ΗΜΙΚΛΑΣΙΚΗ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ της αλληλεπιδράσεως

ΗΜ ΠΕΔΙΟΥ — ΥΛΗΣ (ΠΟΛΥΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ)

$\downarrow$ κλασικά $\qquad\qquad$ $\downarrow$ κβαντικά

όλα κβαντικά στο επόμενο κεφάλαιο...

$\vec{E}, \vec{B}$ εξωτερική, χρονικώς μεταβαλλόμενη διαταραχή

σύστημα ιδιοκαταστάσεων

ΘΑ ΔΟΥΜΕ
ΔΣ (ΔΙΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)
ΤΣ (ΤΡΙΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)
ίσως ΠΣ (ΠΟΛΥΣΤΑΘΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

Ακόμα υποθέτουμε: ΗΜ πεδίο αρκετά πυκνό ούτως ώστε η απορρόφηση ή η εκπομπή ενός φωτονίου από το υπό μελέτη διστάθμικό σύστημα να μην μπορεί να επηρεάσει αισθητά τα πλάτη του ηλεκτρικού κ μαγνητικού πεδίου του κύματος

Αν μας ενδιαφέρει η διακύμανση της πυκνότητας του ΗΜ πεδίου θα πρέπει να εγκαταλείψουμε την ημικλασική προσέγγιση

ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ σημαίνει ΧΩΡΙΣ ΗΜ ΠΕΔΙΟ
ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ » ΜΕ ΗΜ ΠΕΔΙΟ

ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (εκτός ΗΜ πεδίου)

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\vec{P}}^2}{2m_e} + U(\vec{r})$$

π.χ. @ άτομο του Υδρογόνου $\quad U(\vec{r}) = (-e)\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e}{r} = \dfrac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

π.χ. @ πολυηλεκτρονικό άτομο $\quad U(\vec{r}) = (-e)\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Ze}{r} = \dfrac{-Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

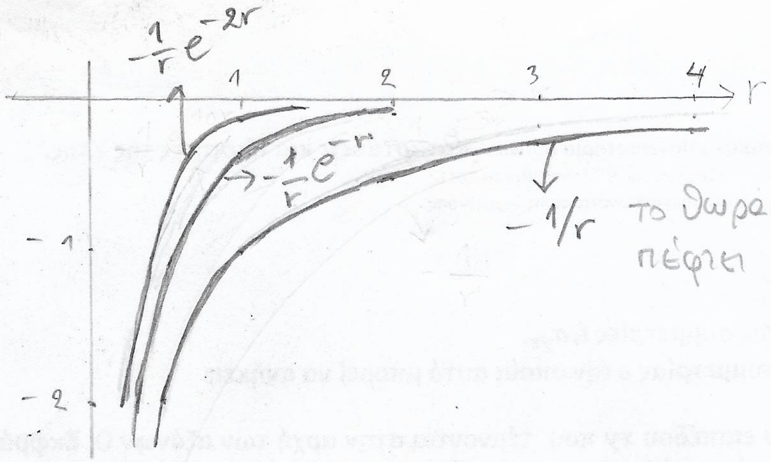
π.χ. θωρακισμένη (screened) μορφή της δυναμικής ενέργειας $\quad U(\vec{r}) = \dfrac{-Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-k_0 r}$

κεντρικά δυναμικά

Γενικότερα το δυναμικό Coulomb έχει τη μορφή $\quad V(\vec{r}) = \dfrac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r} = V(r)$

ενώ το θωρακισμένο δυναμικό Coulomb » $\quad V(\vec{r}) = \dfrac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-k_0 r} = V(r)$
(αλλιώς καλείται Thomas-Fermi δυναμικό ή Yukawa δυναμικό)

$k_0 :=$ ισχύς του παράγοντα αποσβέσεως ή κυματάνυσμα Thomas-Fermi



Το θωρακισμένο δυναμικό πέφτει πιο γρήγορα...

