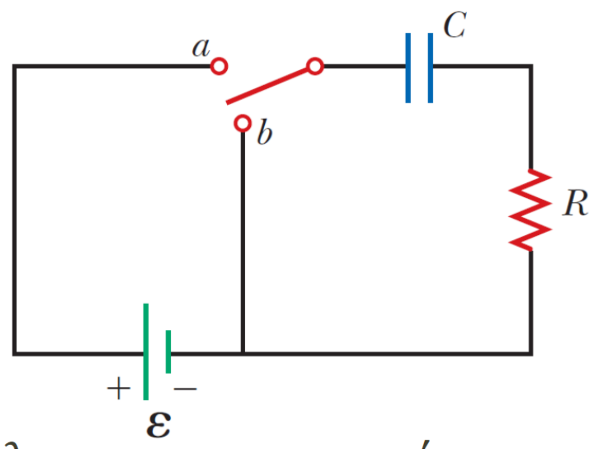
Κυκλώματα RC – Φόρτιση πυκνωτή



- Το ρεύμα ρέει σε μια διεύθυνση ενώ το μέτρο μπορεί να διαφέρει
- Κανόνας βρόχων - Kirchhoff

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - iR = 0$$

t=0

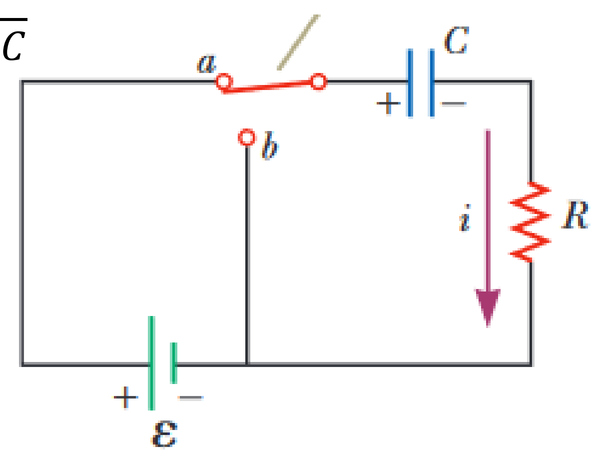
Ο διακόπτης στο α $\quad I_i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$Q_{max} = C\mathcal{E}$

Το Q είναι μέγιστο για i=0

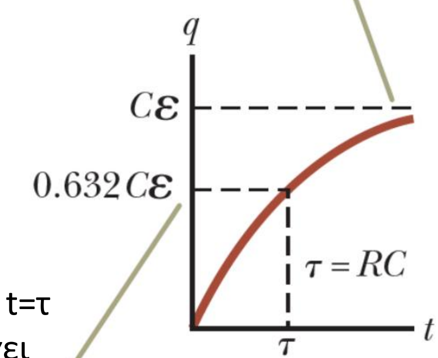
$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$



Κυκλώματα RC – Φόρτιση πυκνωτή

Το φορτίο είναι 0 για t=0 και πλησιάζει το μέγιστο για $C\mathcal{E}$ για t->∞



Φορτίο συναρτήσει του χρόνου για πυκνωτή που φορτίζει

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q_{max}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

Ρεύμα συναρτήσει του χρόνου για πυκνωτή που φορτίζει

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Τη χρονική στιγμή t=τ (=RC),το φορτίο έχει αυξηθεί από το 0 στο 63%της τελικής τιμής του $C\mathcal{E}$

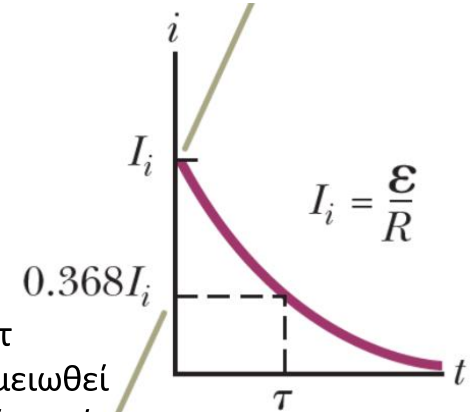
Το ρεύμα είναι μέγιστο ($I_i=\mathcal{E}/\mathcal{R}$) για t=0 και μειώνεται εκθετικά για t->∞

Σταθερά χρόνου του κυκλώματος

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

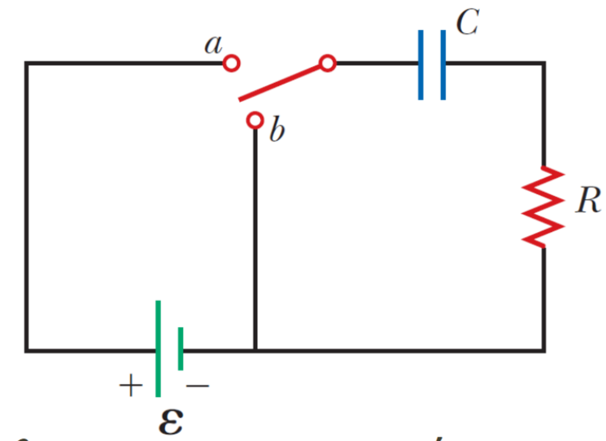
$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

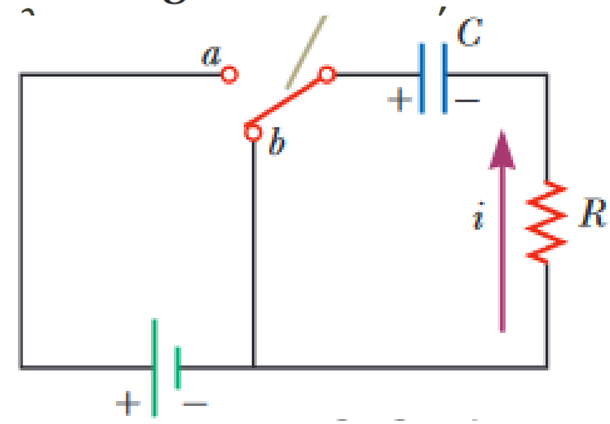
$$\boxed{\Rightarrow\ \tau = RC}$$



Τη χρονική στιγμή t=τ (=RC),το ρεύμα έχει μειωθεί στο 36.8% της αρχικής τιμής του $\mathcal{E}/\mathcal{R}$

Κυκλώματα RC – Εκφόρτιση πυκνωτή





$$-\frac{q}{C} - iR = 0$$

$$-\frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0 \Rightarrow -\frac{dq}{dt}R = -\frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int_{Q_i}^{q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow ln\left(\frac{q}{Q_i}\right) = -\frac{t}{RC}$$

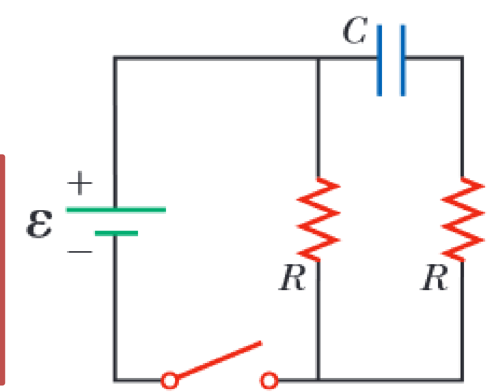
Φορτίο συναρτήσει του χρόνου για πυκνωτή που εκφορτίζει

$$q(t) = Q_i e^{-t/RC}$$

Ρεύμα συναρτήσει του χρόνου για πυκνωτή που εκφορτίζει

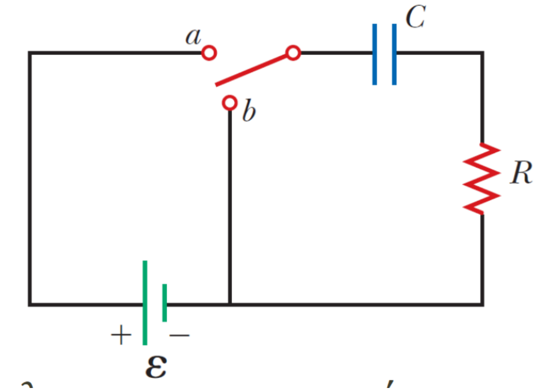
$$i(t) = -\frac{Q_i}{RC}e^{-t/RC}$$

Κύκλωμα με μηδενική εσωτερική αντίσταση. (i) Ποιο θα είναι το ρεύμα στην μπαταρία μόλις κλείσει ο διακόπτης? (ii) Ποιο θα είναι το ρεύμα στην μπαταρία μετά από πολύ χρόνο? α) 0 β) $\mathcal{E}/2\mathcal{R}$ γ) $2\mathcal{E}/\mathcal{R}$ δ) $\mathcal{E}/\mathcal{R}$ ε) αδύνατο να υπολογιστεί



