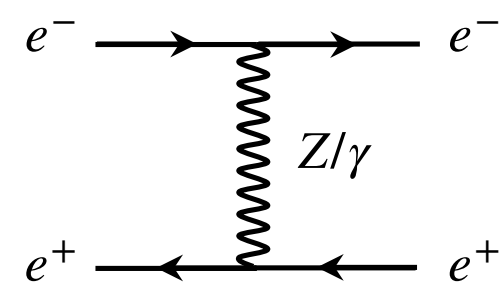
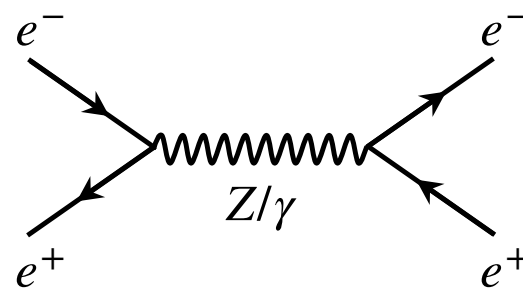
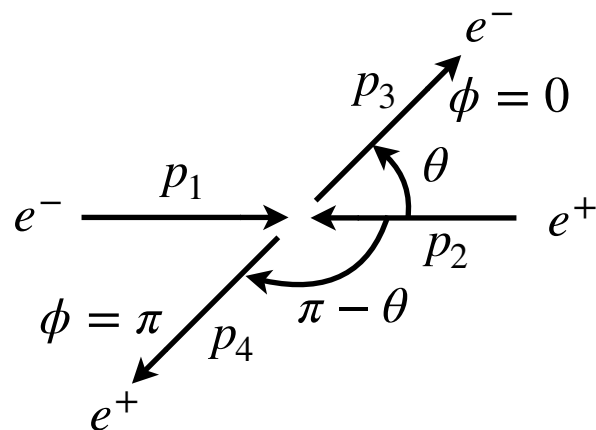


ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2023 — 2024
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ & ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΑ
ΤΜΗΜΑ Β΄ Κ. ΒΕΛΛΙΔΗΣ — Θ. ΜΕΡΤΖΙΜΕΚΗΣ
ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΑ

2.1 Η αντίδραση $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$ λέγεται σκέδαση Bhabha. Σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης που την περιγράφουν και υπολογίστε την μάζα του εικονικού φωτονίου που ανταλλάσσουν τα δύο λεπτόνια σε κάθε διάγραμμα. Ποια είναι η ταχύτητα του φωτονίου σε καθεμιά περίπτωση;

Η αντίδραση μπορεί να γίνει με δύο τρόπους: με εξαΰλωση του αρχικού ζεύγους και σχηματισμό του τελικού όπου ενδιάμεσα δημιουργείται ένα φωτόνιο (ή ένα μποζόνιο Z) και με ανταλλαγή ενός φωτονίου (ή μποζονίου Z)



Θεωρούμε ότι στο ΚΜ (που συμπίπτει με το εργαστήριο για συγκρουόμενες δέσμες) τα αρχικά λεπτόνια κινούνται αντίθετα με 4-ορμές p_1 και p_2 και ενέργεια E το καθένα και ότι τα εξερχόμενα λεπτόνια, που πρέπει επίσης να έχουν ενέργεια E το καθένα, εκπέμπονται σε γωνία θ ως προς τη διεύθυνση των αρχικών με 4-ορμές p_3 και p_4 , οπότε, από τη διατήρηση της συνολικής 4-ορμής, η μάζα και η ταχύτητα του εικονικού φωτονίου (ή μποζονίου Z) στο διάγραμμα εξαΰλωσης-σχηματισμού είναι

$$m^2 = (p_1 + p_2)^2 \simeq 2p_1 \cdot p_2 = 2E_1 E_2 [1 - (-1)] = 4E^2 \Rightarrow m = 2E \Rightarrow \beta = \frac{|\vec{p}_1 + \vec{p}_2|}{E + E} = \frac{0}{2E} = 0$$

