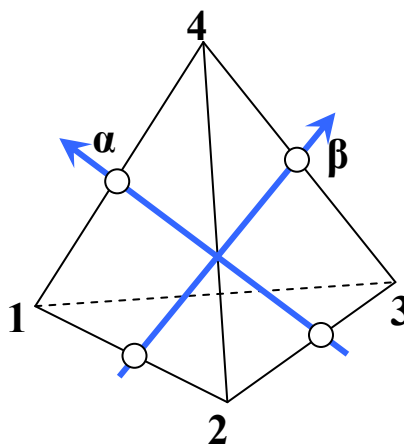


Άσκηση 2

(1) Ναδειχθεί ότι ένα κανονικό τετράεδρο έχει άξονες συμμετρίας: τρίτης τάξης που διέρχονται από κάθε κορυφή και είναι κάθετοι στην απέναντι έδρα και δεύτερης τάξης που διέρχονται από δύο απέναντι ακμές.

(2) Να επαληθευθεί ότι οι αμιγείς στροφές που ορίζονται με αυτούς τους άξονες συμμετρίας μετασχηματίζουν τις κορυφές του τετραέδρου (βλ. σχήμα) ως εξής: E [1234], $C_{3(1)}$ [1423], $C_{3(1)}^{-1}$ [1342], $C_{3(2)}$ [3241], $C_{3(2)}^{-1}$ [4213], $C_{3(3)}$ [4132], $C_{3(3)}^{-1}$ [2431], $C_{3(4)}$ [2314], $C_{3(4)}^{-1}$ [3124], $C_{2\alpha}$ [4321], $C_{2\beta}$ [2143], $C_{2\gamma}$ [3412].



(3) Να καταστρωθεί ο πίνακας πολλαπλασιασμού των στοιχείων αυτών και ναδειχθεί ότι συνιστούν σημειακή ομάδα (T).

(4) Ναδειχθεί ότι η T έχει τέσσερις μη αναγωγίσιμες αναπαραστάσεις: τρεις μονοδιάστατες και μία τρισδιάστατη.

(5) Να καταστρωθεί ο πίνακας χαρακτήρων της T.

(Υπόδειξη: Εκτός από τα θεωρήματα ορθογωνιότητας των μη αναγωγίσιμων αναπαραστάσεων και των κλάσεων, για τις μονοδιάστατες αναπαραστάσεις θα βοηθηθείτε αν χρησιμοποιήσετε και τον ορισμό της αναπαραστάσης).