

LASER = Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

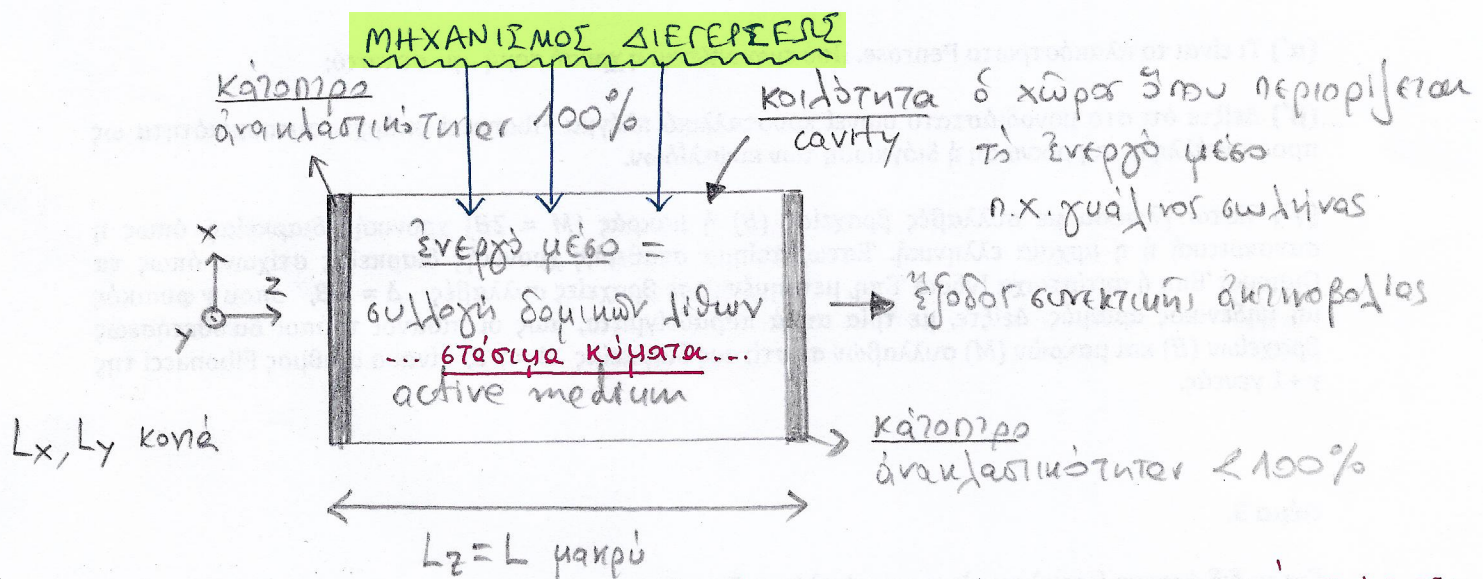
XASER $\rightarrow$ X-LASER

IRASER $\rightarrow$ IR-LASER

UVASER $\rightarrow$ UV-LASER

atom ASER $\rightarrow$ atom LASER

to lase, lasing...



η γεωμετρία της κοιλότητας καθορίζει τους επιτρεπόμενους κανονικούς τρόπους:

