

ΕΙΣΟΣΤΕΙΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΤΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ

ΔΙΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.

ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ RABI.

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ (RWA, Rotating Wave Approximation)

Είχαμε καταλήξει στο γραμμικό Σύστημα Διαφορικών Εξισώσεων της τρέφω

$$\dot{C}_k(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_k C_k(t) e^{i(\Omega_k - \Omega_k)t} U_{ekk}(t)$$

Θα το λύσουμε για $\Delta\Sigma$

Χρησιμοποιούμε $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$

Είχαμε βρεί έτοιμοι

$$U_{ekk}(t) = \begin{cases} -\beta E_0 \cos \omega t, & k \neq k' \\ 0, & k = k' \end{cases}$$

$$\beta = \beta_{21} = \beta_{221} = -e z_{21} = -e z_{12} = \beta_{12}$$

κάνουμε την προσέγγιση διπόλου,

τη δικαιολογούμε για $|\vec{r}| \sim a_0$ και άπταιστές μήκιν κύματος ($\lambda \gg a_0$)

ω : η κυκλική συχνότητα του μονοχρωματικού φωτός, με μέγεθος ίσο κυρίως κώπος

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + U_E(\vec{r}, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\Psi(\vec{r}, 0) = \Phi(\vec{r}) = \sum_k c_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k c_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})$$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$E_k = \hbar \Omega_k$$

(k'=1) $\dot{C}_1(t) = -\frac{i}{\hbar} C_1(t) e^{i(\Omega_1 - \Omega_1)t} U_{E11}(t) - \frac{i}{\hbar} C_2(t) e^{i(\Omega_1 - \Omega_2)t} U_{E12}(t)$

$$\dot{C}_1(t) = +\frac{i}{\hbar} C_2(t) e^{-i\Omega t} \beta E_0 \cos \omega t = \frac{i\beta E_0}{\hbar} C_2(t) e^{-i\Omega t} \cos \omega t$$

(k'=2) $\dot{C}_2(t) = -\frac{i}{\hbar} C_1(t) e^{i(\Omega_2 - \Omega_1)t} U_{E21}(t) - \frac{i}{\hbar} C_2(t) e^{i(\Omega_2 - \Omega_2)t} U_{E22}(t)$

$$\dot{C}_2(t) = +\frac{i}{\hbar} C_1(t) e^{i\Omega t} \beta E_0 \cos \omega t = \frac{i\beta E_0}{\hbar} C_1(t) e^{i\Omega t} \cos \omega t$$

$$\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$$

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} C_2(t) e^{-i\Omega t} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} C_1(t) e^{i\Omega t} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} \left[e^{i(\omega-\Omega)t} + e^{-i(\omega+\Omega)t} \right] C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} \left[e^{i(\omega+\Omega)t} + e^{-i(\omega-\Omega)t} \right] C_1(t)$$

$\Delta := \omega - \Omega$
 άπουρονοισμός
 detuning

Αν το ω του ΗΜ πεδίου ταιριάζει άρκετά με την έπιφθετική διαφορά των δύο σταθμών $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1$

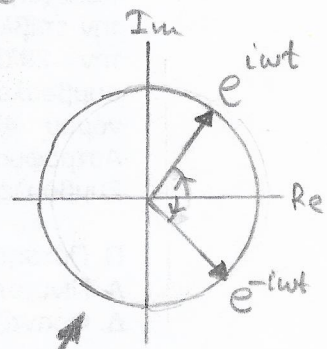
$$\omega \sim \Omega := \Omega_2 - \Omega_1$$

κωπύ να είναι άποχρωτικός να ταυίζονται...

\Rightarrow $\omega + \Omega$ μεγάλο δψισυχρο
 $\omega - \Omega$ μικρό χαμηλόσυχρο

Οι όροι $e^{-i(\omega+\Omega)t}$ και $e^{i(\omega+\Omega)t}$ είναι γρήγοροι όροι

Άρα, σε οποδήποτε άξιοσημείωση χρονική κλίμακα, οι γρήγοροι αυτές ταλαντώσεις θα έχουν, κατά μέσο όρο, μηδενική ή περίπου μηδενική επίδραση στο άποτέλεσμα.