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec r,t)}{\partial t} = \hat H_0 \Psi(\vec r,t)$$

ΧΜ $\Psi(\vec r,t)=\Phi(\vec r)\,T(t)$

$$i\hbar\, \Phi(\vec r)\frac{dT(t)}{dt} = T(t)\,\hat H_0 \Phi(\vec r)$$

άν $T(t)=0$ ή $\Phi(\vec r)=0$ ικανοποιείται

άν $T(t)\neq 0$ και $\Phi(\vec r)\neq 0$ $\rightsquigarrow$ $\underbrace{\frac{i\hbar}{T(t)}\frac{dT(t)}{dt}}_{f_1(t)} = \underbrace{\frac{\hat H_0\Phi(\vec r)}{\Phi(\vec r)}}_{f_2(\vec r)} := E$ (σταθερά) για να ισχύει $\forall t, \forall \vec r$

(1) $\hat H_0 \Phi(\vec r) = E\,\Phi(\vec r)$ εξίσωση ιδιοτιμών, εν γένει διακριτές, θα υπάρχει κάποιος συλλογικός κβαντικός αριθμός k $\Rightarrow$

π.χ. στο άτομο του Υδρογόνου $k=\{n, l, m_l\}$

$$\hat H_0\Phi_k(\vec r)=E_k\Phi_k(\vec r) \qquad E_k:=\hbar\Omega_k$$

$\Phi_k(\vec r)$ έστω ορθοκανονικές ιδιοσυναρτήσεις

(2) $\frac{dT}{T}=\frac{E\,dt}{i\hbar} \Rightarrow \ln T = \frac{Et}{i\hbar}+c \Rightarrow T(t)=e^{-\frac{iEt}{\hbar}}e^{c} \Rightarrow T(t)=\mathcal N e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

$\mathcal N$ σταθερά κανονικοποιήσεως

Συνοψίζοντας $\Psi_k(\vec r,t)=\mathcal N e^{-\frac{i}{\hbar}E_k t}\,\Phi_k(\vec r)$

υποθέσαμε $\Phi_k(\vec r)$ ορθοκανονικές

Αν απαιτήσουμε $\int dV\, |\Psi_k(\vec r)|^2=1 \Rightarrow |\mathcal N|^2\int dV\,|\Phi_k(\vec r)|^2 = 1 \Rightarrow |\mathcal N|^2=1$

$dV:=d^3r$ στοιχειώδης όγκος

ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (εντός ΗΜ πεδίου)

χρονικά εξαρτημένη θεωρία διαταραχών 1

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \underbrace{U_\varepsilon(\vec{r},t)} \quad (1)$$

δυναμική ενέργεια της διαταραχής (μικρή σε σχέση με $\hat{H}_0$)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{r},t) \quad (2)$$

με αρχική συνθήκη

$$\Psi(\vec{r},0) = \Phi(\vec{r}) = \text{γνωστή}$$

Υποθέτουμε ότι μπορούμε να αναπτύξουμε τις $\Psi(\vec{r},t)$ και $\Psi(\vec{r},0)=\Phi(\vec{r})$ στη βάση των ιδιοσυναρτήσεων του αδιατάρακτου προβλήματος $\{\Phi_k(\vec{r})\}$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k f_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r}) \quad (3) \qquad E_k = \hbar\Omega_k$$

$$\Rightarrow C_k(0) = f_k$$

(1)(2)(3) $\Rightarrow$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r}) = \left[\hat{H}_0 + U_\varepsilon(\vec{r},t)\right] \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})$$

$$A' = i\hbar \sum_k \dot{C}_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r}) + \cancel{\sum_k C_k(t) E_k e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})}$$

$$\Delta' = \cancel{\sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} E_k \Phi_k(\vec{r})} + U_\varepsilon(\vec{r},t) \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})$$

επί $\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r})$ ... δηλ. εσωτερικό γινόμενο ...

$$\Rightarrow i\hbar \sum_k \dot{C}_k(t) e^{-i\Omega_k t} \underbrace{\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r}) \Phi_k(\vec{r})}_{\delta(k'-k)} = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \underbrace{\int dV\, \Phi_{k'}^*(\vec{r}) U_\varepsilon(\vec{r},t) \Phi_k(\vec{r})}$$

$$:= U_{\varepsilon k'k}(t) = \langle \Phi_{k'} | U_\varepsilon(\vec{r},t) | \Phi_k \rangle$$

