

Άξιωμα:  $\exists$  τουλάχιστον 1 λόγος

Κομφούκιος  
Confucius  
Kōng Fūzǐ  
孔夫子

551 - 479 π.Χ.

↓  
Μάχη  
Πλαταιών

το ΑΚΟΥΩ και το ΞΕΧΝΩ  
το ΒΛΕΠΩ και το ΘΥΜΑΜΑΙ  
το ΚΑΝΩ και το ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ

Παραδόσεις μου

εμπειρώσεις σας

η-τάξη (εμπειρώσεις παραδόσεων,  
η-βιβλία (2015, 2023)  
λυμένα θέματα παλαιών ετών  
αδεικνύει

σύνδεσμοι βίντεο διαλέξεων

↓  
delos.uoa.gr      ↓  
2015, 2019      5 youtube  
(2020)      2019, 2021  
2022      zoom

ΩΡΑΡΙΟ

ΤΡ 13:00 - 15:00 } Αιδ. Σεμιν.  
ΠΕ 13:00 - 15:00 } Τομέα ΦΣΥ

2η κβάντωση

2nd quantization

Η αναπαράσταση με τελεστές καταστροφής και δημιουργίας, δηλ. με τελεστές κλιμακούς.  
(καταβιβάζει)      (αναβιβάζει)      ladder operators  
annihilation operators      creation operators  
(lowering)      (raising)

φωτόνια (μποζόνια)

ηλεκτρόνια (φερμιόνια)

τα μποζόνια μετατίθενται

τα φερμιόνια αντιμετατίθενται.

$[A, B] := AB - BA$  μεταθέτης commutator

$\{A, B\} := AB + BA$  αντιμεταθέτης anticommutator

αν  $[A, B] = 0 \Rightarrow AB = BA$   
μετάθεση commutation

αν  $\{A, B\} = 0 \Rightarrow AB = -BA$   
αντιμετάθεση anticommutation

μεταθετική ιδιότητα  
commutative property

αντιμεταθετική ιδιότητα  
anticommutative property

οι τελεστές, οι οποίοι περιγράφουν καταστροφή και δημιουργία μποζονίων ακολουθούν σχέσεις μεταθέσεως

οι τελεστές, οι οποίοι περιγράφουν καταστροφή και δημιουργία φερμιονίων ακολουθούν σχέσεις αντιμεταθέσεως.

# ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ και LASERS

πολλά κεφάλαια      ένα κεφάλαιο

ΒΙΒΛΙΑ: {Quantum Optics} (2003)  
{Κβαντική Οπτική}

Κβαντική Οπτική & Lasers (2015)

## Εισαγωγή στη κβαντική φύση του φωτός

\* μέλαν σώμα και συναφείς έννοιες

$\rho(\nu, T) d\nu$  (συχνότητα)  $\rightarrow$  θερμοκρασία  
 $[ \rho(\nu, T) ] = \frac{J}{m^3 \cdot Hz}$        $[ \rho(\nu, T) d\nu ] = \frac{J}{m^3}$

↓  
 πυκνότητα ενέργειας ΗΜ ακτινοβολίας  
 σε στοιχειώδη περιοχή συχνότητας,  
 μέλανος σώματος,  
 σε θερμοδυναμική ισορροπία

↑ απόδοξη Planck (πολαρισμένη κβαντική)

↑ απόδοξη Einstein (πρό σφαιρική, ρωμαλέα)  
 Μηχ. ή Διεργασίες άλλης επιδρ.  
 ΔΣ - ΗΜ ακτινοβολίας

\* νόμοι Rayleigh-Jeans, Wien, Planck ... για την ακτινοβολία μέλανος σώματος

κλασικός θεωρία      ταίριασμα με πείραμα      κβαντικός θεωρία ... σύμφωνη με πείραμα  
 σε υψηλές συχνότητες

\* νόμος Stefan-Boltzmann

$\rightarrow$  1η διατύπωση  $\rho(T)$  πυκνότητα ενέργειας  
 $[ \rho(T) ] = \frac{J}{m^3}$   
 $\rightarrow$  2η διατύπωση  $I$  ένταση ακτινοβολίας  
 $[ I ] = \frac{J}{m^2 \cdot s} = \frac{W}{m^2}$

\* Ξ. Maxwell, συναρμωστές συνθήκες σε διεπιφάνεια, ..., πεδία σε κοιλότητες "στητρεπές"

$* g(\nu) = \frac{dN}{d\nu} = \frac{d(\# \text{ κανονικών τρόπων ΗΜ πεδίου})}{d(\text{συχνότητα})}$

normal modes } συχνότητες  
 κανονικοί τρόποι } κ μορφές

\*  $g(\nu)$  κ κλασική φυσική (θεώρημα ισοκατανομής ενέργειας)  $\rightarrow$  v. Rayleigh-Jeans

\*  $g(\nu)$  κ κάποιες κβαντικές τροπές  $\rightarrow$  v. Planck

$* \int_0^\infty \rho(\lambda, T) d\lambda := \int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu$

$[ \rho(\lambda, T) ] \neq [ \rho(\nu, T) ]$

$= \frac{J}{m^3 \cdot m}$        $= \frac{J}{m^3 \cdot Hz}$

$c = \lambda \nu$   
 $\lambda = \frac{c}{\nu}$   
 $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$   
 $d\lambda \neq (\text{σταθ.}) \cdot d\nu$