Παράδειγμα

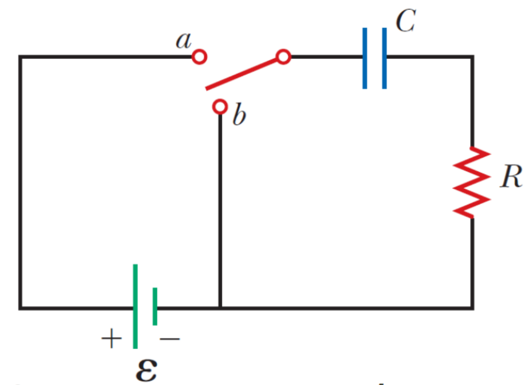
Ένας αφόρτιστος πυκνωτής 5.00μF και μια αντίσταση $8.00*10^5$ Ω συνδέονται σε σειρά με μια μπαταρία 12V. Να βρεθούν:
α) η σταθερά χρόνου του πυκνωτή, β) το μέγιστο ρεύμα του κυκλώματος, γ) το φορτίο και το ρεύμα συναρτήσει του χρόνου τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης (θέση α)



Παράδειγμα

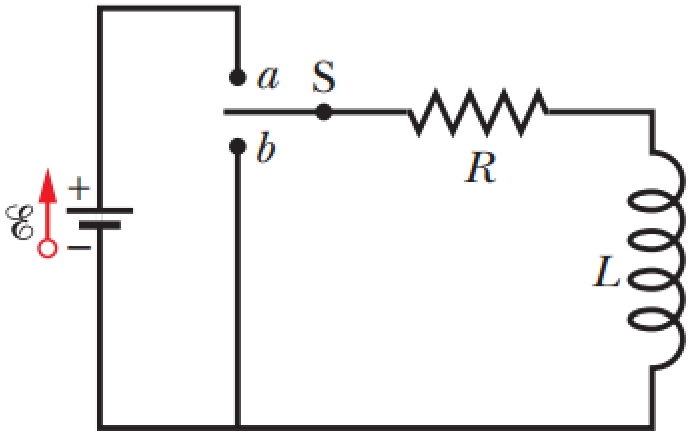
Στο ίδιο κύκλωμα με το προηγούμενο ο πυκνωτής εκφορτίζει μέσω της αντίστασης R.

α) Σε πόσες χρονικές σταθερές το φορτίο στον πυκνωτή θα είναι στο ¼ της αρχικής του τιμής?



Κυκλώματα LR

Κανόνας βρόχων Kirchhoff (άθροισμα δυναμικών κατά μήκος του βρόχου)



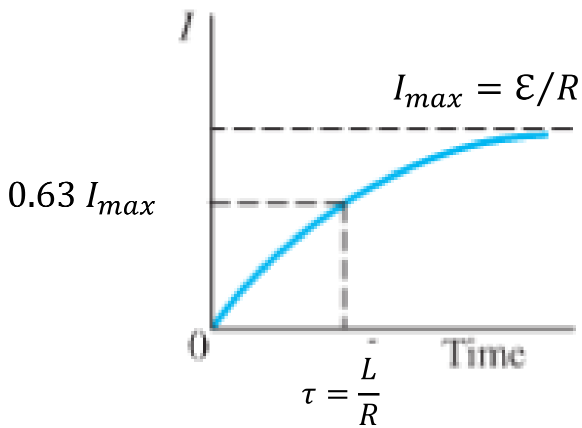
$$\mathcal{E} - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E} = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$\int_{i=0}^{i} \frac{di}{\mathcal{E} - iR} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$-\frac{1}{R}\ln\left(\frac{\mathcal{E} - iR}{\mathcal{E}}\right) = \frac{t}{L}$$

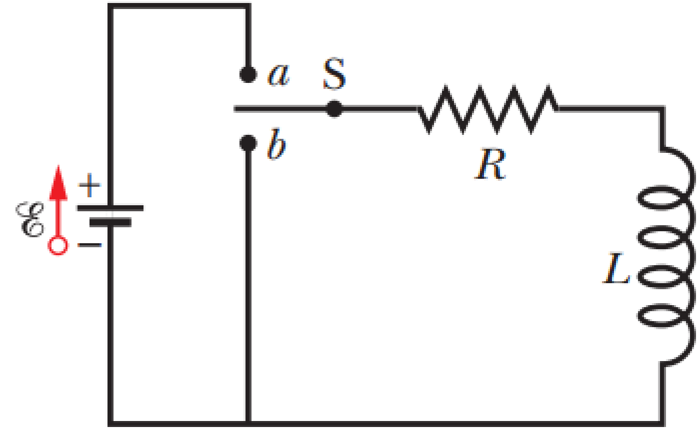
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



Επαγωγική Σταθερά χρόνου

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

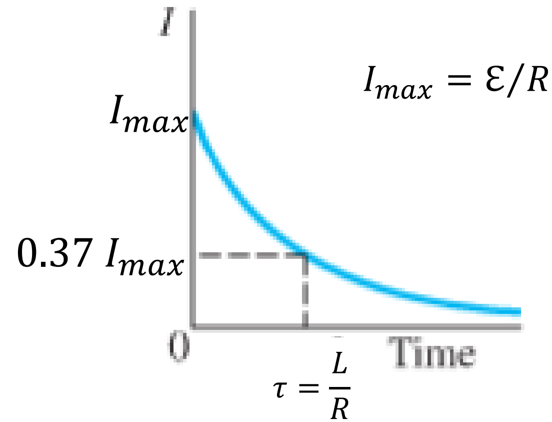
Κυκλώματα LR



- Όταν ο διακόπτης μετακινηθεί στη θέαση b

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\int_{i=0}^{i}\frac{di}{i} = -\int_{0}^{t}\frac{R}{L}dt$$



Όπου $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ για $t = 0$ και $i = i$ για t

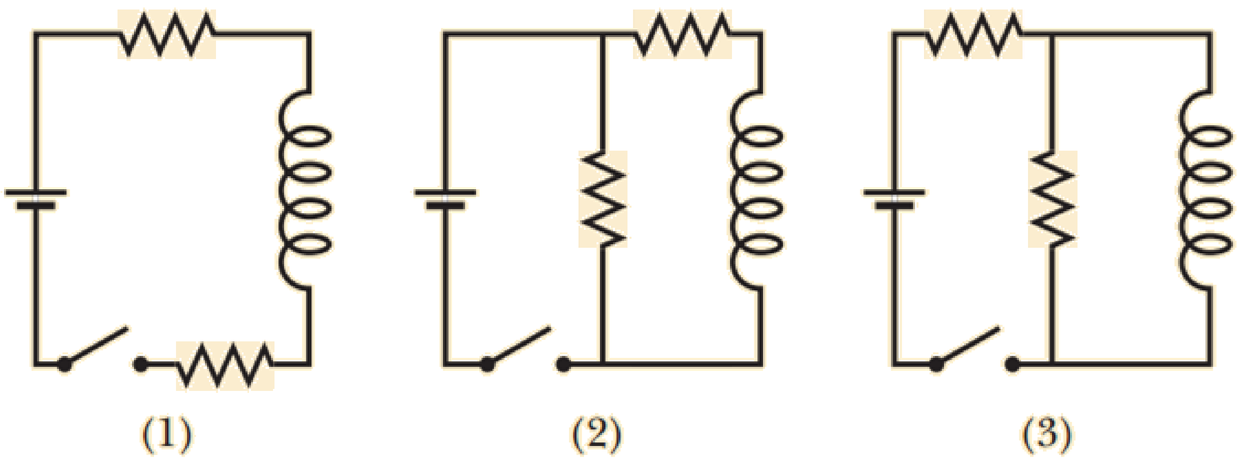
$$\ln\left(\frac{i}{\mathcal{E}/R}\right) = -\frac{R}{L}t$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau}$$

