ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΤΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΔΙΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.

ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ RABI.

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ (RWA, Rotating Wave Approximation)

Είχαμε καταλήξει στο Γραμμικό Σύστημα Διαφορικών Εξισώσεων 1ης τάξεως

$$\boxed{\dot{C}_{k'}(t) = \frac{-i}{\hbar}\sum_{k} C_k(t)\, e^{i(\Omega_{k'}-\Omega_k)t}\, U_{\mathcal{E}k'k}(t)}$$

(0)

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + U_{\mathcal{E}}(\vec{r},t)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{r},t)$$

$$\Psi(\vec{r},0) = \Phi(r) = \text{γνωστή}$$

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k f_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_k C_k(t)\, e^{-i\Omega_k t}\,\Phi_k(\vec{r})$$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$E_k = \hbar\Omega_k$$

Θα το λύσουμε για ΔΣ

Ορίζουμε $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \dfrac{E_2 - E_1}{\hbar}$

Είχαμε βρει επίσης

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = \begin{cases} -p\,\mathcal{E}_0\cos\omega t, & k \neq k' \\ 0, & k = k' \end{cases}$$

$$p = p_z = p_{z21} = -e z_{21} = -e z_{12} = p_{z12}$$

$$\vec{\mathcal{E}}(t) = \mathcal{E}_0 \hat{z} \cos\omega t$$

κάναμε την προσέγγιση διπόλου, τη δικαιολογήσαμε για $|\vec{r}| \sim a_0$ και οπτικά μήκη κύματος ($\lambda >> a_0$)

ω: η κυκλική συχνότητα του μονοχρωματικού, πολωμένου ηλεκτρικού κύματος

$k'=1$

$$\dot{C}_1(t) = -\frac{i}{\hbar} C_1(t)\, \underbrace{e^{i(\Omega_1-\Omega_1)t}}_{1}\, \underbrace{U_{\mathcal{E}11}(t)}_{0} - \frac{i}{\hbar} C_2(t)\, e^{i(\Omega_1-\Omega_2)t}\, U_{\mathcal{E}12}(t)$$

$$\dot{C}_1(t) = +\frac{i}{\hbar} C_2(t)\, e^{-i\Omega t}\, p\,\mathcal{E}_0 \cos\omega t = \frac{i p \mathcal{E}_0}{\hbar} C_2(t)\, e^{-i\Omega t} \cos\omega t$$

$k'=2$

$$\dot{C}_2(t) = -\frac{i}{\hbar} C_1(t)\, e^{i(\Omega_2-\Omega_1)t}\, U_{\mathcal{E}21}(t) - \frac{i}{\hbar} C_2(t)\, \underbrace{e^{i(\Omega_2-\Omega_2)t}}_{1}\, \underbrace{U_{\mathcal{E}22}(t)}_{0}$$

$$\dot{C}_2(t) = +\frac{i}{\hbar} C_1(t)\, e^{i\Omega t}\, p\,\mathcal{E}_0 \cos\omega t = \frac{i p \mathcal{E}_0}{\hbar} C_1(t)\, e^{i\Omega t} \cos\omega t$$

$$\cos\omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$$

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\wp E_0}{2\hbar} C_2(t)\, e^{-i\Omega t}\left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\wp E_0}{2\hbar} C_1(t)\, e^{i\Omega t}\left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right)$$

ή

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\wp E_0}{2\hbar}\left[e^{i(\omega-\Omega)t} + \cancelto{\text{RWA } \emptyset}{e^{-i(\omega+\Omega)t}}\right]\cdot C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\wp E_0}{2\hbar}\left[\cancelto{\text{RWA } \emptyset}{e^{i(\omega+\Omega)t}} + e^{-i(\omega-\Omega)t}\right]\cdot C_1(t)$$

$\Delta := \omega - \Omega$

αποσυντονισμός

detuning

Αν το ω του ΗΜ πεδίου ταιριάζει αρκετά με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1$

$$\omega \sim \Omega := \Omega_2 - \Omega_1$$

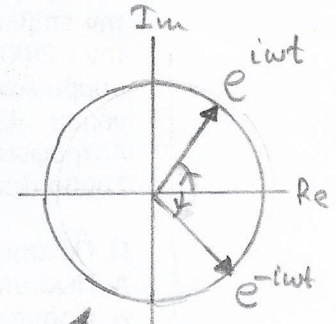
χωρίς να είναι υποχρεωτικό να ταυτίζονται...