Έχουν διαφορετικές μονάδες μετρήσεως  
 είναι διαφορετικές κατανομές

\* νόμος μετατόπισης Wien

$$\lambda_0 T = \text{σταθερά}$$

$$\eta \quad \frac{\nu_0}{T} = \text{άλλη σταθερά}$$

μήκος κύματος όπου έχουμε max της  $\rho(\lambda, T)$

συχνότητα όπου έχουμε max της  $\rho(\nu, T)$

(παραίστερη διατύπωση)

\* φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Μηχανισμοί αλληλεπίδρασης

ΗΜ ακτινοβολίας - ΔΣ

ή Διεγερμένη (Εφαρκασμένη) Απορρόφηση  
 (Stimulated) Absorption ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΟ ρ

ΗΜ = ηλεκτρομαγνητικός  
 ΔΣ = δισταθμικό σύστημα (two-level system)

Αυθόρμητη Έκπομπή  
 Spontaneous Emission ΔΕΝ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΟ ρ

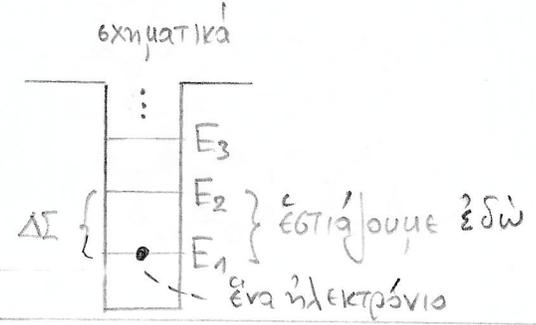
ΜΣ = μονοσταθμικό σύστημα  
 ΤΣ = τρισταθμικό σύστημα  
 ΠΣ = πολυσταθμικό σύστημα

ή Διεγερμένη (Εφαρκασμένη) Έκπομπή  
 Stimulated Emission ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΟ ρ

ΔΣ π.χ. 2 στάθμες ενός ατόμου, μορίου, κβαντικής τελείας (quantum dot) ή άλλως νανοσωματιδίου (nanoparticle)

LASER = Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

σε όλο το μάθημα σχεδόν αγνοούμε το spin του ηλεκτρονίου



πώς φτιάχνουμε ΔΣ από ΜΣ...

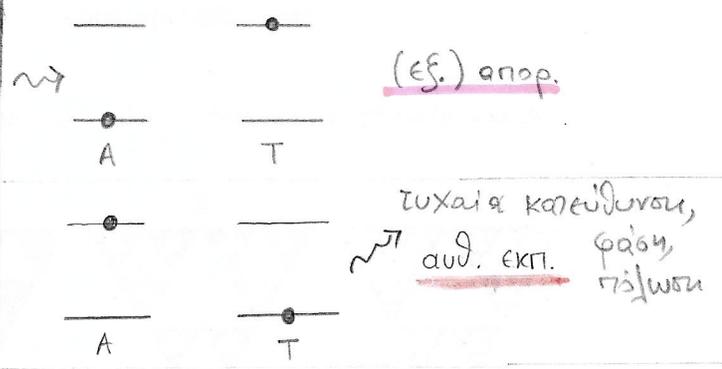


t: η αλληλεπίδραση μεταξύ των φρεάτων  
 t: interaction integral or parameter  
 ολοκλήρωμα αλληλεπίδρασης  
 έχει κι άλλα όνοματa transfer integral, hopping integral αλλά σωστότερο είναι το interaction integral

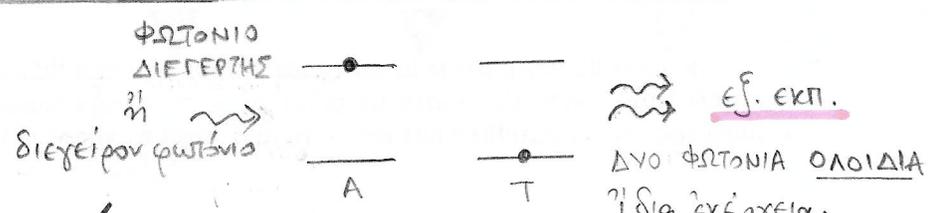
$dW_{\text{απορ}}^{\text{ΕΦ}} = B_{12} \rho(\nu, T) dt$  Εφαρκασμένη Απορρόφηση

$dW_{\text{εκπ}}^{\text{αυθ}} = A_{21} dt$  Αυθόρμητη Έκπομπή

$dW_{\text{εκπ}}^{\text{ΕΦ}} = B_{21} \rho(\nu, T) dt$  Εφαρκασμένη Έκπομπή



$E_{\phi} = h\nu$   
 $p_{\phi} = \frac{E_{\phi}}{c}$

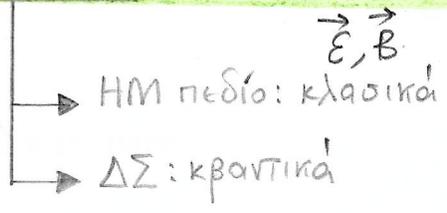


ιδιότητες που έχει το LASER

- ίδια ενέργεια  $\Rightarrow$  μονοχρωματικότητα monochromaticity
- ίδια όρμη  $\Rightarrow$  κατευθυντικότητα directionality
- ίδια φάση  $\Rightarrow$  συνοχή coherence (συμφωνία)
- ίδια πόλωση  $\Rightarrow$  πολωμένο φως polarization