στοιχεία πίνακα της δυναμικής ενέργειας της διαταραχής

$$\Rightarrow i\hbar \dot{C}_{k'}(t) e^{-i\Omega_{k'} t} = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} U_{\varepsilon k'k}(t)$$

$$\boxed{\dot{C}_{k'}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_k C_k(t) e^{i(\Omega_{k'}-\Omega_k)t} U_{\varepsilon k'k}(t)}$$

Γενικώς, για οποιοδήποτε φυσικό μέγεθος M, βρίσκουμε τα στοιχεία πίνακά του ως

$$M_{k'k} := \int dV\, \Phi_{k'}^{*}(\vec{r})\, \hat{M}(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla})\, \Phi_k(\vec{r}) = \langle \Phi_{k'} | \hat{M} | \Phi_k \rangle$$

...

$|\psi\rangle$ ket

$\langle \phi |$ bra

κομψός συμβολισμός

π.χ. $\langle \vec{r} | \psi \rangle = \psi(\vec{r})$ $\quad \langle \psi | \vec{r} \rangle = \psi(\vec{r})^{*}$

$$\langle \phi | \psi \rangle = \int d^3r\, \varphi(\vec{r})^{*} \psi(\vec{r})$$

$$\langle \phi | \hat{A} | \psi \rangle = \int d^3r\, \varphi(\vec{r})^{*} \hat{A}(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla})\, \psi(\vec{r})$$

Στοιχεια Πινακα Τελεστη

ΔΗΛΑΔΗ

$$\langle \vec{r}|\phi\rangle = \phi(\vec{r})$$

$$\langle \psi|\vec{r}\rangle = \psi(\vec{r})^*$$

$$\langle\psi|\hat{M}|\phi\rangle = \int dx'' \int dx' \langle\psi|x''\rangle \langle x''|\hat{M}|x'\rangle \langle x'|\phi\rangle$$

$$= \int dx'' \int dx' \psi(x'')^* \langle x''|\hat{M}|x'\rangle \phi(x')$$

Σχέση πληρότητος

$$\int dx\, |x\rangle\langle x| = 1$$

$$\langle x''|\hat{x}|x'\rangle = \langle x''|x|x'\rangle = x\langle x''|x'\rangle = x\,\delta(x''-x') = x''\,\delta(x''-x')$$

$$\langle x''|\hat{p}|x'\rangle = \ldots \text{ αποδεικνυεται } \ldots = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x')$$

$\Rightarrow$ (αναπτυσσονται σε δυναμεις του $\hat{x}$ και του $\hat{p}$)

$$\langle x''|\hat{M}|x'\rangle = M\left(x'', -i\hbar\frac{\partial}{\partial x''}\right)\delta(x''-x') \quad 1\Delta$$

$$\langle \vec{r}''|\hat{M}|\vec{r}'\rangle = M\left(\vec{r}'', -i\hbar\vec{\nabla}''\right)\delta(\vec{r}''-\vec{r}') \quad 3\Delta$$

Οπότε

$$\langle\Phi_\ell|\hat{M}|\Phi_k\rangle = \int d^3r'' \int d^3r' \langle\Phi_\ell|\vec{r}''\rangle\langle\vec{r}''|\hat{M}|\vec{r}'\rangle\langle\vec{r}'|\Phi_k\rangle$$

$$= \int d^3r'' \int d^3r' \,\Phi_\ell(\vec{r}'')^* M(\vec{r}'', -i\hbar\vec{\nabla}'')\delta(\vec{r}''-\vec{r}')\Phi_k(\vec{r}')$$

$$= \int d^3r'' \,\Phi_\ell(\vec{r}'')^* M(\vec{r}'', -i\hbar\vec{\nabla}'')\Phi_k(\vec{r}'')$$

ή

$$= \int d^3r \,\Phi_\ell(\vec{r})^* M(\vec{r}, -i\hbar\vec{\nabla})\Phi_k(\vec{r})$$