διαμήκεις τρόποι (longitudinal modes) z οπτικοί άξον

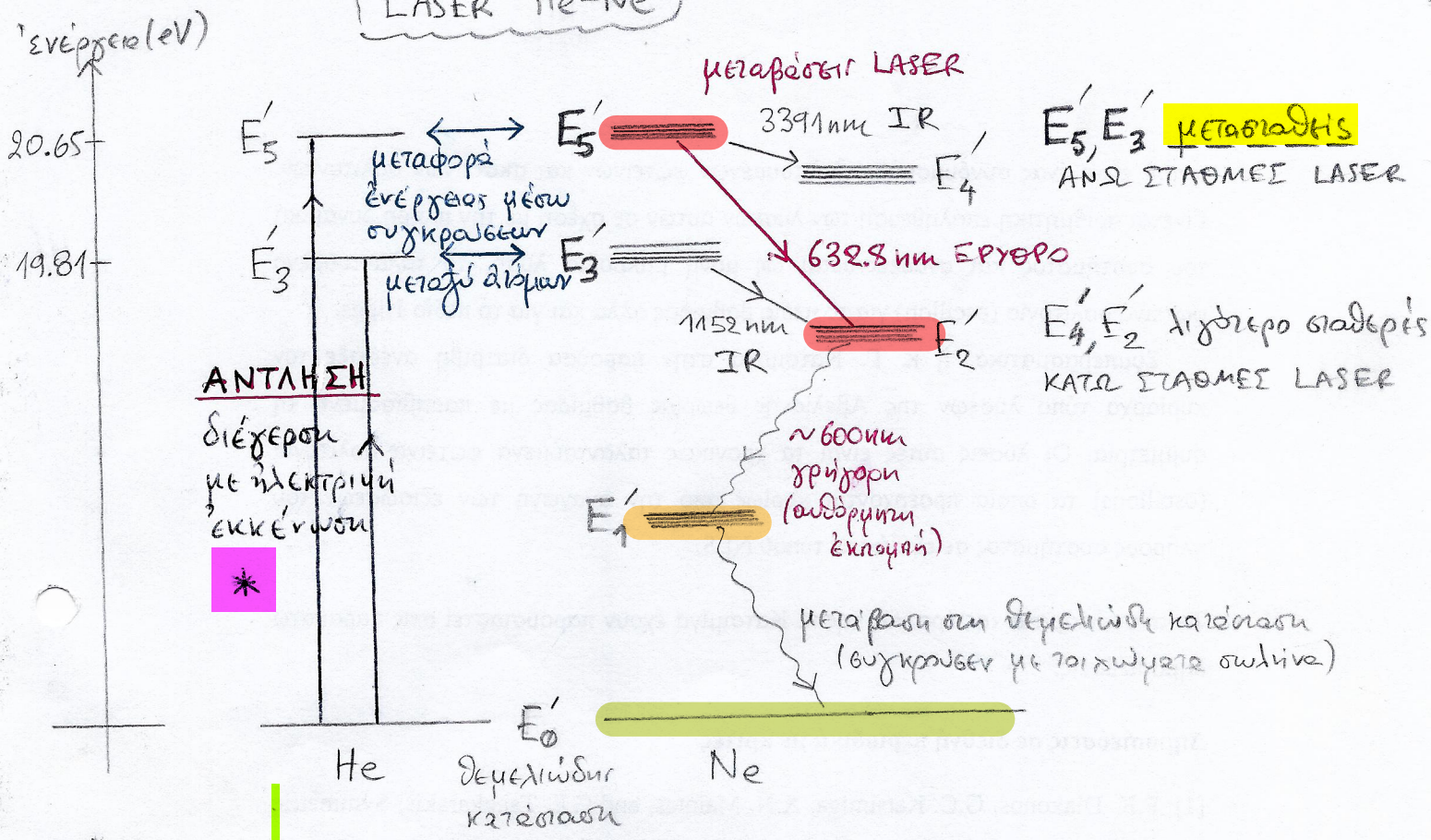
εγκάρσιοι τρόποι (transverse modes) xy

1869, θεωρία	A. Einstein	1916-1917	Stimulated Emission
		1950-1960	κατασκευάζονται τα πρώτα MASER & LASER
		1964	Nobel στους Nikolay Basov, Aleksandr Prokhorov, Charles Townes

τότε μερικοί είχαν "λύσει σε ανθρώπινη προβλεψιμότητα" (LASER)

σήμερα τα LASER χρησιμοποιούνται κυρίως, δηλαδή επισημείως ως εργαλείο ιατρική, επικοινωνίες, καθ. ζωή, σπอร์ต, βιομηχανία, κοσμητική...

LASER He-Ne



$$\frac{\#Ne}{\#He} \approx \frac{1}{10}$$

τα περισσότερα είναι He, ελέγχει η εκπομπή συνεκτικής ακτινοβολίας οφείλεται στο Ne

* Τα εξωτερικά ηλεκτρόνια συγκρούονται με άτομα He ή Ne και τα διεγείρουν, μεταβιβάζοντας τους την κινητική τους ενέργεια. Η μεταβίβαση αυτή είναι αποτελεσματικότερη στα άτομα He (μικρή μάζα).

* Μετά, άτομα He διεγείρουν άτομα Ne. Δηλαδή τα άτομα He δεν συμμετέχουν στο laser, αλλά αφορούν την αγωγή της διεγέρσεως των ατόμων Ne που συμμετέχουν στο laser.

Μεταστάσις (metastable)

εκ του Ιταλικού meta = ήμι, ήμισυ, μισό = μισοστάδερος

δηλ. ο χρόνος ζωής των E_5, E_3' δεν είναι μεν "άπειρος", αλλά είναι σημαντικός. Αντιθέτως, ο χρόνος ζωής των E_4, E_2' είναι κατά πολύ μικρότερος. ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΓΙΑ ΝΑ ΕΠΙΤΕΥΧΘΕΙ ΑΝΑΣΤΡΟΦΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

Τα ενεργειακά επίπεδα έχουν λεπτή δομή $\Rightarrow$ οι μεταβάσεις δεν είναι σωρευτικές αλλά έχουν εύρος (ποταμική γύρω από ένα κεντρικό μήκος κύματος).

$\lambda_1 = 632.8 \text{ nm}$ έρυθρό, έλαφρώς προς πορτοκαλί

$\lambda_2 = 1152 \text{ nm}$ IR

$\lambda_2' = 1583 \text{ nm}$ IR

$\lambda_3 = 3391 \text{ nm}$ IR

$\lambda_4 = 543.5 \text{ nm}$ πράσινο

$\lambda_5 = 594.1 \text{ nm}$ κίτρινο

$\lambda_6 = 604.6 \text{ nm}$ πορτοκαλί

$\lambda_6' = 611.9 \text{ nm}$ πορτοκαλί

Το ποίό από αυτά τα χρώματα θα υποστηρίχτη, εξαρτάται από την κατασκευή της διατάξεως LASER πχ.

