

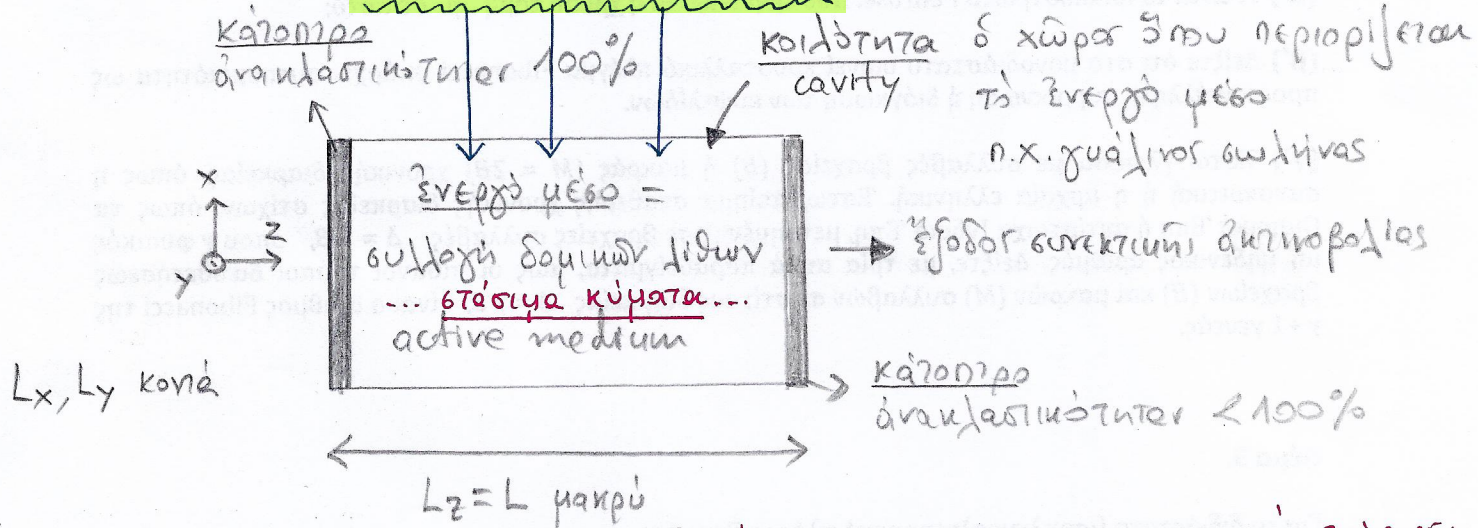
**LASER**

= Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

- XASER → X-LASER
- IRASER → IR-LASER
- UVASER → UV-LASER
- atom ASER → atom LASER

to lase, lasing...

**ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ**



ο χώρος όπου περιορίζεται το ενεργό μέσο π.χ. χαλόνος σωλήνας

→ εξόδος συνεκτικής ακτινοβολίας

η γεωμετρία της κοιλότητας καθορίζει τους επιτρεπόμενους κανονικούς τρόπους:

