\nabla \times E_b) \cdot \nabla \times E_a - E_a \cdot \nabla \times (\nabla \times E_b) \quad (\text{Π-4})$$

Αφαιρώντας την (Π-4) από την (Π-3) κατά μέλη προκύπτει

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot [(E_b \times (\nabla \times E_a))] - \nabla \cdot [(E_a \times (\nabla \times E_b))] = \\ & = (\nabla \times E_a) \cdot \nabla \times E_b - E_b \cdot \nabla \times (\nabla \times E_a) - \\ & - (\nabla \times E_b) \cdot \nabla \times E_a + E_a \cdot \nabla \times (\nabla \times E_b) \end{aligned} \quad (\text{Π-5})$$

Τα ηλεκτρικά και μαγνητικά στάσιμα κύματα στην κοιλότητα υπακούουν τις εξισώσεις<sup>12</sup>

$$k_a E_a = \nabla \times H_a \text{ και } k_a H_a = \nabla \times E_a \quad (\text{Π-6})$$

όπου η σταθερά  $k_a = \frac{\omega_a}{c}$  (κυματαριθμός) ορίζεται από τις κυματικές

εξισώσεις

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_a + k_a^2 E_a &= 0 \\ \nabla^2 H_a + k_a^2 H_a &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

με  $\omega_a$  την κυκλική συχνότητα του συγκεκριμένου τρόπου ταλάντωσης.

Αντικαθιστώντας τις (Π-5) στην (Π-4) προκύπτει

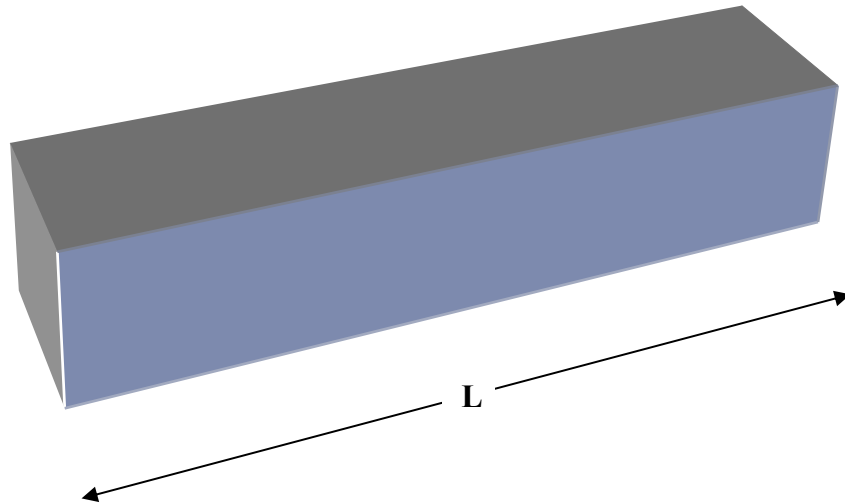
<sup>12</sup> A. Yariv, Quantum Electronics, John Wiley & Sons, Inc., New York (1975)

$$\begin{aligned}
 & k_a \nabla \cdot [(E_b \times H_a)] - k_b \nabla \cdot [(E_a \times H_b)] = \\
 & = (\nabla \times E_a) \cdot \nabla \times E_b - k_a E_b \cdot \nabla \times H_a - \\
 & - (\nabla \times E_b) \cdot \nabla \times E_a + k_b E_a \cdot \nabla \times H_b = \\
 & = (k_b^2 - k_a^2) E_a \cdot E_b
 \end{aligned}
 \tag{Π-8}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Gauss για τυχόν άνυσμα  $A$ ,

$$\int_V (\nabla \cdot A) \, dv = \int_S A \cdot n \, da, \text{ η (Π-8) γίνεται}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_V (k_a \nabla \cdot E_b \times H_a - k_b \nabla \cdot E_a \times H_b) \, dv = (k_b^2 - k_a^2) \int_V E_a \cdot E_b \, dv = \\
 & = k_a \int_S (E_b \times H_a) \cdot n \, da - k_b \int_S (E_a \times H_b) \cdot n \, da
 \end{aligned}
 \tag{Π-9}$$



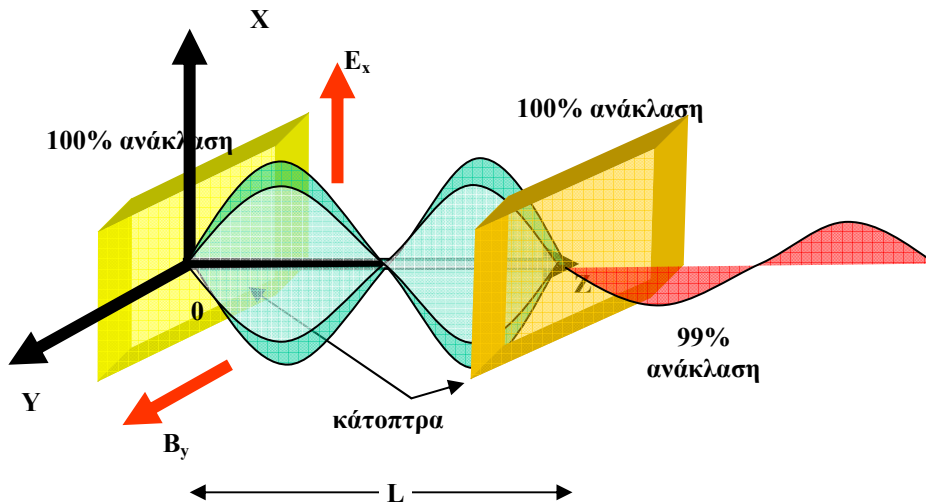
**Εικόνα 33.** Ορθογώνια οπτική κοιλότητα συντονισμού μήκους  $L$ , με ολική υπεραγώγιμη επιφάνεια  $S$  και όγκο  $V$ .

