

ΕΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΤΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΙΣΛΙΞΗ

ΔΙΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.

ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΡΑΒΔΙ.

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ (RWA, Rotating Wave Approximation)

Είχαμε καταλήξει στο γραμμικό Σύστημα Διαφορικών Εξισώσεων της τρέλας

$$\dot{C}_k(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_k C_k(t) e^{i(\Omega_k - \Omega_k)t} U_{ekk}(t)$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + U_E(\vec{r}, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\Psi(\vec{r}, 0) = \Phi(\vec{r}) = \sum_k f_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k f_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_k C_k(t) e^{-i\Omega_k t} \Phi_k(\vec{r})$$

$$\hat{H}_0 \Phi_k(\vec{r}) = E_k \Phi_k(\vec{r})$$

$$E_k = \hbar \Omega_k$$

Θα το λύσουμε για $\Delta\Sigma$

Ορίζουμε $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$

Είχαμε βρει επίσης

$$U_{ekk}(t) = \begin{cases} -\beta E_0 \cos \omega t, & k \neq k' \\ 0, & k = k' \end{cases}$$

$$\beta = \beta_{21} = \beta_{221} = -e z_{21} = -e z_{12} = \beta_{12}$$

κάνουμε την προσέγγιση διόλου,

τη δικαιολογούμε για $|\vec{r}| \sim a_0$ και όπτικέ μήκη κύματος ($\lambda \gg a_0$)

$$\vec{E}(t) = E_0 \hat{z} \cos \omega t$$

ω : η κυκλική συχνότητα τού μονοχρωματικού, πολωμένου ηλεκτρικού κύματος

$k=1$

$$\dot{C}_1(t) = -\frac{i}{\hbar} C_1(t) e^{i(\Omega_1 - \Omega_1)t} U_{E11}(t) - \frac{i}{\hbar} C_2(t) e^{i(\Omega_1 - \Omega_2)t} U_{E12}(t)$$

$$C_1(t) = +\frac{i}{\hbar} C_2(t) e^{-i\Omega t} \beta E_0 \cos \omega t = \frac{i\beta E_0}{\hbar} C_2(t) e^{-i\Omega t} \cos \omega t$$

$k=2$

$$\dot{C}_2(t) = -\frac{i}{\hbar} C_1(t) e^{i(\Omega_2 - \Omega_1)t} U_{E21}(t) - \frac{i}{\hbar} C_2(t) e^{i(\Omega_2 - \Omega_2)t} U_{E22}(t)$$

$$C_2(t) = +\frac{i}{\hbar} C_1(t) e^{i\Omega t} \beta E_0 \cos \omega t = \frac{i\beta E_0}{\hbar} C_1(t) e^{i\Omega t} \cos \omega t$$

$$\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$$

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} C_2(t) e^{-i\Omega t} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} C_1(t) e^{i\Omega t} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} \left[e^{i(\omega-\Omega)t} + e^{-i(\omega+\Omega)t} \right] C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} \left[e^{i(\omega+\Omega)t} + e^{-i(\omega-\Omega)t} \right] C_1(t)$$

$\Delta := \omega - \Omega$
 ἀπουρονοποίηση
 detuning

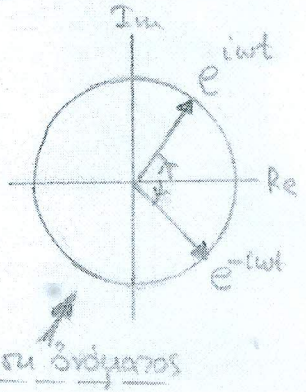
Αν το ω του ΗΜ πεδίου ταιριάζει άκριβώς με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών
 $\Omega := \Omega_2 - \Omega_1$
 $\omega \sim \Omega := \Omega_2 - \Omega_1$

κρίσι να είναι άποχρωτικό να ταυίζονται...

$\Rightarrow \omega + \Omega$ - μεγάλο υψηλόσυχνο
 $\omega - \Omega$ - μικρό χαμηλόσυχνο

Οι όροι $e^{-i(\omega+\Omega)t}$ και $e^{i(\omega+\Omega)t}$ είναι αγρήγοροι όροι

Αρα, σε οποιαδήποτε αξιοσημείωτη χρονική κλίμακα, οι αγρήγοροι αυτές ταλαντώσεις θα έχουν, κατά μέσο όρο, μηδενική ή περίπου μηδενική επίδραση στο αποτέλεσμα. (ΥΠΟΘΕΣΗ ΑΠΛΟΠΟΙΗΤΙΚΗ...)