ΔΥΟ ΦΩΤΟΝΙΑ ΟΛΟΙΔΙΑ  
 ίδια ενέργεια, όρμη (κατεύθυνση), φάση, πόλωση

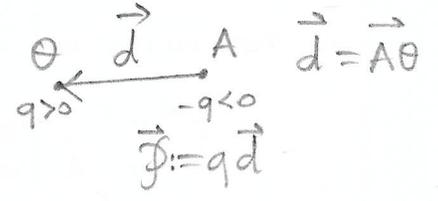
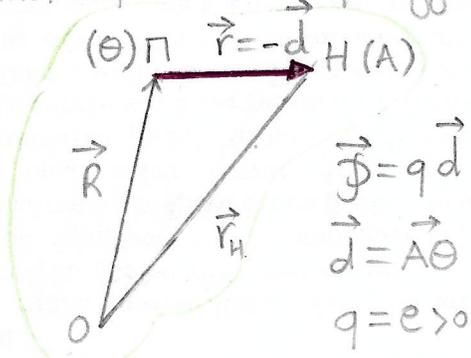
Ημικλασική αντιμετώπιση της αλληλεπίδρασης ΗΜ ακτινοβολίας - ΔΣ



$\vec{E}, \vec{B}$   
 διαταραχμένο  $\hat{H} = \hat{H}_0 + U_E(\vec{r}, t)$   $\Delta \Sigma$  ενεργειακή αλληλ. (διαταραχή)  
 αδιατάρακτο  $\hat{H}_0$  χωρίς ΗΜ πεδίο  
 χρονικά εξαρτημένο θεωρία διαταραχών

- \* αδιατάρακτο ΔΣ: χωρίς ΗΜ πεδίο
- διαταραχμένο ΔΣ: εντός ΗΜ πεδίου

\* Διπολική Ροπή. Προσέγγιση Διπόλου.



$\vec{F} = q\vec{d}$   
 $\vec{d} = A\theta$   
 $q = e > 0$   
 $\Rightarrow \vec{F} = q\vec{d} = e(-\vec{r}) \Rightarrow \vec{F} = -e\vec{r}$

$U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}$  ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ  $U_E(\vec{r}, t)$   
 σε όλο το μήκος κύματος  $\lambda$  συγκρίνουμε το size  $\lambda$  με την αλληλεπίδραση  $a_0$   
 $U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$  σελίδα 3'

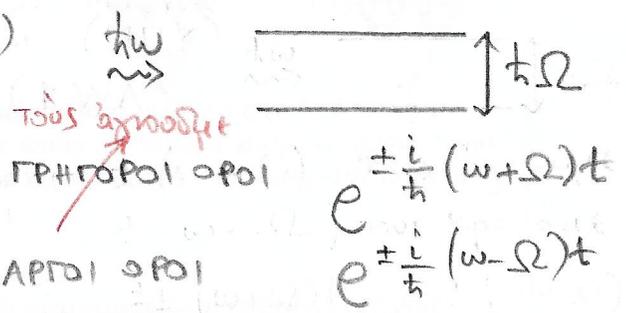
$\lambda \gg a_0$  χωρίς έκταση του συστήματος π.χ. ακτίνα Bohr  $a_0$   
 μήκος κύματος οπτικά μήκη κύματος  
 $\lambda \sim 500 \text{ nm}$   $a_0 \sim 0.529 \text{ \AA} \sim 0.5 \cdot 10^{-1} \text{ nm}$   
 $\frac{\lambda}{a_0} \approx \frac{500 \text{ nm}}{0.5 \cdot 10^{-1} \text{ nm}} = 10^4$

ομογενής = ...  
 ισοτροπός = ...

διηλεκτρική προσέγγιση ισχύει για οπτικές μεταβάσεις και φυσική  
 ~ το ηλεκτρικό πεδίο έχει μόνο χρονική εξάρτηση...  
 αλλά είναι χωρικά ομογενής

\* χρονική εξέλιξη ΔΣ, ΤΣ με ένα ηλεκτρόνιο τοποθετημένο αρχικά κάπως, π.χ. στην κάτω στάθμη  
 $\Rightarrow$  πιθανότητες παρουσίας του ηλεκτρονίου στις στάθμες  $|c_i(t)|^2$   $\forall i$  στάθμη ("ταλαντώσεις Rabi")

\* Προσέγγιση Περιστροφόμενου Κύματος (ΠΠΚ) Rotating Wave Approximation (RWA)