διαμήκεις τρόποι (longitudinal modes) z οπτικός άξονας

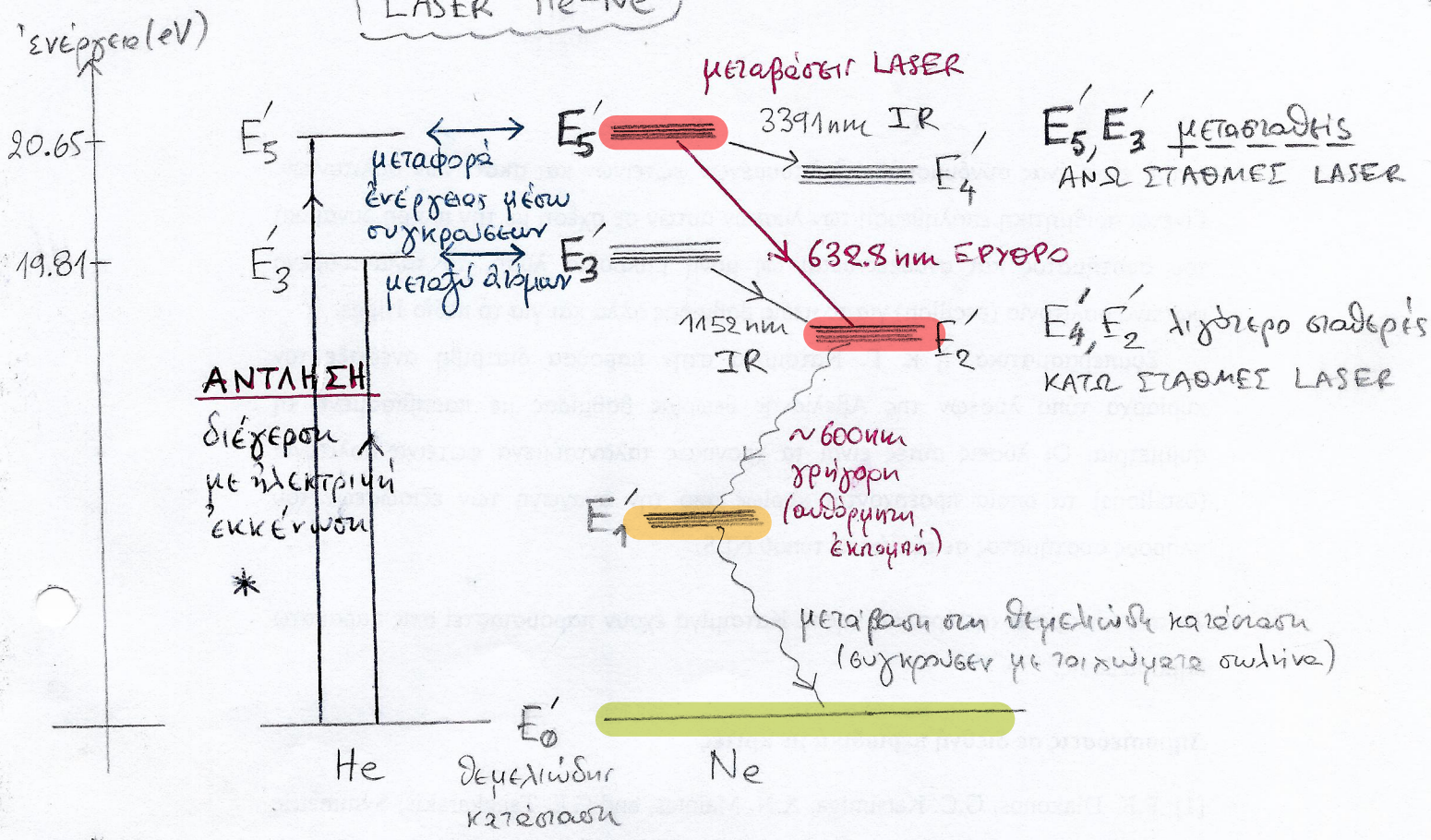
εγκάρσιοι τρόποι (transverse modes) xy

1879, Γερμανία	A. Einstein	1916-1917	Stimulated Emission
		1950-1960	κατασκευάζονται τα πρώτα MASER & LASER
		1964	Nobel στους Nikolay Basov, Aleksandr Prokhorov, Charles Townes

τότε μερικοί είχαν "λύση σε άσχημο πρόβλημα", (LASER)

σήμερα τα LASER χρησιμοποιούνται φυσική, βιολογία, επικοινωνίες ως εργαλείο ιατρική, έσοικοντες, καθ. ζωή, στρατ., βιομηχανία, κοσμική...

LASER He-Ne



$\frac{\#Ne}{\#He} \approx \frac{1}{10}$  τα περισσότερα είναι He, ελέγχει ή εκπομπή συνεκτιμής ακτινοβολίας οφείλεται στο Ne

\* Τα εξωτερικά ηλεκτρόνια συγκρούονται με άτομα He ή Ne και τα διεγείρουν, μεταβιβάζοντας τους την κινητική τους ενέργεια. Η μεταβίβαση αυτή είναι αποτελεσματικότερη στα άτομα He (για την μέση έχουν)

\* Μετά, άτομα He διεγείρουν άτομα Ne  $E_5' \approx E_5'$   
 $E_3' \approx E_3'$   
 Δηλαδή τα άτομα He δεν συμμετέχουν στο laser, αλλά αφορούν την απόδοση της διεγέρσεως των ατόμων Ne που συμμετέχουν στο laser

Μεταστάθις (metastable) εκ του Ιταλικού meta = ήμι, ήμισυ, μισό = μισοστάθερος

δηλ. ο χρόνος ζωής των  $E_5', E_3'$  δεν είναι μεν "άπειρος", αλλά είναι σημαντικός

Αντιθέτως, ο χρόνος ζωής των  $E_4', E_2'$  είναι κατά πολύ μικρότερος  
 ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΓΙΑ ΝΑ ΕΠΙΤΕΥΧΘΕΙ ΑΝΑΣΤΡΟΦΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

Τα ενεργειακά επίπεδα έχουν λεπτή δομή  $\Rightarrow$  οι μεταβάσεις δεν είναι συνεκτιμής αλλά έχουν εύρος (κατανομή γύρω από ένα κεντρικό μήκος κύματος)

- $\lambda_1 = 632.8 \text{ nm}$  ερυθρός, έλαφρώς προς πορτοκαλί
- $\lambda_2 = 1152 \text{ nm}$  IR
- $\lambda_2' = 1523 \text{ nm}$  IR
- $\lambda_3 = 3391 \text{ nm}$  IR
- $\lambda_4 = 543.5 \text{ nm}$  πράσινο
- $\lambda_5 = 594.1 \text{ nm}$  κίτρινο
- $\lambda_6 = 604.6 \text{ nm}$  πορτοκαλί
- $\lambda_6' = 611.9 \text{ nm}$  πορτοκαλί

Το ποιά από αυτά τα χρώματα θα χρησιμοποιηθεί, εξαρτάται από την κατασκευή της διατάξεως LASER ηχ.