$\Rightarrow$ $\omega + \Omega$ μεγάλο <u>υψίσυχνο</u>

$\omega - \Omega$ μικρό <u>χαμηλόσυχνο</u>

Οι όροι $e^{-i(\omega+\Omega)t}$ και $e^{i(\omega+\Omega)t}$ είναι γρήγοροι όροι

Άρα, σε οποιαδήποτε αξιοσημείωτη χρονική κλίμακα, οι γρήγορες αυτές ταλαντώσεις θα έχουν, κατά μέσο όρο, μηδενική ή περίπου μηδενική επίδραση στο αποτέλεσμα.
(ΥΠΟΘΕΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΤΙΚΗ...)



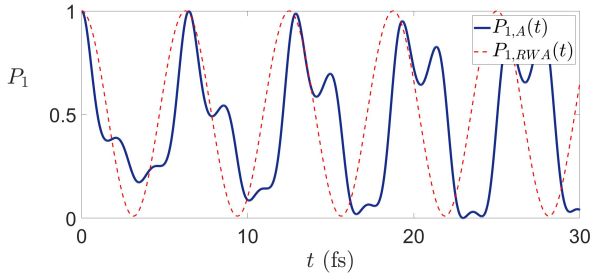
<u>Προέλευση ονόματος</u>

RWA Rotating Wave Approximation ; Αγνοούμε αυτούς τους γρήγορους όρους

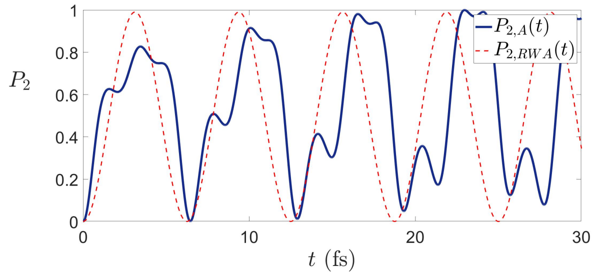
Προσέγγιση Περιστρεφόμενου Κύματος

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\wp E_0}{2\hbar} e^{i\Delta t} C_2(t)$$

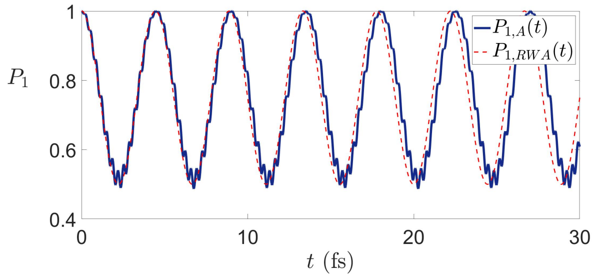
$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\wp E_0}{2\hbar} e^{-i\Delta t}\cdot C_1(t)$$



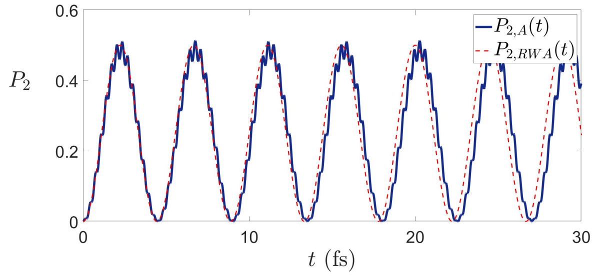
(i) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ *και* $\Delta = 0.1fs^{-1}$, *όπου* $\omega = 1fs^{-1}$ *και* $\Omega = 0.9fs^{-1}$.