πρόελευση άπόματος

RWA Rotating Wave Approximation : Άγνοούμε αυτούς τους γρήγορους όρους
 Προέγγιση Περίσφιέρφμενου Κώματος

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} e^{i\Delta t} C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} e^{-i\Delta t} C_1(t)$$

$$\dot{C}_1(t) = -\frac{i}{2} \Omega_R e^{i\Delta t} \cdot C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i}{2} \Omega_R e^{-i\Delta t} \cdot C_1(t)$$

(μολύβι)
 $\arg \phi > 0$

(μολύβι)
 $\phi < 0$
 \star

δρίσαμε

$\Delta := \omega - \Omega$	άποσυntonισμός detuning
$\Omega_R := \frac{-\phi E_0}{\hbar} > 0$	συχνότητα Rabi

~~~~~ → χρονίως  
 εξαρτώμενοι  
 συντελεστές

$\Delta$  εκφράζει την διαφορά μεταξύ  
 $\omega$  ΗΜ πεδίου και

$$\Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$$

$\Omega_R$  εκφράζει την ισχύ της διαταραχής  
 ορίζεται πάντοτε θετικά

Θα κάνουμε ένα μετασχηματισμό για να πάρουμε ωσμιες διαφ.εφ.  
 με χρονίως ζτφίτητους συντελεστές

$$\textcircled{M} \begin{cases} C_1(t) = \tilde{C}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \Rightarrow \dot{C}_1(t) = \dot{\tilde{C}}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} + \tilde{C}_1(t) \frac{i\Delta}{2} e^{\frac{i\Delta t}{2}} \\ C_2(t) = \tilde{C}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \Rightarrow \dot{C}_2(t) = \dot{\tilde{C}}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} + \tilde{C}_2(t) \left(-\frac{i\Delta}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \end{cases}$$

$$\dot{\tilde{C}}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} + \tilde{C}_1(t) \frac{i\Delta}{2} e^{\frac{i\Delta t}{2}} = -\frac{i}{2} \Omega_R e^{\frac{i\Delta t}{2}} \tilde{C}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}}$$

$$\dot{\tilde{C}}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} + \tilde{C}_2(t) \left(-\frac{i\Delta}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} = \frac{i}{2} \Omega_R e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \tilde{C}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}}$$

$$\dot{\tilde{C}}_1(t) = -\frac{i\Delta}{2} \tilde{C}_1(t) - \frac{i\Omega_R}{2} \tilde{C}_2(t)$$

$$\dot{\tilde{C}}_2(t) = \frac{i\Omega_R}{2} \tilde{C}_1(t) - \frac{i\Delta}{2} \tilde{C}_2(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{C}}_1(t) \\ \dot{\tilde{C}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{i\Delta}{2} & -\frac{i\Omega_R}{2} \\ \frac{i\Omega_R}{2} & -\frac{i\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{C}_1(t) \\ \tilde{C}_2(t) \end{bmatrix}$$



Είδηζουμε το διάνυσμα

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{\vec{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{C}_1(t) \\ \dot{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

και υποθέτουμε

$$\tilde{A} := \begin{bmatrix} -\frac{i\Delta}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{i\Omega_R}{2} & \frac{i\Delta}{2} \end{bmatrix} := -iA \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}$$

Όπότε το  $\dot{\vec{x}}$  γράφεται

$$\dot{\vec{x}}(t) = \tilde{A} \vec{x}(t) = -iA \vec{x}(t)$$

Αν δοκιμάσουμε λύσεις της μορφής

$$\vec{x}(t) = \vec{v} e^{\tilde{\lambda} t}$$