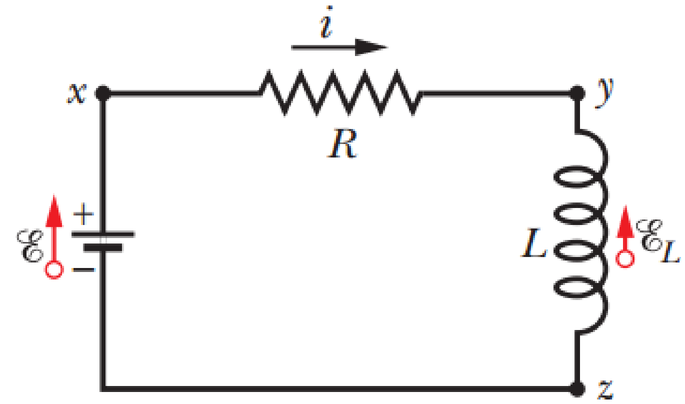
$$\tau = \frac{L}{R}$$ Σταθερά χρόνου

Παράδειγμα

Τρία κυκλώματα με πανομοιότυπες μπαταρίες, πηνία και αντιστάτες. Κατατάξτε τα κυκλώματα σύμφωνα με το ρεύμα που περνάει από την μπαταρία:(α) αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη και (β) μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα, ξεκινώντας από το μεγαλύτερο.



Ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο



$$\mathcal{E} = L\frac{di}{dt} + iR$$

$$\mathcal{E}i = Li\frac{di}{dt} + i^2R$$

ρυθμός παροχής ενέργειας στο κύκλωμα της συσκευής ηλεκτρεγερτικής δύναμης

ρυθμός εμφάνισης ενέργειας ως θερμική στην αντίσταση

Παρεχόμενη ενέργεια στο κύκλωμα (όχι ως θερμική) ως αποθηκευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου (ρυθμός αποθήκευσης μαγνητικής δυναμική ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο)

$$P = i\mathcal{E} = \frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

$$dU_B = Lidi$$

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^{i} Lidi$$

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2$$

Υπενθύμιση: αποθηκευμένη ενέργεια πυκνωτή, όταν στα άκρα του επιβάλλεται τάση V

$$U_{\mathrm{E}} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

Ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο

- Ενέργεια συναρτήσει του μαγνητικού πεδίου

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \qquad B = \mu_0 \frac{NI}{\ell}$$

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \right) \left(\frac{B\ell}{\mu_0 N} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} A\ell$$

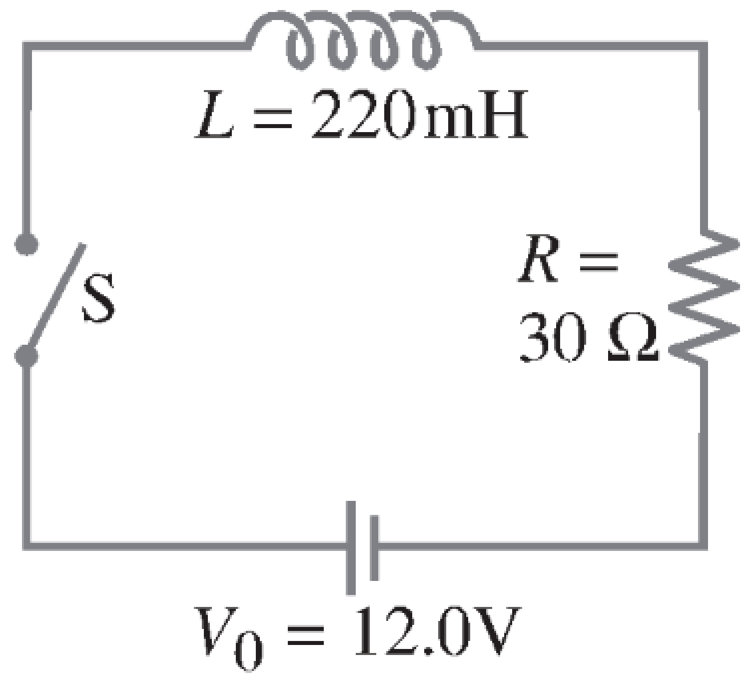
Πυκνότητα ενέργειας $u_B = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{B}^2}{\mu_0}$

Ισχύει για κάθε περιοχή του χώρου που υφίσταται μαγνητικό πεδίο

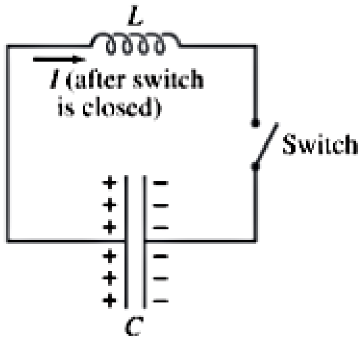
Παράδειγμα

Τη στιγμή *t=0* , μια πηγή τάσης 12,0 V συνδέεται σε σειρά με ένα πηνίο 220 mH και μια αντίσταση 30Ω

Α) Πόση είναι η τιμή του ρεύματος τη στιγμή *t=0*;
Β) Ποια είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος;
Γ) Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρεύματος;
Δ) Πόσος χρόνος απαιτείται για να φτάσει το ρεύμα στο μισό της μέγιστης τιμής του;
Ε) Σε εκείνη τη χρονική στιγμή, ποιος είναι ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή τάσης παρέχει ενέργεια και,
ΣΤ) Ποιος είναι ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου;



Κυκλώματα LC



- Ιδανικό κύκλωμα LC με μηδέν αντίσταση

- Κανόνας βρόχων Kirchhoff (άθροισμα δυναμικών κατά μήκος του βρόχου)

$$-L\frac{dI}{dt}+\frac{Q}{C}=0$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2}+\frac{Q}{LC}=0$$ εστω λύση $Q=Q_0\cos(\omega t+\varphi)$