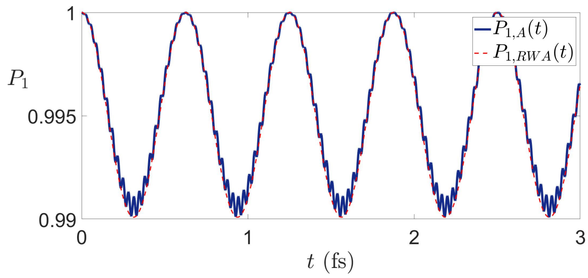
(ii) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ *και* $\Delta = 0.1fs^{-1}$, *όπου* $\omega = 1fs^{-1}$ *και* $\Omega = 0.9fs^{-1}$.



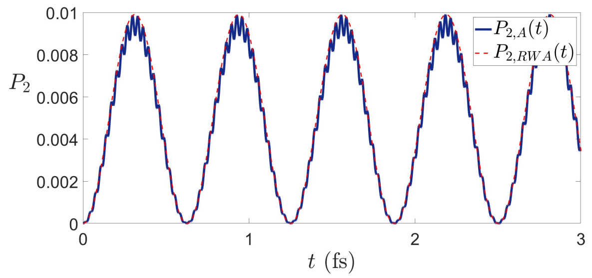
(iii) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ *και* $\Delta = 1fs^{-1}$, *όπου* $\omega = 10fs^{-1}$ *και* $\Omega = 9fs^{-1}$.



(iv) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ *και* $\Delta = 1fs^{-1}$, *όπου* $\omega = 10fs^{-1}$ *και* $\Omega = 9fs^{-1}$.



(v) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ *και* $\Delta = 10fs^{-1}$, *όπου* $\omega = 100fs^{-1}$ *και* $\Omega = 90fs^{-1}$.



(vi) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ *και* $\Delta = 10fs^{-1}$, *όπου* $\omega = 100fs^{-1}$ *και* $\Omega = 90fs^{-1}$.

Σχήμα 4.1 *Ταλαντώσεις Rabi για την περίπτωση όπου το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην κάτω στάθμη, στην αρχή του χρόνου για διαφορετικά Δ, για την κάτω στάθμη ή στάθμη 1 (αριστερά) και την άνω στάθμη ή στάθμη 2 (δεξιά).*

$$\dot{C}_1(t) = -\frac{i}{2}\Omega_R e^{i\Delta t} \cdot C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = -\frac{i}{2}\Omega_R e^{-i\Delta t} \cdot C_1(t)$$

(μολύβι αν $\wp > 0$)

(μπλε άν $\wp < 0$ ✡)

ορίσαμε

$\Delta := \omega - \Omega$	αποσυντονισμός detuning
$\Omega_R := \frac{-\wp E_0}{\hbar} > 0$, $\hbar > 0$	συχνότητα Rabi

Δ εκφράζει την διαφορά μεταξύ ω ΗΜ πεδίου και $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$

〰 → χρονικώς εξαρτώμενοι συντελεστές

Ω_R εκφράζει την ισχύ της διαταραχής ορίζεται πάντοτε θετικό

Θα κάνουμε ένα μετασχηματισμό για να πάρουμε σύστημα διαφορικών εξισώσεων με χρονικώς ανεξάρτητους συντελεστές.

$$(M)\begin{cases} C_1(t) = \mathbb{C}_1(t)\, e^{\frac{i\Delta t}{2}} \Rightarrow \dot{C}_1(t) = \dot{\mathbb{C}}_1(t)\, e^{\frac{i\Delta t}{2}} + \mathbb{C}_1(t)\frac{i\Delta}{2} e^{\frac{i\Delta t}{2}} \\ C_2(t) = \mathbb{C}_2(t)\, e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \Rightarrow \dot{C}_2(t) = \dot{\mathbb{C}}_2(t)\, e^{-\frac{i\Delta t}{2}} + \mathbb{C}_2(t)\left(-\frac{i\Delta}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \end{cases}$$