→ απόδοση δύο κατόπτρων (L)

→ επένδυση κατόπτρων με υλικό ^{το οποίο} διακτέ μόνο ένα χρώμα πχ έρυθρό

Τα φωτόνια αυτού του χρώματος διέρχονται πολλές φορές μέσω της κοιλότητας $\Rightarrow$ πολλαπλασιάζονται μέσω εξαναγκασμένης εκπομπής ενώ τα άλλα φωτόνια διαπερνούν τα κάτοπτρα και εξέρχονται της κοιλότητας

Έτσι $\exists$ η πορτοκαλί, κίτρινα, πράσινα LASER He-Ne

Αλλά μεγαλύτερη απόδοση έχει το έρυθρό στα 632.8 nm

$\exists$ ακόμα η δυνατότητα **συντονισμού** (tuning) $\Rightarrow$ δύο ή περισσότερα μήκη κύματος

η επίδοση που προσφέρει το ενεργό μέσο είναι **$\sim 2\%$** σε ένα περίωρο από το ένα κάτοπτρο στο άλλο

Ισχύς εξόδου $0.1 - 100 \text{ mW}$

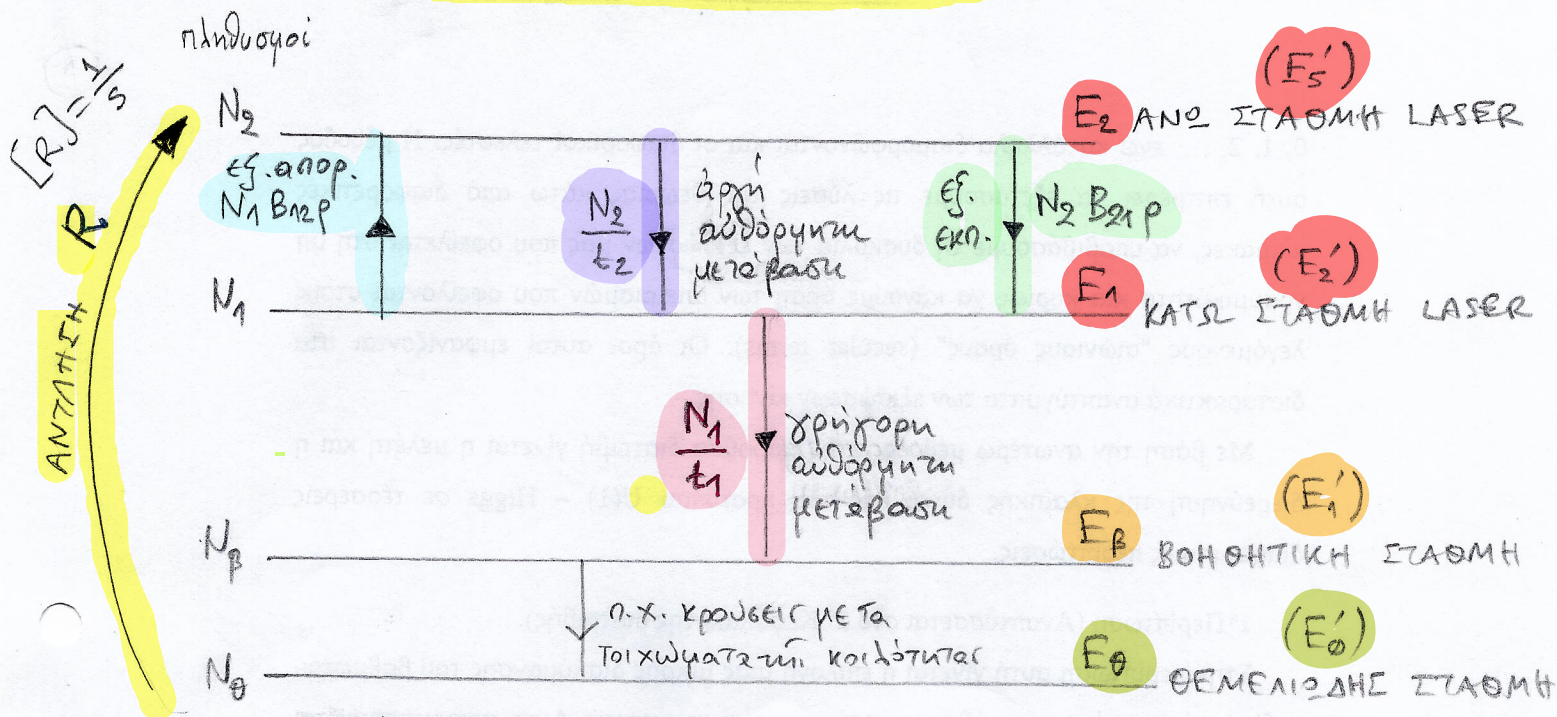
ΑΝΑΚΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ
ΚΑΤΟΠΤΡΩΝ