επιλύοντας τη χρονοεξαρτ. εξ. Schrödinger προκύπτουν

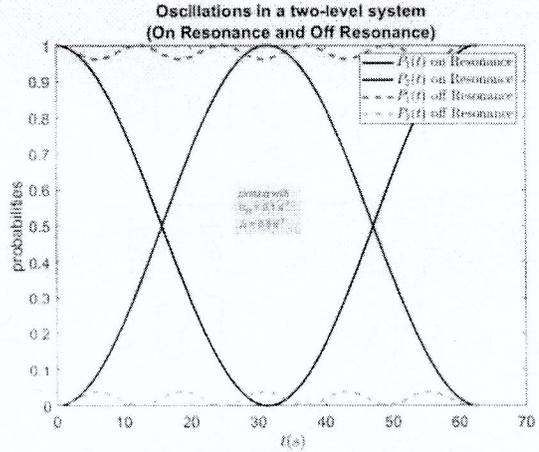
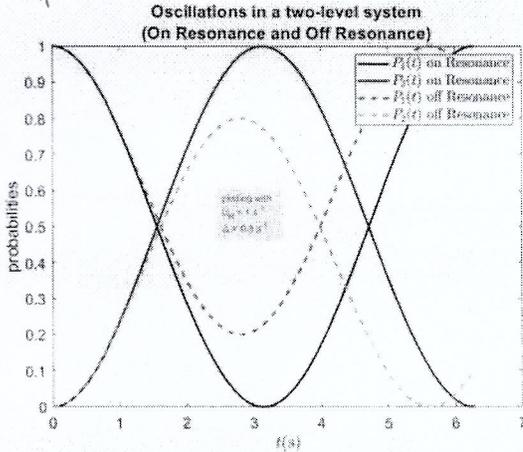
ΕΙΚΟΝΑ 1.7

\*  $\Delta := \omega - \Omega$  detuning (ἀποσυντονισμός)

\*  $\Omega_R := \frac{\mathcal{E}_0}{\hbar}$  (cyclic) Rabi frequency

$\beta$ : 620 χηφό πίνακα και διπλάσι 5' ροπή  
 δείχνει κατά πόσο εμπλέκονται οι στάθμες από το ηλ. πεδίο και πόσο ισχυρό είναι το πεδίο

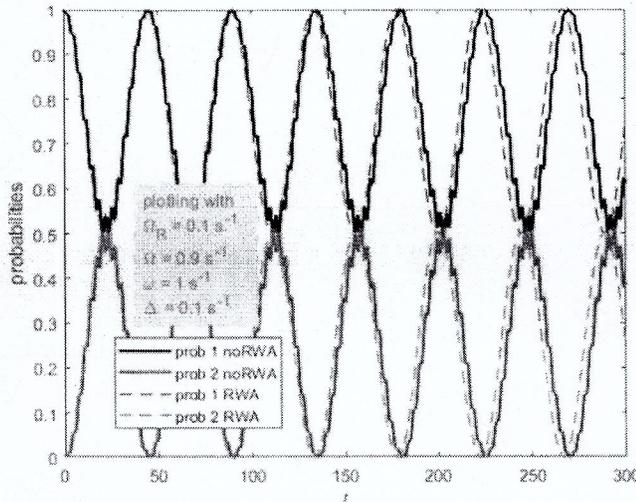
π.χ.  $\Delta \rightarrow 0$   
 $\Delta \rightarrow \infty$



**Εικόνα 1.6:** Παρουσιάζονται ταλαντώσεις της πιθανότητας παρουσίας του ηλεκτρονίου στις δύο στάθμες ενός δισταθμικού συστήματος ( $\Delta \Sigma$ ) σε συντονισμό ( $\Delta = 0$ , συνεχείς γραμμές) και εκτός συντονισμού ( $\Delta \neq 0$ , διακεκομμένες γραμμές). Η περίοδος των ταλαντώσεων είναι  $T_R = 2\pi/\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}$ , ενώ το μέγιστο ποσοστό μεταβίβασης είναι  $\mathcal{A} = \Omega_R^2/(\Omega_R^2 + \Delta^2)$ . Απλώς, για να κάνουμε τη γραφική παράσταση, θέσαμε κάποιες τιμές στα  $\Omega_R$  και  $\Delta$ .  $\Delta = \omega - \Omega$  είναι ο λεγόμενος αποσυντονισμός (detuning) και  $\Omega_R$  η συχνότητα Rabi, η οποία δείχνει κατά πόσο εμπλέκονται οι στάθμες από το ηλεκτρικό πεδίο.

περίοδος  $T_R = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}}$ , μέγιστο ποσοστό μεταβίβασης  $\mathcal{A} = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \Delta^2}$ ,  $k = \dots$  μέσος αριθμός μεταβίβασης

Σύγκριση RWA με αριθμητική λύση (χωρίς προσέγγιση)



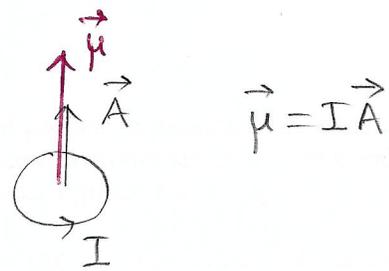
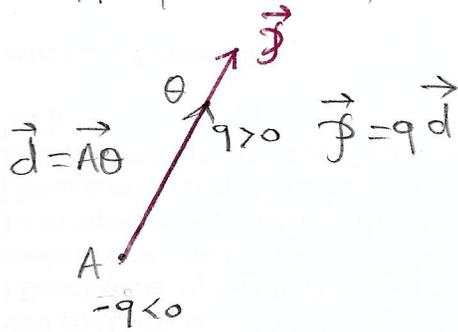
$\vec{E} \uparrow \hat{z}$   
 $\mathcal{F}_{212} = -eZ_{12} = -eZ_{21}$   
 $\mathcal{F}_{221} := \beta$   
 $Z_{kk'} = \int d^3r \Phi_k(\vec{r})^* Z \Phi_{k'}(\vec{r})$