$$\dot{\mathbb{C}}_1(t)\, \cancel{e^{\frac{i\Delta t}{2}}} + \mathbb{C}_1(t)\frac{i\Delta}{2}\cancel{e^{\frac{i\Delta t}{2}}} = -\frac{i}{2}\Omega_R \cancel{e^{i\Delta t}}\, \mathbb{C}_2(t)\, \cancel{e^{-\frac{i\Delta t}{2}}}$$

$$\dot{\mathbb{C}}_2(t)\, \cancel{e^{-\frac{i\Delta t}{2}}} + \mathbb{C}_2(t)\left(-\frac{i\Delta}{2}\right)\cancel{e^{-\frac{i\Delta t}{2}}} = -\frac{i}{2}\Omega_R \cancel{e^{-i\Delta t}}\, \mathbb{C}_1(t)\, \cancel{e^{\frac{i\Delta t}{2}}}$$

$$\dot{\mathbb{C}}_1(t) = -\frac{i\Delta}{2}\mathbb{C}_1(t) - \frac{i\Omega_R}{2}\mathbb{C}_2(t)$$

$$\dot{\mathbb{C}}_2(t) = -\frac{i\Omega_R}{2}\mathbb{C}_1(t) + \frac{i\Delta}{2}\mathbb{C}_2(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbb{C}}_1(t) \\ \dot{\mathbb{C}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{i\Delta}{2} & -\frac{i\Omega_R}{2} \\ -\frac{i\Omega_R}{2} & \frac{i\Delta}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{C}_1(t) \\ \mathbb{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

ΛΥΣΗ ΤΟΥ ⊛

Εισάγουμε το διάνυσμα

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{\vec{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{C}_1(t) \\ \dot{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

και ορίζουμε

$$\tilde{A} := \begin{bmatrix} -\frac{i\Delta}{2} & -\frac{i\Omega_R}{2} \\ -\frac{i\Omega_R}{2} & \frac{i\Delta}{2} \end{bmatrix} := -iA \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}$$

Οπότε το ⊛ γράφεται

$$\dot{\vec{x}}(t) = \tilde{A}\vec{x}(t) = -iA\vec{x}(t)$$

Αν δοκιμάσουμε λύσεις της μορφής

$$\vec{x}(t) = \vec{v}\, e^{\tilde{\lambda} t}$$

$$\vec{v}\,\tilde{\lambda}\, \cancel{e^{\tilde{\lambda} t}} = \tilde{A}\vec{v}\, \cancel{e^{\tilde{\lambda} t}}$$

$$\tilde{A}\vec{v} = \tilde{\lambda}\vec{v}$$

ή $\boxed{A\vec{v} = \lambda\vec{v}}$ με $\tilde{\lambda} := -i\lambda$

Δηλαδή το όλο θέμα ανάγεται σε ένα πρόβλημα ιδιοτιμών από τη λύση του οποίου θα προκύψουν τα κανονικοποιημένα ιδιοανύσματα $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές λ_1, λ_2

Έχοντας ελέγξει ότι τα $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ είναι γραμμικώς ανεξάρτητα, η λύση του προβλήματος είναι

$$\boxed{\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^{2} \sigma_k \vec{v}_k e^{-i\lambda_k t}} \qquad \tilde{\lambda}_k = -i\lambda_k$$

Από τις αρχικές συνθήκες βρίσκουμε τα σ_k

Πρώτα πρώτα, όμως, θα βρούμε τις ιδιοτιμές

$$A\vec{u}=\lambda\vec{u} \Rightarrow A\vec{u}=\lambda I\vec{u} \Rightarrow (A-\lambda I)\vec{u}=0$$

$$I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\Delta}{2} & +\frac{\Omega_R}{2}\\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\Delta}{2}-\lambda & +\frac{\Omega_R}{2}\\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2}-\lambda\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\det=0 \Rightarrow \begin{vmatrix}\frac{\Delta}{2}-\lambda & +\frac{\Omega_R}{2}\\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2}-\lambda\end{vmatrix}=0 \Rightarrow$$

$$-\left(\frac{\Delta}{2}-\lambda\right)\left(\frac{\Delta}{2}+\lambda\right)-\frac{\Omega_R^2}{4}=0 \Rightarrow$$

$$-\left(\frac{\Delta^2}{4}-\lambda^2\right)-\frac{\Omega_R^2}{4}=0 \Rightarrow$$

$$\lambda^2=\frac{\Omega_R^2}{4}+\frac{\Delta^2}{4}=\frac{\Omega_R^2+\Delta^2}{4}$$

$$\boxed{\lambda_{2,1}=\pm\frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2}}$$