$$\vec{v} \tilde{\lambda} e^{\tilde{\lambda} t} = \tilde{A} \vec{v} e^{\tilde{\lambda} t}$$

$$\tilde{A} \vec{v} = \tilde{\lambda} \vec{v}$$

$$\Rightarrow \boxed{A \vec{v} = \lambda \vec{v}} \quad \text{με} \quad \tilde{\lambda} = -i\lambda$$

Δηλαδή το πρόβλημα ανάγεται σε ένα πρόβλημα ιδιοτιμών από τη λύση του οποίου θα προκύψουν τα κανονικοποιημένα ιδιοανώματα  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές  $\lambda_1, \lambda_2$

Έχοντας ελέγξει ότι τα  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  είναι γραμμικά ανεξάρτητα, η λύση του προβλήματος είναι

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^2 c_k \vec{v}_k e^{-i\lambda_k t} \quad \tilde{\lambda}_k = -i\lambda_k$$

Από τις αρχικές συνθήκες βρίσκουμε το  $c_k$

Πρώτα πρώτα, έχουμε, οι βροδμητι ιδιοτιμητι

$$A\vec{u} = \lambda\vec{u} \Rightarrow A\vec{u} = \lambda I\vec{u} \Rightarrow (A - \lambda I)\vec{u} = 0$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} + \frac{\Omega_R}{2} & 0 \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} - \lambda & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{\Delta}{2} - \lambda & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-\left(\frac{\Delta}{2} - \lambda\right)\left(\frac{\Delta}{2} + \lambda\right) - \frac{\Omega_R^2}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$-\left(\frac{\Delta^2}{4} - \lambda^2\right) - \frac{\Omega_R^2}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda^2 = \frac{\Omega_R^2}{4} + \frac{\Delta^2}{4} = \frac{\Omega_R^2 + \Delta^2}{4}$$

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}}{2}$$

Ενω στην περιπτωση συντονισμου ( $\Delta = 0$ )

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{|\Omega_R|}{2} = \pm \frac{\Omega_R}{2}$$

οριζεται παντοτε θετικος  $\Omega_R > 0$

Παρακατω θα χρησιμοποιησουμε αρχικη συνθηκη  $C_1(0) = 1, C_2(0) = 0$

λογω της  $M$   
 $C_1(\varphi) = 1, C_2(\varphi) = 0$



αρχικη το ηλεκτρονο βρισκεται στην κενω μεση

ΛΥΣΗ για  $\Delta=0$

$\lambda_{2,1} = \pm \frac{|\Omega_R|}{2} = \pm \frac{\Omega_R}{2}$   $\downarrow$   $\Omega_R$  πάντοτε θετική

• για  $\lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & \frac{\Omega_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Omega_R}{2} U_{11} - \frac{\Omega_R}{2} U_{21} = 0 \\ -\frac{\Omega_R}{2} U_{11} + \frac{\Omega_R}{2} U_{21} = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow U_{11} = U_{21} = k$

$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} k \\ k \end{bmatrix}$   $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 = 1 \Rightarrow 2|k|^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\vec{V}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  το ιδιοάνομα που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή  $\lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2}$

• για  $\lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{\Omega_R}{2} U_{12} - \frac{\Omega_R}{2} U_{22} = 0 \\ -\frac{\Omega_R}{2} U_{12} - \frac{\Omega_R}{2} U_{22} = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$U_{12} = -U_{22} = -k$