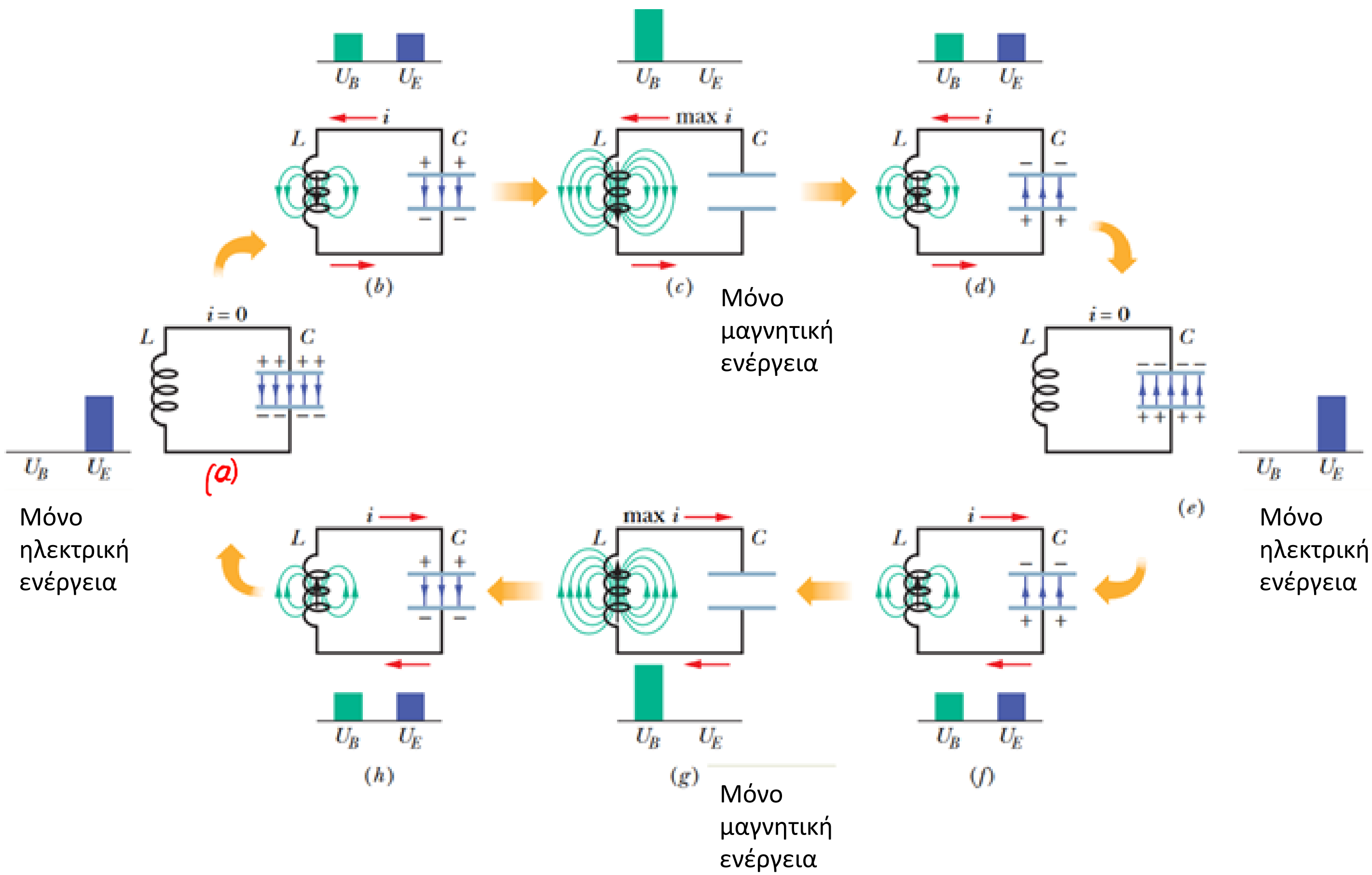
$$-\omega^2 Q_0\cos(\omega t+\varphi)+\frac{1}{LC}Q_0\cos(\omega t+\varphi)=\left(-\omega^2+\frac{1}{LC}\right)Q_0\cos(\omega t+\varphi)=0$$

Αληθεύει μόνο εάν $$\boxed{\left(-\omega^2+\frac{1}{LC}\right)=0\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}=2\pi f}$$

Κυκλώματα LC

Κύκλος ταλάντωσης κυκλώματος LC

(Halliday, Resnick, Walker)

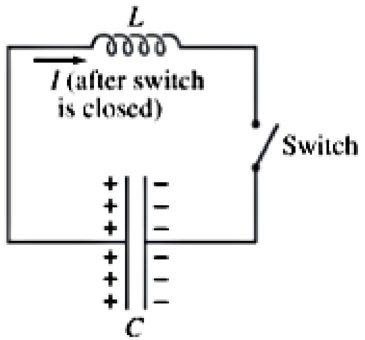


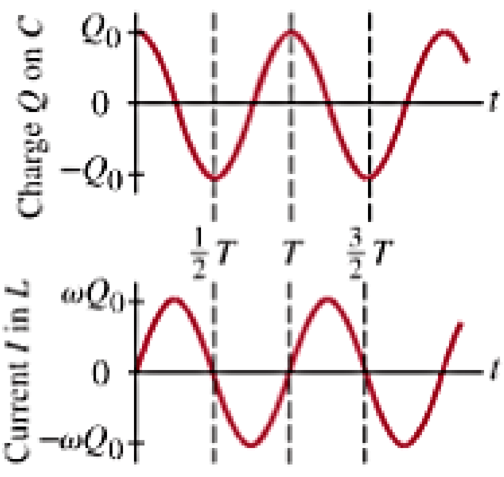
Κυκλώματα LC

- Το φορτίο του πυκνωτή σε Κύκλωμα LC ταλαντώνεται συνημιτονοειδώς και το ρεύμα στο πηνίο

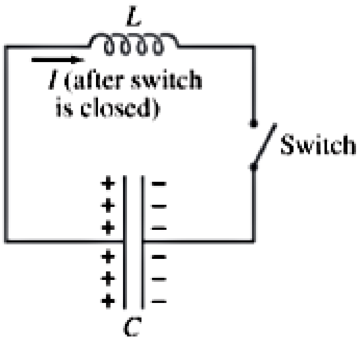
$$I = -\frac{dQ}{dt} = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\mathrm{I}_{max} = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}$$





Κυκλώματα LC

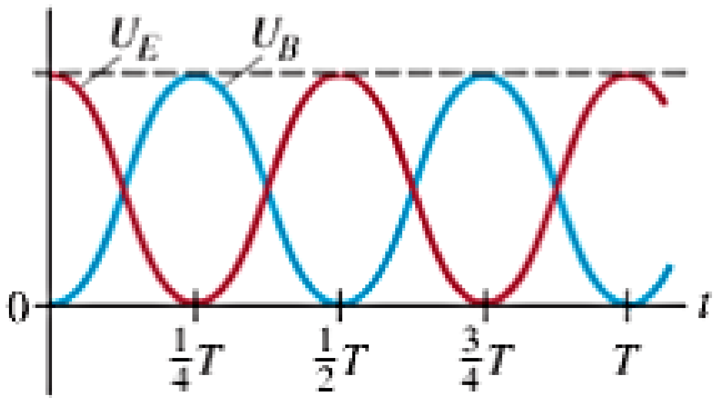


- Η αποθηκευμένη ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή κάθε χρονική στιγμή t

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t + \varphi)$$

- Η αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου την ίδια χρονική στιγμή t

$$U_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{L\omega^2 Q_0^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t + \varphi)$$