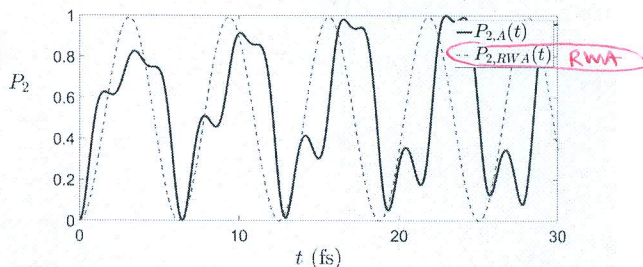
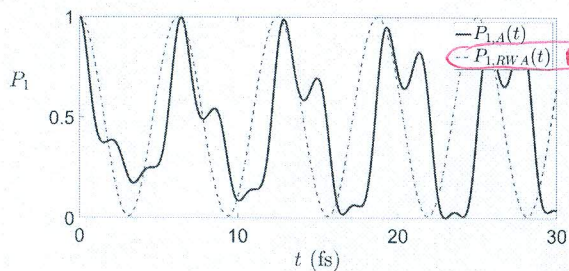


RWA Rotating Wave Approximation : Αγνοούμε αυτούς τους αγρήγορους όρους
 Προέγερση Περίστροφόμενου Κύματος

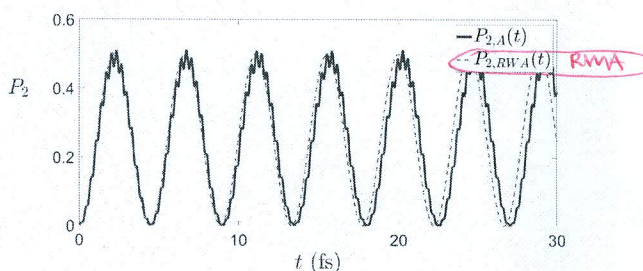
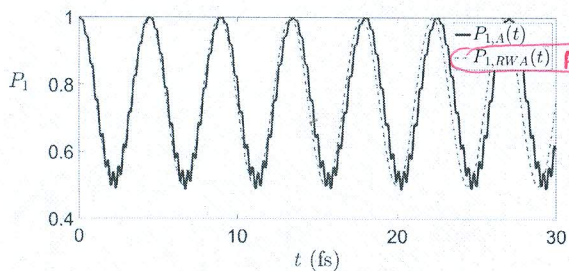
$$\dot{C}_1(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} e^{i\Delta t} C_2(t)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{i\phi E_0}{2\hbar} e^{-i\Delta t} C_1(t)$$

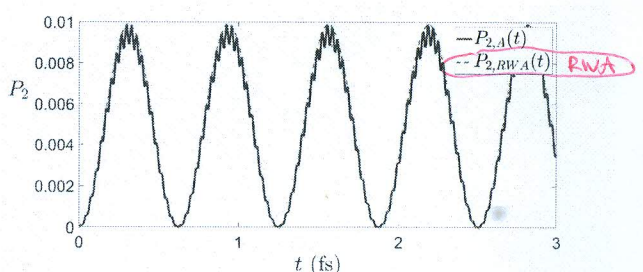
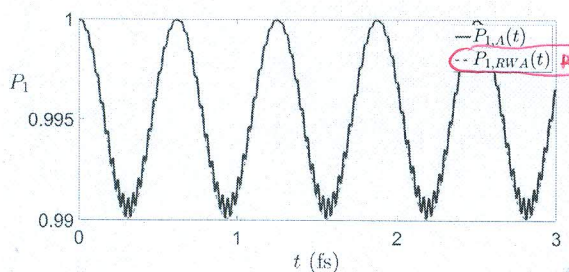
4.1 Περίπτωση αποσυντονισμού: $\Delta \neq 0$.



