

ΠΕΔΙΑ ΕΝΤΟΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

Ιδανικός αγωγός (ideal conductor) απορροφά όλη την ενέργεια ΗΜ κύματος που προσπίπτει στην επιφάνειά του

Καλός αγωγός (good conductor) απορροφά το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας ΗΜ κύματος που προσπίπτει στην επιφάνειά του.

Πυκνότητα ενέργειας ΗΜ κύματος

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{\epsilon_0}{2} (E^2 + c^2 B^2)$$

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \Rightarrow \frac{1}{\mu_0} = \epsilon_0 c^2$$

$$\epsilon_0 \approx 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$[U] = \frac{F}{m} \cdot \frac{V^2}{m^2} = \frac{C}{V} \cdot \frac{V^2}{m^3} = \frac{C \cdot V}{m^3} = \frac{J}{m^3}$$

$$[U] = \frac{A^2}{N} T^2 = \frac{N^2}{N m^2} = \frac{N}{m^2} = \frac{N \cdot m}{m^3} = \frac{J}{m^3}$$

$$F = BI\ell \quad N = TAm$$

Άρα, εντός ιδανικού αγωγού $\vec{E} = \vec{0}$ και $\vec{B} = \vec{0}$

$$\text{1η Gauss} \quad \oint_{S=\partial V} \vec{\Delta} \cdot d\vec{a} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\Delta} dV$$

$$\text{2η Stokes} \quad \oint_{L=\partial S} \vec{\Delta} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{\Delta} \cdot d\vec{a}$$

Διαφορική μορφή

στο κενό ($\rho=0, \vec{J}=\vec{0}$)

$$\text{1η Eq. Maxwell} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

v. Gauss ηλεκτρισμός

$$\text{2η Eq. Maxwell} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

v. Gauss μαγνητισμός

$$\text{3η Eq. Maxwell} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

v. Faraday έγχυσης

$$\text{4η Eq. Maxwell} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

v. Ampère κ

διόρθωση Maxwell

Σλοκληρωτική μορφή

$$\text{1η+ Gauss} \quad \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \int_{S=\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{a} \Rightarrow \Phi_{ES} := \int_{S=\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{\text{ενοχ}}}{\epsilon_0}$$

$$\text{2η+ Gauss} \quad \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = \int_{S=\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{a} \Rightarrow \Phi_{BS} := \int_{S=\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$$

$$\text{3η+ Stokes} \quad \int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{L=\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \xi_{HE\Delta} := \oint_{L=\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a} = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{BS}$$

$$\text{4η+ Stokes} \quad \int_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{a} = \oint_{L=\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \oint_{L=\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{a} =$$

$$= \mu_0 I_{\text{που διαπερνάει το } S} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{ES}$$

ΥΠΑΡΞΗ ΗΜ ΚΥΜΑΤΩΝ όταν $\rho=0$ & $\vec{J}=\vec{0}$

$$1\eta \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$2\eta \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$3\eta \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$4\eta \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

• $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$ (∇^2 Laplacian)

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 \vec{E} \Rightarrow$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\nabla^2 \vec{E} \Rightarrow -\frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\nabla^2 \vec{E} \Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad v_\phi = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \vec{E} = \vec{0}$$

$$\square \vec{E} = \vec{0}$$

(\square D'Alembertian)

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 \vec{B} \Rightarrow$$

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\nabla^2 \vec{B} \Rightarrow \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 \vec{B} \Rightarrow \nabla^2 \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \vec{B} = \vec{0}$$