→ απόσταση δύο κατόπτρων (L)

→ επένδυση κατόπτρων με υλικό <sup>το οποίο</sup> διακτά μόνο ένα χρώμα ηχ ερυθρός

Τα φωτόνια ενός του χρώματος διασχίζουν πολλές φορές μέσω της κοιλότητας  $\Rightarrow$  πολλαπλασιασμός μέσω εξαναγκασμένης εκπομπής ενώ τα άλλα φωτόνια διαπερνούν τα κάτοπτρα και εξέρχονται της κοιλότητας

Έτσι  $\exists$  η πορτοκαλί, κίτρινα, πράσινα LASER He-Ne

Αλλά μεγαλύτερη απόδοση έχει το ερυθρός στα 632.8 nm

$\exists$  ακόμα η δυνατότητα **συντονισμού** (tuning)  $\Rightarrow$  δύο ή περισσότερα μήκη κύματος

η επίδοση που προσφέρει το ενεργό μέσο είναι  $\sim 2\%$  σε ένα πέρασμα από το ένα κάτοπτρο στο άλλο

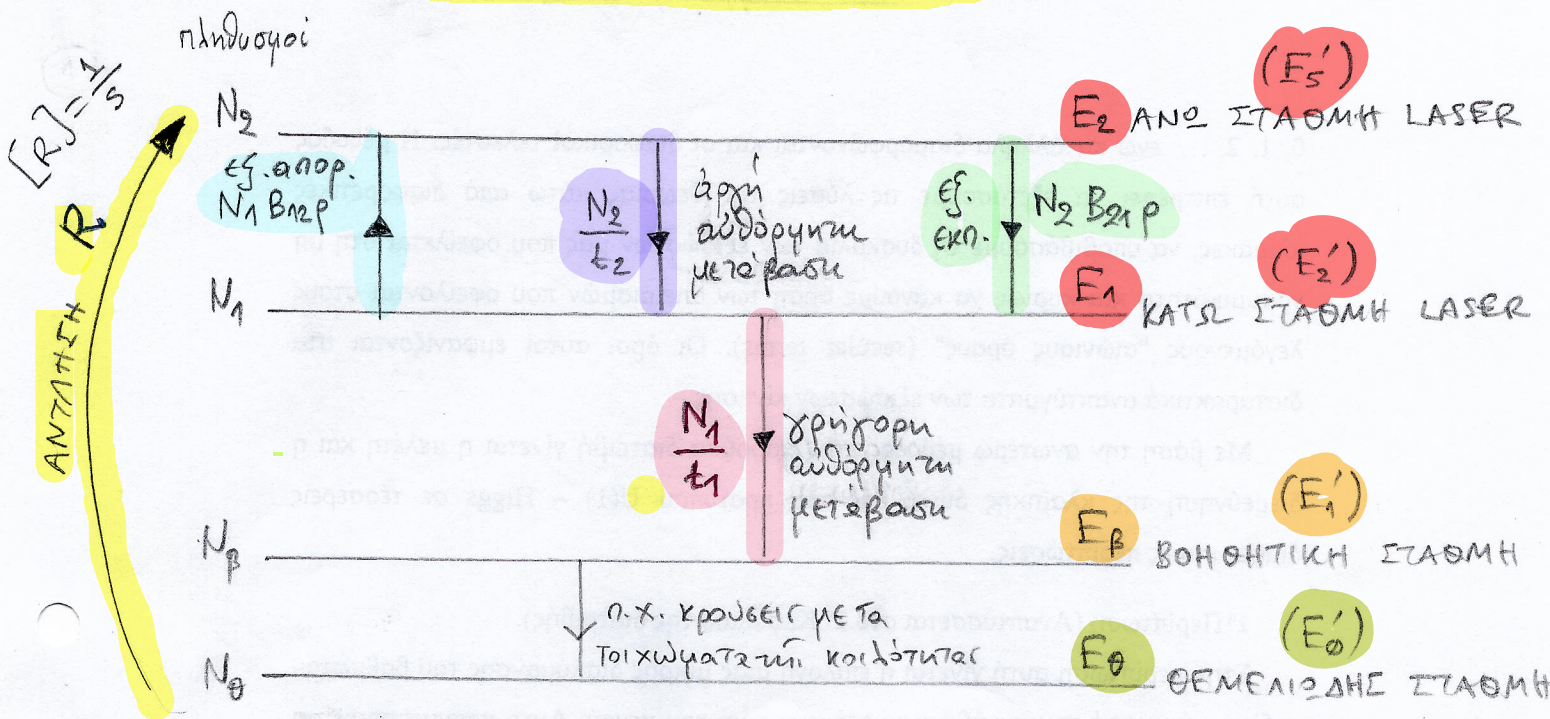
Ισχύς εξόδου 0.1 - 100 mW

ΑΝΑΚΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΤΟΠΤΡΩΝ

100%

99%

# ΕΞΙΣΟΤΗΣΕΙΣ ΡΥΘΜΩΝ



$\bullet$   $dW_{1 \rightarrow \beta}^{αυθ. εκρ.} = A_{1\beta} dt = \frac{dt}{t_1}$   $1 := A_{1\beta} t_1 \Leftrightarrow t_1 := \frac{1}{A_{1\beta}}$   
χρόνος ζωής της στάθμης 1