(i) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ και $\Delta = 0.1fs^{-1}$, όπου $\omega = 1fs^{-1}$ και (ii) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ και $\Delta = 0.1fs^{-1}$, όπου $\omega = 1fs^{-1}$ και $\Omega = 0.9fs^{-1}$.



(iii) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ και $\Delta = 1fs^{-1}$, όπου $\omega = 10fs^{-1}$ και (iv) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ και $\Delta = 1fs^{-1}$, όπου $\omega = 10fs^{-1}$ και $\Omega = 9fs^{-1}$.



(v) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ και $\Delta = 10fs^{-1}$, όπου $\omega = 100fs^{-1}$ και (vi) $\Omega_R = 1fs^{-1}$ και $\Delta = 10fs^{-1}$, όπου $\omega = 100fs^{-1}$ και $\Omega = 90fs^{-1}$.

Σχήμα 4.1 Ταλαντώσεις Rabi για την περίπτωση όπου το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην κάτω στάθμη, στην αρχή του χρόνου για διαφορετικά Δ , για την κάτω στάθμη ή στάθμη 1 (αριστερά) και την άνω στάθμη ή στάθμη 2 (δεξιά).

$$\begin{aligned} \dot{C}_1(t) &= \frac{-i}{2} \Omega_R e^{i\Delta t} \cdot C_2(t) \\ \dot{C}_2(t) &= \frac{i}{2} \Omega_R e^{-i\Delta t} \cdot C_1(t) \end{aligned}$$



δρίσαμε

$$\Delta := \omega - \Omega \text{ \u03b1\u03c0\u03c9\u03c5\u03c4\u03c9\u03bd\u03b9\u03c3\u03bc\u03cc\u03c3 detuning}$$

$$\Omega_R := \frac{-\hbar \mathcal{E}_0}{\hbar} > 0 \text{ \u03c3\u03c7\u03bd\u03cc\u03c4\u03b7\u03c4\u03b1 Rabi}$$

χρονικ\u03c9\u03c2 \u03b5\u03c6\u03b1\u03c1\u03c4\u03b7\u03bc. \u03c3\u03c5\u03bd\u03c4\u03b5\u03bb\u03b5\u03c3\u03c4\u03b5\u03c2

(\u03bc\u03c9\u03bb\u03b9 \u03b1\u03bd \mathcal{E} > 0)

$$\begin{pmatrix} \mu\u03c0\u03b5\u03b1\u03bd \\ \mathcal{E} < 0 \\ \star \end{pmatrix}$$

\u0394 \u03b5\u03ba\u03c6\u03c1\u03b5\u03b9 \u03c4\u03b7\u03bd \u03b4\u03b9\u03b1\u03c6\u03cc\u03c1\u03b5 \u03bc\u03b5\u03c4\u03b1\u03b2\u03b9 \u03c9 \u0397\u039c \u03c0\u03b5\u03b4\u03b9\u03bf\u03c5 \u03ba\u03b1\u03b9

$$\Omega := \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$$

- 1. \u0394 \u03b5\u03ba\u03c6\u03c1\u03b5\u03b9 \u03c4\u03cc \u03c0\u03cc\u03c3\u03cc \u03b9\u03c3\u03c7\u03c5\u03c1\u03cc \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1 \u03c4\u03cc \u03c0\u03b5\u03b4\u03b9\u03bf, \u03b4\u03b9\u03b1. \u03c4\u03cc \u03c0\u03bb\u03b1\u03c4\u03cc\u03c2 \u03c4\u03cc\u03c5 \u03c0\u03b5\u03b4\u03b9\u03bf
- 2. \u0394 \u03b5\u03ba\u03c6\u03c1\u03b5\u03b9 \u03c4\u03cc \u03ba\u03c4\u03cc \u03c0\u03cc\u03c3\u03cc \u03c4\u03cc \u03c0\u03b5\u03b4\u03b9\u03bf \u03b5\u03bc\u03c7\u03b7\u03c4\u03b5\u03ba\u03b9 \u03c4\u03b9\u03c2 \u03b4\u03c5\u03cc \u03c3\u03c4\u03b1\u03b8\u03b5\u03c3\u03b5\u03c2.