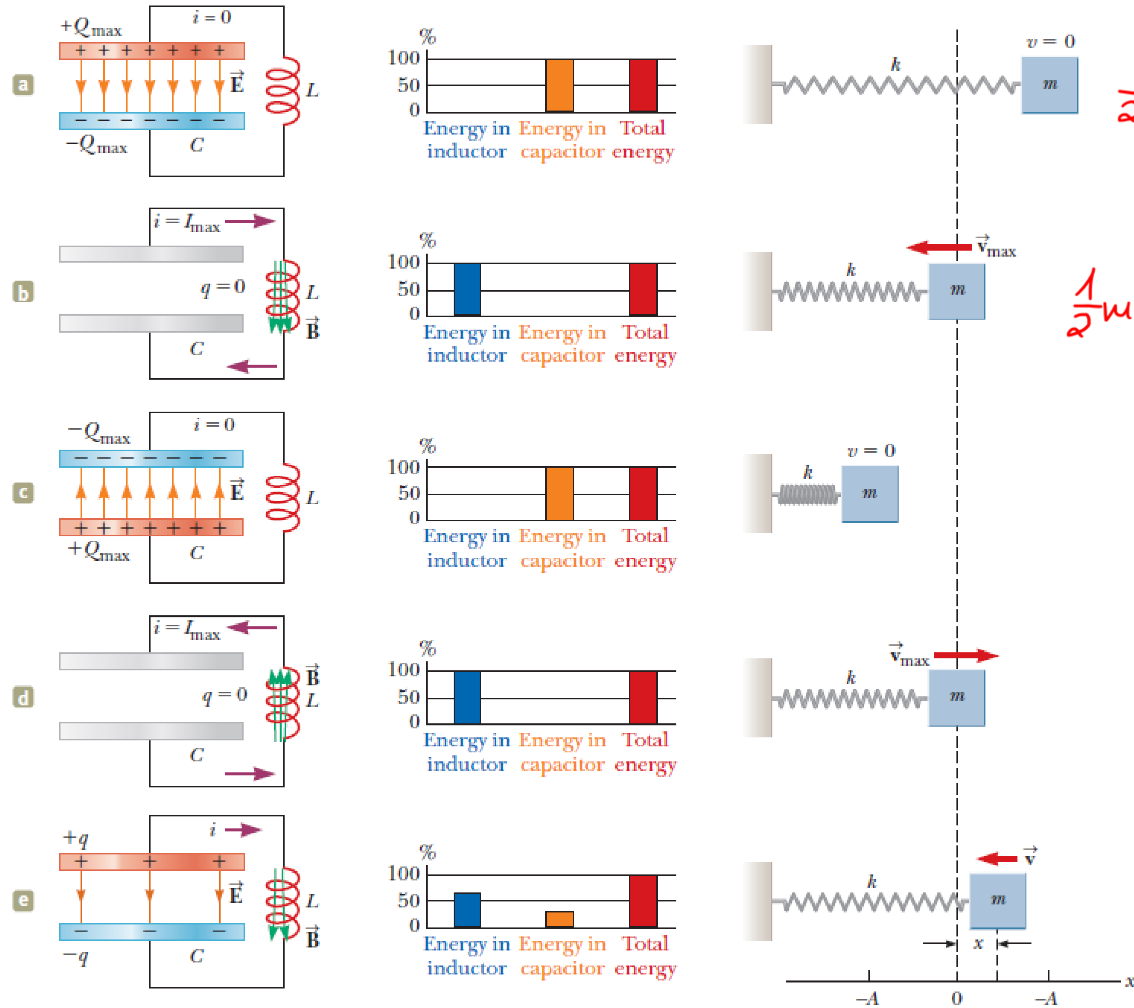


Κυκλώματα LC

- Ηλεκτρομαγνητικό ανάλογο ταλαντώσεων

$\frac{Q^2_{max}}{2C}$

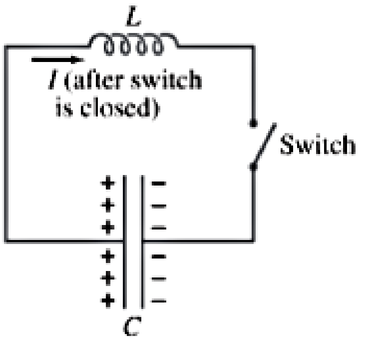
$\frac{1}{2}Li^2$



$\frac{1}{2}kx^2$

$\frac{1}{2}mv^2$

Κυκλώματα LC



- Η συνολική ενέργεια

$$U = U_E + U_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C}[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = \frac{Q_0^2}{2C}$$

- Ταλαντωτής LC ή ηλεκτρομαγνητικός ταλαντωτής

Παράδειγμα

Ένας πυκνωτής $1200 pF$ φορτίζεται πλήρως από μια πηγή συνεχούς τάσης $500\mathrm{V}$. Στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή και συνδέεται, τη στιγμή $\mathrm{t=0}$, με ένα πηνίο $75\mathrm{mH}$. Να προσδιοριστούν:

α) το αρχικό φορτίο στον πυκνωτή,

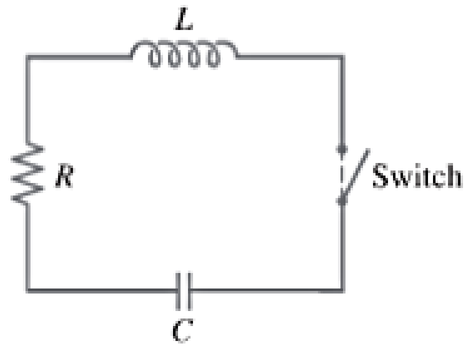
β) το μέγιστο ρεύμα,

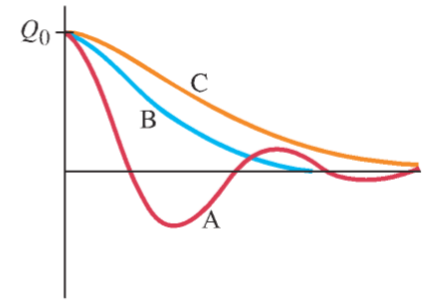
γ) η συχνότητα f και η περίοδος T της ταλάντωσης και

δ) η συνολική ενέργεια που ταλαντώνεται στο σύστημα.

Κυκλώματα LRC

- Κύκλωμα LC με αντίσταση





- Κανόνας βρόχων Kirchhoff (άθροισμα δυναμικών κατά μήκος του βρόχου)

$$-L\frac{dI}{dt} - IR + \frac{Q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0$$

έστω λύση $Q = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t}\cos(\omega' t + \varphi)$

- Το σύστημα θα είναι αποσβενόμενο αν $R^2 < \frac{4L}{C}$
- Αν το $R < \sqrt{4L/C}$

Η γωνιακή συχνότητα $\boxed{\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$

Παράδειγμα

Τη χρονική στιγμή $\mathrm{t=0}$, ένα πηνίο $40\ \mathrm{mH}$ τοποθετείται σε σειρά σε μια αντίσταση $\mathrm{R=3{,}0\ \Omega}$ και έναν φορτισμένο πυκνωτή $C = 4{,}8 \mu F$.

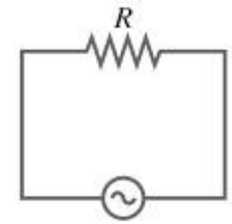
α) Δείξτε ότι το κύκλωμα αυτό θα εκτελεί ταλάντωση.

β) Καθορίστε τη συχνότητα ταλάντωσης.

γ) Πόσος χρόνος απαιτείται για να ελαττωθεί το φορτίο στο μισό της αρχικής του τιμής;

δ) Ποια τιμή της αντίστασης R θα αποτρέψει την ταλάντωση του κυκλώματος;

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

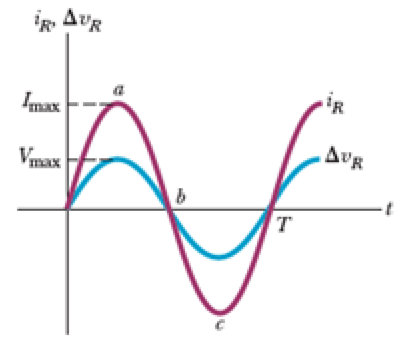


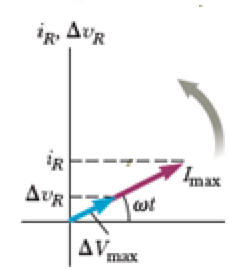
- Αντιστάτης

$$\Delta v + \Delta v_R = 0$$

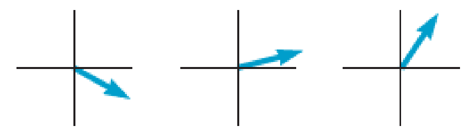
$$\Delta v - i_R R = 0$$

$$i_R = \frac{\Delta v}{R} = \frac{\Delta V_{max}}{R} sin\omega t = I_{max}\, sin\omega t$$

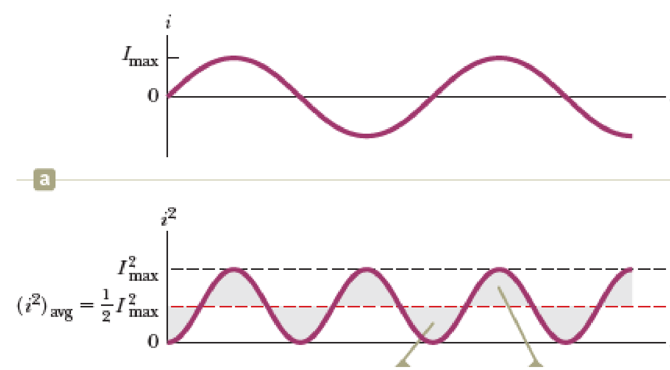




$$\Delta v_R = i_R R = I_{max} R sin\omega t$$



$$I_{rms} = \sqrt{(i^2)_{avg}} = \sqrt{\frac{1}{2} I_{max}^2} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0.707 I_{max}$$