Ενώ στην περίπτωση συντονισμός $(\Delta=0)$

$$\boxed{\lambda_{2,1}=\pm\frac{|\Omega_R|}{2}}=\pm\frac{\Omega_R}{2}$$

ορίζεται πάντοτε θετικό $\Omega_R>0$

Παρακάτω θα χρησιμοποιήσουμε αρχικές συνθήκες $C_1(0)=1$, $C_2(0)=0$

λόγω της (M) $C_1(0)=1$, $C_2(0)=0$ $\Leftarrow$ αρχικώς το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην κάτω στάθμη

ΛΥΣΗ για $\Delta = 0$

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{|\Omega_R|}{2} = \pm \frac{\Omega_R}{2}$$ $\downarrow$ Ω_R πάντοτε θετική

• για $\lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2}$

$$① \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & \frac{\Omega_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{\Omega_R}{2} U_{11} - \frac{\Omega_R}{2} U_{21} = 0 \\ -\frac{\Omega_R}{2} U_{11} + \frac{\Omega_R}{2} U_{21} = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{11} = U_{21} = K$$

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} K \\ K \end{bmatrix} \qquad \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 = 1 \Rightarrow 2|K|^2 = 1 \underset{\pi.\chi.}{\Rightarrow} K = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{V}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ Το ιδιοάνυσμα που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή $\lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2}$

• για $\lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2}$

$$① \Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -\frac{\Omega_R}{2} U_{12} - \frac{\Omega_R}{2} U_{22} = 0 \\ -\frac{\Omega_R}{2} U_{12} - \frac{\Omega_R}{2} U_{22} = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$U_{12} = -U_{22} = K$$

$$\vec{V}_2 = \begin{bmatrix} K \\ -K \end{bmatrix} \qquad \vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2 = 1 \Rightarrow 2|K|^2 = 1 \underset{\pi.\chi.}{\Rightarrow} K = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{V}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$ Το ιδιοάνυσμα που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή $\lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2}$

$$\vec{x}(t)=\begin{bmatrix}C_1(t)\\ C_2(t)\end{bmatrix}=\sum_{k=1}^{2}\sigma_k\vec{v}_k e^{-i\lambda_k t}=$$

$$=\sigma_1\vec{v}_1 e^{-i\lambda_1 t}+\sigma_2\vec{v}_2 e^{-i\lambda_2 t}$$

$$=\sigma_1\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}e^{+i\frac{\Omega_R}{2}t}+\sigma_2\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t}\Rightarrow$$

$(\Delta=0)$

$$\begin{bmatrix}C_1(t)\,\cancel{e^{-\frac{i\Delta t}{2}}}\\ C_2(t)\,\cancel{e^{\frac{i\Delta t}{2}}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\sigma_1}{\sqrt{2}}e^{\frac{i\Omega_R t}{2}}+\frac{\sigma_2}{\sqrt{2}}e^{-\frac{i\Omega_R t}{2}}\\ \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}}e^{\frac{i\Omega_R t}{2}}-\frac{\sigma_2}{\sqrt{2}}e^{-\frac{i\Omega_R t}{2}}\end{bmatrix}$$