Ισχύει η ταυτότητα  $A \cdot B \times C = C \cdot A \times B$ , σύμφωνα με την οποία το προς ολοκλήρωση άνυσμα στο δεύτερο μέλος της (Π-9) γράφεται

$$n \cdot E_b \times H_a = H_a \cdot n \times E_b \text{ και } n \cdot E_a \times H_b = H_b \cdot n \times E_a$$

Τα ανύσματα  $E_a$ ,  $E_b$  είναι όμως κάθετα στην παράπλευρη επιφάνεια  $S$  που περιβάλλει την κοιλότητα συντονισμού, όπως είναι και το μοναδιαίο άνυσμα  $n$ , ενώ πάνω στις απομένουσες δύο άλλες παράλληλες επιφάνειες (των κατόπτρων της κοιλότητας στο laser, κάθετες στην  $L$ ) είναι μηδέν, εικόνα 34. Άρα τα εξωτερικά γινόμενα  $n \times E_a$  και  $n \times E_b = 0$ , ώστε να προκύπτει από το δεύτερο μέλος των (Π-8) & (Π-9) τελικά ότι

$$(k_b^2 - k_a^2) \int_V E_a \cdot E_b \, dv = 0 \quad (\text{Π-10})$$



**Εικόνα 34.** Ανοιχτή οπτική κοιλότητα συντονισμού ενός laser μήκους  $L$  με επίπεδα κάτοπτρα.

Εφόσον πρόκειται για δύο διαφορετικούς τρόπους ταλάντωσης ισχύει για τους κυματαριθμούς τους ότι  $k_b \neq k_a$ . Συνεπάγεται επομένως ότι

$$\int_V E_a \cdot E_b \, dv = 0 \text{ ή ότι } E_a \cdot E_b = 0, \text{ δηλαδή τα ανύσματα } E_a \text{ και } E_b$$

είναι κάθετα μεταξύ τους.

Συμπέρασμα: οι πολώσεις ηλεκτρικών πεδίων των διαδοχικών στάσιμων κυμάτων στην οπτική κοιλότητα είναι κάθετες μεταξύ τους, με αποτέλεσμα η δέσμη laser να μην βγαίνει επίπεδα πολωμένη.

Θεωρούμε τώρα μία κλειστή καμπύλη  $C$  πάνω στην παράπλευρη επιφάνεια της κοιλότητας  $S$ , η οποία περικλύει επιφάνεια  $S'$ . Αναλύοντας το άνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου  $E_a$  στην εφαπτομενική συνιστώσα του, την  $-n \times n \times E = 0$ , και στην κάθετη συνιστώσα του, την  $(n \cdot E) \cdot n$  στη διεύθυνση του  $n$ , μπορεί να γραφτεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα πάνω στην  $C$

$$\oint_C E_a \cdot dl = \oint_C (-n \times n \times E_a) \cdot dl + \oint_C (n \cdot E_a) n \cdot dl = \oint_C (n \cdot E_a) n \cdot dl \quad (\text{Π-11})$$

Το μοναδιαίο διάνυσμα  $n$  είναι όμως κάθετο στο  $dl$  που βρίσκεται πάνω στην  $S$  και επομένως  $\oint_C E_a \cdot dl = 0$ . Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Stokes

$$\oint_C E_a \cdot dl = \int_{S'} (\nabla \times E_a) \cdot n \, d\alpha = k_a \int_{S'} (H_a \cdot n) \, d\alpha = 0 \quad (\text{Π-12})$$

Εφόσον η  $C$  είναι τυχαία, βγαίνει το συμπέρασμα από την (Π-12) ότι

η κάθετη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου  $H_a$  πάνω στην περιβάλλουσα την κοιλότητα συντονισμού επιφάνεια  $S$  είναι μηδέν:  $H_a \cdot n = 0$ .

## Π-2. Η έννοια της συμφωνίας στη δέσμη laser

Ας εξετάσουμε από πιά κοντά την έννοια της χρονικής συμφωνίας. Από μαθηματικής πλευράς ο βαθμός συμφωνίας της δέσμης laser ορίζεται μέσα από τις **συναρτήσεις συσχέτισεως**. Έστω τα ηλεκτρικά πεδία  $E(t)$  και  $E(t+\tau)$ , όπως αναφέρθηκε πιά πάνω, με χαρακτηριστική διαφορά φάσεως. Αν η διαφορά φάσεως παραμένει σταθερή μέσα στη χρονική περίοδο  $\tau$  για κάθε χρονική στιγμή  $t$  (ή μεταβάλλεται ελάχιστα) θα υπάρχει κάποια συσχέτιση ανάμεσα στις δύο τιμές πεδίου, και επομένως η μέση τιμή του γινομένου<sup>13</sup>  $E(t)E^*(t+\tau)$  δεν θα είναι μηδέν. Η μέση τιμή του γινομένου αυτού ορίζεται ως

$$\langle E(t), E(t+\tau) \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-t}^t E(t)E^*(t+\tau) dt \quad (\text{Π-13})$$

Η συνάρτηση αυτή (Π-13) που συγκρίνει τα ηλεκτρικά πεδία στο ίδιο σημείο του πεδίου της δέσμης laser,  $\vec{r}_1$ , αλλά σε χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά χρόνο  $\tau$ , δηλαδή η  $\Gamma^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, \tau)$ , ονομάζεται **συνάρτηση αυτοσυσχέτισης** πρώτου βαθμού<sup>14</sup>

$$\Gamma^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, \tau) = \langle E(\vec{r}_1, t), E(\vec{r}_1, t+\tau) \rangle \quad (\text{Π-14})$$

Ο **βαθμός χρονικής συμφωνίας** ορίζεται σαν το μέτρο της κανονικοποιημένης συναρτήσεως αυτοσυσχέτισης  $|\gamma^{(1)}(\tau)|$ , δηλ.

$$\gamma^{(1)}(\tau) = \frac{\Gamma^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, \tau)}{\Gamma^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, 0)} \quad (\text{Π-15})$$

όπου

<sup>13</sup> Ο αστερίσκος συμβολίζει το μιγαδικό συζυγές του ηλεκτρικού πεδίου.

