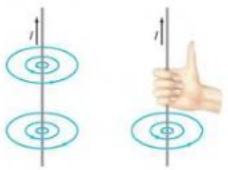
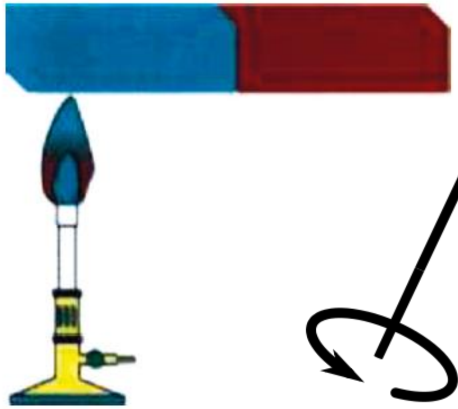
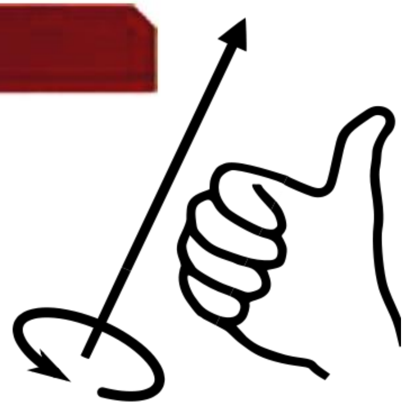
Μαγνητοστατική

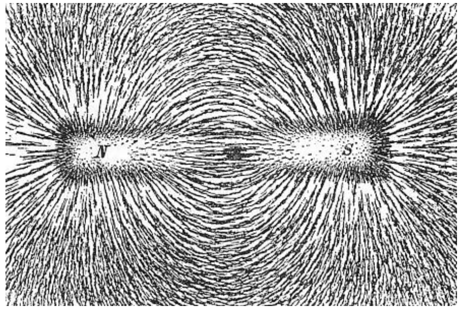
εισαγωγή

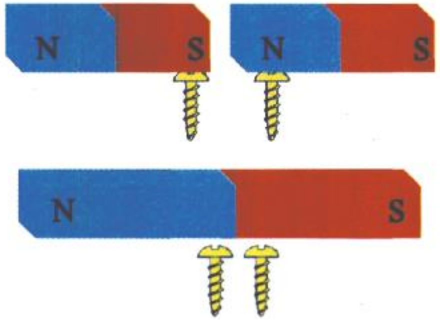


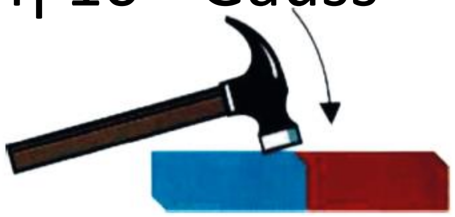


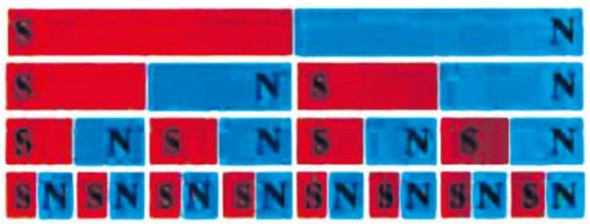


- Το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητισμό
- Δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου
  - Είναι κλειστές γραμμές (χωρίς αρχή και τέλος)
  - Βγαίνουν από τον βόρειο (N) μαγνητικό πόλο και μπαίνουν στον νότιο (S)
  - Δεν τέμνονται ούτε εφάπτονται
  - Η πυκνότητά τους είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου
- Μονάδα έντασης μαγνητικού πεδίο : Tesla (S.I.)
- 1 Tesla= 1 N/A*m ή 10^{-4} Gauss









Ορισμός του μαγνητικού πεδίου B – Δυναμη

$$F = I\ell B\sin\theta$$

Όταν $\mathrm{I} \perp \mathrm{B}(\theta = 90^{o}) \Rightarrow F = \max$

$$F_{\max} = I\ell B$$

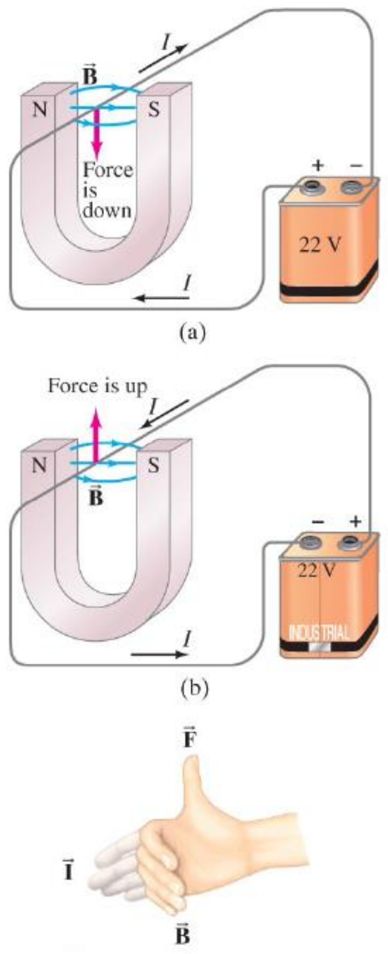
Όταν $I \parallel \mathrm{B}(\theta = 0) \Rightarrow F = 0$

Για ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό

$$\vec{F} = I\ell \times \vec{B}$$

Για μη ομοιόμορφο B ή γωνία θ του αγωγού δεν είναι η ίδια

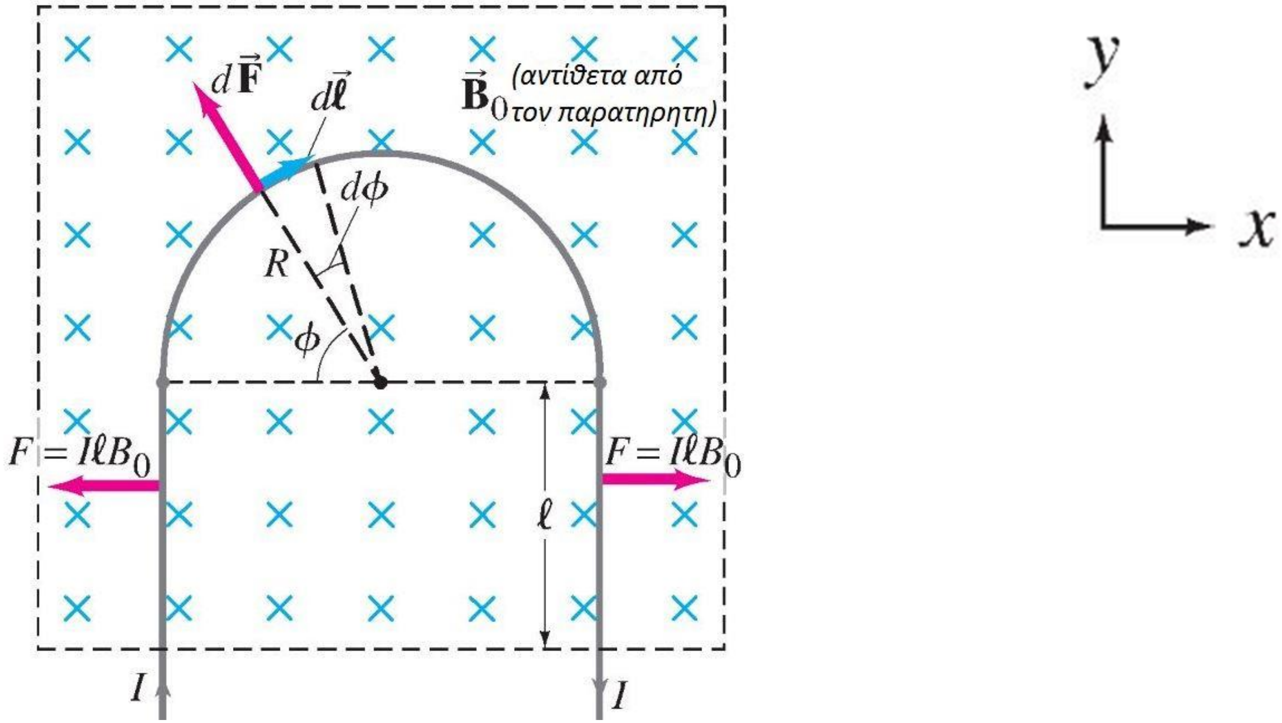
$$d\vec{F} = Id\ell \times \vec{B}$$



Παράδειγμα

- *Μαγνητική δύναμη σε ημικυκλικό σύρμα.*

Ένα άκαμπτο σύρμα, το οποίο διατρέχει ρεύμα I, αποτελείται από ένα ημικύκλιο ακτίνας R και από δύο ευθύγραμμα τμηματα όπως φαίνεται στην εικόνα. Το σύρμα, βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο $\vec{\mathbf{B}}_0$. Παρατηρείστε την επιλογή του x και y άξονα. Τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν μήκος ℓ το καθένα εντός του πεδίου. Προσδιορίστε τη συνισταμένη δύναμη στο σύρμα λόγω του μαγνητικού πεδίου $\vec{\mathbf{B}}_0$.