$\vec{V}_2 = \begin{bmatrix} k \\ -k \end{bmatrix}$   $\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2 = 1 \Rightarrow 2|k|^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\vec{V}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  το ιδιοάνομα που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή  $\lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2}$

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} \Phi_1(t) \\ \Phi_2(t) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^2 c_k \vec{u}_k e^{-i\lambda_k t} =$$

$$= c_1 \vec{u}_1 e^{-i\lambda_1 t} + c_2 \vec{u}_2 e^{-i\lambda_2 t}$$

$$= c_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{+i\frac{\Omega_0}{2} t} + c_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-i\frac{\Omega_0}{2} t} \Rightarrow$$

( $\Delta=0$ )

$$\begin{bmatrix} C_1(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \\ C_2(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i\Omega_0 t}{2}} + \frac{c_2}{\sqrt{2}} e^{-\frac{i\Omega_0 t}{2}} \\ \frac{c_1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i\Omega_0 t}{2}} - \frac{c_2}{\sqrt{2}} e^{-\frac{i\Omega_0 t}{2}} \end{bmatrix}$$

$C_1(0) = 1$     $C_2(0) = 0$    dpximij svdrilun  $\underline{\underline{\bullet}}$

$$\left. \begin{aligned} 1 &= \frac{c_1 + c_2}{\sqrt{2}} \\ 0 &= \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} c_1 &= c_2 = c \quad \text{kar} \quad \frac{2c}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow c = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Onište

$$C_1(t) = \frac{1}{2} e^{\frac{i\Omega_0 t}{2}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{i\Omega_0 t}{2}} = \cos\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right)$$

$$C_2(t) = \frac{1}{2} e^{\frac{i\Omega_0 t}{2}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{i\Omega_0 t}{2}} = i \sin\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right)$$

APA

$$P_1(t) = |C_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right)$$

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$|C_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{\cos(\Omega_R t) + 1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\Omega_R t)$$

$$|C_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\Omega_R t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega_R}$$

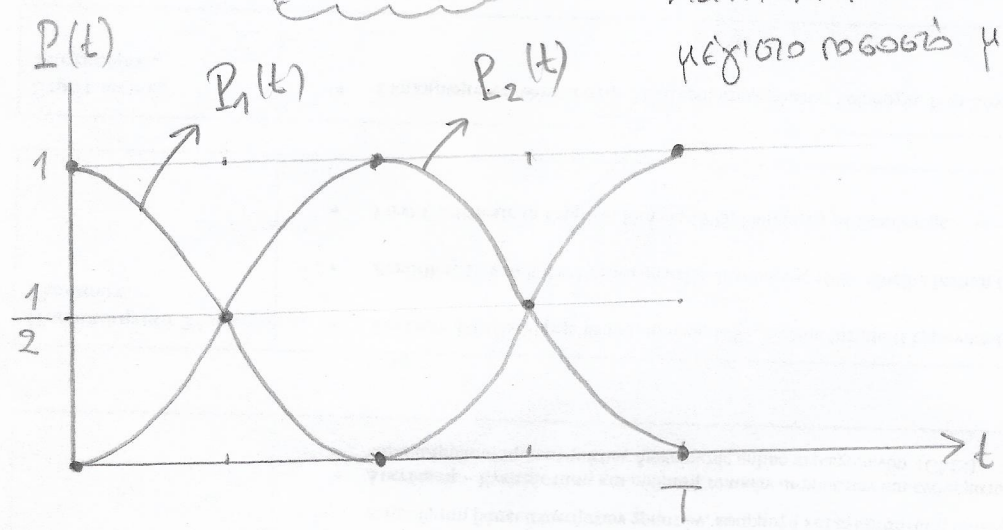
περίοδος ταλαντώσεων

στο  
συντονισμό  
( $\Delta = 0$ )

$$A = 1$$

~~η/ήτοι ταλαντώσεων~~  
maximum transfer percentage (P)  
μέγιστο ποσοστό μεταβιβάσεως

**SOS**  
ΝΑ ΔΙΔΡΑΞΕΙ  
Κ ΣΤΟ ΠΙΣΤΩ



$$\langle |C_1(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle |C_2(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

maximum transfer rate

$$\frac{d_2}{T} = \frac{1 \cdot \Omega_R}{2\pi} = \frac{\Omega_R}{2\pi}$$

όπως  
 $t_{2mean}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\Omega_R t_{2mean}) \Rightarrow \cos(\Omega_R t_{2mean}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Omega_R t_{2mean} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_{2mean} = \frac{\pi}{2\Omega_R}$$

μέσος ρυθμός μεταβιβάσεως  
mean transfer rate

$$k = \frac{\langle |C_2(t)|^2 \rangle}{t_{2mean}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{2\Omega_R}} = \frac{\Omega_R}{\pi} \quad \frac{k}{\frac{d_2}{T}} = 2 \Rightarrow k = 2 \frac{d_2}{T}$$