**Εικόνα 1.7:** Μια σύγκριση της Προσεγγίσεως Περιστρεφόμενου Κύματος (ΠΠΚ) [Rotating Wave Approximation (RWA)] με την πλήρη αριθμητική λύση [noRWA], για κάποιες αυθαίρετες τιμές των  $\Omega_R$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $\Delta$ . Παρουσιάζονται οι πιθανότητες παρουσίας του ηλεκτρονίου στις δύο στάθμες συναρτήσει του χρόνου, για αρχική τοποθέτηση στη στάθμη 1. Οι καμπύλες της ΠΠΚ είναι ομαλότερες, διότι λείπουν οι υψηλόσυχνοι όροι  $\pm(\Omega + \omega)$  και έχουν κρατηθεί μόνο οι χαμηλόσυχνοι όροι  $\pm(\Omega - \omega)$ . Επίσης, διακρίνεται ασθενές dephasing, δηλαδή, οι καμπύλες της ΠΠΚ σιγά σιγά καθυστερούν έναντι των καμπυλών των πλήρων αριθμητικών λύσεων.

Υπερδύοια Ανάλογων

$\vec{E}$  (Ηλεκτρικό Πεδίο)

$\vec{B}$  (Μαγνητικό Πεδίο)



$\vec{\Phi} = q\vec{d}$  ηλεκτρική διπολική ροπή

$\vec{\mu} = I\vec{A}$  μαγνητική διπολική ροπή  
 ή  $\vec{\mu} = \frac{q}{2m} (\vec{L} + g\vec{S})$  (κβαντικά)

$U_E = -\vec{\Phi} \cdot \vec{E}$

δυναμική ενέργεια

$U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

$\vec{\tau} = \vec{\Phi} \times \vec{E}$

(μηχανική) ροπή

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

$[\vec{\Phi}] = C \cdot m$

$[\vec{\mu}] = A m^2$

$[U_E] = C m \frac{V}{m} = CV = J$

$[U_B] = A m^2 T = N \cdot m = J$

( $F = BIL$ )  
( $N = TAm$ )

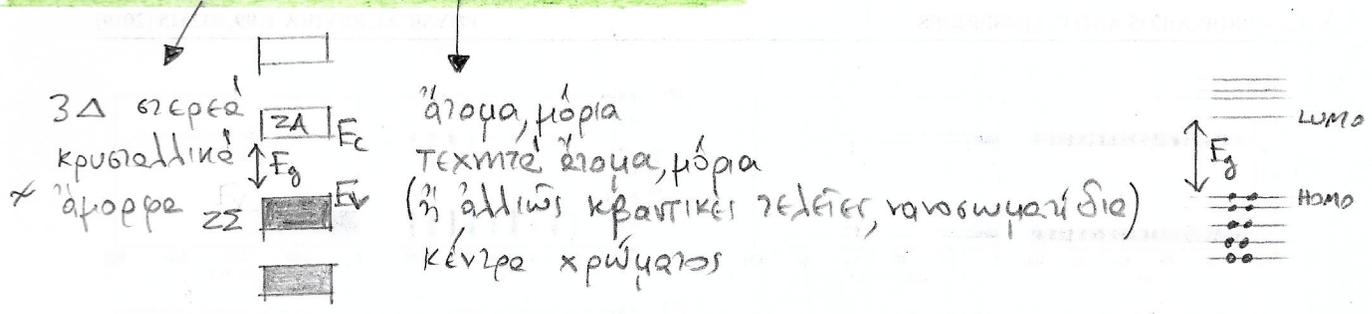
$[\vec{\tau}] = C \cdot m \cdot \frac{N}{C} = N \cdot m$

↑  
το ἀφήνουμε έτσι

$[\vec{\tau}] = A m^2 \cdot T = N \cdot m$

↑  
το ἀφήνουμε έτσι

Συνεχές, κ Διακριτό φάσμα



Διακριτό - συνεχές φάσμα

1Δ διακριτό κ 2Δ συνεχές

quantum wells  
κβαρτικό φρέζιο ή πυραμίδα

2Δ διακριτό κ 1Δ συνεχές

quantum wires  
κβαρτικό σύρμα

Μετάβαση από δύο ΜΣ σε ένα έναίο ΔΣ.

Γραφή Δέσμευσης (Tight Binding)  $\rightarrow$  π.χ.  $\langle \Psi_A | \hat{T} + U_A + U_\Delta | \Psi_A \rangle =$

$t_{\Delta A} = \langle \Psi_A | \hat{T} + U_A + U_\Delta | \Psi_\Delta \rangle$   
= διακλήρωση αλληλεπίδρασης  
 $A \leftrightarrow \Delta$

$\langle \Psi_A | \hat{T} + U_A | \Psi_A \rangle + \langle \Psi_A | U_\Delta | \Psi_A \rangle \approx$   
 $\approx \langle \Psi_A | \hat{T} + U_A | \Psi_A \rangle = \epsilon_A$   
on-site energy  
επιτόπια ενέργεια

**ΕΙΚΟΝΑ 1.6**

$\Delta \Sigma$

$\Delta = 0$   
 $\Delta \neq 0$

$T_R = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta^2}}$  περίοδος για το 5'