$dW_{2 \rightarrow 1}^{αυθ. εκρ.} = A_{21} dt = \frac{dt}{t_2}$   $1 := A_{21} t_2 \Leftrightarrow t_2 := \frac{1}{A_{21}}$   
χρόνος ζωής της στάθμης 2

$dN_{1 \rightarrow \beta}^{αυθ. εκρ.} = N_1 A_{1\beta} dt = \frac{N_1}{t_1} dt \Rightarrow \frac{dN_{1 \rightarrow \beta}^{αυθ. εκρ.}}{dt} = \frac{N_1}{t_1}$  ρυθμός  $[ ] = \frac{1}{s}$

$dN_{2 \rightarrow 1}^{αυθ. εκρ.} = N_2 A_{21} dt = \frac{N_2}{t_2} dt \Rightarrow \frac{dN_{2 \rightarrow 1}^{αυθ. εκρ.}}{dt} = \frac{N_2}{t_2}$  ρυθμός  $[ ] = \frac{1}{s}$

$\bullet$   $dW_{2 \rightarrow 1}^{εφ. εκρ.} = B_{21} \rho(\nu) dt$

$dN_{2 \rightarrow 1}^{εφ. εκρ.} = N_2 B_{21} \rho(\nu) dt \Rightarrow \frac{dN_{2 \rightarrow 1}^{εφ. εκρ.}}{dt} = N_2 B_{21} \rho(\nu)$  ρυθμός  $[ ] = \frac{1}{s}$

$dW_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap} = B_{12} \rho(\nu) dt$

$dN_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap} = N_1 \cdot B_{12} \rho(\nu) dt \Rightarrow \frac{dN_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap}}{dt} = N_1 B_{12} \rho(\nu)$  πυθμός  $[ ] = \frac{1}{s}$

♪ Αν είχαμε θερμοδυναμική ισορροπία θα γράφαμε

$dN_{1 \rightarrow 2} = dN_{2 \rightarrow 1} \Leftrightarrow$

$N_1 dW_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap} = N_2 (dW_{2 \rightarrow 1}^{αυδ. ενη} + dW_{2 \rightarrow 1}^{ef. ενη}) \Leftrightarrow$

$N_1 B_{12} \rho(\nu T) dt = N_2 (A_{21} dt + B_{21} \rho(\nu T) dt)$

...  $\Rightarrow$  νόμος Planck  $\kappa$   $B_{12} = B_{21} := B$   $A_{21} := A$   
 $\frac{A}{B} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$   $E_2 - E_1 = h\nu$

♪ ΤΩΡΑ ΟΜΩΣ ΕΧΟΥΜΕ απώλειες και άριθμο

$\downarrow$   
 $t_0$

$\downarrow$   
 $R$

ΕΠΙΣΗΣ  $\rho(\nu)$  (όχι  $\rho(\nu, T)$ )

Άρα, αναμένουμε να δοθε  $N_1 = N_1(R, t_0, t_1, t_2)$

$N_2 = N_2(R, t_0, t_1, t_2)$

$\rho = \rho(R, t_0, t_1, t_2)$

Θα κατασκευάσουμε τις διαφορικές εξισώσεις των πυθμών

με την δήλωση  $A_{21} = A, B_{21} = B_{12} = B$

$= \frac{1}{t_2}$

αυτ. εκτ. ... ..

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{t_2} + N_2 B_{21} \rho - \frac{N_1}{t_1} - N_1 B_{12} \rho \Rightarrow$$

$$\frac{dN_1}{dt} = AN_2 + (N_2 - N_1) B \rho - \frac{N_1}{t_1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R + N_1 B_{12} \rho - \frac{N_2}{t_2} - N_2 B_{21} \rho$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R + (N_1 - N_2) B \rho - AN_2$$

$$[A] = \frac{1}{s}$$

$$[B] = \frac{m^3 Hz}{s J} = \frac{m^3}{Js^2}$$

$$[\rho] = \frac{J}{m^3 Hz} = \frac{Js}{m^3} \quad [R] = \frac{1}{s}$$

$$\left[ \frac{d\rho}{dt} \right] = \frac{J}{m^3} = [\text{αριθηρό μέλος}]$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[ -N_1 B_{12} \rho + N_2 B_{21} \rho + \frac{1}{A_{21} N_2} \right] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