100%

99%

ΕΞΙΣΟΤΗΣΕΙΣ ΡΥΘΜΩΝ

(7)



$$\bullet \quad dW_{1 \rightarrow \beta}^{\text{αυθ. εκρ.}} = A_{1\beta} dt = \frac{dt}{t_1}$$

$$1 := A_{1\beta} t_1 \Leftrightarrow t_1 := \frac{1}{A_{1\beta}}$$

χρόνος ζωής της διεύθυνσης 1

$$dW_{2 \rightarrow 1}^{\text{αυθ. εκρ.}} = A_{21} dt = \frac{dt}{t_2}$$

$$1 := A_{21} t_2 \Leftrightarrow t_2 := \frac{1}{A_{21}}$$

χρόνος ζωής της διεύθυνσης 2

$$dN_{1 \rightarrow \beta}^{\text{αυθ. εκρ.}} = N_1 A_{1\beta} dt = \frac{N_1}{t_1} dt \Rightarrow \frac{dN_{1 \rightarrow \beta}^{\text{αυθ. εκρ.}}}{dt} = \frac{N_1}{t_1} \quad \text{ρυθμός } [] = \frac{1}{s}$$

$$dN_{2 \rightarrow 1}^{\text{αυθ. εκρ.}} = N_2 A_{21} dt = \frac{N_2}{t_2} dt \Rightarrow \frac{dN_{2 \rightarrow 1}^{\text{αυθ. εκρ.}}}{dt} = \frac{N_2}{t_2} \quad \text{ρυθμός } [] = \frac{1}{s}$$

$$\bullet \quad dW_{2 \rightarrow 1}^{\text{εξ. εκρ.}} = B_{21} \rho(\nu) dt$$

$$dN_{2 \rightarrow 1}^{\text{εξ. εκρ.}} = N_2 B_{21} \rho(\nu) dt \Rightarrow \frac{dN_{2 \rightarrow 1}^{\text{εξ. εκρ.}}}{dt} = N_2 B_{21} \rho(\nu) \quad \text{ρυθμός } [] = \frac{1}{s}$$

$$dW_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap} = B_{12} \rho(\nu) dt$$

$$dN_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap} = N_1 \cdot B_{12} \rho(\nu) dt \Rightarrow \frac{dN_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap}}{dt} = N_1 B_{12} \rho(\nu) \text{ πυθγός } [] = \frac{1}{s}$$

• Αν είχαμε θερμοδυναμική ισορροπία θα γράφαμε

$$dN_{1 \rightarrow 2} = dN_{2 \rightarrow 1} \Leftrightarrow$$

$$N_1 dW_{1 \rightarrow 2}^{ef. anap} = N_2 (dW_{2 \rightarrow 1}^{αυδ. ενη} + dW_{2 \rightarrow 1}^{ef. ενη}) \Leftrightarrow$$

$$N_1 B_{12} \rho(\nu T) dt = N_2 (A_{21} dt + B_{21} \rho(\nu T) dt)$$

... $\Rightarrow$ νόμος Planck κ $B_{12} = B_{21} := B$ $A_{21} := A$
 $\frac{A}{B} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$ $E_2 - E_1 = h\nu$

• ΤΩΡΑ ΟΜΩΣ ΕΧΟΥΜΕ απόψεις και άπειρο

$\downarrow$
 t_0

$\downarrow$
 R

ΕΠΙΣΗΣ $\rho(\nu)$ (όχι $\rho(\nu, T)$)

Άρα, αναμένουμε να δοθεί $N_1 = N_1(R, t_0, t_1, t_2)$

$$N_2 = N_2(R, t_0, t_1, t_2)$$

$$\rho = \rho(R, t_0, t_1, t_2)$$

Θα κατασκευάσουμε τις διαφορικές εξισώσεις των πυθγών

με την αληθινή $A_{21} = A$, $B_{21} = B_{12} = B$

$$= \frac{1}{t_2}$$

αυθ. εκτ.

(E)

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{t_2} + N_2 B_{21} \rho - \frac{N_1}{t_1} - N_1 B_{12} \rho \Rightarrow$$

$$\frac{dN_1}{dt} = A N_2 + (N_2 - N_1) B \rho - \frac{N_1}{t_1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R + N_1 B_{12} \rho - \frac{N_2}{t_2} - N_2 B_{21} \rho$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R + (N_1 - N_2) B \rho - A N_2$$

$$[A] = \frac{1}{s}$$

$$[B] = \frac{m^3 Hz}{s J} = \frac{m^3}{Js^2}$$

$$[\rho] = \frac{J}{m^3 Hz} = \frac{Js}{m^3} \quad [R] = \frac{1}{s}$$

$$\left[\frac{d\rho}{dt} \right] = \frac{J}{m^3} = [\text{αριθηρό μέλος}]$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[-N_1 B_{12} \rho + N_2 B_{21} \rho + \underbrace{A_{21} N_2}_{\text{wavy}} \right] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

φαινομενολογικά,
η απώλεια στο κάτοτρο

Η αυθόρμητη έκποση γίνεται προς ομαδοποιη-
θείσους, δηλαδή, δεν καρπωνόμαστε όλο
το $A_{21} N_2$ για σύζευξη της ΗΜ ακτινοβ.
στην κοιλότητα.