$\mathcal{A}_R = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \Delta^2}$  μέγιστο ποσοστό μεταβίβασης

\*  $\Delta := \omega - \Omega$  detuning αποσυntonισμοί

\*  $\Omega_R := \frac{\mathcal{E} \mathcal{E}_0}{\hbar}$  Rabi frequency (cyclic)

δειχνει κατά πόσο εμπλεκονται οι στάθμες από το ηλεκτρικό πεδίο

π.χ. ΟΡΙΑ  $\Delta \rightarrow 0, \Delta \rightarrow \infty$

**ΕΙΚΟΝΑ 1.7**

Σύγκριση RWA με ακριβή λύση



Επιτρεπόμενες και Απαγορευμένες Οπτικές Μεταβάσεις  
έναντι της Προεχθισθεί Διπόλου - Κανόνι Επιλογής

↓  
"z επιτρέπεται και z απαγορεύεται"

δύοτες πρότυπο σύστημα  
για να επιδεικνούν οι έννοιες αυτές:  
άτομο υδρογόνου

- \* δμοσιγία (άρηι, περιττί)
- \* καμβικί επιφάνει

τελικά όλα ανάγονται σὸ εδοκλήρωμα

$$\vec{r}_{k'k} = \int d^3r \underbrace{\Phi_{k'}^*(\vec{r})}_{\text{ιδιοσυρμίστι}} \vec{r} \underbrace{\Phi_k(\vec{r})}_{\text{αδιατέρατου προβλήματος}}$$

↓  
στοιχείο πίνακα τῆς δέσως τῶ ἠλεκτρονίου  
ὡς πρὸς τὸν πυρήνα

k', k καταστάσεις, σιᾶθει μεταξὺ τῶν ὁποίων  
ἀναρωτιόμαστε ἂν μπορεῖ νὰ πραγματοποιηθεῖ  
μετάβασι

$$U_{Ek'k}(t) = e \vec{E} \cdot \vec{r}_{k'k}$$

↓  
στοιχείο πίνακα τῆς δυναμικῆς ἐνέργειας τῆς διαταραχῆς

⇒ όλα ἀνάγονται ἐν τέλει στὴ συμπεριε τῶν ἰδιοσυρμίστων  
τῶ ἀδιατέρατου προβλήματος

	1s		2s	
	A	⊖	A = π	→ 0
η.χ.	π	⊖	A = A	→ ≠ 0
	2p		1s	



# Κλασική αντιμετώπιση της αλληλεπίδρασης

ΦΩΤΟΝΙΣΜΟΣ ΗΜ ακτινοβολίας - ΔΣ, ΤΣ, ΠΣ

- πολλά φωτόνια
- ένα ηλεκτρόνιο (ανεβολική ροή σε όλη)

κλάση ΗΜ πεδίου ετός κοιλότητας

- ΗΜ πεδίο: κλασικά
- ΔΣ, ΤΣ, ΠΣ: κλασικά

φωτόνιο (μυόνιο) καλόβολο  
ηλεκτρόνιο (φερμιόνιο) άκατάδεκτο

ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΣΥΜΠΥΚΝΩΣΟΥΜΕ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΑΣ

- \* Χαμιλιτονιακή ΗΜ πεδίου με τελεστές καταστροφής και δημιουργίας φωτονίων (τρόπου)  $\hat{H}_{ΗΜ,μ}$ ,  $\sum_m \hat{H}_{ΗΜ,μ}$  (συνολική) (μυόνιο)
- \* Χαμιλιτονιακή ΔΣ με σπίνορες / με τελεστές καταστροφής & δημιουργίας ηλεκτρονίων (φερμιονίων)  $\hat{H}_{ΔΣ,ΤΣ,ΠΣ}$

- \* Σχέσεις μεταθέσεως μυόνιων commutation relations
- \* Σχέσεις αντιμεταθέσεως φερμιονίων anticommutation relations

ΜΕΤΑΘΕΤΗΣ  $[A, B] = AB - BA$  όταν  $[A, B] = 0 \Rightarrow AB = BA$   
COMMUTATOR  
ΜΕΤΑΘΕΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ commutative property

ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΤΗΣ  $\{A, B\} = AB + BA$  όταν  $\{A, B\} = 0 \Rightarrow AB = -BA$   
ANTI COMMUTATOR  
ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ

- \* Χαμιλιτονιακή αλληλεπίδρασης ΗΜ πεδίου - ΔΣ anticommulative property

- \* Χαμιλιτονιακή Rabi

$$\hat{H}_{R,m} = \underbrace{\hbar \omega_m \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_m}_{\text{ΗΜ πεδίο}} + \underbrace{\hbar \Omega \hat{S}_+ \hat{S}_-}_{\Delta \Sigma} + \hbar g_m (\hat{S}_+ + \hat{S}_-) (\hat{a}_m^\dagger + \hat{a}_m)$$

$\hat{S}_+ \hat{a}_m^\dagger, \hat{S}_+ \hat{a}_m, \hat{S}_- \hat{a}_m^\dagger, \hat{S}_- \hat{a}_m$   
 Ιδιοκαταστάσεις χωρίς αλληλεπίδραση ΗΜ πεδίου - ΔΣ:  $|\uparrow, n_m\rangle, |\downarrow, n_m\rangle$   
 Ίσως & επιρροές αλληλεπίδρασης