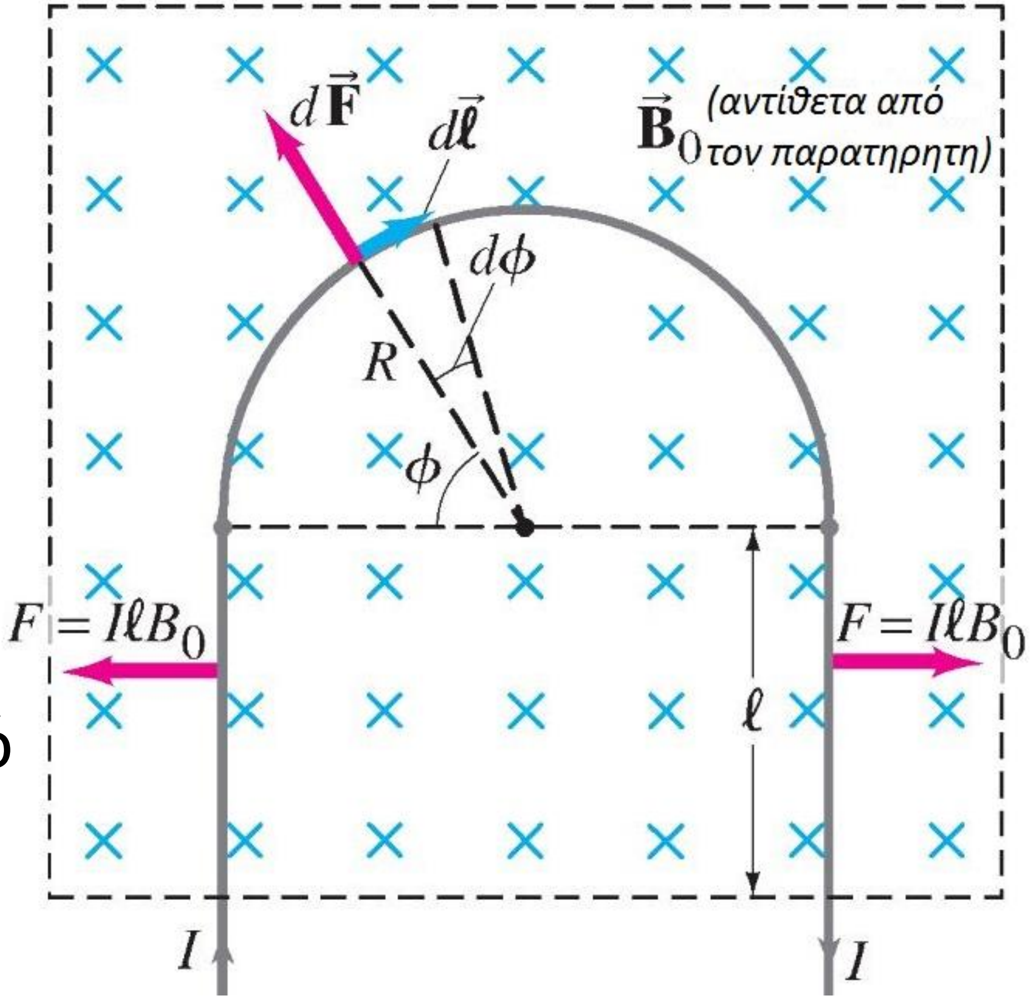


Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: Διαιρούμε το ημικύκλιο σε μικρά τμήματα στοιχειώδους μήκους $d\ell = R\,d\phi$

$$d\vec{\mathbf{F}} = I\,d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$dF = IB_0 R\,d\phi$$



όπου dF είναι η δύναμη στο

στοιχειώδες μήκος $d\ell = R\,d\phi$,
και η γωνία μεταξύ των $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ και $\vec{\mathbf{B}}_0$

είναι 90° (οπότε sinθ=1 στο εξωτερικό γινόμενο).

Παράδειγμα

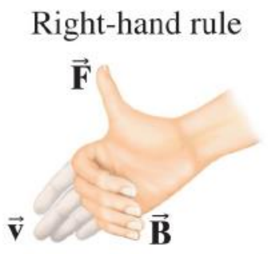
Η *x* συνιστώσα της δύναμης $d\vec{\mathbf{F}}$ πάνω στο τμήμα $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ και η συνιστώσα *x* της $d\vec{\mathbf{F}}$ για ένα συμμετρικό τμήμα $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ που βρίσκεται στην απέναντι πλευρά του ημικυκλίου, θα αλληλοαναιρεθούν. Συνεπώς δεν θα υπάρχει η x συνιστώσα της δύναμης σε ολόκληρο το ημικύκλιο.

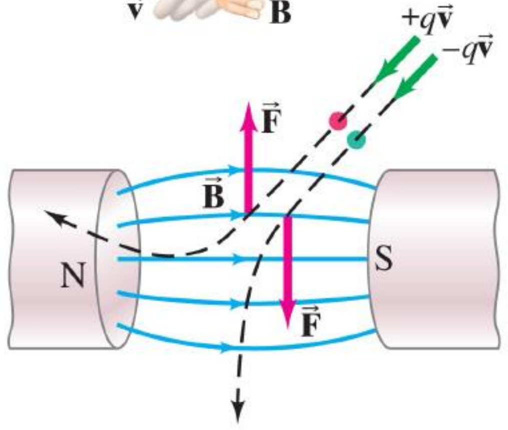
Άρα, οφείλουμε να απασχοληθούμε μόνο με τις y συνιστώσες. Κάθε μία είναι ίση με $dF \sin \phi$ οπότε η συνολική δύναμη θα έχει μέτρο

$$F = \int_0^{\pi} dF \sin \phi = IB_0 R \int_0^{\pi} \sin \phi \, d\phi = -IB_0 R \cos \phi \Big|_0^{\pi} = 2IB_0 R$$

Με κατεύθυνση κάθετα προς τα πάνω, κατά μήκος του άξονα των y.

Δύναμη Μαγνητικού πεδίου σε κινούμενο Ηλεκτρικό Φορτίο





Εάν N σωματίδια φορτίου q διέρχονται από ένα σημείο σε χρόνο t

$$I = Nq/t$$

t ο χρόνος για το φορτίο q να διανύσει απόσταση ℓ μέσα σε μαγνητικό πεδίο B.

Τότε

$$\ell = \vec{v}t$$

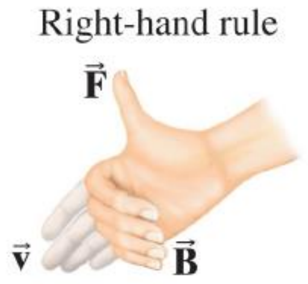
$\vec{v}$: ταχύτητα σωματιδίου

$$\vec{F} = I\ell \times \vec{B} = (Nq/t)(\vec{v}t) \times \vec{B} = Nq\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

για N=1

- Το μέτρο



$$F = qvB\sin\theta$$

$$\vec{v} \perp \vec{\mathrm{B}}$$

$$F_{\max} = qvB$$

ΕΡΩΤΗΣΗ*: Αρνητικό φορτίο κοντά σε μαγνήτη.*

Ένα αρνητικό φορτίο $-\mathrm{Q}$ βρισκόμενο σε ηρεμία, είναι τοποθετημένο κοντά σε ένα μαγνήτη. Θα αρχίσει το φορτίο να κινείται; Θα "αισθανθεί" κάποια δύναμη; Τι θα συνέβαινε εάν το φορτίο ήταν θετικό, $+\mathrm{Q}$;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όχι σε όλες τις ερωτήσεις!

Ένα φορτίο σε ηρεμία έχει ταχύτητα ίση με το μηδέν. Τα μαγνητικά πεδία, ασκούν δύναμη μόνο σε κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.

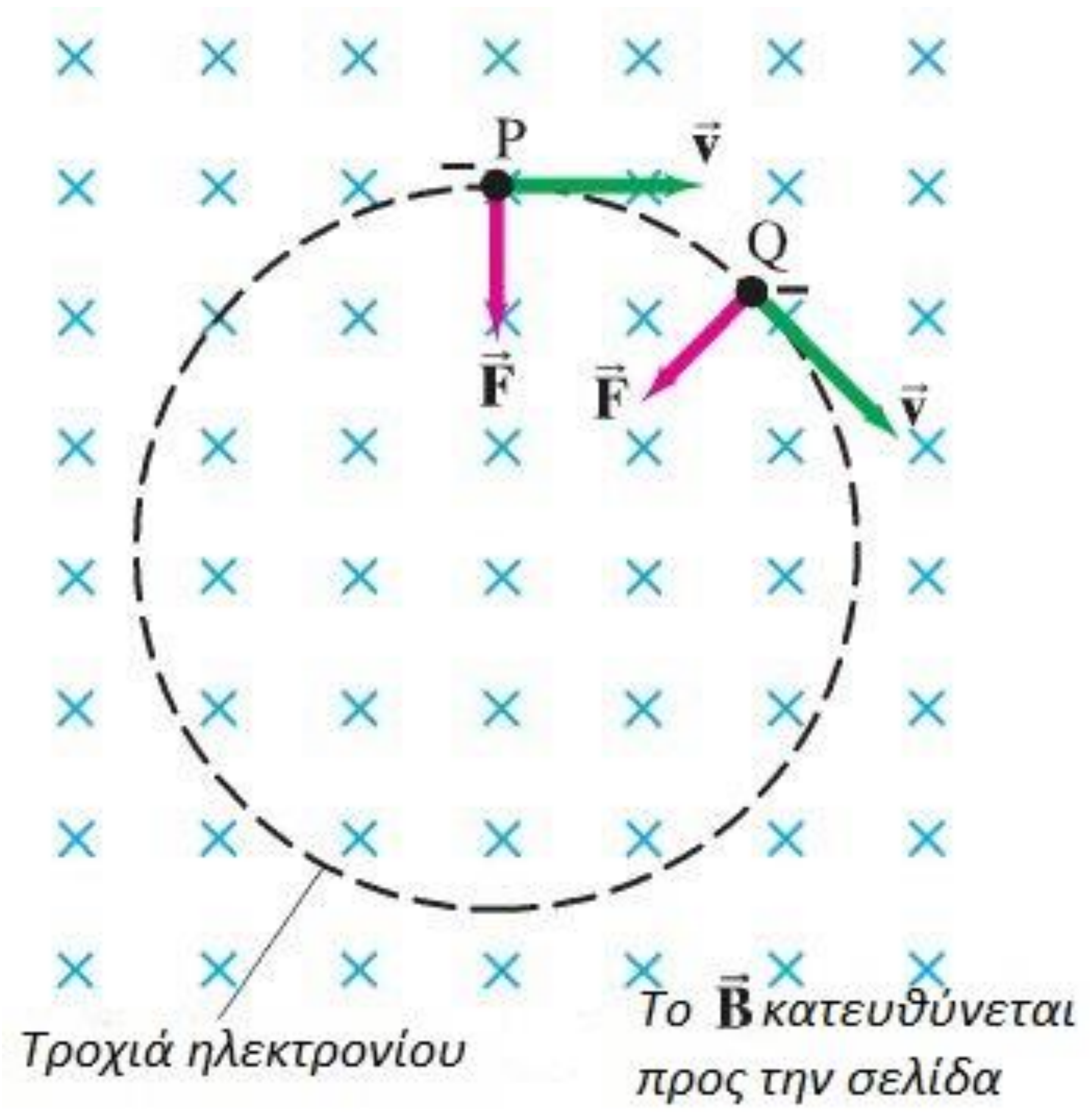
Παράδειγμα

- *Η τροχιά του ηλεκτρονίου μέσα σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο.*

Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα $2.0 \times 10^7\ \mathrm{m/s}$ σε επίπεδο κάθετο σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο

0.010-T

Περιγράψτε την τροχιά του ποσοτικά.



Παράδειγμα

ΛΥΣΗ: Στον 2ο νόμο του Newton αντικαθιστούμε την F και την α:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= ma \\ qvB &= \frac{mv^2}{r}. \\ r &= \frac{mv}{qB} \end{aligned}$$

Από την στιγμή που η $\vec{\mathbf{F}}$ είναι κάθετη στην $\vec{\mathbf{v}}$, το μέτρο της δεν αλλάζει. Από αυτήν την σχέση βλέπουμε ότι εάν το $\vec{\mathbf{B}}$ είναι σταθερό τότε το r είναι σταθερό και η τροχιά πρέπει να είναι κυκλική. Αντικαθιστώντας τους αριθμούς, υπολογίζουμε την ακτίνα r.

$$r = \frac{(9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})(2.0 \times 10^{7}\,\mathrm{m/s})}{(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(0.010\,\mathrm{T})} = 1.1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} = 1.1\,\mathrm{cm}$$

Συχνότητα κύκλοτρου

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

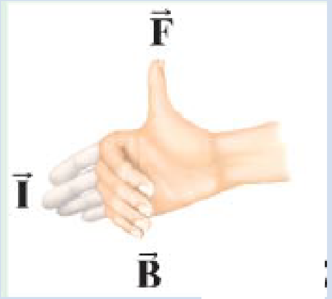
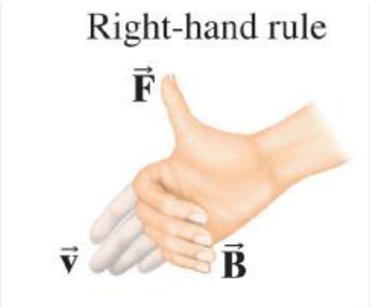
Χρόνος για ένα σωματίδιο φορτίου q με v=σταθερό για μια πλήρη περιστροφή $\left(\vec{\mathrm{B}} \perp \vec{v}\right)$

Ερώτηση: **Μπορεί ένα μαγνητικό πεδίο να ακινητοποιήσει ένα ηλεκτρικό φορτίο;**

ΌΧΙ, διότι η δύναμη είναι πάντα ΚΑΘΕΤΗ στην ταχύτητα (δεν μεταβάλλεται το μέτρο) άρα μόνο σε περιστροφική κίνηση μπορεί να το θέσει.

Κανόνας του Δεξιού Χεριού

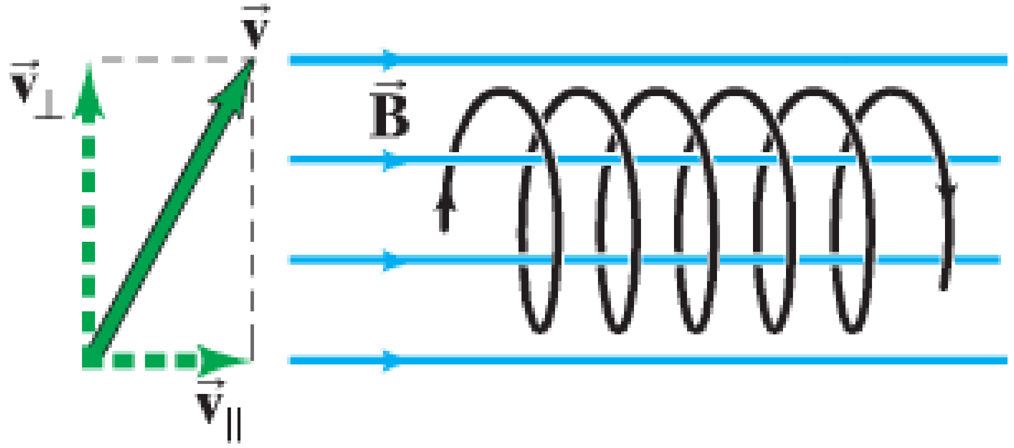
Σύνοψη των κανόνων του Δεξιού Χεριού

Φυσική κατάσταση	**Παράδειγμα**	**Προσανατολισμός Δεξιού Χεριού**	**Αποτέλεσμα**
1. Μαγνητικό πεδίο παραγόμενο από ρεύμα		Τυλίξτε τα δάχτυλα γύρω από το σύρμα με τον αντίχειρα να δείχνει στην κατεύθυνση του ρεύματος ***I***	Τα δάχτυλα δείχνουν στην κατεύθυνση του **B**
2. Δύναμη πάνω στο ηλεκτρικό ρεύμα ***I*** εξαιτίας μαγνητικού πεδίου		Τα δάχτυλα δείχνουν ίσια ευθεία κατά μήκος του ρεύματος ***I***, ύστερα λυγίζουν κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου **B**	Ο αντίχειρας δείχνει στην κατεύθυνση της δύναμης **F**
3.Δύναμη πάνω σε ηλεκτρικό φορτίο +q εξαιτίας μαγνητικού πεδίου		Τα δάχτυλα δείχνουν κατά μήκος της ταχύτητας του σωματιδίου, ύστερα κατά μήκος του **B**	Ο αντίχειρας δείχνει στην κατεύθυνση της δύναμης **F**

Παράδειγμα

- *Μία ελικοειδής τροχιά*

Ποια είναι η τροχιά ενός φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο εάν η ταχύτητά του *δεν* είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο;



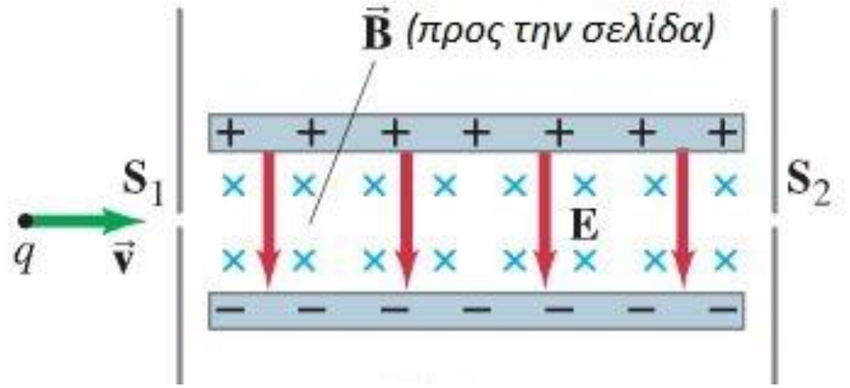
Νόμος του Lorentz

- Εάν ένα σωματίδιο φορτίου q κινείται με ταχύτητα ν παρουσία μαγνητικού πεδίο $\vec{\mathrm{B}}$ και ηλεκτρικού πεδίου $\vec{\mathrm{E}}$, υφίσταται δύναμη

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- Παράδειγμα: *Επιλογέας ταχύτητας ή φίλτρο: Κάθετα* $\vec{\mathrm{B}}$ και $\vec{\mathrm{E}}$

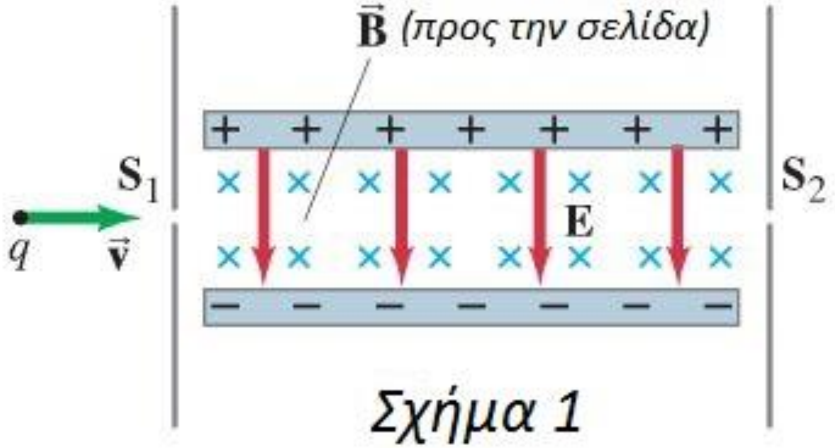
Εάν τα σωματίδια εισέλθουν με διαφορετικές ταχύτητες, δείξτε πώς η συσκευή αυτή «επιλέγει» μία συγκεκριμένη ταχύτητα και προσδιορίστε ποια είναι αυτή η ταχύτητα



Παράδειγμα

Επιλογέας ταχύτητας ή φίλτρο: Τεμνώμενα $\vec{E}$ *και* $\vec{B}$ *πεδία.*

Σωματίδια με φορτίο q περνούν μέσα από την οπή S_1 και εισέρχονται στην περιοχή όπου το $\vec{B}$ δείχνει προς το εσωτερικό της σελίδας και το $\vec{E}$ δείχνει προς τα κάτω, από την θετική πλάκα προς την αρνητική πλάκα. Εάν τα σωματίδια εισέλθουν με διαφορετικές ταχύτητες, δείξτε πώς η συσκευή αυτή «επιλέγει» μία συγκεκριμένη ταχύτητα και προσδιορίστε ποια είναι αυτή η ταχύτητα.