$$\square \vec{B} = \vec{0}$$

ΠΕΔΙΑ ΣΤΟ ΣΥΝΟΡΟ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

Συνοριακές Συνθήκες στη διεπιφάνεια μεταξύ δύο υλικών interface

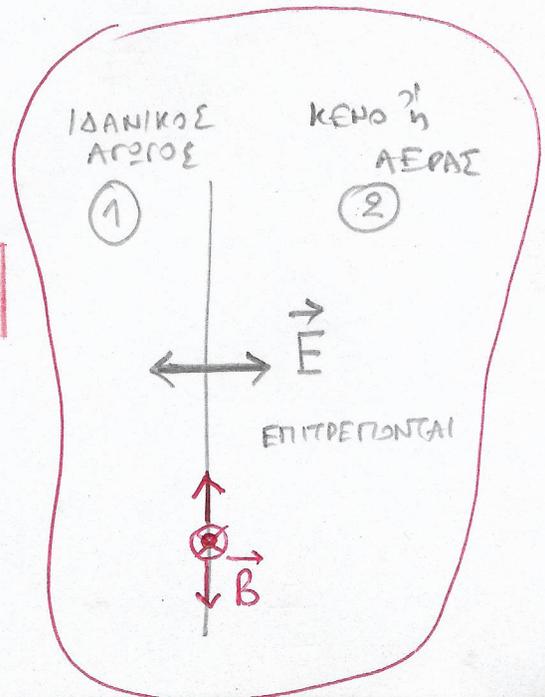
$$\begin{aligned}
 1_{\eta} \text{ E.S.M.} &\Rightarrow E_{1\perp} - E_{2\perp} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} && \boxed{\Gamma\Sigma\Sigma} \\
 2_{\eta} \text{ E.S.M.} &\Rightarrow B_{1\perp} = B_{2\perp} \\
 3_{\eta} \text{ E.S.M.} &\Rightarrow E_{1\parallel} = E_{2\parallel} \\
 4_{\eta} \text{ E.S.M.} &\Rightarrow B_{2\parallel} - B_{1\parallel} = \mu_0 \int \text{γραμμικός πυκν. διατμήσεως των } S \quad [J \dots] = \frac{A}{m}
 \end{aligned}$$

Εάν (1) = ιδανικός αγωγός ($\vec{B}_1 = \vec{0}, \vec{E}_1 = \vec{0}$) } τότε οι ΓΣΣ
 (2) = κενό ή αέρας } διπλάσια

$$\begin{aligned}
 -E_{2\perp} &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} && \boxed{E\Sigma\Sigma} \\
 \left\{ \begin{aligned} B_{2\perp} &= 0 \\ E_{2\parallel} &= 0 \end{aligned} \right. \\
 B_{2\parallel} &= \mu_0 \int \text{γραμμικός πυκν. διατμήσεως}
 \end{aligned}$$

θα χρειαστούμε περιβάλλον τις

$$\begin{aligned}
 \boxed{B_{2\perp} = 0} &&& \boxed{E\Sigma\Sigma^*} \\
 \boxed{E_{2\parallel} = 0} &&&
 \end{aligned}$$



ΠΕΔΙΑ ΣΕ ΚΟΙΛΟΤΗΤΕΣ

ΟΛΗ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας ενός ΗΜ κύματος
το οποίο προσπίπτει στην επιφάνεια ενός καλού αγωγού ανακλάται

ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΓΩΓΩΝ



Μπορούμε να αποθηκεύουμε ΗΜ ενέργεια

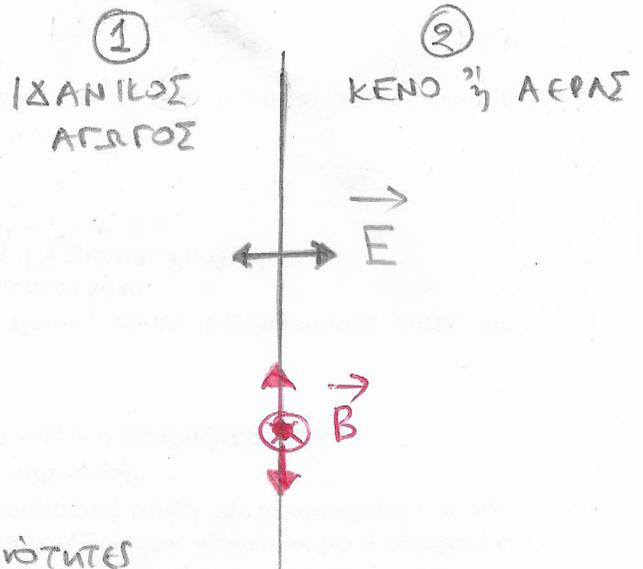
στη μορφή στατικών ΗΜ κυμάτων

έντος κοιλότητας με τοίχωμα από ιδανικό αγωγό (ή κατά προσέγγιση καλό αγωγό)

$$E_{\perp} = 0$$

$$B_{\parallel} = 0$$

$$E_{\parallel} = 0$$

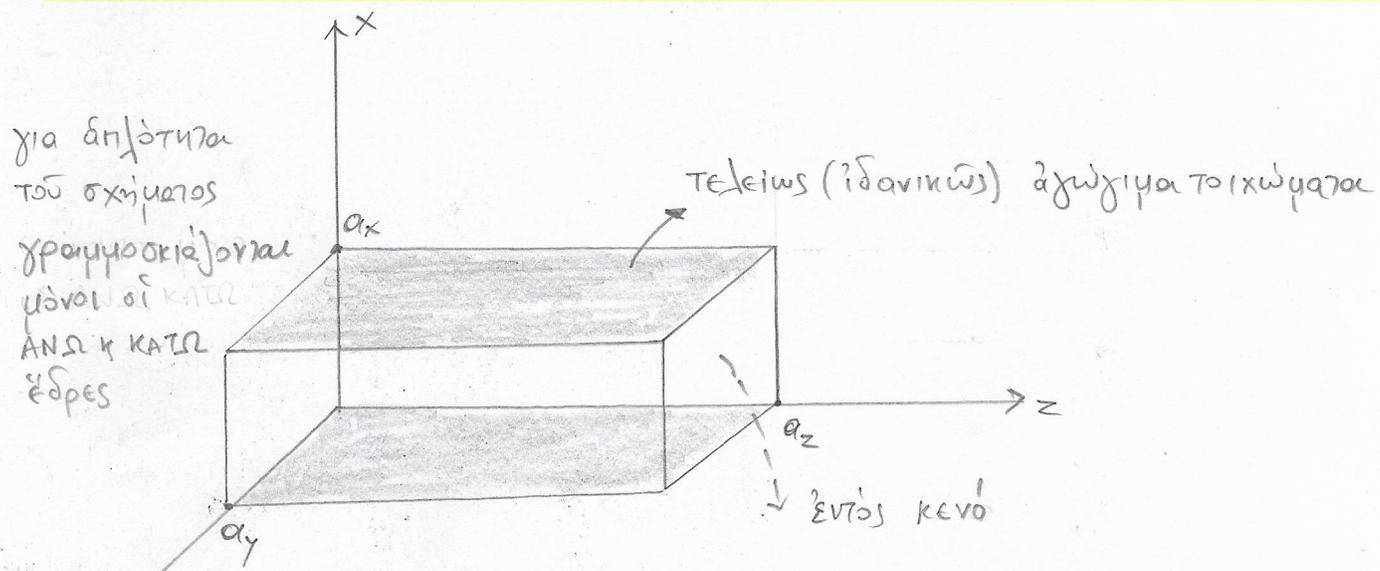


Συνεπώς, οι δυνατές μορφές ή συχνότητες
των στατικών ΗΜ κυμάτων, τα οποία διατηρούνται έντος της κοιλότητας
("δραστηριοποιούνται από την κοιλότητα")

ΚΑΘΟΡΙΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ
ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΤΗΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑΣ

(κανονικοί) τρόποι { μορφές patterns & συχνότητες frequencies } (normal) modes

ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΗΜ ΠΕΔΙΟΥ ΣΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΗ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑ



$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \underline{\text{ΚΕΕ}}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad \underline{\text{ΚΕΒ}}$$