\u2192 \u0394 \u03b5\u03ba\u03c6\u03c1\u03b5\u03b9 \u03c4\u03b7\u03bd \u03b9\u03c3\u03c7\u03c5 \u03c4\u03b7\u03c2 \u03b4\u03b9\u03b1\u03c4\u03b1\u03c1\u03b1\u03c7\u03b9\u03c2 \u03ba\u03b9 \u03b4\u03c1\u03b9\u03b6\u03b5\u03b9 \u03c0\u03b1\u03bd\u03c4\u03cc\u03c4\u03b5 \u03b4\u03b5\u03c4\u03b9\u03ba\u03cc.

\u2714 \u0398\u03b1 \u03ba\u03b5\u03bd\u03c5\u03bc\u03b5 \u03b5\u03bd\u03b5 \u03bc\u03b5\u03c4\u03b1\u03c3\u03c7\u03b7\u03bc\u03b1\u03c4\u03b9\u03c9\u03c4\u03b9\u03c9 \u03b3\u03b9\u03b1 \u03bd\u03b1 \u03c0\u03b1\u03c1\u03bf\u03c5\u03bc\u03b5 \u03c5\u03c0\u03c9\u03c3\u03c4\u03b5 \u03b4\u03b9\u03b1\u03c6\u03b5\u03c1\u03b9\u03c3\u03c9\u03c3\u03b5\u03c9\u03bd \u03bc\u03b5 \u03c7\u03c1\u03cc\u03bd\u03b9\u03c9\u03c2 \u03b4\u03c5\u03b5\u03c6\u03b1\u03c1\u03c4\u03b7\u03c4\u03b9\u03c9\u03c5 \u03c3\u03c5\u03bd\u03c4\u03b5\u03bb\u03b5\u03c3\u03c4\u03b5\u03c2

$$\begin{cases} C_1(t) = \tilde{C}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \Rightarrow \dot{\tilde{C}}_1(t) = \dot{C}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} + C_1(t) \frac{i\Delta}{2} e^{\frac{i\Delta t}{2}} \\ C_2(t) = \tilde{C}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \Rightarrow \dot{\tilde{C}}_2(t) = \dot{C}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} + C_2(t) \left(-\frac{i\Delta}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{C}}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} + \tilde{C}_1(t) \frac{i\Delta}{2} e^{\frac{i\Delta t}{2}} &= \frac{-i}{2} \Omega_R e^{i\Delta t} \tilde{C}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \\ \dot{\tilde{C}}_2(t) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} + \tilde{C}_2(t) \left(-\frac{i\Delta}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} &= \frac{i}{2} \Omega_R e^{-i\Delta t} \tilde{C}_1(t) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{C}}_1(t) &= -\frac{i\Delta}{2} \tilde{C}_1(t) + \frac{i\Omega_R}{2} \tilde{C}_2(t) \\ \dot{\tilde{C}}_2(t) &= \frac{i\Omega_R}{2} \tilde{C}_1(t) - \frac{i\Delta}{2} \tilde{C}_2(t) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{C}}_1(t) \\ \dot{\tilde{C}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{i\Delta}{2} & \frac{i\Omega_R}{2} \\ \frac{i\Omega_R}{2} & -\frac{i\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{C}_1(t) \\ \tilde{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

\u2714 \u03c3\u03b5 \u03c4\u03c9\u03c1\u03b7 \u03c0\u03b9\u03bd\u03b1\u03ba\u03c9\u03bd

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{C}}_1(t) \\ \dot{\tilde{C}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{i\Omega_R}{2} e^{i\Delta t} \\ \frac{i\Omega_R}{2} e^{-i\Delta t} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{C}_1(t) \\ \tilde{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

\u0394\u03cc \u03c3\u03c5\u03c3\u03c4\u03b7\u03bc\u03b1 \u03bb\u03c5\u03bd\u03b5\u03c4\u03b1\u03b9 \u03bc\u03b5 3 \u03b4\u03b9\u03b1\u03c6\u03cc\u03c1\u03b5\u03c4\u03b9\u03ba\u03cc\u03c5 \u03c4\u03c1\u03cc\u03c0\u03c9\u03c2

\u2190 \u0397\u0399\u03a3\u0397 \u03bc\u03b5\u03b4. \u0399\u0394-\u0399\u03a4 \u2190 \u0397\u0395 \u2190 Newton