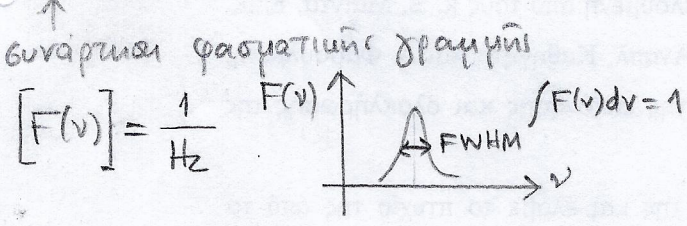
φαινομενολογικά, ή απώλεια στο κάτοτρο

Η αυθόρμητη έκποση γίνεται προς ομοδύναμη διεύθυνση, άρα, δεν καρηνώμασε στο  $A_{21} N_2$  για σύζευξη της ΗΜ ακτινοβ στην κοιλότητα.

$$\left[ \frac{\rho}{t_0} \right] = \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

Καρηνώμασε μόνο στα φωτόνια  $\lambda$  εκπέμπονται σε διεύθυνση περίπου παράλληλη στον άξονα, τον οποίο ορίσουν τα δύο κάτοτρα

$F(\nu)$  δείχνει τη μορφή της γραμμής έκποσης



FWHM = Full Width at Half Maximum  
Πλήρες εύρος στο 1/2 του μέγιστου

Για το ίδιο αέριο, γὰρ ἀφορὰ μόνο ένα μικρό κομμάτι της δλίου σφαιρικής χωρίας

Για αέριο βάζουμε  $A'_{21}$  και όχι  $A_{21}$

$$A'_{21} \ll A_{21}$$

π.χ.  $A'_{21} = 10^9 A_{21}$

$$[\text{αριθηρό μέλος}] = \frac{J}{m^3}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[ (N_2 - N_1) B \rho + A' N_2 \right] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

αν και μικρός, είναι ο μόνος που οδηγεί σε  $\frac{d\rho}{dt} > 0$  όταν άκτομα  $\rho$  στην κοιλότητα

(5)

$$\frac{dN_1}{dt} = AN_2 + (N_2 - N_1)B\rho - \frac{N_1}{t_1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -AN_2 + (N_1 - N_2)B\rho + R$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{t_0} + [(N_2 - N_1)B\rho + A'N_2] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

$$n_i := \frac{N_i}{V}$$

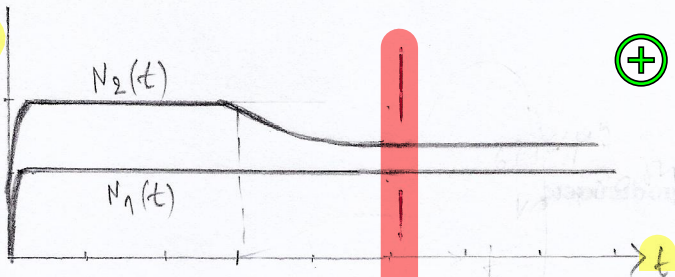
$$r := \frac{R}{V}$$

$$\frac{dn_1}{dt} = An_2 + (n_2 - n_1)B\rho - \frac{n_1}{t_1}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -An_2 + (n_1 - n_2)B\rho + r$$

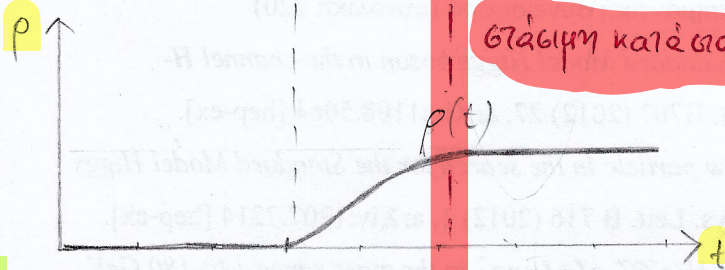
$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{t_0} + [(n_2 - n_1)B\rho + A'n_2] h\nu F(\nu)$$

$N_1, N_2$



(+)

πρΖ



στάσιμη κατάσταση

μονάδες  
 $\frac{1}{s}$   
 $\frac{1}{s}$   
 $\frac{J}{m^3}$

$$\frac{dN_1}{dt} = \overset{\text{αυθ. εκη.}}{AN_2} + \overset{\text{εκη.}}{(N_2 - N_1)B\rho} - \overset{\text{αυθ. εκη. προς βανδ. σκέδαση}}{\frac{N_1}{t_1}}$$

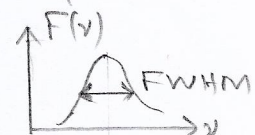
$$A = A_{21} = \frac{1}{t_2} \quad A_{12} = \frac{1}{t_1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\overset{\text{αυθ. εκη.}}{AN_2} + \overset{\text{αυθ. εκη.}}{(N_1 - N_2)B\rho} + \overset{\text{αυθ. εκη.}}{R}$$

$$B_{21} = B_{12} = B \quad \rho(\nu)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[ \overset{\text{εκη.}}{(N_2 - N_1)B\rho} + \overset{\text{αυθ. εκη.}}{A'N_2} \right] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