<sup>14</sup> Η τάξη του βαθμού συμφωνίας εμφανίζεται στον εκθέτη του βαθμού συμφωνίας. Στην περίπτωση αυτή είναι συμφωνία πρώτου βαθμού και ο εκθέτης είναι το (1).



$$\Gamma^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, 0) = \langle E(t), E(t) \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} E(t) E^*(t) dt = \langle I(\vec{r}_1, t) \rangle \quad (\text{Π-16})$$

Το  $\langle I(\vec{r}_1, t) \rangle$  είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της δέσμης laser στη θέση  $\vec{r}_1$ .

Ο βαθμός συμφωνίας παίρνει τις τιμές

$$|\gamma^{(1)}(\tau)| \leq 1 \quad (\text{Π-17})$$

Σύμφωνα με την (Π-17),

(α) εάν  $|\gamma^{(1)}(\tau)| = 1$ , τότε υπάρχει **τέλεια χρονική συμφωνία** στη θέση αυτή,

(β) εάν  $|\gamma^{(1)}(\tau)| = 0$ , τότε υπάρχει **τέλεια χρονική ασυμφωνία**

(γ) εάν  $0 < |\gamma^{(1)}(\tau)| < 1$ , τότε ότι υπάρχει **μερική χρονική συμφωνία**.

Μιά πιθανή συμπεριφορά του βαθμού χρονικής συμφωνίας  $|\gamma^{(1)}(\tau)|$  φαίνεται στην εικόνα 35. Ο **χρόνος συμφωνίας**,  $\tau_\sigma$ , μπορεί να ορισθεί σαν το μέσο εύρος της καμπύλης αυτής στο μέσο ύψος. Για ένα τελείως σύμφωνο H/M πεδίο ο χρόνος συμφωνίας  $\tau_\sigma = \infty$ , ενώ για ένα τελείως ασύμφωνο πεδίο  $\tau_\sigma = 0$ .

Όπως φαίνεται και στην εικόνα 35 ισχύει ότι  $|\gamma^{(1)}(\tau)| = |\gamma^{(1)}(-\tau)|$ .

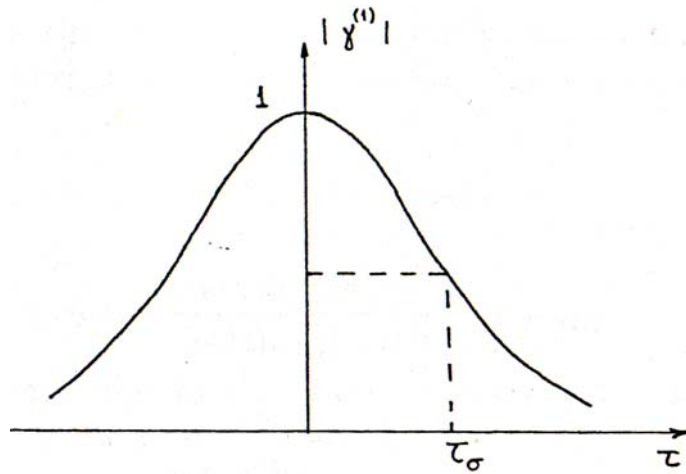
Ανάλογα ορίζεται και ο **βαθμός χωρικής συμφωνίας**  $|\gamma_{12}^{(1)}|$

$$\gamma_{12}^{(1)} = \frac{\Gamma_{12}^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0)}{[\Gamma^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, 0) \cdot \Gamma^{(1)}(\vec{r}_2, \vec{r}_2, 0)]^{1/2}} \quad (\text{Π-18})$$

όπου

$$\Gamma_{12}^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} E(\vec{r}_1, t) E^*(\vec{r}_2, t) dt \quad (\text{Π-19})$$

**Εικόνα 35.** Βαθμός χρονικής συμφωνίας συναρτήσει της χρονικής περιόδου,  $\tau$ .



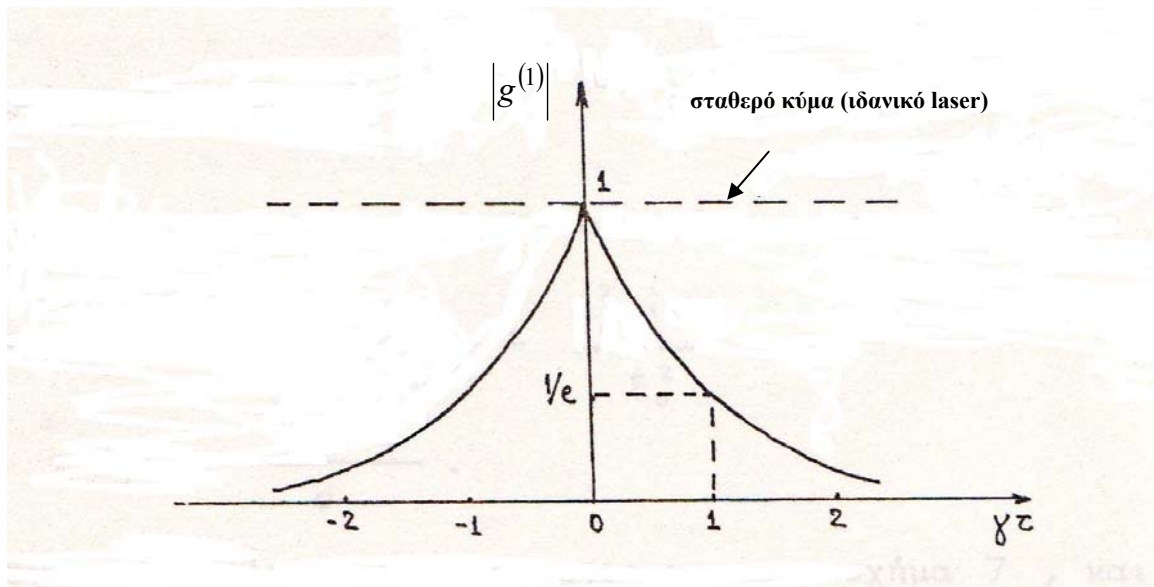
Σε αναλογία με τα προηγούμενα, για δύο σημεία του πεδίου με ανύσματα θέσης  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$  η συνάρτηση  $\gamma_{12}$  κυμαίνεται ανάμεσα στην τιμή 1, όταν  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ , και στην τιμή 0 όταν η απόσταση  $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$  γίνεται απείρως μεγάλη. Γενικότερα, ορίζεται μία περιοχή γύρω από το  $\vec{r}_1$  για την οποία ισχύει ότι  $|\gamma_{12}^{(1)}| \leq 1/2$ , η οποία ονομάζεται **περιοχή συμφωνίας** με ακτίνα  $\lambda_\sigma$  το μήκος συμφωνίας με  $\lambda_\sigma = c \tau_\sigma$ . Θεωρούμε ότι όλα τα σημεία του πεδίου μέσα στη περιοχή συμφωνίας διατηρούν σταθερή διαφορά φάσης.