Είπαμε το διάνυσμα

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{\vec{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{C}_1(t) \\ \dot{C}_2(t) \end{bmatrix}$$

και διαμορφώσε

$$\tilde{A} := \begin{bmatrix} -\frac{i\Delta}{2} & -\frac{i\Omega_R}{2} \\ -\frac{i\Omega_R}{2} & \frac{i\Delta}{2} \end{bmatrix} := -iA \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}$$

Όπου το \otimes χρέεται

$$\dot{\vec{x}}(t) = \tilde{A} \vec{x}(t) = -iA \vec{x}(t)$$

Αν δοκιμάσουμε λύσεις της μορφής

$$\vec{x}(t) = \vec{v} e^{\tilde{\lambda}t}$$

$$\vec{v} \tilde{\lambda} e^{\tilde{\lambda}t} = \tilde{A} \vec{v} e^{\tilde{\lambda}t}$$

$$\tilde{A} \vec{v} = \tilde{\lambda} \vec{v}$$

$$\text{ή } \boxed{A \vec{v} = \lambda \vec{v}} \quad \text{με} \quad \tilde{\lambda} = -i\lambda$$

Δηλαδή το πρόβλημα ανάγεται σε ένα πρόβλημα ιδιοαντιθέσεων -ιδιοτιμών από τη λύση της δοστούς θα προκύψουν

τα ιδιοαντιθέματα \vec{v}_1, \vec{v}_2 και
 οι αντίστοιχες ιδιοτιμές λ_1, λ_2

Έχοντας ελέγξει ότι τα \vec{v}_1, \vec{v}_2 είναι γραμμικώς ανεξάρτητα,
 η λύση του προβλήματος είναι

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^2 \sigma_k \vec{v}_k e^{-i\lambda_k t}$$

$$\tilde{\lambda}_k = -i\lambda_k$$

Από τις αρχικές συνθήκες βρίσκουμε τα σ_k

Πρώτα πρώτα, όπως, εἶναι βρούμε τις ιδιοτιμές

$$A\vec{u} = \lambda\vec{u} \Rightarrow A\vec{u} - \lambda I\vec{u} = 0 \Rightarrow (A - \lambda I)\vec{u} = 0$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{2} - \lambda & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{\Delta}{2} - \lambda & +\frac{\Omega_R}{2} \\ +\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Delta}{2} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-\left(\frac{\Delta}{2} - \lambda\right)\left(\frac{\Delta}{2} + \lambda\right) - \frac{\Omega_R^2}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$-\left(\frac{\Delta^2}{4} - \lambda^2\right) - \frac{\Omega_R^2}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda^2 = \frac{\Omega_R^2}{4} + \frac{\Delta^2}{4} = \frac{\Omega_R^2 + \Delta^2}{4}$$

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}}{2}$$

Ενώ στην περίπτωση συζήτησης ($\Delta = 0$)

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{|\Omega_R|}{2} = \pm \frac{\Omega_R}{2}$$

ορίζεται πάντα θετικός $\Omega_R > 0$

Παρακάτω θα χρησιμοποιήσουμε άρχιμες συνθήκες $C_1(0) = 1, C_2(0) = 0$

λόγω της (M)

$$C_1(0) = 1 \quad C_2(0) = 0$$



άρχιμώς το ηλεκτρικό
βρίσκεται στην κάτω μέση

ΛΥΣΗ για $\Delta=0$

$$\lambda_{2,1} = \pm \frac{|\Omega_R|}{2} = \pm \frac{\Omega_R}{2}$$

↓ Ω_R πάντοτε θετική

• για $\lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2}$

$$\textcircled{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & \frac{\Omega_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\Omega_R}{2} U_{11} - \frac{\Omega_R}{2} U_{21} &= 0 \\ -\frac{\Omega_R}{2} U_{11} + \frac{\Omega_R}{2} U_{21} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{11} = U_{21} = k$$

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} k \\ k \end{bmatrix} \quad \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 = 1 \Rightarrow 2|k|^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

n.k.

$$\vec{V}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{το ιδιοάνωμο που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή } \lambda_1 = -\frac{\Omega_R}{2}$$