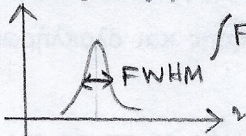
$$\left[\frac{\rho}{t_0} \right] = \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

Καρπωνόμαστε μόνο 50% φωτόνια
έκπεμπονται

σε διεύθυνση περίπου παράλληλη
στον άξονα, τον οποίο ορίσουν τα δύο
κάτοτρος

$F(\nu)$ δείχνει τη μορφή της γραμμής έκποσης

συνάρτηση φασματικής γραμμής

$$[F(\nu)] = \frac{1}{Hz} \quad \int F(\nu) d\nu = 1$$


FWHM = Full Width at Half Maximum
Πλήρες Εύρος στο 1/2 του Μέγιστου

$$\left[\frac{h\nu}{V} F(\nu) \right] = \frac{J}{m^3 Hz} = \frac{Js}{m^3}$$

$$[\text{αριθ. μέλος}] = \frac{J}{m^3}$$

Για το ίδιο αέριο, γὰρ ἄφορᾷ μόνο ἓνα
μικρὸ κομμάτι τῆς δόλης στρεφεί γωνίας

Για αέριο βάζουμε A'_{21} και ὅχι A_{21}

$$A'_{21} \ll A_{21}$$

π.χ. $A'_{21} = 10^{-9} A_{21}$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + \left[(N_2 - N_1) B \rho + A' N_2 \right] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

wavy αν και μικρός, είναι δ
μόνος που οδηγεί σε $\frac{d\rho}{dt} > 0$
διαν άκρως ρ στην κοιλότητα

$$\frac{dN_1}{dt} = AN_2 + (N_2 - N_1)B\rho - \frac{N_1}{t_1}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -AN_2 + (N_1 - N_2)B\rho + R$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + [(N_2 - N_1)B\rho + A'N_2] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

$$n_i := \frac{N_i}{V}$$

$$r := \frac{R}{V}$$

$$\frac{dn_1}{dt} = An_2 + (n_2 - n_1)B\rho - \frac{n_1}{t_1}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -An_2 + (n_1 - n_2)B\rho + r$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + [(n_2 - n_1)B\rho + A'n_2] h\nu F(\nu)$$

N_1, N_2



πρ2

ρ

στάσιμη κατάσταση

μονάδες

$$\frac{1}{s} \frac{dN_1}{dt} = \overset{\text{αυθ. εκη.}}{A} N_2 + \overset{\text{εκη.}}{(N_2 - N_1) B \rho} - \overset{\text{αυθ. εκη. προς βονθ. διάθρη}}{\frac{N_1}{t_1}}$$

$$A = A_{21} = \frac{1}{t_2}$$

$$A_{12} = \frac{1}{t_1}$$

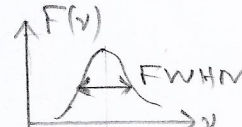
$$\frac{1}{s} \frac{dN_2}{dt} = -\overset{\text{αυθ. εκη.}}{A} N_2 + \overset{\text{απορ. εκη.}}{(N_1 - N_2) B \rho} + \overset{\text{διέγερση}}{R}$$

$$B_{21} = B_{12} = B$$

$$\rho(\nu)$$

$$\frac{J}{m^3} \frac{dp}{dt} = -\frac{p}{t_0} + \left[\overset{\text{εκη.}}{(N_2 - N_1) B \rho} + \overset{\text{αυθ. εκη.}}{A' N_2} \right] \frac{h\nu}{V} F(\nu)$$

φασματική συνάρτηση



$$\int F(\nu) d\nu = 1$$

$$[F(\nu)] = \frac{1}{Hz}$$

φαινομενολογικά,
οι απώλειες στα
κάτομπρα

Προσέγγιση
στην σταθερά γινόμενο

$$n_i := \frac{N_i}{V}$$

$$r := \frac{R}{V}$$

$$\frac{1}{m^3 \cdot s} \frac{dn_1}{dt} = A n_2 + (n_2 - n_1) B \rho - \frac{n_1}{t_1}$$

$$\frac{1}{m^3 s} \frac{dn_2}{dt} = -A n_2 + (n_1 - n_2) B \rho + r$$

$$\frac{J}{m^3} \frac{dp}{dt} = -\frac{p}{t_0} + [(n_2 - n_1) B \rho + A' n_2] h\nu F(\nu)$$

Άσκηση 5

Να εκτιμηθεί ο παράγων A' για κυλινδρική κοιλότητα ακτίνας $r = 1 \text{ mm}$ και μήκους $L = 10 \text{ cm}$, για ΔS που βρίσκεται στο κέντρο της κοιλότητας



$$\Delta\Omega \approx \frac{\Delta S}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{\pi r^2}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = 4\pi \left(\frac{r}{L}\right)^2$$

$$\frac{A'}{A} = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_{\text{ολ}}} = \left(\frac{r}{L}\right)^2 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = 10^{-4}$$

ΟΠΟΤΕ, κατά προσέγγιση

$$\frac{A'}{A} = \frac{1}{V} \int d^3r \frac{\Delta\Omega}{\Omega_{\text{ολ}}}$$

ΣΤΑΣΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

(2)

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0 = \frac{dp}{dt}$$

$$AN_2 + B\rho(N_2 - N_1) - \frac{N_1}{t_1} = 0 \quad (1)$$

$$-AN_2 + B\rho(N_1 - N_2) + R = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\rho}{t_0} + [B\rho(N_2 - N_1) + A'N_2] \frac{h\nu}{V} F(\nu) = 0$$

~~~~~

$$A' \ll A$$

ας το αγνοήσουμε

στη στατική κατάσταση

$$-\frac{\rho}{t_0} + B\rho(N_2 - N_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu) = 0 \quad (3)$$

$$B\rho(N_2 - N_1) = \frac{\rho}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \quad (3')$$

(1)(2) ⊕  $R = \frac{N_1}{t_1} \Rightarrow N_1 = t_1 R \quad (A)$   
 ανάλογο της απόδοσης με συν. ανάλογα  $t_1$

(2)(3') ⊕  $-AN_2 + R = \frac{\rho}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \Rightarrow R - \frac{\rho}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} = AN_2 \Rightarrow$

$$N_2 = \frac{R}{A} - \frac{\rho}{A t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \quad (4)$$

$\rho = 0$   
~~~~~