Η χωρική και χρονική συμφωνία συνδιάζονται στην **συνάρτηση αμοιβαίας συμφωνίας** πρώτου βαθμού

$$G^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \langle E(\vec{r}_1, t), E(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle \quad (\text{II-20})$$

Ο βαθμός αμοιβαίας συμφωνίας ορίζεται ως

$$g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \frac{\langle E(\vec{r}_1, t), E(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle}{\left\{ \langle |E(\vec{r}_1, t)|^2 \rangle \langle |E(\vec{r}_2, t)|^2 \rangle \right\}^{1/2}} \quad (\text{Π-21})$$



**Εικόνα 36.** Συμφωνία πρώτου βαθμού χαώδους φωτεινής πηγής με Lorentzian φασματική κατανομή. Το laser απεικονίζεται προσεγγιστικά σαν ένα σταθερό κύμα.

με

$$\langle |E(\vec{r}, t)|^2 \rangle = \langle E(\vec{r}, t), E(\vec{r}, t) \rangle \quad (\text{Π-22})$$

Στην εικόνα 36 εμφανίζεται η μεταβολή του μέτρου αμοιβαίας συμφωνίας πρώτου βαθμού σαν συνάρτηση του γινομένου δύο παραμέτρων, της διαφοράς χρόνου  $\tau$  και της παραμέτρου εύρους γραμμής  $\gamma$ <sup>15</sup>. Για μία χαώδη φωτεινή

<sup>15</sup> Δες εικόνα 23.

πηγή Λορεντζιανής φασματικής κατανομής, η οποία διευρύνεται λόγω συγκρούσεων των ατόμων του αέριου υλικού της πηγής, μέσα σε χρονική περίοδο  $\tau = 1/\gamma$  το μέτρο  $|g^{(1)}|$  έχει μειωθεί στο ένα τρίτο περίπου της μέγιστης τιμής του (ίσου με τη μονάδα).

Η  $|g^{(1)}|$  υπολογίζεται μέσα από το θεώρημα των Wiener-Khinchine: ***H*** ***συνάρτηση φασματικής κατανομής  $P(\omega)$  είναι ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης συσχέτισης  $\Gamma^{(1)}(\tau)$  και αντιστρόφως.***

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma^{(1)}(\tau) \cdot e^{i\omega\tau} d\tau \quad (\text{II-23})$$

$$\Gamma^{(1)}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) \cdot e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (\text{II-24})$$

Ακριβώς το ίδιο θεώρημα εφαρμόζεται και στις κανονικοποιημένες συναρτήσεις βαθμού συσχέτισης  $g(\tau)$ , &  $g(\omega)$  που συνδέονται μεταξύ τους όπως οι (II-23) και (II-24).

Εφαρμόζουμε τα ανωτέρω για τη δέσμη laser. Ένα σύμφωνο ηλεκτρικό πεδίο, όπως αυτό της δέσμης laser, προσεγγιστικά γράφεται σαν ιδανικό κύμα που διαδίδεται κατά τον άξονα  $z$

$$E(z, t) = E_0 \exp(ikz - i\omega_0 t + i\varphi) \quad (\text{II-25})$$

Η συνάρτηση συσχέτισης πρώτου βαθμού ορίζεται ως

$$\begin{aligned} G^{(1)}(z_1, t_1; z_2, t_2) &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{+\tau} E_0^2 e^{-ik(z_2 - z_1)} e^{i(t_2 - t_1)\omega_0} dt = \\ &= E(z_1)E^*(z_2) = E_0^2 e^{i\omega\tau} \end{aligned} \quad (\text{II-26})$$

Συνεπώς η κανονικοποιημένη συνάρτηση συσχέτισης πρώτου βαθμού θα ορίζεται ως

$$g^{(1)}(z_1, t_1; z_2, t_2) = \frac{G^{(1)}(z_1, t_1; z_2, t_2)}{\langle \{I_1\} \langle I_2 \rangle \rangle^{1/2}} = \frac{E_0^2 e^{i\omega\tau}}{E_0^2} = e^{i\omega\tau} \quad (\text{Π-27})$$

όπου  $\tau = t_2 - t_1 - \frac{z_2 - z_1}{c}$ . Επομένως το μέτρο της κανονικοποιημένης

συνάρτησης συσχέτισης πρώτου βαθμού θα είναι  $|g^{(1)}| = 1$ , όπως φαίνεται και στην εικόν 36, και δηλώνει τέλεια χωρική και χρονική συμφωνία πρώτου βαθμού. Αυτό συμβαίνει σε ένα laser που λειτουργεί σε ένα εγκάρσιο τρόπο ταλάντωσης (συνήθως τον TEM<sub>00</sub>) και μία συχνότητα συντονισμού του (ένα διαμήκη τρόπο ταλάντωσης).