πραγματική συνάρτηση



$$\int F(\nu) d\nu = 1$$

$$[F(\nu)] = \frac{1}{Hz}$$

φαινομενολογικός, οι απώλειες στα κάτομπρα

Προσέγγιση συν στενά γραμμά

$$n_i := \frac{N_i}{V} \quad r := \frac{R}{V}$$

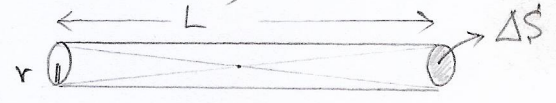
$$\frac{dn_1}{dt} = An_2 + (n_2 - n_1)B\rho - \frac{n_1}{t_1}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -An_2 + (n_1 - n_2)B\rho + r$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + [(n_2 - n_1)B\rho + A'n_2] h\nu F(\nu)$$

Άσκηση 5

Να εκτιμηθεί ο παράγων  $A'$  για κυλινδρική κοιλότητα άκτινος  $r = 1 \text{ mm}$  και μήκους  $L = 10 \text{ cm}$ , για  $\Delta S$  που βρίσκεται στο κέντρο της κοιλότητας



$$\Delta\Omega \approx \frac{\Delta S}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{\pi r^2}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = 4\pi \left(\frac{r}{L}\right)^2$$

$$\frac{A'}{A} = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_{\text{ολ}}} = \left(\frac{r}{L}\right)^2 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = 10^{-4}$$

ΟΠΟΤΕ, κατά προσέγγιση

$$\frac{A'}{A} = \frac{1}{V} \int_V d^3r \frac{\Delta\Omega}{\Omega_{\text{ολ}}}$$



# ΣΤΑΘΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0 = \frac{dp}{dt}$$

+

$$AN_2 + B\rho(N_2 - N_1) - \frac{N_1}{t_1} = 0 \quad (1)$$

$$-AN_2 + B\rho(N_1 - N_2) + R = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\rho}{t_0} + [B\rho(N_2 - N_1) + A'N_2] \frac{h\nu}{V} F(\nu) = 0$$

$A' \ll A$   
 ή το αγνοούμε  
 στη σταθιμη κατάσταση

$$-\frac{\rho}{t_0} + B\rho(N_2 - N_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu) = 0 \quad (3)$$

$$B\rho(N_2 - N_1) = \frac{\rho}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \quad (3')$$

$$(1)(2) \Rightarrow R = \frac{N_1}{t_1} \Rightarrow N_1 = t_1 R \quad (A)$$

$$(3)(2) \Rightarrow -AN_2 + R = \frac{\rho}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \Rightarrow R - \frac{\rho}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} = AN_2 \Rightarrow$$

$$N_2 = \frac{R}{A} - \frac{\rho}{A t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)}$$

$\rho = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \rho > 0$

$$\rho = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{R}{A} \Rightarrow N_2 = t_2 R \quad (B \text{ η } 2)$$

$$\rho > 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} R - AN_2 > 0 &\Rightarrow R > AN_2 \\ N_1 = t_1 R \end{aligned} \right\} \frac{N_1}{t_1} > AN_2 = \frac{N_2}{t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{N_2} > \frac{t_1}{N_1}$$

$\rho \neq 0$

$$B \left( \frac{R}{A} - \frac{\rho}{A t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \right) - B t_1 R = \frac{1}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \Rightarrow$$

$$\rho = R t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu) \frac{t_2 - t_1}{t_2} - \frac{1}{B t_2} \quad \left. \begin{aligned} & \text{div } t_2 < t_1 \Rightarrow \rho < 0 \Rightarrow \\ & \rho > 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{t_2}{N_2} > \frac{t_1}{N_1}$$

$$\rightarrow R > \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu)} := R_c \quad (+)$$

$$\rho = \frac{AR}{B R_c} - \frac{A}{B} \quad (\Gamma)$$

$$N_2 = t_1 R + (t_2 - t_1) R_c \quad (\text{BPM})$$

Συνοψίζοντας, στη σταθιμή κατάσταση  $\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0 = \frac{dp}{dt}$

(+)

$$N_1 = t_1 R \quad \forall R$$

$$N_2 = \begin{cases} t_2 R & \forall R \leq R_c \\ t_1 R + (t_2 - t_1) R_c & \forall R \geq R_c \end{cases}$$

$$\frac{t_2}{N_2} > \frac{t_1}{N_1}$$

$$t_2 > t_1$$

$$\rho = \begin{cases} 0 & \forall R \leq R_c \\ \frac{AR}{B R_c} - \frac{A}{B} = \frac{1}{B t_2 R_c} R - \frac{1}{B t_2} & \forall R \geq R_c \end{cases}$$

↑ άναστροφή η/η δυσχόου  $\Delta N := N_2 - N_1 \Rightarrow$

$$\Delta N = \begin{cases} (t_2 - t_1) R & \forall R \leq R_c \\ (t_2 - t_1) R_c & \forall R \geq R_c \end{cases}$$

↑ Άρα  $\Delta N > 0 \Leftrightarrow t_2 > t_1$

+

$$R_c := \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu)}$$

⊖

⊕  $t_0 \uparrow \Rightarrow \frac{\rho}{t_0}$   $\downarrow$   $\Rightarrow R_c \downarrow$   
άνωτερος στα κλάσματα