ή

$\rho > 0$
~~~~~

(π1)  
 $\rho = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{R}{A} \Rightarrow N_2 = t_2 R \quad (B\pi1)$   
 ανάλογο της απόδοσης με συν. ανάλογα  $t_2$

(π2)  
 $\rho > 0 \xRightarrow{(4)} \left. \begin{aligned} \frac{R}{A} - N_2 > 0 &\Rightarrow R > AN_2 \\ N_1 = t_1 R \\ A = 1/t_2 \end{aligned} \right\} \frac{N_1}{t_1} > AN_2 = \frac{N_2}{t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{N_2} > \frac{t_1}{N_1}$

για  $\rho \neq 0 \Rightarrow$  επιλογές είναι τα  $\rho$   
 συν (3')

(3')  
 (4) ⊕  $B \left( \frac{R}{A} - \frac{\rho}{A t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \right) - B t_1 R = \frac{1}{t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu)} \Rightarrow$  λύνουμε ως προς  $\rho$

⊕  $\rho = R t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu) \frac{t_2 - t_1}{t_2} - \frac{1}{B t_2}$   
 $\rho > 0$   
 }  $\rightarrow$   $\frac{t_2}{N_2} > \frac{t_1}{N_1}$   
 αν  $t_2 < t_1 \Rightarrow \rho < 0 \Rightarrow$   
 $\boxed{t_2 > t_1}$

$$p > 0$$

⇒ R > λύνονται ως προς R

|                                           |                         |
|-------------------------------------------|-------------------------|
| 1                                         | RC                      |
| $B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu)$ | $:= R_c$ κρίσιμη δύναμη |

$$\phi := t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu) \quad (4)$$

$$R_c = \frac{1}{B \phi (t_2 - t_1)} \quad (5) \Rightarrow \phi = \frac{1}{B R_c (t_2 - t_1)}$$

$$\oplus \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{A R}{B R_c} - \frac{A}{B}} \quad (7)$$

(4)  
(5)

$$N_2 = t_2 R - \frac{1}{A \phi} \left( \frac{A R}{B R_c} - \frac{A}{B} \right)$$

$$N_2 = t_2 R - \cancel{B R_c (t_2 - t_1)} \frac{R}{\cancel{B R_c}} + \frac{B R_c (t_2 - t_1)}{B}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_2 = t_1 R + (t_2 - t_1) R_c} \quad (B \eta 2)$$

$$N_2 = \cancel{t_2 R} - \cancel{t_2 R} + t_1 R + R_c (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

Συνοψίζοντας, στη στάσιμη κατάσταση  $\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0 = \frac{dp}{dt}$

$$N_1 = t_1 R \quad \forall R$$

$$N_2 = \begin{cases} t_2 R & \forall R \leq R_c \\ t_1 R + (t_2 - t_1) R_c & \forall R \geq R_c \end{cases}$$

$$\frac{t_2}{N_2} > \frac{t_1}{N_1}$$

$$t_2 > t_1$$

$$\rho = \begin{cases} 0 & \forall R \leq R_c \\ \frac{A R}{B R_c} - \frac{A}{B} = \frac{1}{B t_2 R_c} R - \frac{1}{B t_2} & \forall R \geq R_c \end{cases}$$

♣ διαφογή η/η δυσμενός  $\Delta N := N_2 - N_1 \Rightarrow$

$$\Delta N = \begin{cases} (t_2 - t_1) R & \forall R \leq R_c \\ (t_2 - t_1) R_c & \forall R \geq R_c \end{cases}$$