- \* Χαμιλιτονιακή Jaynes-Cummings

$$\hat{H}_{J,C,m} = \hbar \omega_m \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_m + \hbar \Omega \hat{S}_+ \hat{S}_- + \hbar g_m (\hat{S}_+ \hat{a}_m + \hat{S}_- \hat{a}_m^\dagger)$$

- \* Μέσες (διαμενόμενες) τιμές μεγεθών για την  $\hat{H}_{J,C,m}$   $\langle \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_m \rangle, \langle \hat{S}_+ \hat{S}_- \rangle, \langle \hat{S}_+ \hat{a}_m \rangle, \langle \hat{S}_- \hat{a}_m^\dagger \rangle$

- \* Απορρόφηση φωτονίου
  - \* Έκποση φωτονίου
- ταλαντώσεις Rabi

- \* # φωτονίων στην κοιλότητα  $\langle \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_m \rangle$
- \* πιθαν. παρουσία ηλεκτρονίου στις στάθμες  $\langle \hat{S}_+ \hat{S}_- \rangle, \langle \hat{S}_- \hat{S}_+ \rangle$

ΜΕΤΩΝΙΑ

στίλετο (dagger)

$$\hat{a}_m^\dagger$$
$$\hat{a}_m$$

τελεστής δημιουργίας φωτονίου τῷ ΗΜ τρόπου με κυκλική συχνότητα  $\omega_m$

creation operator

τελεστής καταστροφῆς φωτονίου

annihilation operator

»

Ταυτόχρονα, ὁ  $\hat{a}_m^\dagger$  μπορεί να ὀνομασθεῖ τελεστής ἀναβιβέως

raising operator

διότι ἀνοβιβάζει τὴν ἐνέργεια κατὰ  $\hbar\omega_m$

ὁ  $\hat{a}_m$  μπορεί να ὀνομασθεῖ τελεστής καταβιβέως

lowering operator

διότι καταβιβάζει τὴν ἐνέργεια κατὰ  $\hbar\omega_m$

$\hat{a}_m^\dagger, \hat{a}_m$  τελεστές κλιμακῶν ladder operators

οἱ  $\hat{a}_m^\dagger, \hat{a}_m$  ἀκολουθοῦν σχέσεις μεταθέσεως γινόμενων  $[, ]$

ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ

$\hat{S}_+$  τελεστής ἀναβιβέως ἡλεκτρονίου  $\hat{S}_+ | \circ \rangle = | \circ \rangle$

$\hat{S}_-$  τελεστής καταβιβέως ἡλεκτρονίου  $\hat{S}_- | \circ \rangle = | \circ \rangle$

Ταυτόχρονα, ὁ  $\hat{S}_+$  δα μποροῦσε να ὀνομασθεῖ τελεστής δημιουργίας ἡλεκτρονίου στην ἄνω στάθμη ΚΑΙ καταστροφῆς ἡλεκτρονίου στην κάτω στάθμη

ὁ  $\hat{S}_-$  δα μποροῦσε να ὀνομασθεῖ τελεστής καταστροφῆς ἡλεκτρονίου στην ἄνω στάθμη ΚΑΙ δημιουργίας ἡλεκτρονίου στην κάτω στάθμη

οἱ  $\hat{S}_+, \hat{S}_-$  ἀκολουθοῦν σχέσεις ἀντιμεταθέσεως φερμιονίων  $\{, \}$

ἐναλλακτικὸς συμβολισμὸς

$$\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_i$$

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΘΕΣΕΩΣ ΜΠΟΖΟΝΙΩΝ  
boson commutation relations

$$[\hat{a}_m, \hat{a}_\ell] = 0$$

$$[\hat{a}_m^\dagger, \hat{a}_\ell^\dagger] = 0$$

$$[\hat{a}_m, \hat{a}_\ell^\dagger] = \delta_{m\ell}$$

ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΣΕΩΣ ΦΕΡΜΙΩΝΙΩΝ  
fermion anti commutation relations

$$\{\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger\} = \delta_{ij}$$

$$\{\hat{a}_i, \hat{a}_j\} = 0$$

$$\{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger\} = 0$$

είδικά

$$\{\hat{a}_r^\dagger, \hat{a}_r^\dagger\} = 0 \Rightarrow \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r^\dagger + \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r^\dagger = 0 \Rightarrow 2 \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r^\dagger = 0$$

$$\Rightarrow \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r^\dagger = 0$$

δεν μπορούμε να βάλουμε δύο φερμιόνια στην ίδια κατάσταση r (απαγορευτική αρχή Pauli)

# LASERS

Laser He-Ne

Εξισώσεις ρυθμών για τους πληθυσμούς  $(N_1, N_2)$  των σταθμών που συμμετέχουν στην έκποση συνεκτικής ΗΜ ακτινοβολίας και

$$\left\{ \frac{dN_1}{dt}, \frac{dN_2}{dt}, \frac{d\rho}{dt} \right\}$$

για την πυκνότητα ακτινοβολίας  $(\rho)$  στην κοιλότητα LASER

Διαγώνεις και Έγκάρσιες τρέποι ΗΜ πεδίου

Πληθυσμοί σταθμών  $(N_1, N_2)$  & πυκνότητα ΗΜ ακτινοβολίας  $(\rho)$  στη στάθμη κατάσταση

"Αντίστροφα. Κρίσιμη "Αντίστροφα.