$[\hat{x},\hat{p}] = i\hbar \Leftrightarrow \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$ και $\langle x''|$ και $|x'\rangle$

$$\langle x''|\hat{x}\hat{p}|x'\rangle - \langle x''|\hat{p}\hat{x}|x'\rangle = i\hbar\langle x''|x'\rangle$$

$$\langle x''|x''\hat{p}|x'\rangle - \langle x''|\hat{p}\,x'|x'\rangle = i\hbar\langle x''|x'\rangle$$

$$x''\langle x''|\hat{p}|x'\rangle - x'\langle x''|\hat{p}|x'\rangle = i\hbar\,\delta(x''-x')$$

$$\left.\begin{aligned}&(x''-x')\,\underline{\langle x''|\hat{p}|x'\rangle} = i\hbar\,\delta(x''-x')\\ &\delta(x''-x') = -(x''-x')\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x')\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\cancel{(x''-x')}\,\underline{\langle x''|\hat{p}|x'\rangle} = i\hbar(-1)\cancel{(x''-x')}\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x') \Rightarrow$$

$$\underline{\langle x''|\hat{p}|x'\rangle} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x''}\delta(x''-x')$$

Θα αποδείξουμε πρώτα ότι $x\,\delta'(x) = -\delta(x)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx\, x\,\delta'(x) f(x) = x f(x)\delta(x) - \int dx\,\delta(x)\,(x f(x))' =$$

$$= x f(x)\delta(x) - \int dx\,\delta(x)\left(f(x) + x f'(x)\right)$$

$$= \underline{x f(x)\delta(x)\Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} dx\,\delta(x) f(x)} - \int_{-\infty}^{+\infty} dx\,\delta(x)\,x f'(x)$$

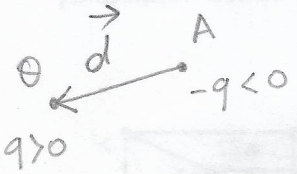
$$\underline{-\int_{-\infty}^{+\infty} dx\,\delta(x) f(x)}$$

Επειδή $\int dV \left|\Psi(\vec r,t)\right|^2 = 1 \iff \int dV\, \Psi^*(\vec r,t)\, \Psi(\vec r,t) = 1$

$$\Rightarrow \int dV \sum_k C_k^*(t)\, e^{+i\Omega_k t}\, \Phi_k^*(\vec r) \sum_{k'} C_{k'}(t)\, e^{-i\Omega_{k'} t}\, \Phi_{k'}(\vec r) = 1$$

$$\Rightarrow \sum_k \sum_{k'} e^{i(\Omega_k - \Omega_{k'})t}\, C_k^*(t)\, C_{k'}(t) \underbrace{\int dV\, \Phi_k^*(\vec r)\, \Phi_{k'}(\vec r)}_{\delta_{k'k}} = 1$$

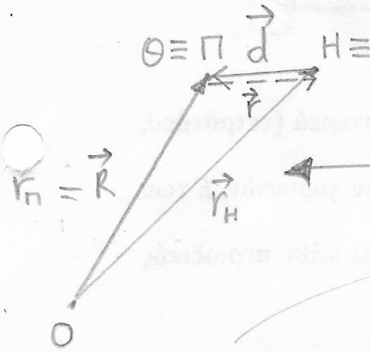
$$\Rightarrow \boxed{\sum_k \left|C_k(t)\right|^2 = 1} \Rightarrow \sum_k \left|C_k(0)\right|^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\sum_k \left|f_k\right|^2 = 1}$$



$\vec d = \vec{A\Theta}$ $\qquad \vec{\mathfrak{p}} := q\vec d$

ηλεκτρική διπολική ροπή
electric dipole moment

Έστω Άτομο Υδρογόνου $\qquad$ ΥΠΟΘΕΣΗ $\lambda >>$ μέγεθος του υπό μελέτη συστήματος



$\vec{\mathfrak{p}} := q\vec d = e(-\vec r) = -e\vec r$

$|\vec r| \sim a_0$ της τάξεως της ακτίνας Bohr

$a_0 = 0.529 \cdot 10^{-10}$ m

π.χ. οπτικό μήκος κύματος $\lambda \simeq 500$nm

$\lambda >> a_0 \qquad \frac{\lambda}{a_0} \approx \frac{500 \cdot 10^{-9} m}{0.5 \cdot 10^{-10} m} = 10^4$

Άρα στις παρούσες συνθήκες το ηλεκτρικό πεδίο είναι πρακτικά ομογενές!
στο χώρο που καλύπτει το σύστημά μας (εδώ άτομο)

ομογενές ← ορισμοί → ισότροπο

Ας περιοριστούμε σε δυνάμεις, στο ηλεκτρόνιο, οι οποίες προέρχονται από το ηλεκτρικό πεδίο οδεύοντος, μονοχρωματικού και πολωμένου ΗΜ κύματος.