$$\text{Άρα } \Delta N > 0 \Leftrightarrow t_2 > t_1$$

$\rho > 0 \Rightarrow$  (λύματα ως προς  $R$ )

$$R > \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu)} : R_c \text{ κρίση διελύου} = \frac{1}{B \varphi (t_2 - t_1)} \Leftrightarrow \varphi = \frac{1}{B R_c (t_2 - t_1)} \quad \textcircled{5}$$

$$\varphi := t_0 \frac{h\nu}{V} F(\nu) \quad \textcircled{4}$$

$$\oplus \Rightarrow \rho = R \frac{1}{B R_c (t_2 - t_1)} \frac{(t_2 - t_1)}{t_2} - \frac{1}{B t_2} \Rightarrow \rho = \frac{A}{B} \frac{R}{R_c} - \frac{A}{B} \quad \textcircled{6}$$

$$\textcircled{4} \Rightarrow N_2 = t_2 R - \frac{1}{A \varphi} \left( \frac{A}{B} \frac{R}{R_c} - \frac{A}{B} \right) = t_2 R - \frac{R}{\varphi B R_c} + \frac{1}{\varphi B}$$

$$N_2 = t_2 R - (t_2 - t_1) R + R_c (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$N_2 = t_1 R + (t_2 - t_1) R_c \quad \textcircled{\text{ΒΤ2}}$$

♫  $R_c := \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu)}$

⊕  $t_0 \uparrow \Rightarrow \frac{P}{t_0} \downarrow$  ανώτερος στα κλίμακτα  $\Rightarrow R_c \downarrow$

⊕  $R_c > 0 \Leftrightarrow t_2 > t_1$

⊕  $(t_2 - t_1) \uparrow \Rightarrow R_c \downarrow$

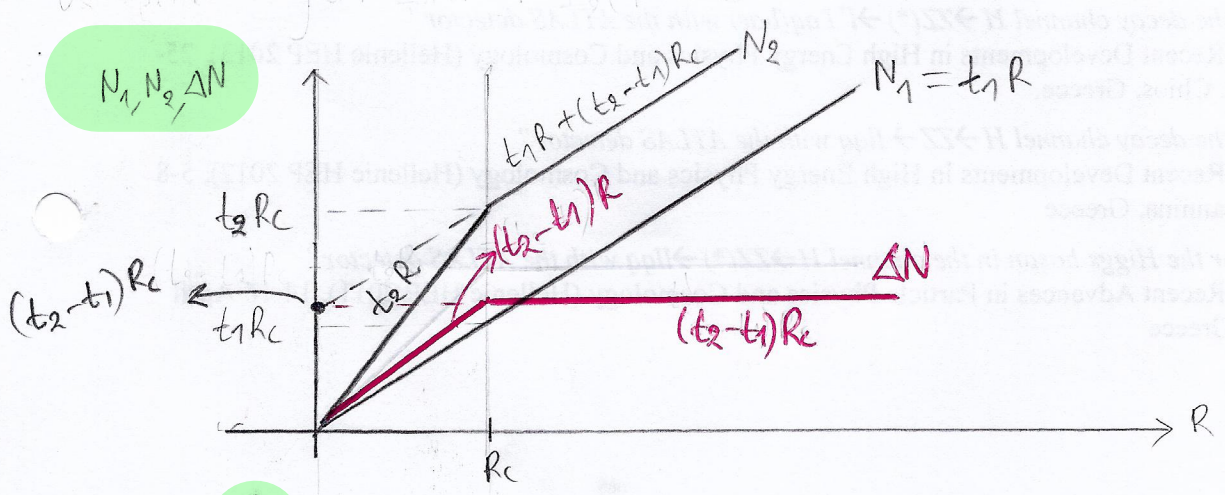
♫  $\frac{A}{B} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \Leftrightarrow \frac{1}{B} = \frac{8\pi h \nu^3 t_2}{c^3} \Rightarrow$

⊖  $R_c = \frac{8\pi h \nu^3 t_2}{t_0 (t_2 - t_1) \frac{h\nu}{V} F(\nu) c^3} \propto \nu^2 \Rightarrow R_c(\mu\kappa\rho\kappa\omega\mu\alpha\tau\epsilon) < R_c(\delta\epsilon\alpha\delta\epsilon)$

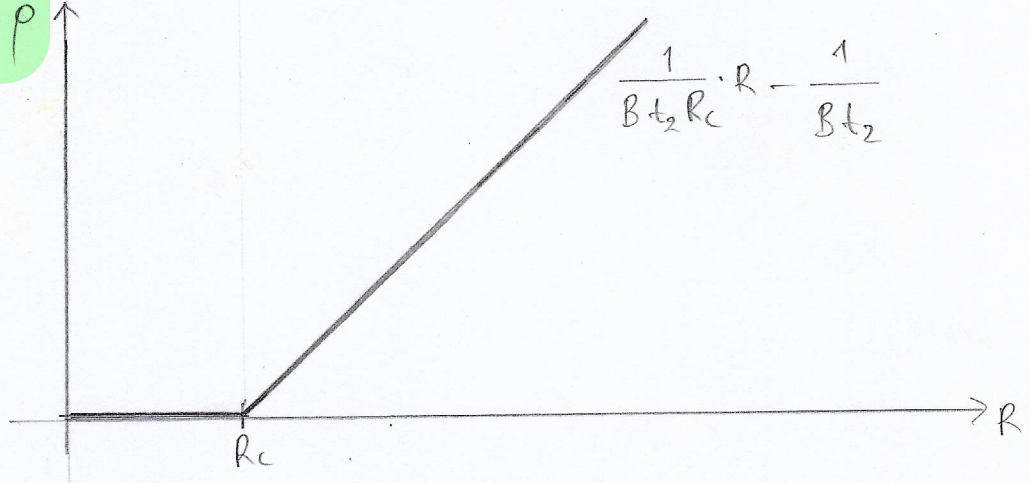
♫ Όλα αυτά έχουν νόημα εφ' όσον εληφθηται η μεταπτωση της των άνω στάθμης (2) στην κάτω στάθμη (1) και αντίστροφα και αρτη/βλινς

Θα πρέπει  $\int d^3r \Phi_1^*(\vec{r}) \vec{r} \Phi_2(\vec{r}) \neq 0$

$N_1, N_2, \Delta N$



$\rho$



Ⓘ

$$n_i := \frac{N_i}{V}$$

$$r := \frac{R}{V}$$

$$r_c := \frac{R_c}{V}$$

$$[n_i] = \frac{1}{m^3}$$

$$[r] = \frac{1}{s \cdot m^3}$$

$$[r_c] = \frac{1}{s \cdot m^3}$$

$$n_1 = t_1 r \quad \forall r$$

$$n_2 = \begin{cases} t_2 r & \forall r \leq r_c \\ t_1 r + (t_2 - t_1) r_c & \forall r > r_c \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} 0 & \forall r \leq r_c \\ \frac{1}{B t_2 r_c} \cdot r - \frac{1}{B t_2} & \forall r > r_c \end{cases}$$

$$\Delta n := n_2 - n_1 = \begin{cases} (t_2 - t_1) r & \forall r \leq r_c \\ -(t_2 - t_1) r_c & \forall r > r_c \end{cases}$$

dW

•  $B t_2$

As τις παίρνουμε αδιάστατες...

$$n_0 := t_2 r_c$$

$$[n_0] = s \cdot \frac{1}{s \cdot m^3} = \frac{1}{m^3} \Rightarrow \text{χρήσιμο για αδιάστατοποίηση των } n_i$$

$$\tau := \frac{t}{t_2}$$

$$[\tau] = 1$$

δηλαδή μετράμε το χρόνο σε πολλαπλασιαστές του χρόνου  $t_2$ , αντιστοίχως