Σχήμα 1

Παράδειγμα

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Αφού περάσουν την οπή S_1, κάθε σωματίδιο υπόκειται σε δύο δυνάμεις.

Για q θετικό: η μαγνητική δύναμη είναι προς τα πάνω και η ηλεκτρική δύναμη προς τα κάτω.

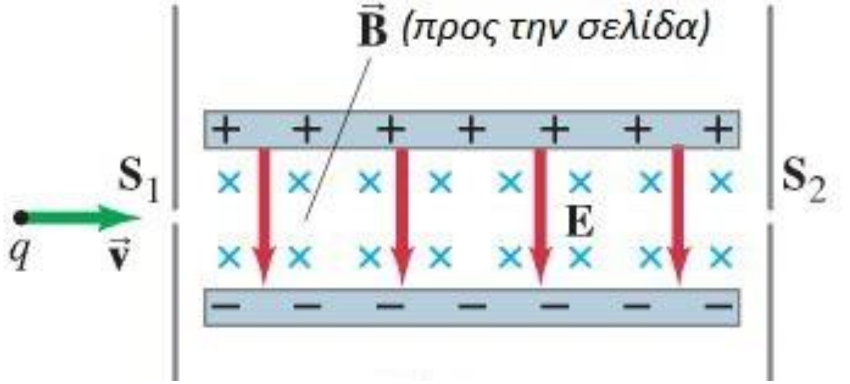
Για q αρνητικό: η ηλεκτρική δύναμη είναι προς τα πάνω και η μαγνητική δύναμη προς τα κάτω.

Η οπή εξόδου, S_2, (σε ευθεία με την οπή S_1) και την ταχύτητα των σωματιδίων $\vec{\mathbf{v}}$.

Ανάλογα το μέτρο, μερικά σωματίδια θα καμφθούν προς τα πάνω και μερικά προς τα κάτω.

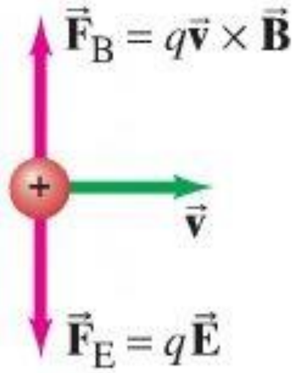
Θα εξέλθουν μόνο:

$$\Sigma F = qvB - qE = 0.$$



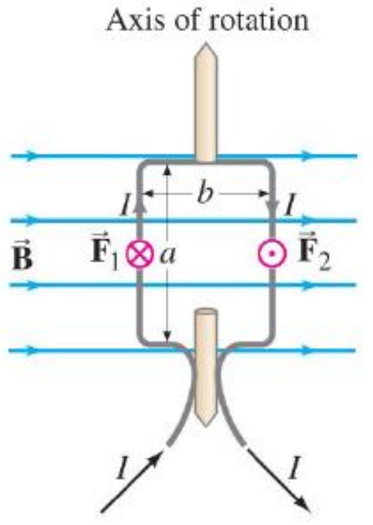
Επιλογή σωματιδίων

$$v = \frac{E}{B}.$$



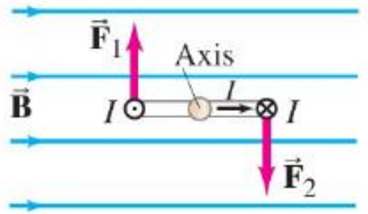
Ροπή Βρόχου Ρεύματος- Μαγνητική Διπολική Ροπή

Σε ένα συμμετρικό βρόχο που φέρει ηλεκτρικό ρεύμα και βρίσκεται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίο, ασκείται μαγνητική ροπή



Οριζόντια τμήματα: F=0

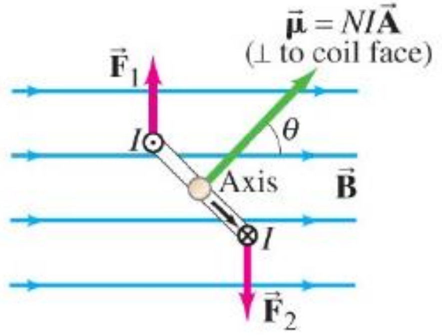
Κατακόρυφα τμήματα: δεύτερος κανόνας δεξιού χεριού



$$F = IaB$$

$$\tau = IaB\frac{b}{2} + IaB\frac{b}{2} = IabB = IAB$$

$$A = ab$$



Για Ν σπείρες

$$\tau = NIAB$$

Πηνίο σε γωνία με το πεδίο

$$\tau = NIAB\sin\theta$$

- Μαγνητική διπολική ροπή

$$\vec{\mu} = \mathrm{N I \vec{A}}$$

- Σε διανυσματική μορφή

$$\vec{\tau} = \mathrm{N I \vec{A} \times \vec{B}}$$

	Ηλεκτρικό Δίπολο	Μαγνητικό Δίπολο
Ροπή	$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$	$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{\mathrm{B}}$
Δυναμική ενέργεια	$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$	$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{\mathrm{B}}$

$$U = \int \tau \, d\theta = \int NIAB \sin\theta \, d\theta = -\mu B \cos\theta + C. \qquad U = 0 \qquad \theta = \pi/2.$$

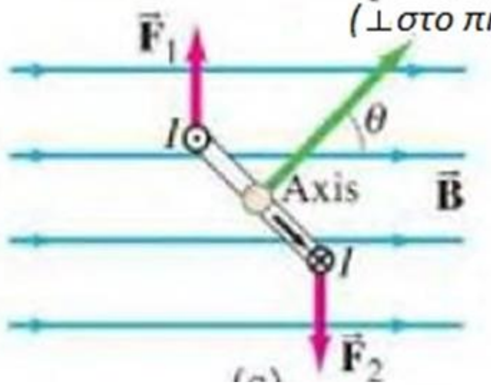
$$U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{\mathbf{B}}$$

Παράδειγμα

- *Ροπή σε πηνίο*

Ένα κυκλικό συρμάτινο πηνίο έχει διάμετρο 20cm και περιέχει 10 βρόγχους. Το ρεύμα σε κάθε βρόγχο είναι 3 A και το πηνίο είναι τοποθετημένο σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο 2 T. Προσδιορίστε τη μέγιστη και την ελάχιστη ροπή που ασκείται πάνω στο πηνίο από το πεδίο.

$$A = \pi r^2 = \pi(0.100\,\mathrm{m})^2 = 3.14 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2.$$



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: επιφάνεια ενός βρόγχου

$$\tau = NIAB\sin\theta$$

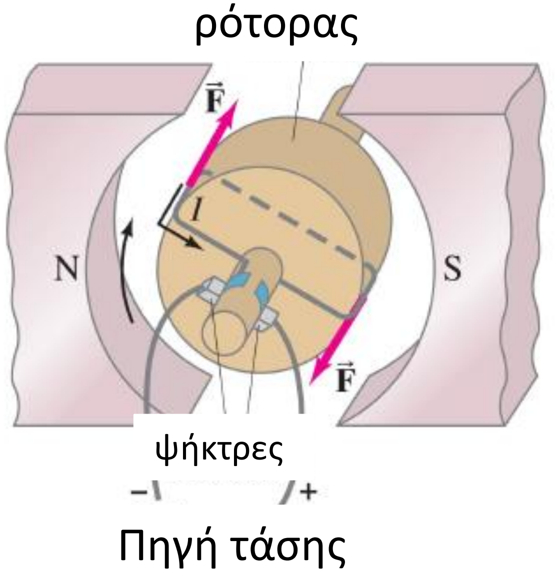
τ max όταν $\theta = 90^o$

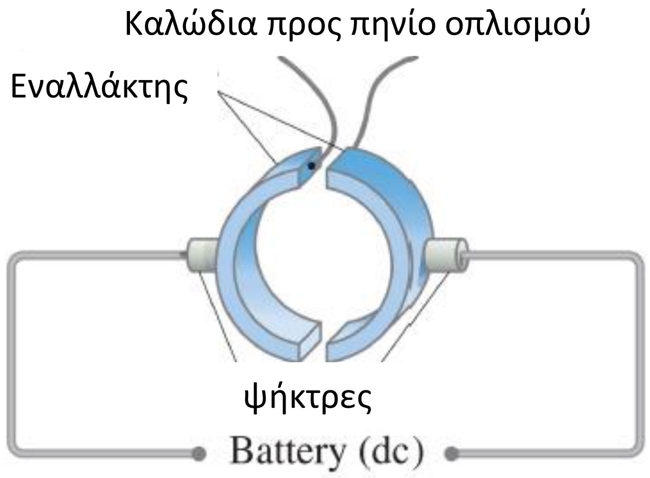
$$\tau = NIAB\sin\theta = (10)(3.00\,\mathrm{A})(3.14 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2)(2.00\,\mathrm{T})(1) = 1.88\,\mathrm{N\cdot m}.$$