⊖  $R_c > 0 \Leftrightarrow t_2 > t_1$

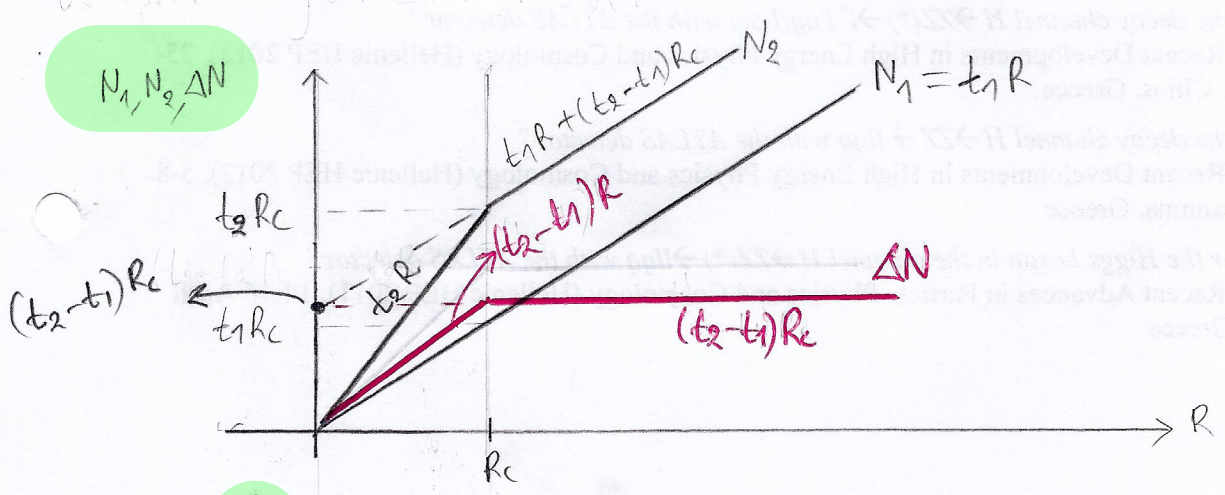
⊖  $(t_2 - t_1) \uparrow \Rightarrow R_c \downarrow$

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \Leftrightarrow \frac{1}{B} = \frac{8\pi h\nu^3 t_2}{c^3} \Rightarrow$$

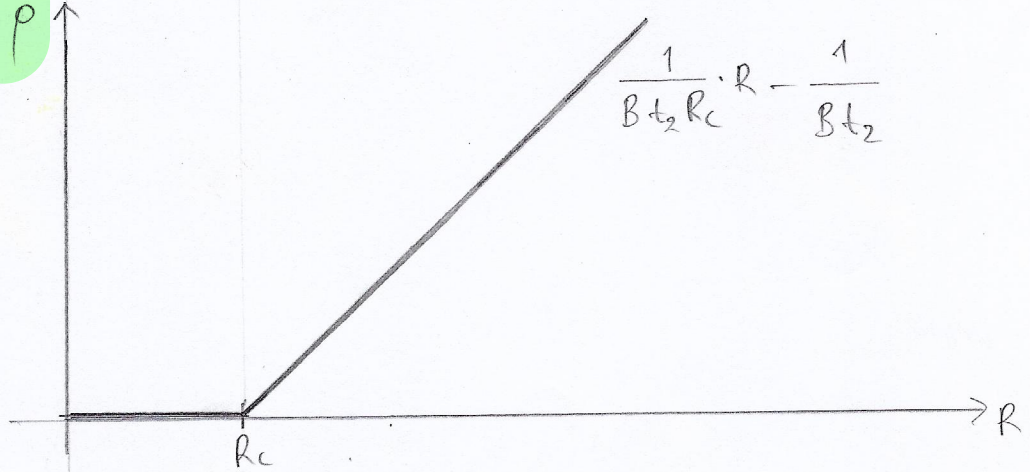
$$R_c = \frac{8\pi h\nu^3 t_2}{t_0(t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu) c^3} \propto \nu^2 \Rightarrow R_c(\text{μικροκυμα}) < R_c(\text{δραμα})$$

⊕  $\rho$  &  $\Delta N$   $\Rightarrow$   $\int d^3r \Phi_1^*(\vec{r}) \vec{r} \Phi_2(\vec{r}) \neq 0$   
 Θα πρέπει  $\int d^3r \Phi_1^*(\vec{r}) \vec{r} \Phi_2(\vec{r}) \neq 0$   
 και αντίστροφα

$N_1, N_2, \Delta N$



$\rho$



+

$$n_i := \frac{N_i}{V} \quad r := \frac{R}{V} \quad r_c := \frac{R_c}{V}$$

$$[n_i] = \frac{1}{m^3} \quad [r] = \frac{1}{s \cdot m^3} \quad [r_c] = \frac{1}{s \cdot m^3}$$

$$n_1 = t_1 r \quad \forall r$$

$$n_2 = \begin{cases} t_2 r & \forall r \leq r_c \\ t_1 r + (t_2 - t_1) r_c & \forall r > r_c \end{cases}$$

$\rho_0$

$$\rho = \begin{cases} 0 & \forall r \leq r_c \\ \frac{1}{B t_2 r} \cdot r - \frac{1}{B t_2} & \forall r > r_c \end{cases}$$

$$\Delta n := n_2 - n_1 = \begin{cases} (t_2 - t_1) r & \forall r \leq r_c \\ -(t_2 - t_1) r_c & \forall r > r_c \end{cases}$$

dW

$B t_2$

As τις παίρνουμε αδιάστατες...