στις διεπιφάνειες

$$\left. \begin{matrix} B_{\perp} = 0 \\ E_{\parallel} = 0 \end{matrix} \right\} \boxed{\text{ΕΣΣ}^*}$$

• Αναζητούμε λύσεις χωρισμού των μεταβλητών \vec{r}, t , δηλαδή

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \underbrace{\vec{E}_{\vec{r}}(x, y, z)}_{\text{χώρος}} \cdot \underbrace{e^{-i\omega t}}_{\text{χρόνος}}$$

ΚΕΕ $\Rightarrow e^{-i\omega t} \nabla^2 \vec{E}_{\vec{r}} = \frac{1}{c^2} (-i\omega)^2 e^{-i\omega t} \vec{E}_{\vec{r}} \Rightarrow$

$$\nabla^2 \vec{E}_{\vec{r}} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_{\vec{r}} = \vec{0}$$

• Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε τις μεταβλητές x, y, z εντός του \vec{r}

... πράξεις...

$$\vec{E}_r(x,y,z) = E_1(x,y,z)\hat{x} + E_2(x,y,z)\hat{y} + E_3(x,y,z)\hat{z} \quad \left. \vphantom{\vec{E}_r} \right\} \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \vec{E}_r + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_r = \vec{0}$$

$$\nabla^2 E_1 \hat{x} + \nabla^2 E_2 \hat{y} + \nabla^2 E_3 \hat{z} + \frac{\omega^2}{c^2} E_1 \hat{x} + \frac{\omega^2}{c^2} E_2 \hat{y} + \frac{\omega^2}{c^2} E_3 \hat{z} = \vec{0}$$

$$\nabla^2 E_1 + \frac{\omega^2}{c^2} E_1 = 0 \quad \nabla^2 E_2 + \frac{\omega^2}{c^2} E_2 = 0 \quad \nabla^2 E_3 + \frac{\omega^2}{c^2} E_3 = 0$$

$$E_1 = X_1(x) Y_1(y) Z_1(z) \quad E_2 = X_2(x) Y_2(y) Z_2(z) \quad E_3 = X_3(x) Y_3(y) Z_3(z)$$

$$Y_i Z_i \frac{d^2 X_i}{dx^2} + X_i Z_i \frac{d^2 Y_i}{dy^2} + X_i Y_i \frac{d^2 Z_i}{dz^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} X_i Y_i Z_i \quad i=1,2,3$$

$$\underbrace{\frac{1}{X_i} \frac{d^2 X_i}{dx^2}}_{f(x)} + \underbrace{\frac{1}{Y_i} \frac{d^2 Y_i}{dy^2}}_{g(y)} + \underbrace{\frac{1}{Z_i} \frac{d^2 Z_i}{dz^2}}_{h(z)} = -\frac{\omega^2}{c^2} = -k^2 = -k_{xi}^2 - k_{yi}^2 - k_{zi}^2$$

$$\frac{d^2 X_i}{dx^2} + k_{xi}^2 X_i = 0 \quad \frac{d^2 Y_i}{dy^2} + k_{yi}^2 Y_i = 0 \quad \frac{d^2 Z_i}{dz^2} + k_{zi}^2 Z_i = 0$$

$$X_i = A_{1i} \cos(k_{xi} x) + B_{1i} \sin(k_{xi} x)$$

$$Y_i = A_{2i} \cos(k_{yi} y) + B_{2i} \sin(k_{yi} y)$$

$$Z_i = A_{3i} \cos(k_{zi} z) + B_{3i} \sin(k_{zi} z)$$

$$E_i(x,y,z) = X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot Z_i(z) \quad \text{αλλα δε ορεται}$$

$$E_1(x,y,z) = X_1(x) \cdot Y_1(y) \cdot Z_1(z) \quad \text{va yndevijetai ghe } y=0 \text{ kai } z=0$$