τ min όταν $\theta = 0$ $\quad$ $\sin\theta = 0$ και $\tau = 0$

Εφαρμογές: Ηλεκτρικός Κινητήρας - DC Motor

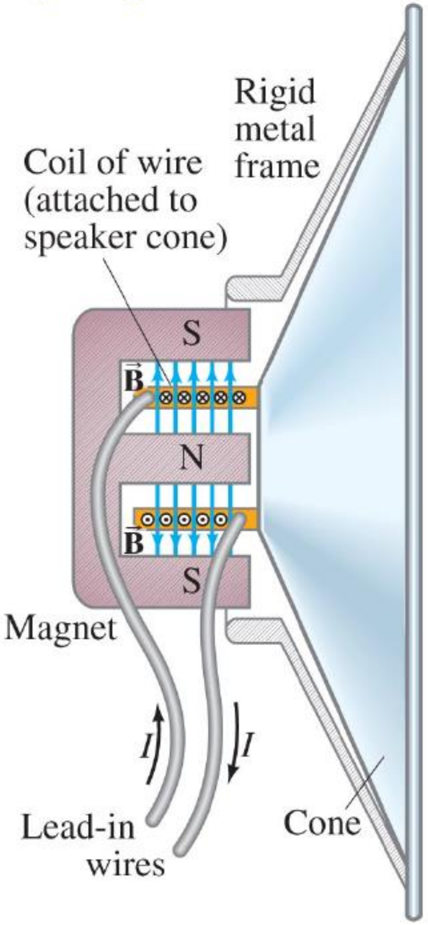
- Ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική
- Αρχή λειτουργίας: ροπή σε ρευματοφόρο βρόχο εντός μαγνητικού πεδίου
- Τοποθέτηση για περιστροφή σε μια κατεύθυνση
- Εναλλαγή πολικότητας ρεύματος
- Κινητήρες Εναλλασόμενου Ρεύματος



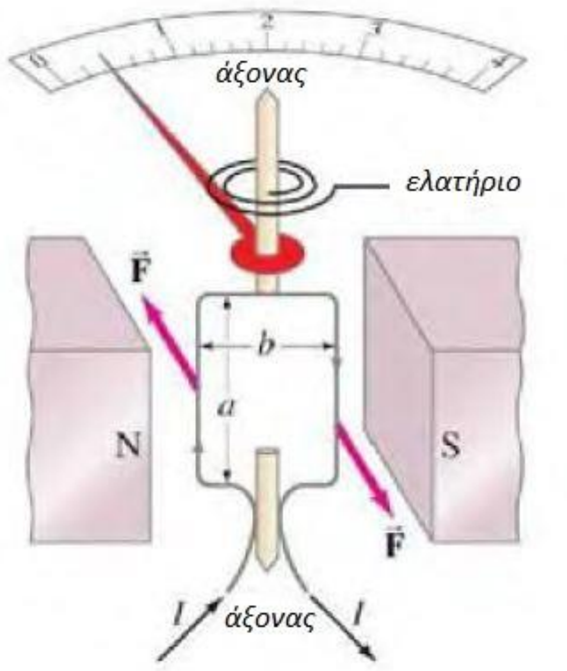


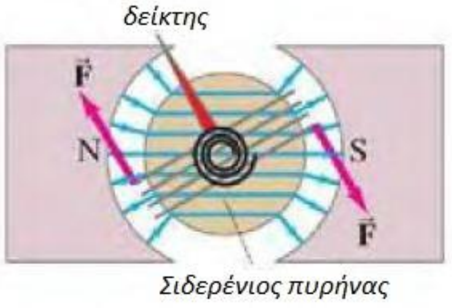
Εφαρμογές: Μεγάφωνο - Γαλβανόμετρο

- Ηλεκτρικά σήματα σε κρουστικά κύματα



- Βασικό στοιχείο αναλογικών μετρητικών οργάνων





$$\tau = NIAB \sin\theta.$$

$$\tau_S = k\phi.$$

$$k\phi = NIAB \sin\theta$$

$$\phi = \frac{NIAB \sin\theta}{k}$$

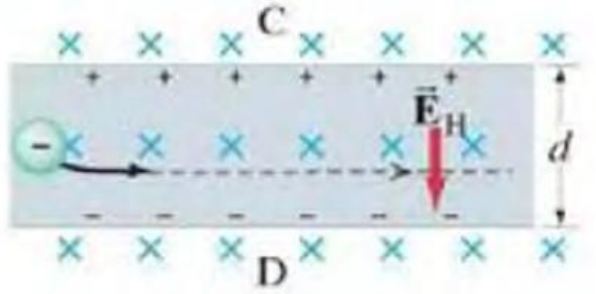
Φαινόμενο Hall

Ακίνητος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα εντός μαγνητικού πεδίου => το πεδίο ασκεί πλευρική δύναμη στα φορτία

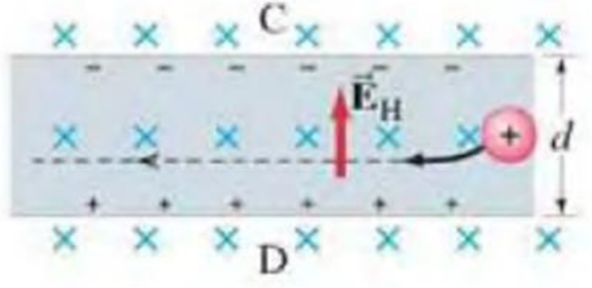
- Δύναμη από μαγνητικό πεδίο $\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$
- Δημιουργία διαφοράς δυναμικού και $\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{H}}$
- Κατάσταση ισορροπίας $e\vec{E}_H = ev_d\vec{B}$

- ΗΕΔ HALL $E_{\mathrm{H}} = v_{\mathrm{d}} B$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{H}} = E_{\mathrm{H}} d = v_{\mathrm{d}} B d$$

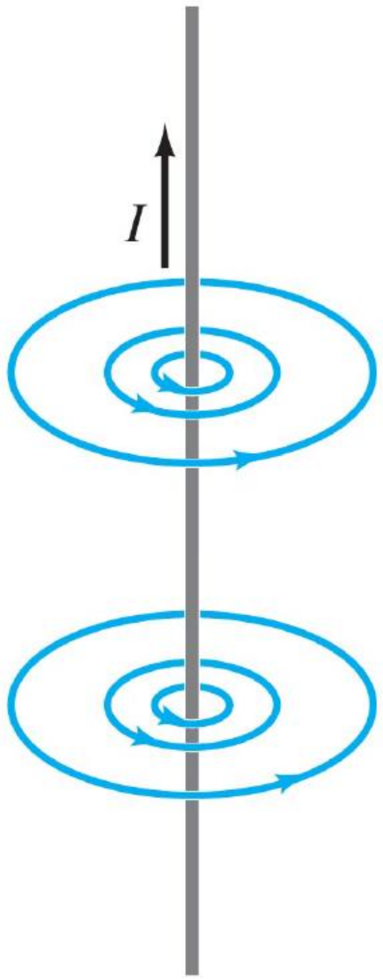


(a)



(b)

Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού



Αύξηση έντασης πεδίου σε ένα σημείο με την αύξηση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό

$$B \propto \frac{I}{r}$$

r (κάθετη απόσταση από τον αγωγό)<< απόσταση από τα άκρα

Μαγνητική διαπερατότητα του κενού

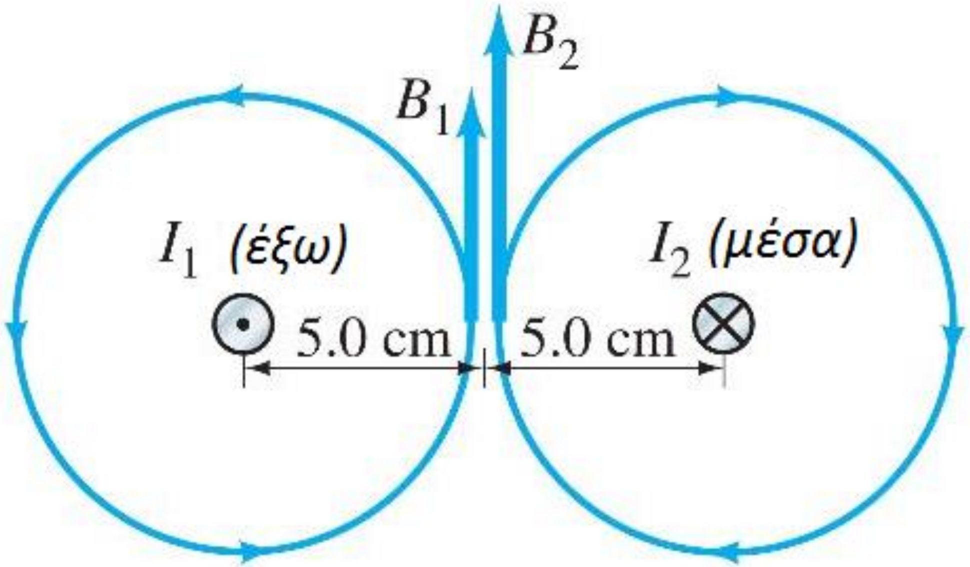
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Πλησίον ευθύγραμμου αγωγού μεγάλου μήκους