$$\tau_0 := \frac{t_0}{t_2}$$

$$[\tau_0] = 1$$

$$\tau_1 := \frac{t_1}{t_2}$$

$$[\tau_1] = 1$$

$$r_N := \frac{r}{r_c}$$

$$[r_N] = 1$$

$$\rho := B t_2 \rho$$

$$[\rho] = \frac{m^3 \text{Hz}}{J \cdot s} \cdot s \cdot \frac{J}{m^3 \text{Hz}} = 1$$

$$v_1 := \frac{n_1}{n_0}$$

$$[v_1] = 1$$

$$v_2 := \frac{n_2}{n_0}$$

$$[v_2] = 1$$

εξαρτώνται μόνο από  $\tau, r_N$

$$v_1 = \tau_1 r_N \quad \forall r_N$$

$$v_2 = \begin{cases} r_N & \forall r_N \leq 1 \\ \tau_1 r_N + (1 - \tau_1) & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} 0 & \forall r_N \leq 1 \\ r_N - 1 & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$$\Delta v := v_2 - v_1 = \begin{cases} (1 - \tau_1) r_N & \forall r_N \leq 1 \\ (1 - \tau_1) & \forall r_N > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ⓢ.x. } dW = B \rho dt \Rightarrow [B] = \frac{1}{[\rho][dt]} = \frac{m^3 \text{Hz}}{J \cdot s}$$

$$\text{'' } [B \rho dt] = 1 \text{ '' } [B \rho t] = 1$$

n.x. ga  $\tau_1 = 0.5$   $r_N = 1.5$

n.x. ga  $\tau_2 = 0.5$   $r_N = 0.5$

$\gamma_1 = 0.75$

$\gamma_1 = 0.25$

$\gamma_2 = 1.25$

$\gamma_2 = 0.5$

$\Delta\gamma = 0.5$

$\Delta\gamma = 0.25$

$\theta = 0.5$

$\theta = 0$

$$\frac{dn_1}{dt} = A n_2 + (n_2 - n_1) B \rho - \frac{n_1}{t_1} \quad \cdot \frac{t_2}{n_0}$$

$$n_i = \frac{N_i}{V}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -A n_2 + (n_1 - n_2) B \rho + r \quad \cdot \frac{t_2}{n_0}$$

$$r_i = \frac{R_i}{V}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_0} + [(n_2 - n_1) B \rho + A' n_2] h \nu F(\nu) \quad \cdot B t_2^2$$

$$r_c = \frac{R_c}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{dv_1}{d\tau} = v_2 + (v_2 - v_1) \rho - \frac{v_1}{\tau_1} \quad *1$$

$$R_c = \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) \frac{h \nu}{V} F(\nu)}$$

$$\Rightarrow \frac{dv_2}{d\tau} = -v_2 + (v_1 - v_2) \rho + r_N \quad *2$$

$$r_c = \frac{1}{B t_0 (t_2 - t_1) h \nu F(\nu)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{d\tau} = -\frac{\rho}{\tau_0} + \left[ \frac{(n_2 - n_1) B \rho B t_2^2 + A' n_2 B t_2^2}{n_0} \right] h \nu F(\nu) \cdot n_0$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -\frac{\rho}{\tau_0} + \left[ (v_2 - v_1) \rho + \frac{A'}{A} v_2 \right] B t_2 h \nu F(\nu) t_2 r_c$$

$$\frac{B t_2 h \nu F(\nu) t_2}{B t_0 (t_2 - t_1) h \nu F(\nu)} = \frac{1}{\tau_0 (1 - \tau_1)}$$

$$\boxed{\frac{d\rho}{d\tau} = -\frac{\rho}{\tau_0} + \left[ (v_2 - v_1) \rho + \frac{A'}{A} v_2 \right] \frac{1}{\tau_0 (1 - \tau_1)}} \quad *3$$

Οι \*1, \*2, \*3 είναι αδιαστάτες: όλα τα μεγέθη είναι αδιαστάτα

τα  $v_1, v_2, \rho$  εξαρτώνται από τα  $\tau_0, \tau_1, r_N, \frac{A'}{A}$

laser.m

calllasercommands.m