$C_1(0)=1 \quad C_2(0)=0$ αρχική συνθήκη

$$\left.\begin{aligned}1&=\frac{\sigma_1+\sigma_2}{\sqrt{2}}\\ 0&=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{\sqrt{2}}\end{aligned}\right\}\quad \sigma_1=\sigma_2=\sigma \quad \text{και} \quad \frac{2\sigma}{\sqrt{2}}=1\Rightarrow \sigma=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Οπότε

$$C_1(t)=\frac{1}{2}e^{\frac{i\Omega_R t}{2}}+\frac{1}{2}e^{-\frac{i\Omega_R t}{2}}=\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$C_2(t)=\frac{1}{2}e^{\frac{i\Omega_R t}{2}}-\frac{1}{2}e^{-\frac{i\Omega_R t}{2}}=i\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

ΑΡΑ

$$P_1(t)=|C_1(t)|^2=\cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$P_2(t)=|C_2(t)|^2=\sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y$$

$$\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y$$

$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$$

$$\sin 2x=2\sin x\cos x$$

$$\cos^2 x+\sin^2 x=1$$

$$\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$$

$$\cos 2x=2\cos^2 x-1$$

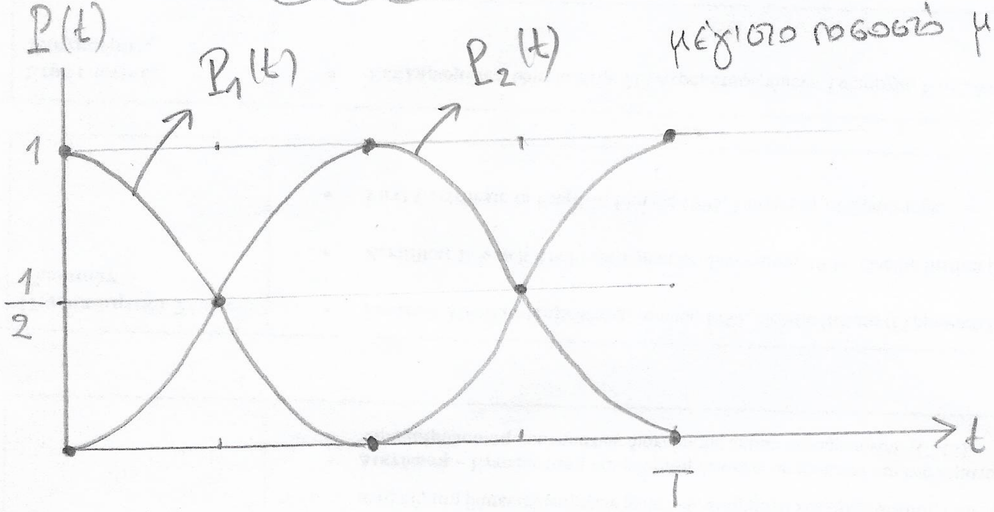
$$|c_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{\cos(\Omega_R t)+1}{2} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(\Omega_R t)$$

$$|c_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = 1-\cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(\Omega_R t)$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\Omega_R}}$$ περίοδος ταλαντώσεων

SOS
ΝΑ ΔΙΟΡΘΩΘΕΙ Κ ΣΤΟ ΒΙΒΛΙΟ

στο συντονισμό ($\Delta=0$) $\boxed{A=1}$ ~~πλάτος ταλαντώσεων~~
maximum transfer percentage (p)
μέγιστο ποσοστό μεταβιβάσεως



$$\langle |c_1(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} \qquad \langle |c_2(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

maximum transfer rate

$$\frac{A_2}{T} = \frac{1\cdot\Omega_R}{2\pi} = \frac{\Omega_R}{2\pi}$$

ορισμός

t_{2mean}

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\Omega_R t_{2mean}) \Rightarrow \cos(\Omega_R \cdot t_{2mean}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Omega_R t_{2mean} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_{2mean} = \frac{\pi}{2\Omega_R}$$

μέσος ρυθμός μεταβιβάσεως
mean transfer rate

$$k := \frac{\langle |c_2(t)|^2 \rangle}{t_{2mean}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{2\Omega_R}} = \frac{\Omega_R}{\pi} \qquad \frac{k}{\frac{A_2}{T}} = 2 \Rightarrow k = 2\,\frac{A_2}{T}$$