μ_0 = 4π x 10-7 T·m/A

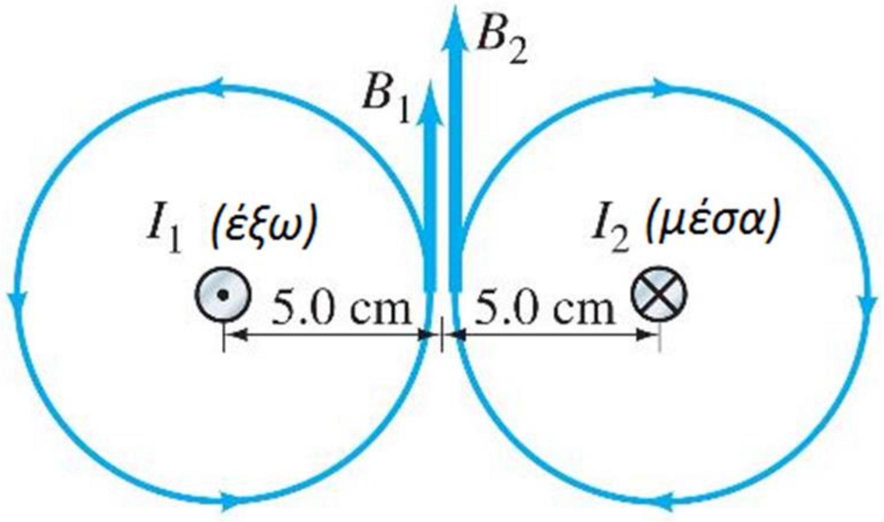
Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο στο μέσο δύο αγωγών

Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοι σε απόσταση 10,0 cm μεταξύ τους διαρρέονται από δύο ρεύματα με αντίθετη κατεύθυνση. Το ρεύμα I_1=5,0 A και έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και το I_2=7,0 A αντίθετη. Προσδιορίστε το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στο μέσον της απόστασης μεταξύ των αγωγών.



Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο στο μέσο δύο αγωγών

ΛΥΣΗ: Οι μαγνητικές πεδιακές γραμμές που οφείλονται στο ρεύμα I_1 έχουν τη μορφή κύκλων γύρω από τον αγωγό του I_1 και από τον (1ο) κανόνα του δεξιού χεριού συμπεραίνουμε, ότι έχουν φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Οι πεδιακές γραμμές εξαιτίας του I_2 σχηματίζουν κύκλους γύρω από τον αγωγό του I_2 και η φορά τους συμπίπτει με αυτή των δεικτών του ρολογιού (Σχήμα). Στο μέσον της μεταξύ τους απόστασης, και τα δύο πεδία έχουν φορά προς τα πάνω και επομένως αθροίζονται. Το μέσον βρίσκεται σε απόσταση 0,050 m από τον κάθε αγωγό.



Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο στο μέσο δύο αγωγών

Από την σχέση $$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

προκύπτει ότι τα μέτρα των B1 και B2 είναι:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(5.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.050\,\mathrm{m})} = 2.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(7.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.050\,\mathrm{m})} = 2.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

Το συνολικό πεδίο έχει φορά προς τα *πάνω* και μέτρο

$$B = B_1 + B_2 = 4.8 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

Δύναμη Μεταξύ Παράλληλων Καλωδίων

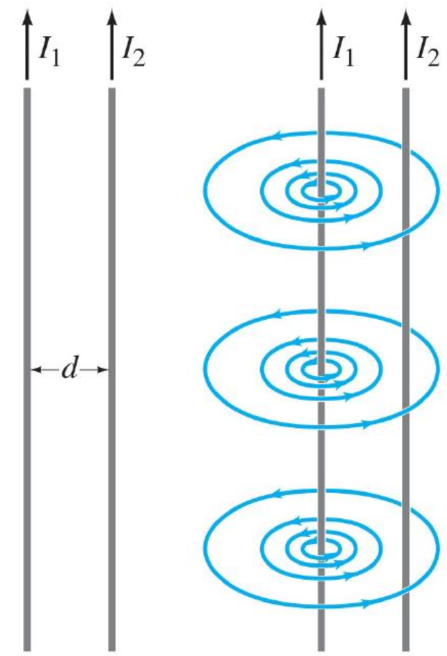
- Μαγνητικό πεδίο από το I_1

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$

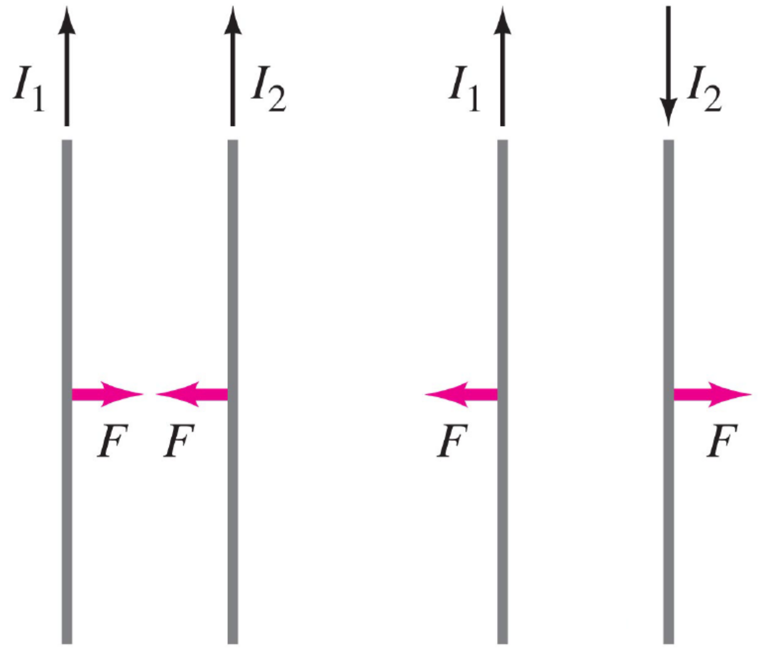
- Ο ένας αγωγός ασκεί δύναμη στον άλλο.
- Από το B_1

$$F_2 = I_2 B_1 \ell_2$$

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\ell_2$$



Πεδίο από I_1



Παράλληλοι αγωγοί

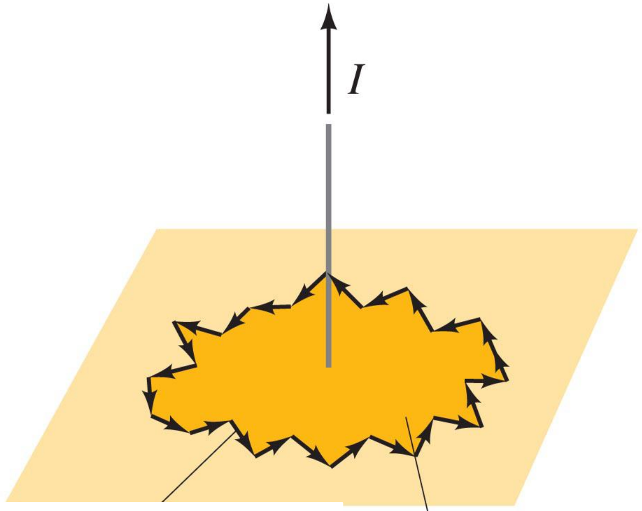
Νόμος Ampère

- Γενική σχέση σύνδεσης ρεύματος και μαγνητικού πεδίου σε τυχαίο αγωγό

$$\sum B_{\parallel}\Delta\ell = \mu_0 I_{encl}$$

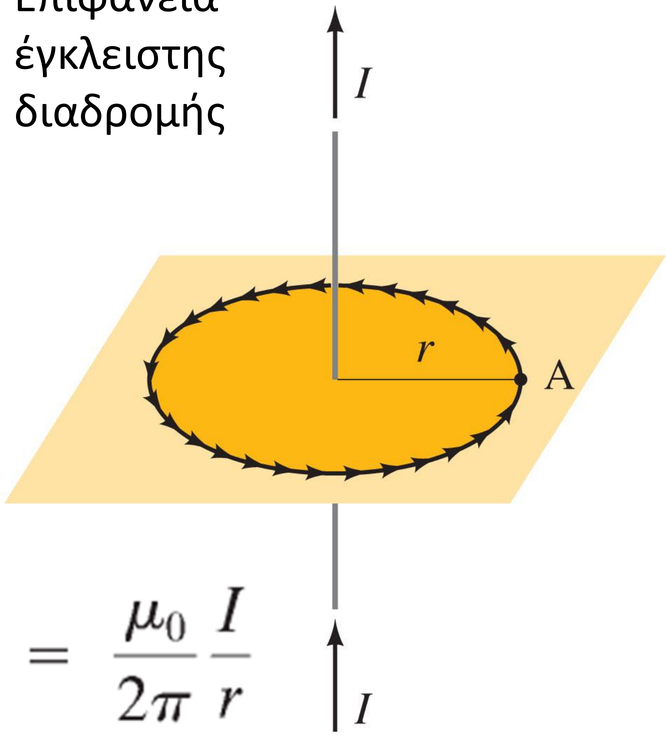
Συνολικό ρεύμα από την επιφάνεια της κλειστής διαδρομής

$$\Delta\ell \to 0 \qquad \oint \vec{B}\cdot d\ell = \mu_0 I_{encl}$$



- Τα μήκη $\Delta\ell$ ορίζονται ώστε το $B_{||}$ = σταθερό
- Παράδειγμα ευθύγραμμου αγωγού

$$\mu_0 I = \oint \vec{B}\cdot d\ell = \oint B d\ell = B\oint d\ell = B2\pi r$$

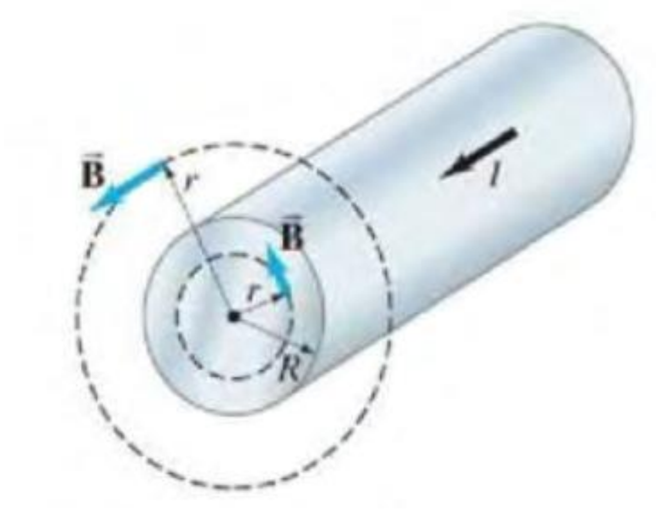


$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Παράδειγμα: Πεδίο εσωτερικά και εξωτερικά ενός καλωδίου