Το laser χαρακτηρίζεται επί πλέον και από συμφωνία τάξης ανώτερης από την πρώτη. Η συνάρτηση συμφωνίας 2<sup>ου</sup> βαθμού ορίζεται από τη σχέση

$$g^{(2)}(r_1 t_1; r_2 t_2; r_1 t_1; r_2 t_2) = \frac{\langle E(\vec{r}_1, t_1) E(\vec{r}_2, t_2) E^*(\vec{r}_1, t_1) E^*(\vec{r}_2, t_2) \rangle}{\langle |E(\vec{r}_1, t_1)|^2 \rangle \langle |E(\vec{r}_2, t_2)|^2 \rangle} \quad (\text{Π-28})$$

Ενώ γενικά η συνάρτηση συμφωνίας n βαθμού ορίζεται από τη σχέση<sup>16</sup>

$$g^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \frac{G(x_1, x_2, \dots, x_{2n})}{\prod_{i=1}^{2n} [G^{(1)}(x_i, x_i)]^{1/2}} \quad (\text{Π-29})$$

όπου  $x_i = (\vec{r}_i, t_i)$ .

Όταν γνωρίζουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου,  $E(r, t)$ , είναι δυνατόν να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση συμφωνίας  $g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ . Το αντίθετο δεν αληθεύει εν γένει. Δεν είναι δυνατόν δηλαδή να προσδιορισθεί το σήμα  $E(r, t)$  αν γνωρίζουμε την  $G^{(1)}$  για αυτό το πεδίο. Κάτι τέτοιο θα ήταν εφικτό μόνο αν θα ήταν γνωστές οι συναρτήσεις συμφωνίας όλων των βαθμών,  $G^{(n)}$ .

<sup>16</sup> Το σύμβολο 'Π' υποδηλώνει το γινόμενο των αντίστοιχων συναρτήσεων.

Στην περίπτωση που το ηλεκτρικό πεδίο χαρακτηρίζεται από πλήρη συμφωνία πρώτης τάξης, η αντίστοιχη συνάρτηση συσχέτισης μπορεί να γραφεί σαν το γινόμενο του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  στις δύο συντεταγμένες  $x_1, x_2$

$$G(x_1, x_2) = E(x_1)E^*(x_2) \quad (\text{Π-30})$$

Ανάλογα ορίζεται ένα τελείως σύμφωνο ηλεκτρικό πεδίο, εκείνο για το οποίο η  $G^{(n)}$  παραγοντοποιείται για κάθε  $n$ , δηλαδή

$$G^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \prod_{r=1}^n E(x_r) \cdot \prod_{k=n+1}^{2n} E^*(x_k) \quad (\text{Π-31})$$

Στην περίπτωση αυτή ισχύει για κάθε  $n$  ότι

$$\left| g^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) \right| = 1 \quad (\text{Π-32})$$

Στην ειδική περίπτωση όπου  $x_1 = x_2 = \dots = x_{2n} = x$ , ισχύει ότι

$$G^{(n)}(x, x, \dots, x) = G^{(1)}(x, x)^n \quad (\text{Π-33})$$

Αντίθετα αν το πεδίο είναι τελείως ασύμφωνο, η συνάρτηση συσχέτισης αναλύεται ως εξής

$$G^{(n)}(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{2n}) = \sum G^{(1)}(x_1, x_{n+1}) \dots \sum G^{(1)}(x_n, x_{2n}) \quad (\text{Π-34})$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλους τους δυνατούς συνδιασμούς των δεικτών από 1 έως  $n$  (που είναι  $n!$  τον αριθμό). Αν πάλι  $x_1 = x_2 = \dots = x_{2n} = x$ , τότε

$$G^{(n)}(x, x, \dots, x) = n! \left[ G^{(1)}(x, x) \right]^n \quad (\text{Π-35})$$

Μία μία συμβατική φωτεινή πηγή (π.χ. η λυχνία Hg) δίνει τελείως ασύμφωνο φως, το οποίο μπορεί με τέχνασμα να αποκτήσει χωρική συμφωνία αλλά όμως μόνο πρώτης τάξης. Με ποιά τεχνάσματα μπορεί να επιτευχθεί αυτό πρακτικά αναφέρεται στη σελίδα 8. Επομένως, συγκρίνοντας το ιδανικό φως ενός laser και το συμβατικό μίας λυχνίας Hg μπορεί να βρεθεί ότι έχουν τον ίδιο βαθμό χωρικής και χρονικής συμφωνίας πρώτης τάξης. Αυτό δεν σημαίνει όμως ότι τα ηλεκτρικά πεδία των δύο φωτεινών πηγών έχουν και τα άλλα

χαρακτηριστικά τους όμοια, δηλαδή τον ίδιο βαθμό συμφωνίας σε ανώτερη τάξη.

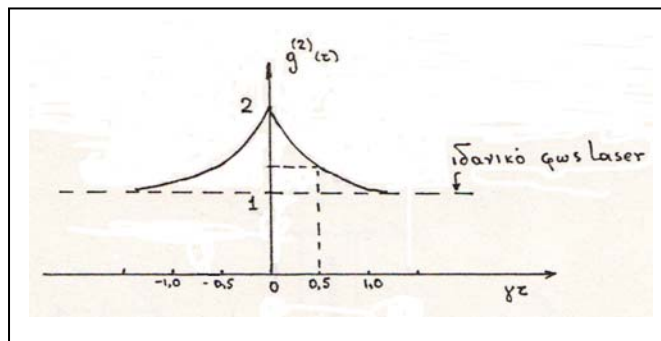
### Στατιστική μιάς χαώδους φωτεινής πηγής

Το ηλεκτρικό πεδίο μιάς χαώδους φωτεινής πηγής (όπως π.χ. είναι αυτό που προέρχεται από σκεδαζόμενο φως laser στην ύλη) υπακούει στατιστική Γκαουσιανής μορφής<sup>17</sup>. Η συνάρτηση πιθανότητας αυτού του πεδίου είναι

$$P(E) = \frac{1}{\pi \langle |E|^2 \rangle} \exp \left( -\frac{|E|^2}{\langle |E|^2 \rangle} \right) \quad (\text{Π-35})$$

Στις ειδικές αυτές περιπτώσεις ασύμφωνης πηγής, η κανονικοποιημένη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού,  $g^{(1)}$ , συνδέεται με την αντίστοιχη δευτέρου βαθμού,  $g^{(2)}$ , μέσω της σχέσης του Siegert

$$g^{(2)}(t, t + \tau) = 1 + |g^{(1)}(t, t + \tau)|^2 \quad (\text{Π-36})$$



**Εικόνα 37.** Κανονικοποιημένη συνάρτηση συσχέτισης δευτέρου βαθμού χαώδους φωτεινής πηγής Λορεντζιανής φασματικής κατανομής, συγκρινόμενο με φως laser μιάς συχνότητας και μιάς μόνο TEM<sub>nlm</sub>.