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_a \exp\left[i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}_H - \omega t + \phi\right)\right]$$

$\vec{\mathcal{E}}_a$: καθορίζει την πόλωση

$\omega = 2\pi\nu$

ω: κυκλική συχνότητα, ν: συχνότητα

$\vec{k}$: κυματάνυσμα με μέτρο $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

λ: μήκος κύματος

ϕ: αυθαίρετη φάση

$\vec{r}_H \simeq \vec{R}$ για την κλίμακα μεγέθους που μας αφορά εδώ.

$$\frac{\lambda}{a_0} \simeq 10^4 \Rightarrow \lambda >> a_0 \sim |\vec{r}|$$

Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι πρακτικά ομογενές

$$\vec{\mathcal{E}} \approx \vec{\mathcal{E}}_a \exp\left[i\left(\vec{k}\cdot\vec{R} - \omega t + \phi\right)\right] = \underbrace{\vec{\mathcal{E}}_a \exp\left[i(\vec{k}\cdot\vec{R} + \phi)\right]}_{:=\vec{\mathcal{E}}_0} \cdot \exp(-i\omega t)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \exp(-i\omega t) = \vec{\mathcal{E}}(t)$$

Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο έχει πρακτικά μόνο χρονική εξάρτηση

$V(\vec{r}, t)$ δυναμικό

$U(\vec{r}, t)$ δυναμική ενέργεια

$$\left.\begin{aligned} &\vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla} V \\ &dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow dV = -\vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow V(\vec{r},t) - V(\vec{0},t) = -\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{r} \Rightarrow V(\vec{r},t) = -\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{r}$$

θέτουμε μηδέν

$$\Rightarrow \boxed{U(\vec{r},t) = e\,\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{r} = -\vec{\wp} \cdot \vec{\mathcal{E}}}$$

Το σύνολο των υποθέσεων, οι οποίες οδήγησαν στη δυναμική ενέργεια της διαταραχής της μορφής αυτής, ονομάζεται προσέγγιση διπόλου (dipole approximation)

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \exp(-i\omega t) = \vec{\mathcal{E}}(t)$$

θεωρώντας $\vec{\mathcal{E}}_0 \parallel \hat{z}$ και παίρνοντας το πραγματικό μέρος $\cos\omega t$

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0 \hat{z} \cos\omega t$$

Άρα $U_\mathcal{E} = -\vec{p}\cdot\vec{\mathcal{E}} = -(-e\vec{r})\cdot\mathcal{E}_0\hat{z}\cos\omega t = e\mathcal{E}_0 z\cos\omega t$

$$U_\mathcal{E} = e\mathcal{E}_0 z\cos\omega t$$

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = \int dV\, \Phi^*_{k'}(\vec{r})\, e\mathcal{E}_0 z\cos\omega t\, \Phi_k(\vec{r}) \Rightarrow$$

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = e\mathcal{E}_0\cos\omega t \underbrace{\int dV\, \Phi^*_{k'}(\vec{r})\, z\, \Phi_k(\vec{r})}_{:= Z_{k'k}} = e\mathcal{E}_0\cos\omega t\, Z_{k'k}$$

τα $Z_{k'k}$ έχουν τις ιδιότητες

① $Z_{kk} = \int dV\, z\, |\Phi_k(\vec{r})|^2 = 0$

περιττή   άρτια

εφ' όσον οι ιδιοσυναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές (όπως ισχύει στα άτομα, στα συμμετρικά κβαντικά φρέατα κλπ)

② $Z^*_{k'k} = \left(\int dV\, \Phi^*_{k'}(\vec{r})\, z\, \Phi_k(\vec{r})\right)^* = \int dV\, \Phi^*_k(\vec{r})\, z\, \Phi_{k'}(\vec{r}) = Z_{kk'}$