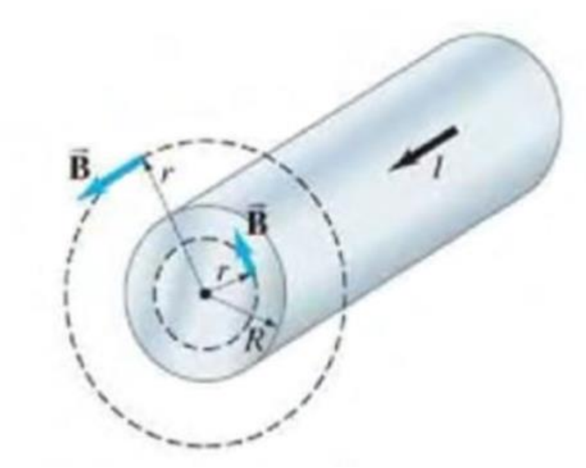
Ένας ευθύγραμμος κυλινδρικός αγωγός μεγάλου μήκους και ακτίνας R διαρέεται από ρεύμα I ομοιόμορφης πυκνότητας. Προσδιορίστε το μαγνητικό πεδίο που οφείλεται σε αυτό το ρεύμα α) στο χώρο εξωτερικά του αγωγού $(r > R)$ και β) στο χώρο εσωτερικά του αγωγού $(r < R)$.

Να γίνει η παραδοχή, ότι το r, η ακτινική απόσταση από τον άξονα, είναι πολύ μικρότερη από το μήκος του καλωδίου.



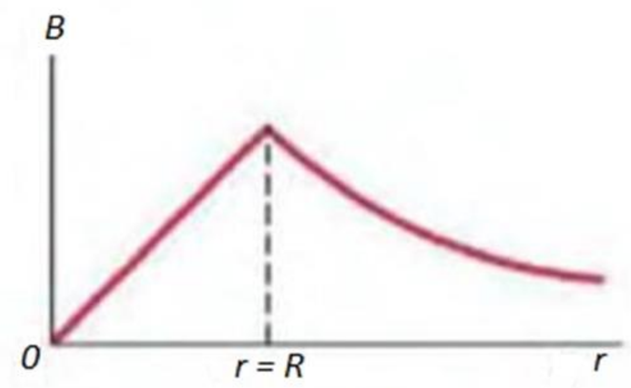
Παράδειγμα: Πεδίο εσωτερικά και εξωτερικά ενός καλωδίου

α) νόμος Ampère: ολοκληρώνοντας κατά μήκος ενός κύκλου $(r > R)$ με κέντρο το καλώδιο και $I_{encl} = I$



$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$ ίδιο με αυτό ενός λεπτού αγωγού



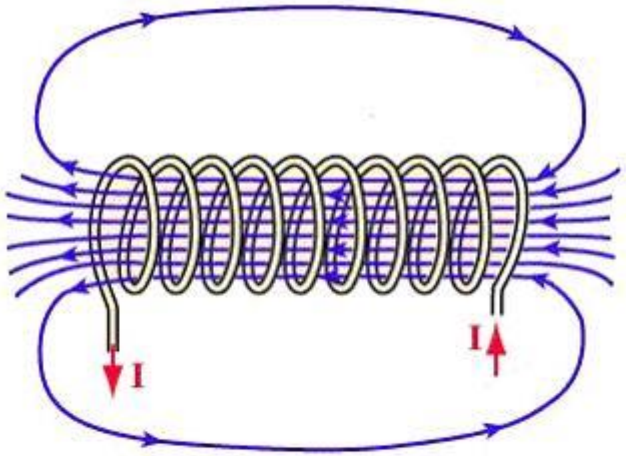
β) Εσωτερικά $(r < R)$:

$$I_{encl} = I\,\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow \frac{I_{encl}}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

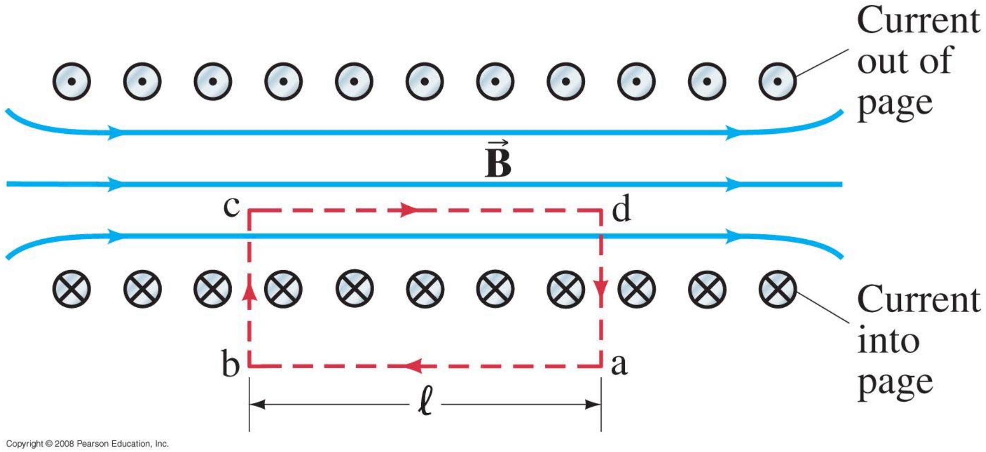
$$B(2\pi r) = \mu_0 I\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς



- Εφαρμογή νόμου Ampère μακριά από τα άκρα

$$\oint \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell = \cancelto{0}{\int_a^b \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell} + \cancelto{0}{\int_b^c \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell} + \int_c^d \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell + \cancelto{0}{\int_d^a \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell}$$



$$\oint \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell = \int_c^d \vec{\mathrm{B}}\cdot d\ell = \mathrm{B}\ell$$

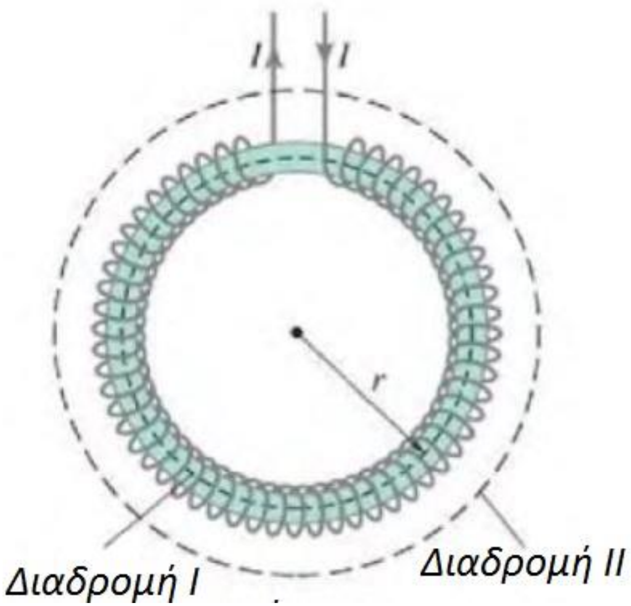
- Εάν ρέει ρεύμα I τότε $I_{total}=NI$

$$n = N/\ell$$

Βρόχοι ανά μονάδα μήκους

Παράδειγμα: Τοροειδές

Με το νόμο του Ampère να προσδιοριστεί το μαγνητικό πεδίο (α) στο εσωτερικό και (β) εκτός τοροειδούς (σωληνοειδές λυγισμένο στο σχήμα ενός κύκλου).

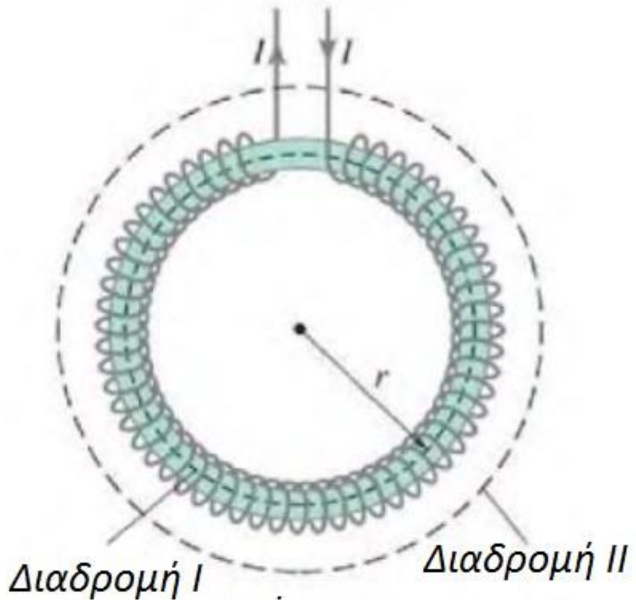


Παράδειγμα: Τοροειδές

ΛΥΣΗ: (α) Η εφαρμογή του νόμου του Ampère κατά μήκος της επιλεγείσας διαδρομής δίνει