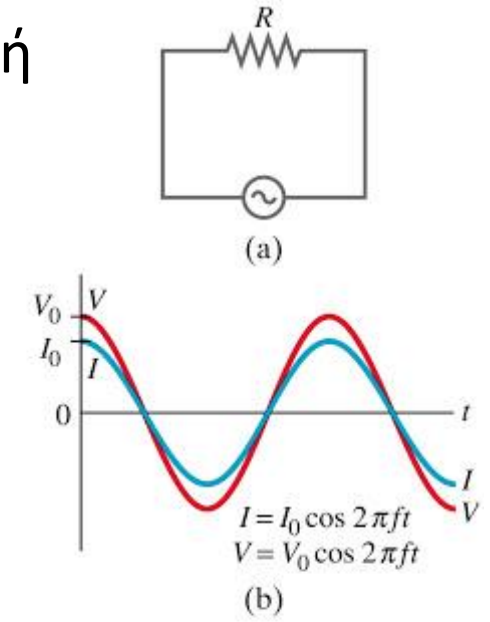


$$P = i^2 R = I_{rms}^2 R$$

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Αντιστάτης
  - Εναλλασσόμενη πηγή παράγει συνημιτονοειδή συχνότητα f και ρεύμα

$$I = I_0 \cos 2\pi f t = I_0 \cos \omega t$$

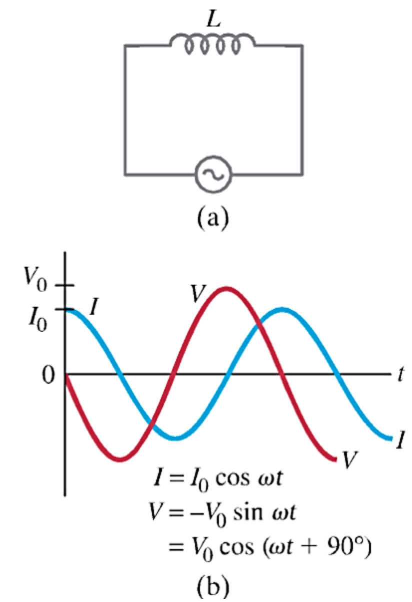


$$V = IR = RI_0 \cos \omega t = V_0 \cos \omega t$$

  - Μέση τιμή ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα

$$\bar{P} = \bar{I}\bar{V} = I_{rms}^2 R = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή



- Πηνίο (με αμελητέα αντίσταση)
  - Κανόνας του Kirchhoff

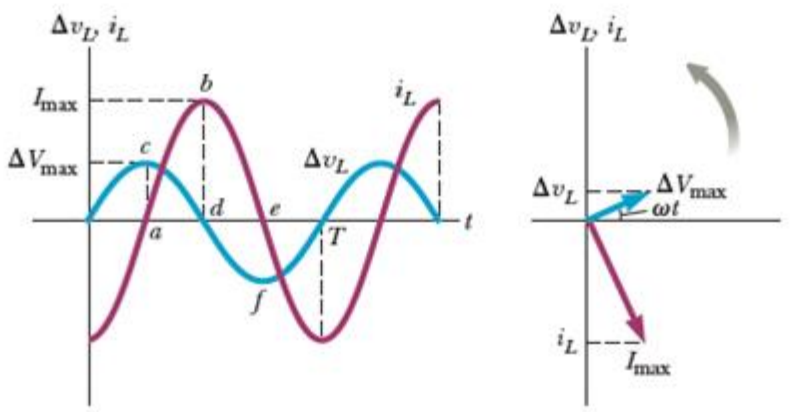
$$\Delta v = L\frac{di_L}{dt} = \Delta V_{max} sin\omega t$$

$$di_L = \frac{\Delta V_{max}}{L} sin\omega t dt$$

$$i_L = \frac{\Delta V_{max}}{L}\int sin\omega t dt = -\frac{\Delta V_{max}}{\omega L} cos\omega t$$

Ισχύει ότι $cos\omega t = -\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

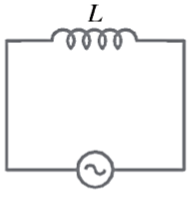
$$i_L = \frac{\Delta V_{max}}{\omega L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



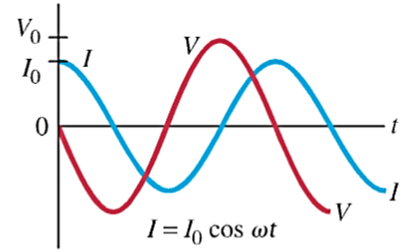
  - Το ρεύμα υστερεί της τάσης κατά 90°(π/2)
  - Δεν καταναλώνεται κατά μέσο όρο ενέργεια

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πηνίο (με αμελητέα αντίσταση)
  - Εμποδίζει τη ροή του φορτίου στο εναλλασσόμενο ρεύμα με την αντι-ΗΕΔ



$$V_0 = I_0 X_L$$
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$
$$V_{rms} = I_{rms} X_L$$



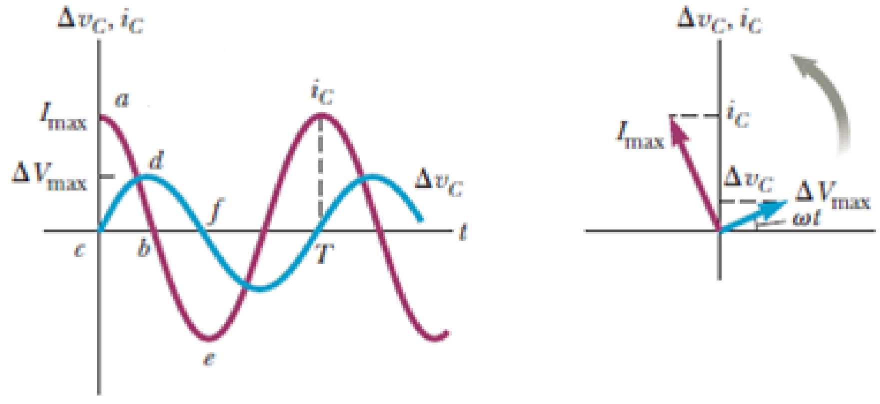
  - Επαγωγική αντίδραση του πηνίου σε μονάδες Ohm
  - Ισχύει για μέγιστες τιμές μόνο V_0 και I_0 και για ενεργές τιμές V_{rms} και I_{rms}

Παράδειγμα

Ένα πηνίο έχει αντίσταση $R=100\Omega$ και επαγωγή $L=0.3H$.
Προσδιορίστε το ρεύμα στο πηνίο εάν επιβάλλεται σε αυτό
α) μια συνεχής τάση 120V.
β) εναλλασσόμενη τάση 120V (rms) με συχνότητα 60Hz.

