ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ Einstein (A)

$$P_1(t) = |C_1(t)|^2 = 1 - \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2}\sin^2(\lambda t) \qquad \lambda = \frac{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}{2}$$

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2}\sin^2(\lambda t) \qquad \sin^2(\lambda t) = \frac{1-\cos(2\lambda t)}{2}$$

για $\Omega_R << |\Delta|$

$$A_R = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2+\Delta^2} \qquad T_R = \frac{2\pi}{2\lambda} = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_R^2+\Delta^2}}$$

$$\Omega_R := \frac{\wp \mathcal{E}_0}{\hbar}$$

$$\Delta := \omega - \Omega$$

Ας δούμε τι συμβαίνει όταν $\Omega_R << |\Delta|$

όταν δηλ. το μέγεθος της διαταραχής είναι πολύ μικρό σε σχέση με τον αποσυντονισμό

$$P_1(t) = |C_1(t)|^2 \simeq 1 - \frac{\Omega_R^2}{\Delta^2}\cdot\sin^2\left(\frac{|\Delta|}{2}t\right) = 1 - \frac{\Omega_R^2}{\Delta^2}\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 \simeq \frac{\Omega_R^2}{\Delta^2}\cdot\sin^2\left(\frac{|\Delta|}{2}t\right) = \frac{\Omega_R^2}{\Delta^2}\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$\Rightarrow P_2(t) \simeq \frac{\Omega_R^2}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2}\cdot\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2}\right)\frac{t^2}{4} \Rightarrow P_2(t) \simeq \frac{\boxed{\Omega_R^2}}{4}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\Delta t}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2}\cdot t^2$$

Δεδομένου ότι το ηλεκτρόνιο στην αρχή των χρόνων ($t=0$) βρισκόταν στην 1η (ΚΑΤΩ) στάθμη, η $P_2(t)$ ουσιαστικά περιγράφει την πιθανότητα απορρόφησης σε διστάθμικό σύστημα για πολωμένο, μονοχρωματικό, κοντά στο ορατό, φως

"Έστω τώρα ότι μας ενδιαφέρει η πιθανότητα απορρόφησης για πολωμένο, όχι μονοχρωματικό (να προέρχεται από μια περιοχή κυκλικών συχνοτήτων γύρω από το $\omega_0 = \Omega$), κοντά στο ορατό φως

διηλεκτρική σταθερά κενού

☆ ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΟΥΜΕ $\boxed{\mathcal{E}_0^2} = \int_{\Omega-\text{κάτι}}^{\Omega+\text{κάτι}} d\omega \frac{\rho(\omega)}{\epsilon_0}$ $\qquad [\epsilon_0] = \frac{C^2}{Nm^2}$

$\Delta = \omega - \Omega$

$$\left[\int d\omega \frac{\rho(\omega)}{\epsilon_0}\right] = \cancel{Hz}\cdot\frac{J}{m^3\cancel{Hz}}\cdot\frac{Nm^2}{C^2} = \frac{NmN}{mC^2} = \left(\frac{N}{C}\right)^2 = [\mathcal{E}_0^2] \qquad \Omega_R = \frac{\wp\mathcal{E}_0}{\hbar}$$

(B)

$$P_2(t) \approx \frac{\wp^2}{4\hbar^2}\int_{\Omega-\text{κάτι}}^{\Omega+\text{κάτι}} d\omega \, \frac{\rho(\omega)}{\epsilon_0} \, \frac{\sin^2\left(\boxed{\frac{(\omega-\Omega)}{2}t}\right)}{\left(\boxed{\frac{(\omega-\Omega)t}{2}}\right)^2}\cdot t^2$$

$$\boxed{x := \frac{(\omega-\Omega)t}{2}} \Rightarrow 2x = \omega t - \Omega t \Rightarrow \omega t = 2x + \Omega t$$

$$\omega = \frac{2x}{t} + \Omega$$

$$d\omega = \frac{2}{t}\,dx$$

$$P_2(t) \simeq \frac{\wp^2}{4\hbar^2}\,\frac{2}{t}\int_{-(\text{κάτι})\cdot\frac{t}{2}}^{+(\text{κάτι})\frac{t}{2}} dx \, \frac{\rho(x)}{\epsilon_0}\,\frac{\sin^2 x}{x^2}\cdot t^2$$

$$\omega = \Omega \pm \text{κάτι} \Rightarrow$$

$$\cancel{\Omega} \pm \text{κάτι} = \frac{2x}{t} + \cancel{\Omega}$$

$$x = \pm\,\text{κάτι}\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$P_2(t) = \frac{\wp^2}{4\hbar^2}\,\frac{2}{t}\,\frac{t^2}{\epsilon_0}\int_{-(\text{κάτι})\frac{t}{2}}^{+(\text{κάτι})\frac{t}{2}} dx \, \rho(x)\,\frac{\sin^2 x}{x^2}$$

$$P_2(t) = \frac{\wp^2 t}{2\hbar^2\epsilon_0}\int_{-(\text{κάτι})\frac{t}{2}}^{(\text{κάτι})\frac{t}{2}} dx\,\rho(x)\,\frac{\sin^2 x}{x^2}$$

$$\downarrow$$

$$\simeq \pi\,\delta(x)$$

$$P_2(t) = \frac{\wp^2 t\pi}{2\hbar^2\epsilon_0}\,\rho(x=0)$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{(\omega-\Omega)t}{2} = 0$$

$$\Rightarrow (\text{για } t \text{ πεπερασμένο}) \quad \omega = \Omega$$

$$P_2(t) = \frac{\wp^2 t\pi}{2\hbar^2\epsilon_0}\cdot\rho(\Omega) \Rightarrow$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \frac{\wp^2\pi}{2\hbar^2\epsilon_0}\,\rho(\Omega)$$

για μη πολωμένη ΗΜ ακτινοβολία

$$\rho(\Omega) \longrightarrow \frac{\rho(\Omega)}{3}$$

$$\langle \mathcal{E}_0^2 \rangle = \langle \mathcal{E}_{0x}^2 + \mathcal{E}_{0y}^2 + \mathcal{E}_{0z}^2 \rangle = 3 \langle \mathcal{E}_{0z}^2 \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{E}_{0z}^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle \mathcal{E}_0^2 \rangle$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \frac{\wp^2 \pi}{6\hbar^2 \epsilon_0} \rho(\Omega)$$

$$dW^{\epsilon\xi}_{\alpha\pi o\rho} = B_{12}\, \rho(\nu)\, dt$$

$$\frac{dW^{\epsilon\xi}_{\alpha\pi o\rho}}{dt} = B_{12}\, \rho(\nu)$$

για $\omega = \Omega$ $$\frac{dW^{\epsilon\xi}_{\alpha\pi o\rho}}{dt} = B_{12}\, \rho(\Omega)$$

$$\Longrightarrow \frac{\wp^2 \pi}{6\hbar^2 \epsilon_0} = B_{12}$$

$$B_{12} = \frac{\wp^2 \pi}{6\hbar^2 \epsilon_0}$$

είχαμε ήδη βρεί

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$$

$$B_{12} = B_{21}$$

Παρά τις απλουστεύσεις, τις οποίες κάναμε στον υπολογισμό, η ουσία είναι ότι είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι συντελεστές Einstein ενός διεσταθμικού συστήματος