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 N I,$$

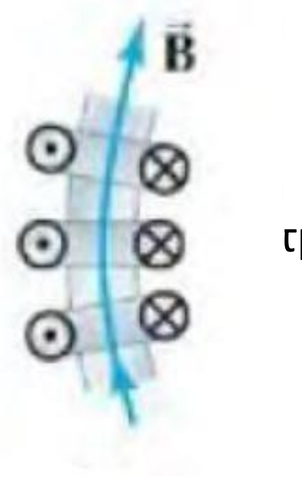


Όπου N είναι είναι ο συνολικός αριθμός των πηνίων και I είναι το ρεύμα σε κάθε ένα από τα πηνία

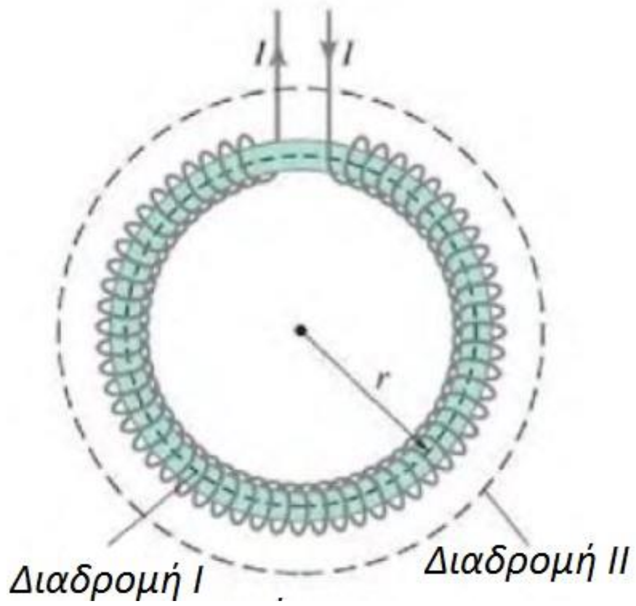
$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Παράδειγμα: Τοροειδές

(β) Έξω από το τοροειδές, μονοπάτι ολοκλήρωσης «Διαδρομή ΙΙ» (ομόκεντρος κύκλος με το τοροειδές)



τμήμα τοροειδους



$I_{\text{Διαδρομή II}} = 0$

Νόμος του Ampère:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$B(2\pi r) = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 0$$

Το ίδιο ισχύει και για διαδρομή με ακτίνα μικρότερη από του τοροειδούς.

Δεν υπάρχει εξωτερικό πεδίο σε ένα πολύ σφιχτά τυλιγμένο τοροειδές.

Όλο το πεδίο είναι μέσα στους βρόχους.

Νόμος Biot-Savart

- Νόμος Ampère
  - περιορίζεται σε περιπτώσεις όπου η συμμετρία των ρευμάτων επιτρέπει τον απευθείας υπολογισμό του κλειστού ολοκληρώματος. (Νόμος Gauss)
- Νόμος Biot – Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi}\frac{d\ell \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 \mathrm{I} d\ell \sin\theta}{4\pi r^2}$$

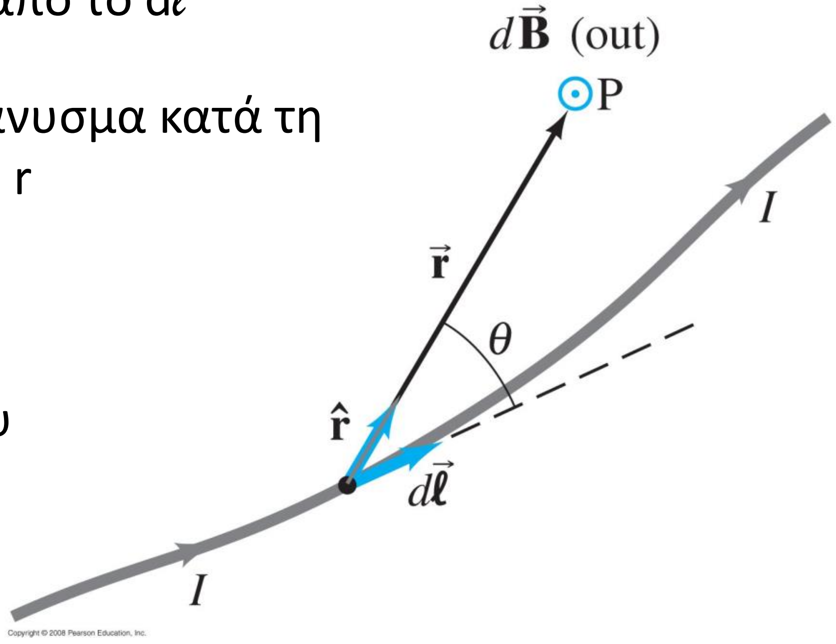
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi}\int \frac{d\ell \times \hat{r}}{r^2}$$

όπου

$\vec{r}$ διάνυσμα μετατόπισης από το dℓ

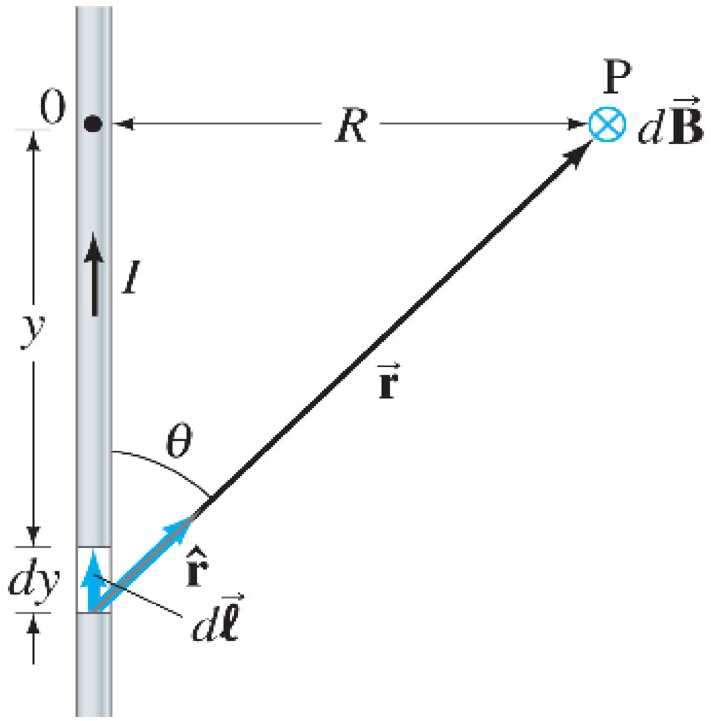
$\hat{r} = \vec{r}/r$ Μοναδιαίο διάνυσμα κατά τη διεύθυνση του r

Μαγνητικό ισοδύναμο του νόμου Coulomb



Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

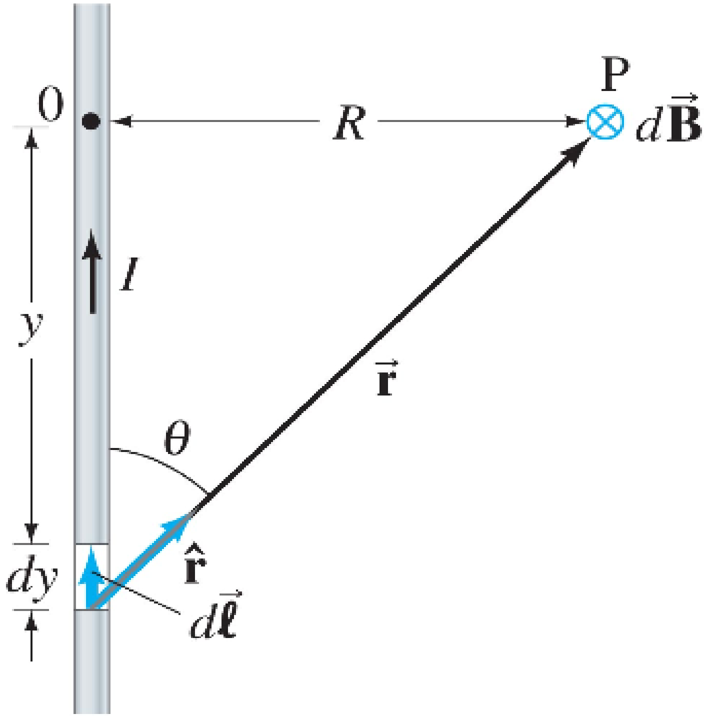
Για το πεδίο κοντά σε ευθύγραμμο αγωγό μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I, δείξτε ότι ο νόμος των Biot-Savart δίνει $B = \mu_0 I/(2\pi r)$



Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος I

ΛΥΣΗ: Το μέτρο του $\vec{\mathbf{B}}$ θα είναι

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy \sin\theta}{r^2}$$



Όπου $dy = d\ell$

$r^2 = R^2 + y^2$

$R = σταθερό$

$y = -R/\tan\theta$

$y < 0$

Η ολοκλήρωση να γίνει κατά το μήκος του αγωγού

θετικό από το σημείο 0 προς τα πάνω

$$dy = +R\csc^2\theta\, d\theta = \frac{R\, d\theta}{\sin^2\theta} = \frac{R\, d\theta}{(R/r)^2} = \frac{r^2\, d\theta}{R}$$

Παράδειγμα : Πεδίο $\vec{\mathbf{B}}$ ευθύγραμμου αγωγού ρεύματος *I*

το $y = -\infty$ αντιστοιχεί σε $\theta = 0$ και

το $y = +\infty$ αντιστοιχεί σε $\theta = \pi$ rads.

Οπότε

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{R}\int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta\, d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cos\theta\Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Η οποία είναι η σχέση $B = \mu_0 I/(2\pi r)$ για το πεδίο κοντά σε έναν μακρύ αγωγό, όπου έχει χρησιμοποιηθεί το R αντί για r.