<sup>17</sup> Όπως έχει αποδείχθει από τον λόρδο Rayleigh το 1880 για σκεδαζόμενο φως που προέρχεται από τελείως ανεξάρτητα σκεδάζοντα σωμάτια.

Από την (Π-36), γνωρίζοντας την  $g^{(2)}(t, t + \tau)$ , υπολογίζεται η  $\gamma^{(1)}(\tau)$  και κατά συνέπεια η φασματική συνάρτηση του πεδίου  $P(\omega)$  μέσω της ισοδύναμης της (Π-24) για τα  $g(\tau)$ , &  $g(\omega)$ .

Εάν η διεύρυνση φασματικής γραμμής έχει Λορεντζιανή κατανομή, ενώ το πεδίο είναι ασύμφωνο (Γκαουσιανής κατανομής)<sup>18</sup>, ο βαθμός συμφωνίας 1<sup>ου</sup> βαθμού αποσβαίνει εκθετικά όπως δείχνει η εικόνα 36. Με τη βοήθεια της σχέσης του Siegert μπορεί να παρασταθεί γραφικά και η  $g^{(2)}(\tau)$  σαν συνάρτηση του χρόνου καθυστέρησης  $\tau$ , εικόνα 37. Από αυτά τα διαγράμματα φαίνεται ότι για ένα ιδανικό φως laser  $g^{(1)} = g^{(2)} = 1$  για κάθε χρονική διαφορά  $\tau$ .

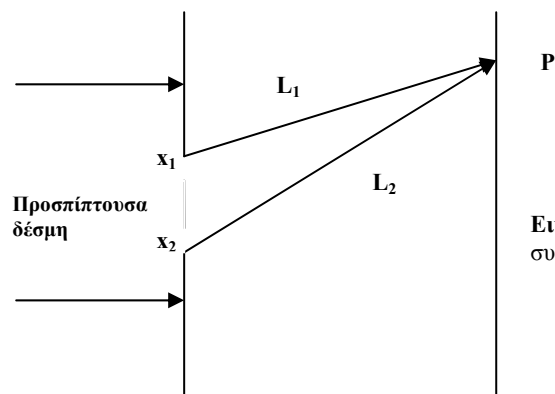
## Μέτρηση της συνάρτησης συμφωνίας

### Χωρική Συμφωνία

Ο βαθμός χωρικής συμφωνίας μιάς φωτεινής δέσμης,  $|\gamma_{12}^{(1)}(x_1, x_2)|$ , υπολογίζεται με το συμβολόμετρο του Young, ενώ ο βαθμός χρονικής συμφωνίας,  $|\gamma^{(1)}(\tau)|$ , με το συμβολόμετρο του Michelson. Το συμβολόμετρο του Young αποτελείται από ένα πέτασμα που φέρει δύο μικρές οπές σε μικρή απόσταση μεταξύ τους, εικόνα 38. Το φως που περνά από τις δύο οπές,  $x_1$  &  $x_2$ , συμβάλλει και οι κροσσοί συμβολής παρατηρούνται πάνω σε δεύτερο πέτασμα. Έτσι, οι κροσσοί στο τυχόν σημείο P του πετάσματος αυτού προέρχονται από τη συμβολή κυμάτων που διέρχονται μέσα από τις οπές  $x_1$  &  $x_2$  τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές  $t - L_1/c$ ,  $t - L_2/c$ .

<sup>18</sup> Δες σελίδα 32





Εικόνα 38. Σχηματικό διάγραμμα συμβολόμετρου του Young

Όσο μεγαλύτερη η συμφωνία ανάμεσα στα δύο κύματα (και μεγαλύτερος ο βαθμός συσχέτισης των ηλεκτρικών πεδίων) τόσο εντονότερη η αντίθεση εντάσεων στους κροσσούς, όπου η ένταση εναλλάσσεται από έντονο φως σε πλήρες σκοτάδι.

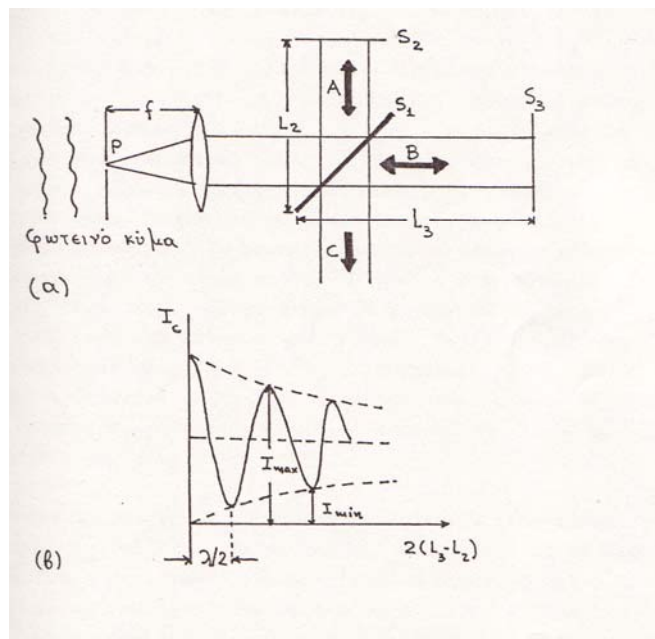
Η ευκρίνεια των κροσσών,  $V(P)$ , στο τυχόν σημείο P ορίζεται με την σχέση