• για $\lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2}$

$$\textcircled{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \\ -\frac{\Omega_R}{2} & -\frac{\Omega_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -\frac{\Omega_R}{2} U_{12} - \frac{\Omega_R}{2} U_{22} &= 0 \\ -\frac{\Omega_R}{2} U_{12} - \frac{\Omega_R}{2} U_{22} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$U_{12} = -U_{22} = k$$

$$\vec{V}_2 = \begin{bmatrix} k \\ -k \end{bmatrix} \quad \vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2 = 1 \Rightarrow 2|k|^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

n.k.


$$\vec{V}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{το ιδιοάνωμο που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή } \lambda_2 = \frac{\Omega_R}{2}$$

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^2 \sigma_k \vec{v}_k e^{-i\lambda_k t} =$$

$$= \sigma_1 \vec{v}_1 e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 \vec{v}_2 e^{-i\lambda_2 t}$$

$$= \sigma_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{+i\frac{\Omega_R}{2}t} + \sigma_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-i\frac{\Omega_R}{2}t} \Rightarrow$$

$(\Delta=0)$

$$\begin{bmatrix} C_1(t) e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}} \\ C_2(t) e^{+i\frac{\Omega_R t}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R t}{2}} + \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}} \\ \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Omega_R t}{2}} - \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}} \end{bmatrix}$$


$C_1(0)=1 \quad C_2(0)=0$ approxim. condition $\underline{\underline{=}}$

$$\left. \begin{aligned} 1 &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sqrt{2}} \\ 0 &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \text{ kai } \frac{2\sigma}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} e^{i\phi} &= \cos\phi + i\sin\phi \\ e^{-i\phi} &= \cos\phi - i\sin\phi \\ \cos\phi &= \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2} \\ i\sin\phi &= \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2} \end{aligned}$$

Onote,

$$C_1(t) = \frac{1}{2} e^{i\frac{\Omega_R t}{2}} + \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}} = \cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$C_2(t) = \frac{1}{2} e^{i\frac{\Omega_R t}{2}} - \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}} = i\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

APA

$$P_1(t) = |C_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$P_2(t) = |C_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)$$

$$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos(x \pm y) &= \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \\ \sin(x \pm y) &= \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \sin 2x &= 2 \sin x \cos x \\ \cos^2 x + \sin^2 x &= 1 \\ \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$|C_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{\cos(\Omega_R t) + 1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\Omega_R t)$$

$$|C_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\Omega_R t)$$

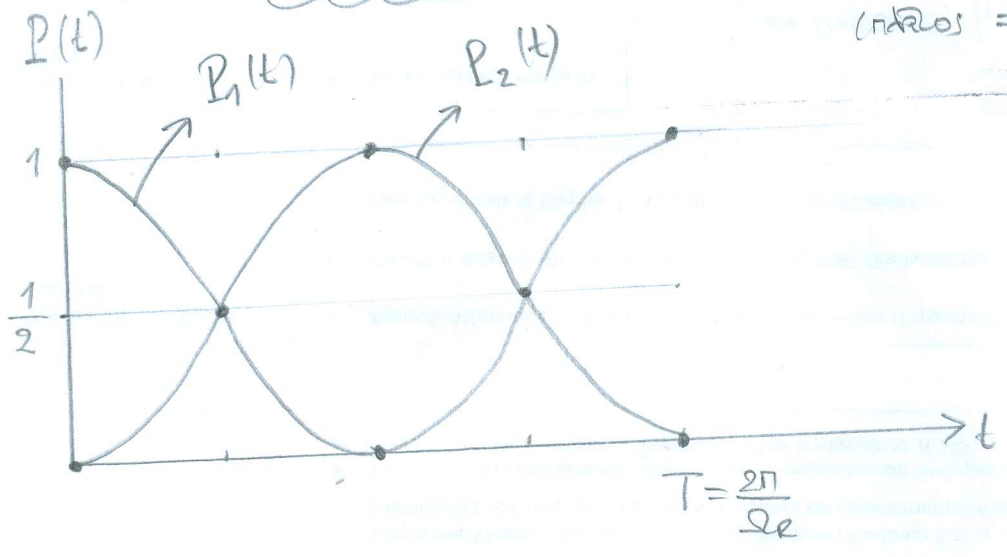
$$T = \frac{2\pi}{\Omega_R}$$

περίοδος ταλαντώσεων

στο
δυναμικό
($\Delta = 0$)