kai va yn yndevijetai ghe x=0

$$\Rightarrow E_1(x,y,z) = K_1 \cdot \cos(k_{x1} x) \cdot \sin(k_{y1} y) \cdot \sin(k_{z1} z)$$

$$E_2(x,y,z) = X_2(x) \cdot Y_2(y) \cdot Z_2(z) \quad \text{va yndevijetai ghe } x=0 \text{ kai } z=0$$

kai va yn yndevijetai ghe y=0

$$\Rightarrow E_2(x,y,z) = K_2 \sin(k_{x2} x) \cdot \cos(k_{y2} y) \cdot \sin(k_{z2} z)$$

$$E_3(x,y,z) = X_3(x) \cdot Y_3(y) \cdot Z_3(z) \quad \text{va yndevijetai ghe } x=0 \text{ kai } y=0$$

kai va yn yndevijetai ghe z=0

$$\Rightarrow E_3(x,y,z) = K_3 \cdot \sin(k_{x3} x) \cdot \sin(k_{y3} y) \cdot \cos(k_{z3} z)$$

μορφές

$$E_x = E_{x0} \cdot \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$$

$$E_y = E_{y0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$$

$$E_z = E_{z0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z)$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

(κυκλ.)
συχνότητες

μηδενί] είναι για

$$y=0 \text{ και } z=0$$

$$x=0 \text{ και } z=0$$

$$x=0 \text{ και } y=0$$

- Στην κάτω έδρα ($x=0$) \exists μόνο E_x συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ κάτω έδρα
- Στην πίσω έδρα ($y=0$) \exists μόνο E_y συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ πίσω έδρα
- Στην αριστερή έδρα ($z=0$) \exists μόνο E_z συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ αριστερή έδρα

ικανοποιείται ή
 $E_{\Sigma\Sigma^*} E_{\parallel} = 0$

Όμοίως, θα πρέπει

- Στην άνω έδρα ($x=a_x$) να \exists μόνο E_x συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ άνω έδρα
- Στην μπροστινή έδρα ($y=a_y$) να \exists μόνο E_y συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ μπροστινή έδρα
- Στην δεξιά έδρα ($z=a_z$) να \exists μόνο E_z συνιστώσα
δηλ. $\vec{E} \perp$ δεξιά έδρα

για να
ικανοποιείται ή
 $E_{\Sigma\Sigma^*} E_{\parallel} = 0$

- @ άνω έδρα, θα πρέπει $\sin(k_x a_x) = 0 \Rightarrow k_x a_x = m_x \pi \Rightarrow k_x = \frac{m_x \pi}{a_x}, m_x \in \mathbb{Z}$
- @ μπροστινή έδρα, θα πρέπει $\sin(k_y a_y) = 0 \Rightarrow k_y a_y = m_y \pi \Rightarrow k_y = \frac{m_y \pi}{a_y}, m_y \in \mathbb{Z}$
- @ δεξιά έδρα, θα πρέπει $\sin(k_z a_z) = 0 \Rightarrow k_z a_z = m_z \pi \Rightarrow k_z = \frac{m_z \pi}{a_z}, m_z \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \left(\frac{m_x \pi}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{m_y \pi}{a_y}\right)^2 + \left(\frac{m_z \pi}{a_z}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

(κυκλ.)
συχνότητες

$$\omega_{m_x, m_y, m_z} = \pi c \sqrt{\left(\frac{m_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{a_y}\right)^2 + \left(\frac{m_z}{a_z}\right)^2}$$

$$\omega_{m_x, m_y, m_z} = \pi c \sqrt{\frac{m_x^2 + m_y^2}{a'^2} + \frac{m_z^2}{a_z^2}}$$