$$V(P) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (\text{Π-37})$$

όπου  $I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  η μέγιστη και ελάχιστη ένταση, αντίστοιχα, που καταγράφεται στο πέτασμα από τη συμβολή των δύο κυμάτων. Αν η ελάχιστη ένταση στον σκοτεινό κροσσό είναι μηδέν,  $I_{\min} = 0$ , τότε  $V(P) = 1$  και τα κύματα που συμβάλλουν έχουν τέλεια συμφωνία. Αν πάλι δεν υφίσταται συμφωνία φάσης ανάμεσα στα κύματα που εκπέμπονται από τα σημεία  $x_1$  &  $x_2$  της μετωπικής επιφάνειας του προσπίπτοντος κύματος, τότε  $I_{\max} = I_{\min}$  και  $V(P) = 0$ , που σημαίνει ότι δεν διακρίνονται κροσσοί. Η ευκρίνεια των κροσσών, επομένως, συνδέεται με την χωρική συμφωνία της αρχικής δέσμης και μάλιστα συνδέεται με το βαθμό συμφωνίας μέσω της

$$V(P) = \left| \gamma^{(1)}(x_1, x_2, \tau) \right| \quad (\text{Π-38})$$

Για να μετρηθεί ο βαθμός χωρικής συμφωνίας  $|\gamma^{(1)}(x_1, x_2)|$ , αρκεί να μετρηθούν τα  $I_{\max}, I_{\min}$  γύρω από τη θέση όπου  $L_1 = L_2 = L$  και όπου τα δύο κύματα φθάνουν στο πέτασμα συγχρόνως χωρίς χρονική καθυστέρηση,  $\tau$ , τη χρονική στιγμή  $t - L/c$ .

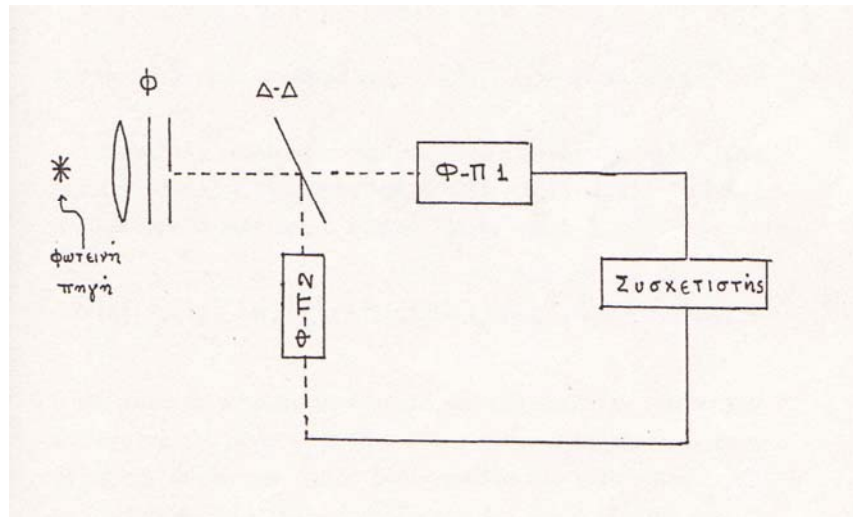


Εικόνα 39 Σχηματικό διάγραμμα συμβολόμετρου Michelson

### Χρονική Συμφωνία

Ο βαθμός χρονικής συμφωνίας μετριέται με το συμβολόμετρο του Michelson, εικόνα 39. Έστω ότι μας ενδιαφέρει η συμφωνία στο σημείο  $P$  της μετωπικής επιφάνειας του φωτεινού κύματος που προσπίπτει σε πέτασμα, το οποίο έχει μία μικροσκοπική οπή στη θέση  $P$ , εικόνα 39. Μπροστά από το πέτασμα υπάρχει ένας συγκλίνοντας φακός σε απόσταση ίση με την εστιακή απόσταση του που

μετατρέπει το προσπίπτον σφαιρικό κύμα σε επίπεδο. Το επίπεδο κύμα στη συνέχεια πέφτει σε ένα κάτοπτρο  $S_1$ , με ανακλαστικότητα 50% που το διαχωρίζει σε δύο κύματα: αυτό που ανακλάται, το A, & αυτό που διέρχεται, το B. Τα δύο κύματα ανακλώνται πάνω στα κάτοπτρα  $S_2$  &  $S_3$  (με 100% ανακλαστικότητα) και επανασυνδέονται για να σχηματίσουν το κύμα C. Καθώς τα κύματα A & B συμβάλλουν η ένταση της ακτινοβολίας στη διεύθυνση C θα εμφανίζει μέγιστα και ελάχιστα (κροσσούς) ανάλογα με το αν η διαφορά δρόμου  $2 \cdot (L_3 - L_2)$ , είναι άρτιο ή περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος:  $2 \cdot (L_3 - L_2) = n \lambda / 2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Κροσσούς θα παρατηρούμε εφόσον η διαφορά  $2 \cdot (L_3 - L_2)$  είναι μικρότερη από τη χαρακτηριστική τιμή  $\lambda_c$  του μήκους συμφωνίας, ώστε τα δύο κύματα να μην είναι τελείως άσχετα (ασύμφωνα) μεταξύ τους ως προς τη φάση. Συμβατικά το μήκος συμφωνίας (coherence length) ορίζεται σαν την απόσταση για την οποία ο βαθμός συμφωνίας  $|\gamma^{(1)}|$  πέφτει στο μισό της μέγιστης τιμής της, εικόνα 35. Ισχύει ότι



**Εικόνα 40.** Σχηματικό διάταξη του πειράματος Hanbury-Brown & Twiss για τον προσδιορισμό της συνάρτησης συσχέτισης 2<sup>ου</sup> βαθμού,  $G^{(2)}$ .