$n_0 := t_2 r_c$

$[n_0] = s \cdot \frac{1}{s \cdot m^3} = \frac{1}{m^3} \Rightarrow$  χρήσιμο για αδιάστατοποίηση των  $n_i$

$\tau := \frac{t}{t_2}$

$[\tau] = 1$  συνολική μεράμε το χρόνο σε πολλαπλασιασμού του χρόνου  $t$  με  $\frac{1}{t_2}$  ανω παύσης

$\tau_0 := \frac{t_0}{t_2}$

$[\tau_0] = 1$

$\tau_1 := \frac{t_1}{t_2}$

$[\tau_1] = 1$

$r_N := \frac{r}{r_c}$

$[r_N] = 1$

$\rho := B t_2 \rho$

$[\rho] = \frac{m^3 Hz}{J s} \cdot s \cdot \frac{J}{m^3 Hz} = 1$

$v_1 := \frac{n_1}{n_0}$

$[v_1] = 1$

$v_2 := \frac{n_2}{n_0}$

$[v_2] = 1$

εξαρτώνται μόνο από  $\tau, r_N$

$$v_1 = \begin{cases} \tau_1 r_N & \forall r_N \\ \tau_1 & \forall r_N \leq 1 \\ \tau_1 r_N + (1 - \tau_1) & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$$v_2 = \begin{cases} r_N & \forall r_N \leq 1 \\ \tau_1 r_N + (1 - \tau_1) & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} 0 & \forall r_N \leq 1 \\ r_N - 1 & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$$\Delta v := v_2 - v_1 = \begin{cases} (1 - \tau_1) r_N & \forall r_N \leq 1 \\ (1 - \tau_1) & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$\oplus$  n.x.  $dW = B \rho dt \Rightarrow [B] = \frac{1}{[\rho][dt]} = \frac{m^3 Hz}{J \cdot s}$

$\therefore [B \rho dt] = 1 \quad \wedge \quad [B \rho t] = 1$

n.x. γα τ<sub>1</sub>=0.5 n<sub>N</sub>=1.5

n.x. γε τ<sub>1</sub>=0.5 n<sub>N</sub>=0.5

γ<sub>1</sub> = 0.75

ν<sub>1</sub> = 0.25

ν<sub>2</sub> = 1.25

ν<sub>2</sub> = 0.5

Δν = 0.5

Δν = 0.25

θ = 0.5

θ = 0

$$\frac{dn_1}{dt} = A n_2 + (n_2 - n_1) B \rho - \frac{n_1}{t_1} \quad \cdot \frac{t_2}{n_0} \quad n_i = \frac{N_i}{V}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -A n_2 + (n_1 - n_2) B \rho + r \quad \cdot \frac{t_2}{n_0} \quad r_i = \frac{R_i}{V}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + [(n_2 - n_1) B \rho + A' n_2] h\nu F(\nu) \cdot B t_2^2 \quad r_{ci} = \frac{R_{ci}}{V}$$

$$\rightarrow \frac{dv_1}{dt} = v_2 + (v_2 - v_1) \rho - \frac{v_1}{\tau_1} \quad *1$$

$$\rightarrow \frac{dv_2}{dt} = -v_2 + (v_1 - v_2) \rho + r_N \quad *2$$

$$R_{ci} = \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu)}$$

$$r_c = \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) h\nu F(\nu)}$$

$$\rightarrow \frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[ \frac{(n_2 - n_1) B \rho B t_2^2 + A' n_2 B t_2^2}{n_0} \right] h\nu F(\nu) \cdot n_0$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[ (v_2 - v_1) \rho + \frac{A'}{A} v_2 \right] B t_2 h\nu F(\nu) t_2 r_c$$

$$\frac{B t_2 h\nu F(\nu) t_2}{B t_0 (t_2 - t_1) h\nu F(\nu)} = \frac{1}{t_0 (1 - \tau_1)}$$

$$\boxed{\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[ (v_2 - v_1) \rho + \frac{A'}{A} v_2 \right] \frac{1}{t_0 (1 - \tau_1)}} \quad *3$$

Οι \*1, \*2, \*3 είναι αδιάστατες: όλα τα μεγέθη είναι αδιάστατα

τα  $v_1, v_2, \rho$  εξαρτώνται από τα  $t_0, \tau_1, r_N, \frac{A'}{A}$

laser.m

calllasercommands.m