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^{2} \sigma_k \vec{u}_k e^{-i\lambda_k t} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix} = \sigma_1 \vec{u}_1 e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 \vec{u}_2 e^{-i\lambda_2 t}$$ Π.Χ

$$\begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 u_{11} e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 u_{12} e^{-i\lambda_2 t} \\ \sigma_1 u_{21} e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 u_{22} e^{-i\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$

$$|A_1(t)|^2 = \left(\sigma_1 u_{11} e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 u_{12} e^{-i\lambda_2 t}\right)\left(\sigma_1^* u_{11}^* e^{i\lambda_1 t} + \sigma_2^* u_{12}^* e^{i\lambda_2 t}\right)$$

$$|A_1(t)|^2 = |\sigma_1|^2 \cdot |u_{11}|^2 + \sigma_1 u_{11} \sigma_2^* u_{12}^* e^{i(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \sigma_2 u_{12} \sigma_1^* u_{11}^* e^{i(\lambda_1 - \lambda_2)t} + |\sigma_2|^2 |u_{12}|^2$$

Άν $\sigma_k, \vec{u}_k$ είναι πραγματικά

$$e^{ix} + e^{-ix} = \begin{matrix} \cos x + i\sin x \\ \cos x - i \sin x \end{matrix} = 2\cos x$$

$$|A_1(t)|^2 = \underline{\sigma_1^2 u_{11}^2 + \sigma_2^2 u_{12}^2} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \cos[(\lambda_2 - \lambda_1)t]$$

$$\omega = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$|A_1(t)|^2 = \sigma_1^2 u_{11}^2 + \sigma_2^2 u_{12}^2 + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \cos\omega t$$

$$\frac{2\pi}{T} = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$1 = \underline{\sigma_1^2 u_{11}^2 + \sigma_2^2 u_{12}^2} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \quad \text{A.Σ.}$$

$$T = \frac{2\pi}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$|A_1(t)|^2 = 1 - 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \cos\omega t$$

$$|A_1(t)|^2 = 1 + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} (\cos\omega t - 1)$$

$$-1 \le \cos\omega t \le 1$$

$$-2 \le \cos\omega t - 1 \le 0$$

$$-4\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \le 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} (\cos\omega t - 1) \le 0$$

$$1 - 4\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \le 1 + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} (\cos\omega t - 1) \le 1$$

$$1 - 4\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \le |A_1(t)|^2 \le 1$$

$$\Rightarrow p = \text{maximum transfer percentage} = 4\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12}$$

✡ (π.χ) στο άτομο του H $\quad \vec{r}_{100210} = \langle 100|\vec{r}|210\rangle = \frac{2^{15/2}}{3^5} a_0 \hat{z}$

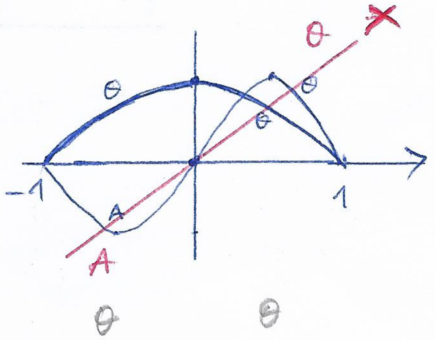
(π.χ) σε απειρόβαθο φρέαρ με $U(x) = \begin{cases} 0, & -a \le x \le a \\ \infty, & |x| > a \end{cases}$

...

$$\psi_n(x) = \begin{cases} C \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2a} x\right) & n \text{ odd} \\ C \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{2a}\right) & n \text{ even} \end{cases}$$

$$\psi_1(x) = C \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \overset{a=1}{=} C \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$

$$\psi_2(x) = C \sin\left(\frac{2\pi x}{2a}\right) \overset{a=1}{=} C \cdot \sin(\pi x)$$



$$x_{12} = \int \psi_1^*(x) \, x \, \psi_2(x) \, dx > 0$$

π.χ. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \sin(\pi x) \cdot x \, dx = \frac{32}{9\pi^2} > 0$