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πυκνωτής
  - Κανόνας του Kirchhoff



$$\Delta v - \frac{q}{C} = 0$$

$$q = C\Delta V_{max} sin\omega t$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \omega C\Delta V_{max} cos\omega t$$

$$cos\omega t = \sin\left(\omega t \ + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I = \omega C\Delta V_{max} \sin\left(\omega t \ + \frac{\pi}{2}\right)$$

  - Το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά 90°
  - Δεν καταναλώνεται κατά μέσο όρο ενέργεια

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πυκνωτής
  - Κανόνας του Kirchhoff – επιβαλλόμενη τάση σε κάθε t

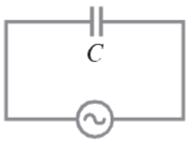
$$V = \frac{Q}{C}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = I_0 \cos \omega\, t$$

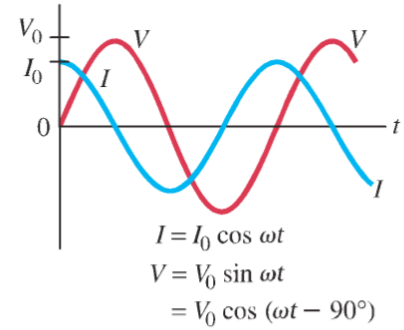
$$Q = \int_0^t dQ = \int_0^t I_0 \cos \omega\, t = \frac{I_0}{\omega} \sin \omega\, t$$

$$V = \frac{Q}{C} = I_0 \left(\frac{1}{\omega C}\right) \sin \omega\, t = V_0 \cos(\omega t - 90)$$

$$V_0 = I_0 \left(\frac{1}{\omega C}\right)$$



(a)



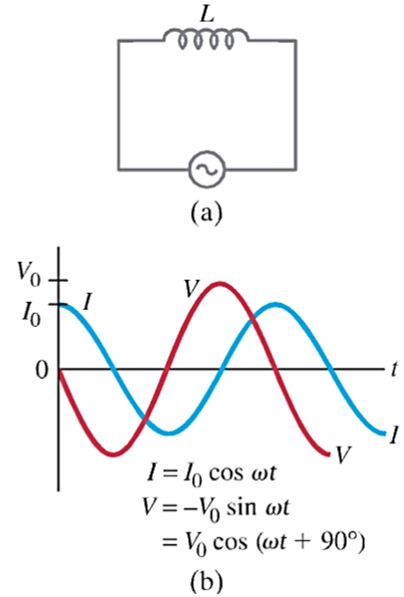
(b)

  - Το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά 90°
  - Δεν καταναλώνεται κατά μέσο όρο ενέργεια

Κυκλώματα με εναλλασσόμενη πηγή

- Πυκνωτής

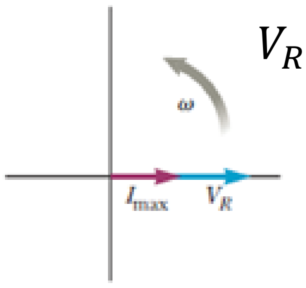
$$V_0 = I_0 X_C$$
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$
$$V_{rms} = I_{rms} X_C$$



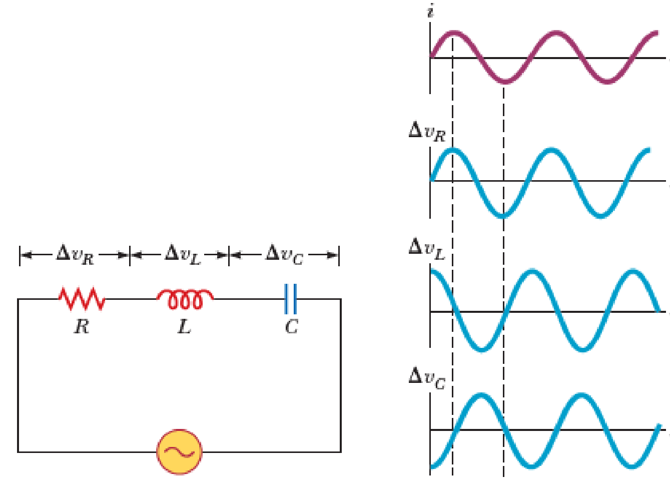
  – Χωρητική αντίδραση του πυκνωτή σε μονάδες Ohm
  – Ισχύει για μέγιστες τιμές μόνο V_0 και I_0 και για ενεργές τιμές V_{rms} και I_{rms}

Εναλλασσόμενο κύκλωμα LRC

Αντιστάτης

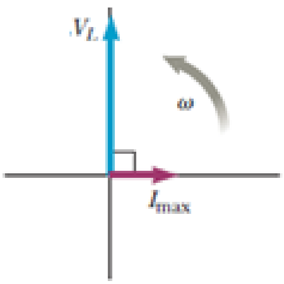


$$V_R = I_0 R sin\omega t = V_R sin\omega t$$



Πηνίο

$$V_L = I_0 X_L sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = V_L cos\omega t$$



$$\Delta v = V_0 \sin\omega t$$

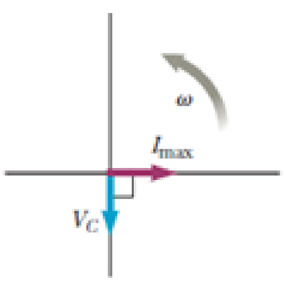
$$I = I_0 sin(\omega t - \varphi)$$

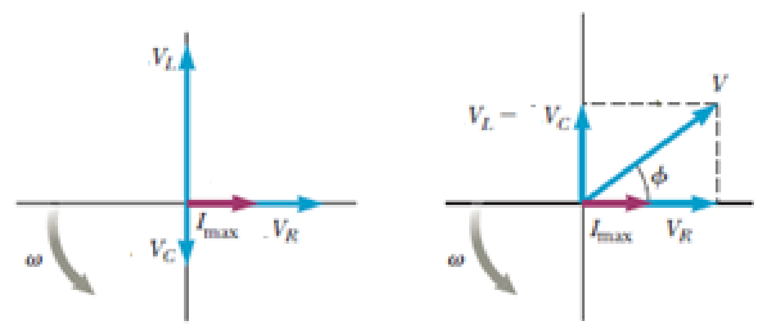
Κανόνας του Kirchhoff – επιβαλλόμενη τάση σε κάθε t

$$V = V_R + V_L + V_C$$

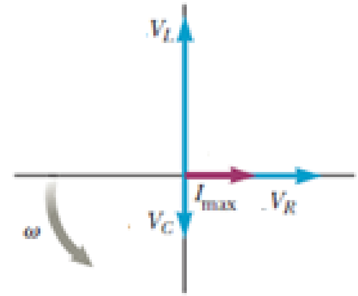
Πυκνωτής

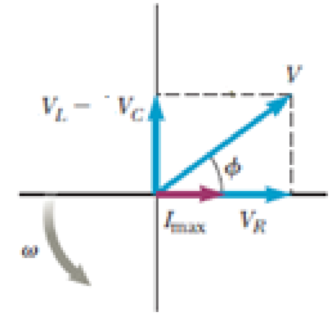
$$V_C = I_0 X_C sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -V_C cos\omega t$$





Εναλλασσόμενο κύκλωμα LRC





- Σύνθετη αντίδραση κυκλώματος

$$V_0 = \sqrt{(V_L - V_C)^2 + V_R^2} = I_{max}\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

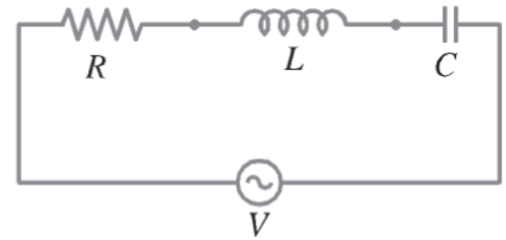
$$I_{max} = \frac{V_0}{\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}}$$

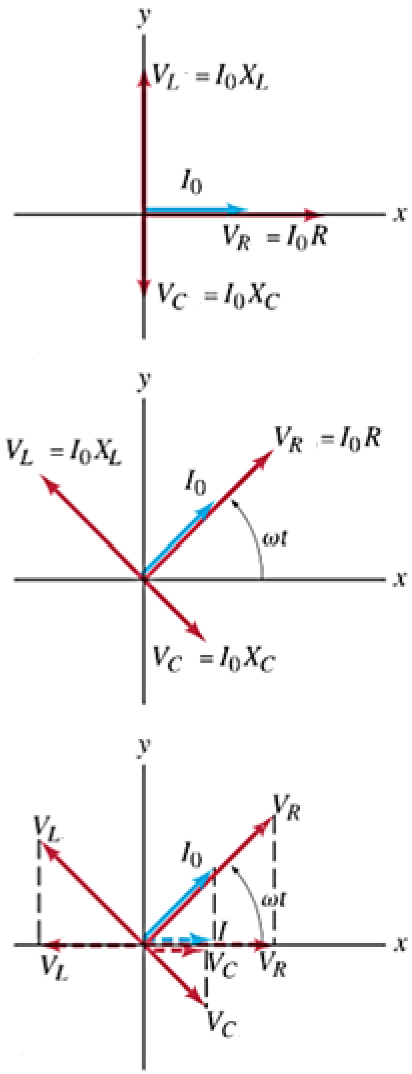
$$Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2} = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}$$