δρδοχώνια κοιλότητα

τετραγωνική κοιλότητα
($a_x = a_y = a'$)

$$E_x(x, y, z) = E_{x0} \cos(k_{x1}x) \cdot \sin(k_{y1}y) \cdot \sin(k_{z1}z)$$

υπάρχει πάντα για $y=0$ ή $z=0$ πρρρ

$$E_y(x, y, z) = E_{y0} \sin(k_{x2}x) \cdot \cos(k_{y2}y) \cdot \sin(k_{z2}z)$$

$x=0$ ή $z=0$

$$E_z(x, y, z) = E_{z0} \sin(k_{x3}x) \cdot \sin(k_{y3}y) \cdot \cos(k_{z3}z)$$

$x=0$ ή $y=0$

$$k_{x1}^2 + k_{y1}^2 + k_{z1}^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Στην κάτω έδρα ($x=0$) \exists μόνο E_x συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΚΑΤΩ ΕΔΡΑ
 Στην οπίσθια έδρα ($y=0$) \exists μόνο E_y συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΟΠΙΣΘΙΑ ΕΔΡΑ
 Στην αριστερή έδρα ($z=0$) \exists μόνο E_z συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΑΡΙΣΤΕΡΗ ΕΔΡΑ

Όμοια, θα πρέπει

Στην άνω έδρα ($x=a_x$) να \exists μόνο E_x συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΑΝΩ ΕΔΡΑ
 Στην μπροστινή έδρα ($y=a_y$) να \exists μόνο E_y συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΜΠΡΟΣΤΙΝΗ ΕΔΡΑ
 Στην δεξιά έδρα ($z=a_z$) να \exists μόνο E_z συνιστώσα, δηλ $\vec{E} \perp$ ΔΕΞΙΑ ΕΔΡΑ

@ ΑΝΩ ΕΔΡΑ $\sin(k_{x2}a_x) = 0 = \sin(k_{x3}a_x)$ $k_{x2} = \frac{m_{x2}\pi}{a_x}$ $k_{x3} = \frac{m_{x3}\pi}{a_x}$

@ ΜΠΡΟΣΤΙΝΗ $\gg \sin(k_{y1}a_y) = 0 = \sin(k_{y3}a_y)$ $k_{y1} = \frac{m_{y1}\pi}{a_y}$ $k_{y3} = \frac{m_{y3}\pi}{a_y}$

@ ΔΕΞΙΑ ΕΔΡΑ $\sin(k_{z1}a_z) = 0 = \sin(k_{z2}a_z)$ $k_{z1} = \frac{m_{z1}\pi}{a_z}$ $k_{z2} = \frac{m_{z2}\pi}{a_z}$

$$k_{x2} = k_{x3} := k_x$$

$$k_{y1} = k_{y3} := k_y$$

$$k_{z1} = k_{z2} := k_z$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_{x1}^2 + k_{y1}^2 + k_{z1}^2 =$$

$$= k_{x2}^2 + k_{y2}^2 + k_{z2}^2 =$$

$$= k_{x3}^2 + k_{y3}^2 + k_{z3}^2 \Rightarrow$$

$$k_{x1}^2 + \frac{m_{y1}^2 \pi^2}{a_y^2} + \frac{m_{z1}^2 \pi^2}{a_z^2} = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\frac{m_{x2}^2 \pi^2}{a_x^2} + k_{y2}^2 + \frac{m_{z2}^2 \pi^2}{a_z^2} = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\frac{m_{x3}^2 \pi^2}{a_x^2} + \frac{m_{y3}^2 \pi^2}{a_y^2} + k_{z3}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_{x1}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_{x2}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_{x3}^2 + k_y^2 + k_z^2$$

$$(k_{x1}^2 - k_{x2}^2) = (k_{y2}^2 - k_y^2) \quad (k_{x1}^2 - k_{x3}^2) = (k_{z3}^2 - k_z^2) \quad (k_{y2}^2 - k_y^2) = (k_{z3}^2 - k_z^2)$$

$$(k_{x1}^2 - k_{x2}^2) = (k_{y2}^2 - k_y^2) = (k_{z3}^2 - k_z^2)$$

\downarrow \exists στο $\cos(k_{x1}x)$ $k_{x1} = k_x$ \downarrow \exists στο $\cos(k_{y2}y)$ $k_{y2} = k_y$ \downarrow \exists στο $\cos(k_{z3}z)$ $k_{z3} = k_z$