Δηλαδή συνοπτικά

① $Z_{kk} = 0$

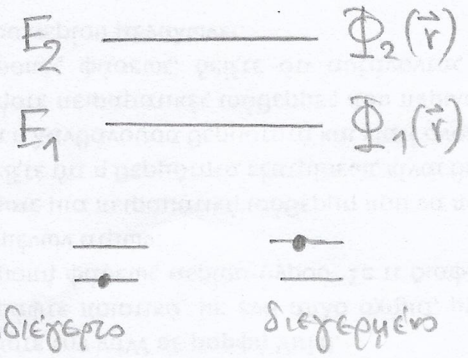
② $Z^*_{k'k} = Z_{kk'}$ και $Z_{k'k} = Z_{kk'}$ αν οι ιδιοσυναρτήσεις είναι πραγματικές

$$\vec{p}_{k'k} := \int dV\, \Phi^*_{k'}(\vec{r})(-e)\vec{r}\,\Phi_k(\vec{r}) = (-e)\,\vec{r}_{k'k}$$

$$p_{zk'k} = (-e)\int dV\, \Phi^*_{k'}(\vec{r})\, z\, \Phi_k(\vec{r}) = (-e)\cdot Z_{k'k}$$

$$U_{\mathcal{E}k'k}(t) = -\mathcal{E}_0\cos\omega t\, p_{zk'k}$$

Ας εστιάσουμε σε διστάθμικό σύστημα



$$U_{E12}(t) = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, z_{12} = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p_{z12}$$

$$U_{E21}(t) = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, z_{21} = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p_{z21}$$

$$U_{Ekk}(t) = e\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, z_{kk} = 0$$

Αν οι ιδιοσυναρτήσεις είναι πραγματικές

$$p_{z12} = (-e) z_{12} = (-e) z_{21} = p_{z21} := p_z := p$$

$$U_{E12}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p$$

$$U_{E21}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p$$

$$U_{Ekk}(t) = 0 \, , \quad k=1 \text{ ή } k=2$$

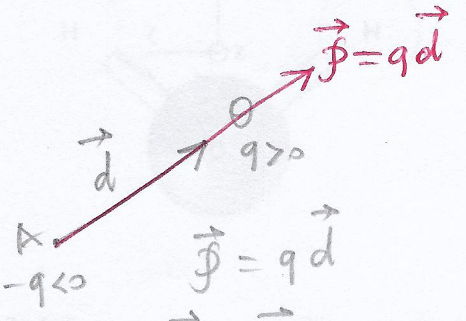
τελικά

$$\begin{cases} U_{Ek'k}(t) = -\mathcal{E}_0 \cos\omega t \, p \, , & k' \neq k \\ U_{Ek'k}(t) = 0 \, , & k' = k \end{cases}$$

Ὑπενθύμιση Ἀναλογιῶν

$\vec{\mathcal{E}}$ (Ἠλεκτρικό Πεδίο)

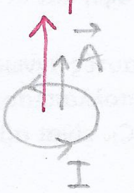
$\vec{B}$ (Μαγνητική Ἐπαγωγή)



$\vec{p}=q\vec{d}$

$\vec{d}=\vec{AΘ}$

$\vec{\mu}=I\vec{A}$



ἤ $\vec{\mu}=\frac{q}{2m}(\vec{L}+g\vec{S})$ (q: φορτίο, m: μάζα)

$\vec{p}=q\vec{d}$

ἠλεκτρική διπολική ροπή

electric dipole moment

$\vec{\mu}=I\vec{A}$ ἤ $\vec{\mu}=\frac{q}{2m}(\vec{L}+g\vec{S})$

μαγνητική διπολική ροπή

magnetic dipole moment

$U_{\mathcal{E}}=-\vec{p}\cdot\vec{\mathcal{E}}$ δυναμική ἐνέργεια potential energy

$U_B=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

$\vec{\tau}=\vec{p}\times\vec{\mathcal{E}}$ (μηχανική) ροπή torque

$\vec{\tau}=\vec{\mu}\times\vec{B}$

$[\vec{p}]=Cm$

$[\vec{\mu}]=Am^2$

$F=BI\ell$

$N=TAm$

$[U_{\mathcal{E}}]=Cm\frac{V}{m}=CV=\text{Joule}$

$[U_B]=Am^2\cdot T=Nm=\text{Joule}$

$[\vec{\tau}]=\cancel{C}m\frac{N}{\cancel{C}}=N\,m$

$[\vec{\tau}]=Am^2T=Nm$