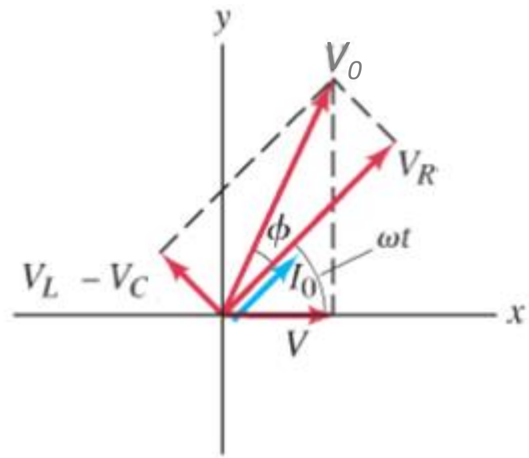
$$tan\varphi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{I_0(X_L - X_C)}{I_0 \ R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$cos\varphi = \frac{V_R}{V} = \frac{I_0 R}{I_0 \ Z} = \frac{R}{Z}$$

Περιστροφή στη συχνότητα *f*





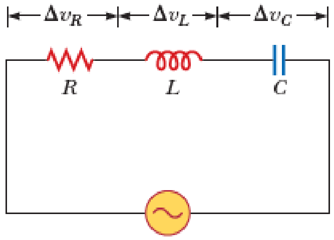


$$V_R = I_0 R$$

$$V_L = I_0 X_L$$

$$V_C = I_0 X_C$$

Εναλλασσόμενο κύκλωμα LRC

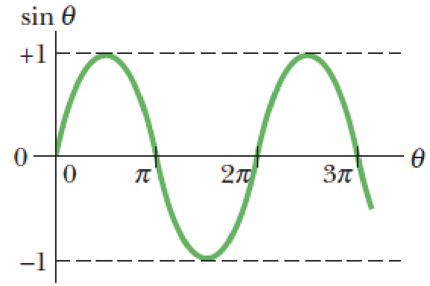


Ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα

$$P = I^2R = [I_{max}sin(\omega t - \varphi)]^2R$$

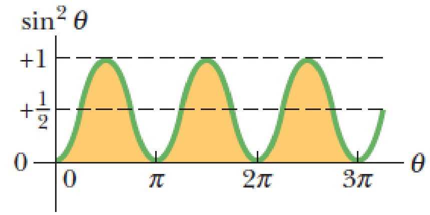
$$= I_{max}^2Rsin^2(\omega t - \varphi)$$

Η μέση τιμή του $\quad sin^2\theta = \frac{1}{2}$



(a)

$$\bar{P} = \frac{1}{2}I_{max}^2R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$



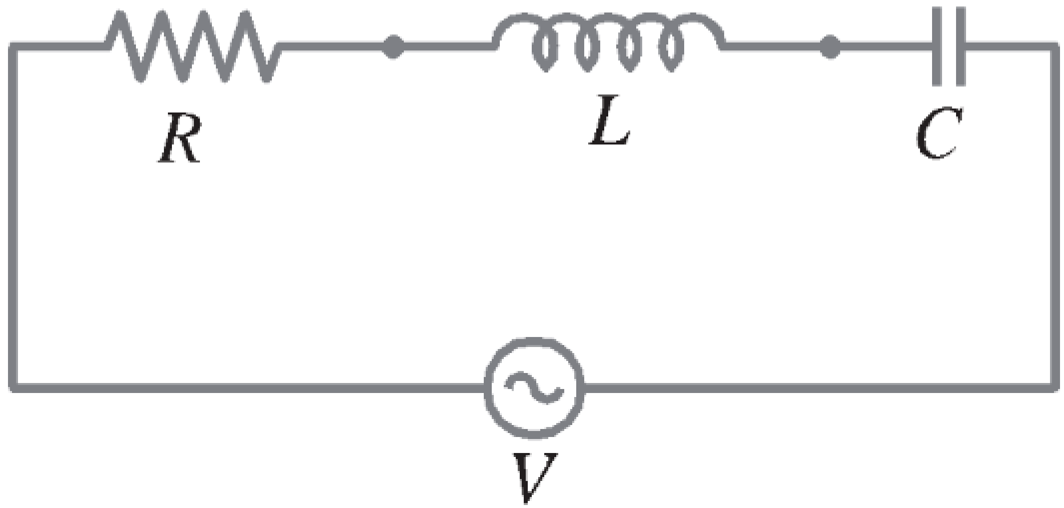
Ισχύει ότι $\quad I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}$

$$\bar{P} = I_{rms}^2R$$

$$\bar{P} = I_{rms}^2Zcos\varphi = I_{rms}V_{rms}cos\varphi$$

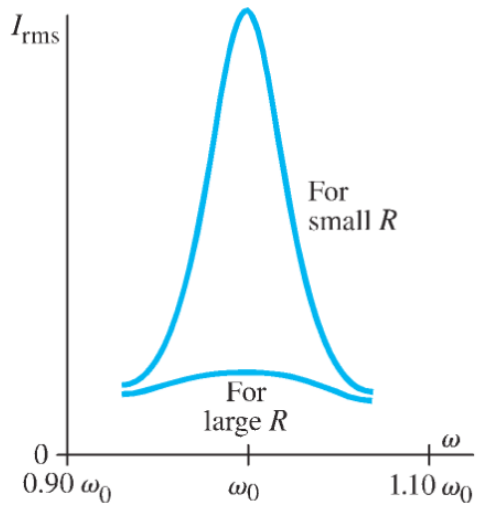
Παράδειγμα

Έστω $R = 25,0\Omega$, $L = 30,0mH$ και $C = 12,0\mu F$ και συνδέονται σε σειρά με μια εναλλασσόμενη πηγή τάσης 90,0 V (ενεργός τιμή) και συχνότητα 500 Hz.



Να υπολογιστούν α) το ρεύμα στο κύκλωμα, β) οι ενδείξεις του βολτόμετρου (ενεργές τιμές) στα άκρα του κάθε στοιχείου, γ) η γωνία φάσης ϕ και δ) η ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα.

Συντονισμός



- Σε κύκλωμα LRC

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

- I_{max} όταν $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$

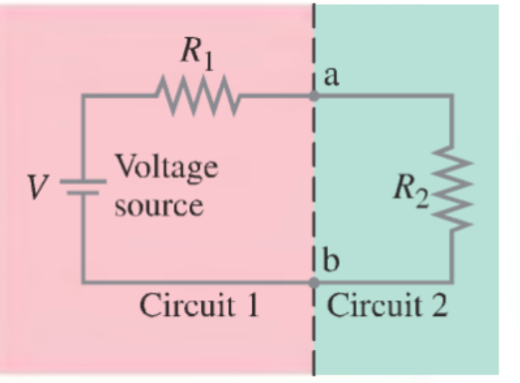
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

- Όταν $\omega=\omega_0$, το κύκλωμα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Προσαρμογή σύνθετης αντίστασης

- Μεταφορά μέγιστης ισχύος όταν $Z_{εξόδου}$ (κύκλωμα 1)είναι προσαρμοσμένη με την $Z_{εισόδου}$ (κύκλωμα 2)



$$P = I^2 R_2 = \frac{V^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

- Για Pmax

$$V^2 \left[\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3} \right] = 0$$

$$R_1 = R_2$$