↓  
ΤΙ ΕΙΝΑΙ

Αναστροφή πληθυσμού.

Αριθμητική επίλυση των εξισώσεων ρυθμών για τα  $N_1, N_2, \rho$ .

↑  
matlab

Άλλα είδη LASER...

## Κεφ. 6 Πίνακας Πυκνότητας

Καθαρή κατάσταση και μικτή κατάσταση

↓  
το σύστημα περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση

↓  
δεν υπάρχει μια καλά ορισμένη κυματοσυνάρτηση για το σύστημα

π.χ. το σύστημα είναι συζευγμένο με μια δεξαμενή με την οποία μπορεί να απορροφήσει θερμότητα, σωματίδια κλπ

Πίνακας Πυκνότητας - Τελείως πυκνότητα

$$\hat{\rho} = |\Psi\rangle \langle \Psi| \quad |\Psi\rangle = \begin{bmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{bmatrix} \quad |\Psi\rangle = \sum_k c_k(t) |\Phi_k\rangle$$

π.χ. Πίνακας πυκνότητας & τελεστική πυκνότητας  
σε καθαρή κατάσταση  
δισταθμικού συστήματος

$$\hat{\rho} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^* & c_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_1^* & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & c_2 c_2^* \end{bmatrix} \quad \rho = \begin{bmatrix} c_1 c_1^* & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & c_2 c_2^* \end{bmatrix}$$

Η χρονική εξέλιξη του πίνακα πυκνότητας: εξ. Liouville - von Neumann

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + U_\varepsilon(\vec{r}, t)$$

Η χρονική εξέλιξη του πίνακα πυκνότητας με μηχανισμό αποδιεγέρσεως

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{i\hbar}{2} \{ \hat{\Gamma}, \hat{\rho} \}$$

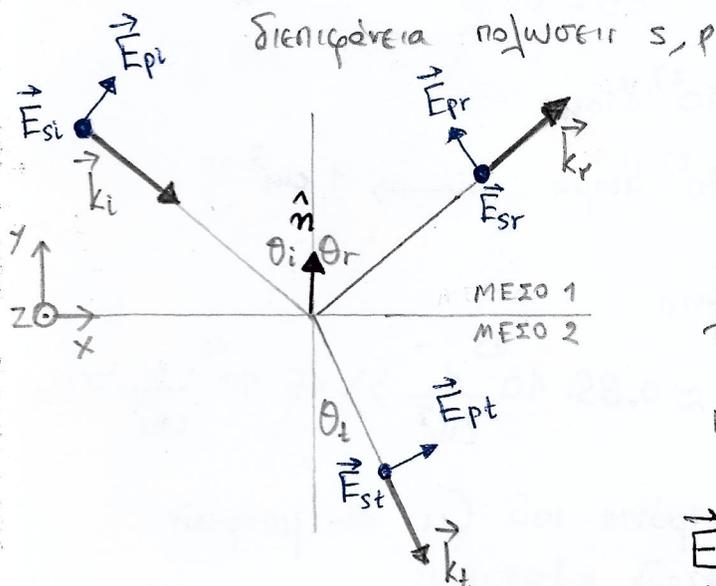
$$\hat{\Gamma} |\Phi_k\rangle = \gamma_k |\Phi_k\rangle$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + U_\varepsilon(\vec{r}, t) - \frac{i\hbar}{2} \hat{\Gamma}$$

ΚΕΦ. ΔΙΑΦΩΡΑ

Τεχνικές απομωνώσεως TEM<sub>00</sub> & TEM<sub>p,q</sub> άνωτέρων τάξεων

Εξισώσεις Fresnel, Γωνία Brewster (ή γωνία γλαυκώσεως) ≠ άνωτέρων ρ πόλων



$$\boxed{T + R = 1}$$

↓ ανακλαστικότητα  
↓ διαπερατικότητα...

σημ.  $r_{TM} = 0$

$$\tan \theta_i = \frac{n_t}{n_i} = n$$

$\theta_i = \theta_B$

Brewster

$$t_{TM} = \frac{1}{n}$$

$$\left. \begin{aligned} t_{TE} &= \frac{E_t}{E_i} \\ r_{TE} &= \frac{E_r}{E_i} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} t_{TE} &= r_{TE} + 1 \\ r_{TM} &= \frac{E_r}{E_i} \end{aligned} \left. \begin{aligned} t_{TM} &= \frac{E_t}{E_i} \\ r_{TM} &= \frac{E_r}{E_i} \end{aligned} \right\} r_{TM} - n t_{TM} = -1$$

$\vec{E}_s \perp q$  TE ή s πόλων

$\vec{E}_p \in q$  TM ή p πόλων

Σημειώσεως προσεγγίσεως  $(\vec{k}_i, \hat{n}) := q$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΚΑΘΕ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ  
ΠΡΟΣ ΔΥΣΗ

→ έως +1 βαθμιά

→ έσοδα +1 βαθμιά

ΕΙ ΤΟΥ ΧΙΛΙΩΝ ΛΕΩΣ

Πόσοι-ες από 30 έτος ;

Πόσοι-ες είναι από την κατεύθυνση

A  
B  
Γ  
Δ  
Ε