$$A = 1$$

μέγιστο ποσοστό μεταβίβασης
maximum transfer percentage
(πλάτος = $A/2$)



$$\langle |C_1(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle |C_2(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

maximum transfer rate

$$P = \frac{d_2}{T} = \frac{1 \cdot \Omega_R}{2\pi} = \frac{\Omega_R}{2\pi}$$

δρόμος

$$t_{2\text{mean}} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\Omega_R t_{2\text{mean}}) \Rightarrow \cos(\Omega_R t_{2\text{mean}}) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\Omega_R t_{2\text{mean}} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_{2\text{mean}} = \frac{\pi}{2\Omega_R}$$

μέγος ρυθμός μεταβίβασης
mean transfer rate

$$k = \frac{\langle |C_2(t)|^2 \rangle}{t_{2\text{mean}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{2\Omega_R}} = \frac{\Omega_R}{\pi} \quad \frac{k}{\frac{d_2}{T}} = 2 \Rightarrow k = 2 \frac{d_2}{T}$$

έκφραζει το μεταβιβαζόμενο ποσοστό, αλλά και τη χρονική κλίμακα του φαινομένου

$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^2 \sigma_k \vec{u}_k e^{-i\lambda_k t} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix} = \sigma_1 \vec{u}_1 e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 \vec{u}_2 e^{-i\lambda_2 t}$

Χρησιμοποιώντας την γενική λύση του ΔΣ, αποδείξτε πως για άρχινη τοποθέτηση των ηλεκτρονίων στην κάτω στάθμη (1), το μέγιστο ποσοστό μεταβίβασης στην άνω στάθμη (2) είναι $4\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12}$.

$$\begin{bmatrix} A_1(t) \\ A_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 u_{11} e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 u_{12} e^{-i\lambda_2 t} \\ \sigma_1 u_{21} e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 u_{22} e^{-i\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$

$$|A_1(t)|^2 = (\sigma_1 u_{11} e^{-i\lambda_1 t} + \sigma_2 u_{12} e^{-i\lambda_2 t}) (\sigma_1^* u_{11}^* e^{i\lambda_1 t} + \sigma_2^* u_{12}^* e^{i\lambda_2 t})$$

$$|A_1(t)|^2 = |\sigma_1|^2 |u_{11}|^2 + \sigma_1 u_{11} \sigma_2^* u_{12}^* e^{i(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \sigma_2 u_{12} \sigma_1^* u_{11}^* e^{i(\lambda_1 - \lambda_2)t} + |\sigma_2|^2 |u_{12}|^2$$

Αν σ_k, u_k είναι πραγματικά $e^{ix} + e^{-ix} = \frac{\cos x + i \sin x}{\cos x - i \sin x} = 2 \cos x$

$$|A_1(t)|^2 = \underbrace{\sigma_1^2 u_{11}^2 + \sigma_2^2 u_{12}^2}_{=1} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \cos[(\lambda_2 - \lambda_1)t] \quad \omega = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$|A_1(t)|^2 = \underbrace{\sigma_1^2 u_{11}^2 + \sigma_2^2 u_{12}^2}_{=1} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \cos \omega t \quad \frac{2\pi}{T} = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$1 = \underbrace{\sigma_1^2 u_{11}^2 + \sigma_2^2 u_{12}^2}_{=1} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \quad \text{Αproxική συνθήκη} \quad T = \frac{2\pi}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$|A_1(t)|^2 = 1 - 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \cos \omega t$$

$$|A_1(t)|^2 = 1 + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} (\cos \omega t - 1)$$

$$-1 \leq \cos \omega t \leq 1$$

$$-2 \leq \cos \omega t - 1 \leq 0$$

$$-4 \sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \leq 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} (\cos \omega t - 1) \leq 0$$

$$1 - 4 \sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \leq 1 + 2\sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} (\cos \omega t - 1) \leq 1$$

$$1 - 4 \sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12} \leq |A_1(t)|^2 \leq 1$$

$\Rightarrow \phi = \text{maximum transfer percentage} = 4 \sigma_1 u_{11} \sigma_2 u_{12}$