$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^2 c_k \vec{u}_k e^{-i\lambda_k t} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix} = c_1 \vec{u}_1 e^{-i\lambda_1 t} + c_2 \vec{u}_2 e^{-i\lambda_2 t}$$

π.χ

$$\begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 u_{11} e^{-i\lambda_1 t} + c_2 u_{12} e^{-i\lambda_2 t} \\ c_1 u_{21} e^{-i\lambda_1 t} + c_2 u_{22} e^{-i\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$

$$|A_1(t)|^2 = (c_1 u_{11} e^{-i\lambda_1 t} + c_2 u_{12} e^{-i\lambda_2 t}) (c_1^* u_{11}^* e^{i\lambda_1 t} + c_2^* u_{12}^* e^{i\lambda_2 t})$$

$$|A_1(t)|^2 = |c_1|^2 |u_{11}|^2 + c_1 u_{11} c_2^* u_{12}^* e^{i(\lambda_2 - \lambda_1)t} + c_2 u_{12} c_1^* u_{11}^* e^{i(\lambda_1 - \lambda_2)t} + |c_2|^2 |u_{12}|^2$$

Av  $c_k, \vec{u}_k$  είναι πραγματικά

$$e^{ix} + e^{-ix} = \frac{\cos x + i \sin x + \cos x - i \sin x}{\cos x - i \sin x + \cos x + i \sin x} = 2 \cos x$$

$$|A_1(t)|^2 = \underbrace{c_1^2 u_{11}^2 + c_2^2 u_{12}^2}_{=1} + 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} \cos[(\lambda_2 - \lambda_1)t] \quad \omega = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$|A_1(t)|^2 = c_1^2 u_{11}^2 + c_2^2 u_{12}^2 + 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} \cos \omega t \quad \frac{2\pi}{T} = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$1 = \underbrace{c_1^2 u_{11}^2 + c_2^2 u_{12}^2}_{=1} + 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} \quad \text{Α.Σ.} \quad T = \frac{2\pi}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$|A_1(t)|^2 = 1 - 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} + 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} \cos \omega t$$

$$|A_1(t)|^2 = 1 + 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} (\cos \omega t - 1)$$

$$-1 \leq \cos \omega t \leq 1$$

$$-2 \leq \cos \omega t - 1 \leq 0$$

$$-4 c_1 u_{11} c_2 u_{12} \leq 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} (\cos \omega t - 1) \leq 0$$

$$1 - 4 c_1 u_{11} c_2 u_{12} \leq 1 + 2c_1 u_{11} c_2 u_{12} (\cos \omega t - 1) \leq 1$$

$$1 - 4 c_1 u_{11} c_2 u_{12} \leq |A_1(t)|^2 \leq 1$$

$$\Rightarrow \phi = \text{maximum transfer percentage} = 4 c_1 u_{11} c_2 u_{12}$$

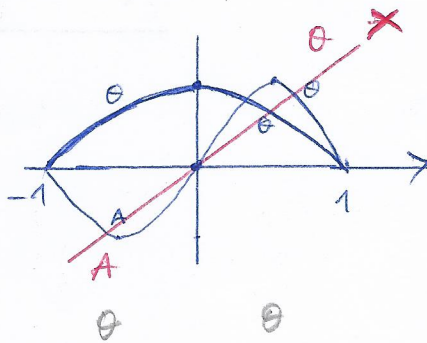
☆  $\frac{\pi \cdot x}{3}$  στο άνω του Η  $\vec{r}_{100210} = 100 \vec{r}_{210} = \frac{2^{15/2}}{3^5} a_0 \hat{z}$

π.χ σε άπειρο βαθμό φρέαρ με  $U(x) = \begin{cases} 0, & -a \leq x \leq a \\ \infty, & |x| > a \end{cases}$

$$\psi_n(x) = \begin{cases} C \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2a} x\right) & n \text{ odd} \\ C \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2a} x\right) & n \text{ even} \end{cases}$$

$$\psi_1(x) = C \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \stackrel{a=1}{=} C \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$

$$\psi_2(x) = C \sin\left(\frac{2\pi x}{2a}\right) \stackrel{a=1}{=} C \cdot \sin(\pi x)$$



$$x_{12} =$$

$$n. \pi. \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \sin(\pi x) \cdot x \, dx = \frac{32}{9\pi^2} > 0$$

$$\int \psi_1^*(x) \times \psi_2(x) \, dx > 0$$