και εδώ ότι  $V(P) = \left| \gamma^{(1)} \right|$ . Επομένως, το  $\lambda_\sigma$  θα είναι η απόσταση  $2 \cdot (L_3 - L_2)$  για την οποία στην εικόνα 35 ο βαθμός συμφωνίας  $\left| \gamma^{(1)} \right|$  πέφτει στο μισό της τιμής του, για  $L_3 = L_2$ . Όταν βρεθεί το μέγεθος  $\lambda_\sigma$ , υπολογίζεται και ο χρόνος συμφωνίας  $\tau_\sigma = \lambda_\sigma / c$ . Με το πείραμα του Michelson υπολογίζεται ο βαθμός συμφωνίας ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, σε ένα τυχόν σημείο του P δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά  $\tau$ . Υπολογίζεται δηλαδή η χρονική συμφωνία του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Η συνάρτηση συσχέτισης δευτέρου βαθμού  $G^{(2)}$  υπολογίζεται με το συμβολόμετρο εντάσεων κυμάτων των Hanbury-Brown & Twiss, εικόνα 40. Η χαώδης φωτεινή πηγή εκπέμπει φως που μπορεί να κατανέμεται σε ευρύ φάσμα συχνοτήτων. Το φίλτρο Φ περιορίζει το εύρος του φάσματος ενώ ο συγκλινών φακός συλλέγει το φως της πηγής και το εστιάζει πάνω στη μικροσκοπική οπή του διαφράγματος μπροστά από το φίλτρο. Ο διαχωριστής δέσμης ( $\Delta$ - $\Delta$ ) χωρίζει την αρχική δέσμη σε δύο άλλες δέσμες που έχουν την ίδια μέση τιμή έντασης ( $\bar{I}$ ) κατά την διάρκεια ενός μεγάλου χρονικού διαστήματος. Οι δύο ανιχνευτές/φωτοπολλαπλασιαστές, Φ-Π 1 & Φ-Π 2, έχουν τοποθετηθεί σε διαφορετικές αποστάσεις από τον  $\Delta$ - $\Delta$  και μετρούν τις εντάσεις των δύο φωτεινών δεσμών, δηλαδή τον αριθμό φωτονίων που πέφτουν επάνω τους σε δεδομένο χρόνο.

Η ένταση της κάθε μιάς από τις δύο δέσμες δεν παραμένει σταθερή μέσα σε μικρές χρονικές περιόδους. Έστω ότι η μέση τιμή της κατά τη διάρκεια μιάς περιόδου διακύμανσης είναι  $\bar{I}(r, t)$ . Άρα η διακύμανση της μέσης κατά περίοδο έντασης γύρω από τη μέση (σταθερή) τιμή της,  $\bar{I}$ , θα είναι  $\bar{I}(r_1, t) - \bar{I}$ ,  $\bar{I}(r_2, t) - \bar{I}$  για κάθε μία από τις φωτεινές δέσμες. Ο συσχετιστής συγκρίνει τις δύο αυτές διακυμάνσεις έντασης κάθε μιάς δέσμης για ένα μεγάλο αριθμό χρονικών στιγμών  $t_1$  και  $t_2 = t_1 + \tau$  και υπολογίζει τον μέσο όρο

$$\langle (\bar{I}(r_1, t) - \bar{I})(\bar{I}(r_2, t) - \bar{I}) \rangle \quad (\text{Π-39})$$

Η (Π-39) γράφεται και

$$\langle (\bar{I}(r_1, t) - \bar{I})(\bar{I}(r_2, t) - \bar{I}) \rangle = \langle \bar{I}(r_1, t)\bar{I}(r_2, t) \rangle - \bar{I}^2 \quad (\text{Π-40})$$

εφόσον το  $\bar{I}$  είναι σταθερό και  $\langle \bar{I}(r_1, t) \rangle = \langle \bar{I}(r_2, t) \rangle = \bar{I}$ . Ο συσχετιστής, επομένως, συγκρίνει εντάσεις και όχι πεδία, όπως δείχνει η (Π-40). Στην πράξη η  $\langle \bar{I}(r_1, t)\bar{I}(r_2, t) \rangle$  είναι η συνάρτηση συσχέτισης 2<sup>ου</sup> βαθμού, σχέση (Π-28), εφόσον

$$G^{(2)}(r_1 t_1, r_2 t_2) = \langle E(\vec{r}_1, t_1) E^*(\vec{r}_1, t_1) E(\vec{r}_2, t_2) E^*(\vec{r}_2, t_2) \rangle = \langle \bar{I}_1 \bar{I}_2 \rangle \quad (\text{Π-41})$$

Ο συσχετιστής μετράει τα φωτόνια που φθάνουν στην είσοδο του στη μονάδα του χρόνου. Μετά από ένα χρονικό διάστημα  $\tau$ , ξαναμετράει τον αριθμό των φωτονίων στη μονάδα του χρόνου και συγκρίνει τις δύο αυτές τιμές πολλαπλασιάζοντας τη μία με την άλλη και υπολογίζοντας τη μέση τιμή πολλών τέτοιων γινομένων. Το αποτέλεσμα είναι η τιμή της συνάρτησης συσχέτισης 2<sup>ου</sup> βαθμού για χρονική περίοδο καθυστέρησης  $\tau$ , όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω.

## 7. Βιβλιογραφία

1. S. Ezekiel, Video Demonstrations in Lasers and Optics, MIT, (1990)
2. Chandra S Vikram: Particle Field Holography, Cambridge Studies in Modern Optics, Cambridge University Press, 1992
3. A. Yariv, Quantum Electronics, John Wiley & Sons, Inc., New York (1975)
4. A. Yariv, "Introduction to Optical Electronics" Holt, Rinehart and Winston, (1976)
5. Orazio Zvelto, "Principles of Lasers, Plenum Press, (1982)
6. B. Chu, "Laser Light Scattering", Academic Press, (1974)
7. H. Kragh. Max Planck: The reluctant revolutionary, Physics World, 13 (12), 31-35 (2000).
8. K. Mendelssohn, The Quest for absolute zero. The meaning of low temperature Physics. (Taylor and Francis Ltd, London 1977)
9. A. Pais, Subtle is the Lord...: The Science and the Life of Albert Einstein (Oxford University Press, Oxford 1982)