άριστες συναρτήσεις

"Αρα

$$k_x = k_{x1} = k_{x2} = k_{x3} = \frac{m_x \pi}{a_x} \quad m_x \in \mathbb{Z}$$

$$k_y = k_{y1} = k_{y2} = k_{y3} = \frac{m_y \pi}{a_y} \quad m_y \in \mathbb{Z}$$

$$k_z = k_{z1} = k_{z2} = k_{z3} = \frac{m_z \pi}{a_z} \quad m_z \in \mathbb{Z}$$

πρωτ'

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} := k^2$$

$$E_x(x, y, z) = E_{x0} \cdot \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$$

$$E_y(x, y, z) = E_{y0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$$

$$E_z(x, y, z) = E_{z0} \cdot \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z)$$

$$k_x = \frac{m_x \pi}{a_x} \quad m_x \in \mathbb{N}$$

$$k_y = \frac{m_y \pi}{a_y} \quad m_y \in \mathbb{N}$$

$$k_z = \frac{m_z \pi}{a_z} \quad m_z \in \mathbb{N}$$

↓
ἀπορροφώστε τα πρώιμα
στα E_{x0}, E_{y0}, E_{z0}

$$\omega_{m_x, m_y, m_z} = \frac{\pi c}{a} \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$$

κυβική κοιλότητα
($a_x = a_y = a_z = a$)

Μπορούμε να πάρουμε τα $m_x, m_y, m_z \in \mathbb{N}$
 απορροφώντας την αλλαγή προσήμου στα E_{x0}, E_{y0}, E_{z0}
 δηλαδή επιτρέποντας στα E_{x0}, E_{y0}, E_{z0} να πάρουν θετικές ή αρνητικές τιμές
 τέτοιες ώστε να συμφωνούν με τις συνοριακές συνθήκες.

$$\frac{\omega}{\pi c} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$$

m_x	m_y	m_z	$\frac{\omega}{\pi c}$	E πλάτος	σχόλιο	B πλάτος	σχόλιο
0	0	0	0	0		0	
0	0	1	1	0		0	
0	1	1	$\sqrt{2}$	$\neq 0$	$\exists E_x$	$\neq 0$	$\exists B_y, B_z$
1	1	1	$\sqrt{3}$	$\neq 0$		$\neq 0$	
0	0	2	$\sqrt{4} = 2$	0		0	
0	1	2	$\sqrt{5}$	$\neq 0$	$\exists E_x$	$\neq 0$	$\exists B_y, B_z$

... πράξεις...

$$B_x = \frac{i}{\omega} (E_{y0} k_z - E_{z0} k_y) \cdot \sin(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \cos(k_z z)$$

$$B_y = \frac{i}{\omega} (E_{z0} k_x - E_{x0} k_z) \cdot \cos(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \cos(k_z z)$$

$$B_z = \frac{i}{\omega} (E_{x0} k_y - E_{y0} k_x) \cdot \cos(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$$

μηδενίζεται για
 $x=0$ κάτω

$y=0$ πίσω

$z=0$ άριστερά

ξίπνος μηδενίζεται για

άνω $x=a_x$ $\sin(k_x a_x) = \sin(m_x \pi) = 0$

μπροστά $y=a_y$ $\sin(k_y a_y) = \sin(m_y \pi) = 0$

δεξιά $z=a_z$ $\sin(k_z a_z) = \sin(m_z \pi) = 0$

και πάλι
σύμφωνα με την
 $E_{\Sigma\Sigma^*} B_{\perp} = 0$

σύμφωνα με την
 $E_{\Sigma\Sigma^*} B_{\perp} = 0$