και στο διάγραμμα ανταλλαγής είναι

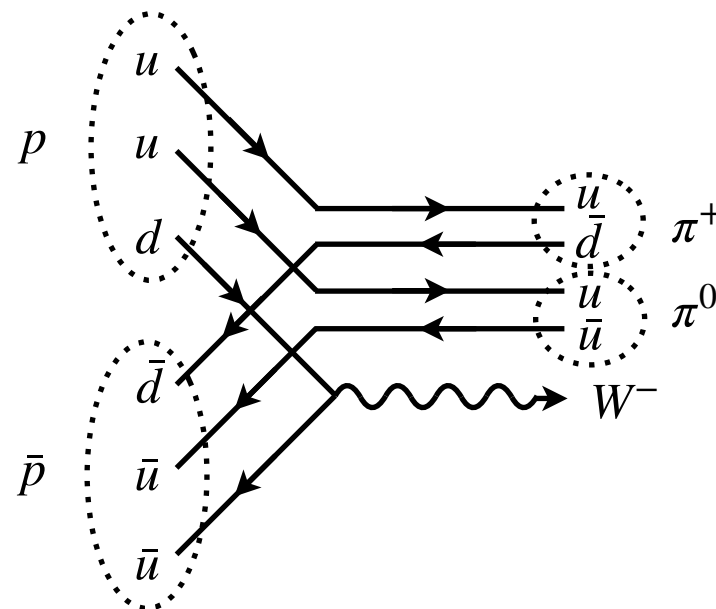
$$m^2 = (p_1 - p_3)^2 \simeq -2p_1 \cdot p_3 = -2E_1 E_3 (1 - \cos \theta) = -4E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \Rightarrow m = i2E \sin \frac{\theta}{2} \Rightarrow \beta = \frac{|\vec{p}_1 - \vec{p}_3|}{E - E} = \frac{2E \sin(\theta/2)}{0} = \infty$$

2.2 Το W^- ανακαλύφθηκε το 1983 στο CERN από σκέδαση πρωτονίου-αντιπρωτονίου $p + \bar{p} \rightarrow W^- + X$, όπου το X παριστάνει ένα ή περισσότερα σωματίδια. Ποια είναι η πιθανότερη κατάσταση X ; Σχεδιάστε ένα διάγραμμα Feynman για την αντίδραση με το πιθανότερο X και εξηγήστε γιατί αυτό το X είναι πιθανότερο από άλλες εκδοχές του.

Η πιθανότερη κατάσταση X είναι ένα ζεύγος ουδέτερου και θετικού πιονίου, ώστε να εξασφαλίζεται η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου:

$$p + \bar{p} \rightarrow W^- + \pi^0 + \pi^+$$

Ο λόγος που αυτή η κατάσταση είναι η πιθανότερη είναι ότι δεν απαιτεί καμία αλληλεπίδραση εκτός από την ασθενή κορυφή παραγωγής του μποζονίου W^- , ενώ τα πιόνια παράγονται με απλή αναδιάταξη των κουάρκ των αρχικών αδρονίων:



2.3 (a) Ποια διάσπαση θεωρείτε πιθανότερη: $\Xi^-(dss) \rightarrow \Lambda(uds) + \pi^-$ ή $\Xi^- \rightarrow n + \pi^-$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. **(b)** Ποια διάσπαση του μεσονίου $D^0(\bar{u}c)$ είναι πιθανότερη: $D^0 \rightarrow K^- + \pi^+$, $D^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$ ή $D^0 \rightarrow \pi^- + K^+$; Σχεδιάστε τα σχετικά διαγράμματα Feynman και δικαιολογήστε την απάντησή σας. **(c)** Το μεσόνιο $B^0(d\bar{b})$ διασπάται σε D , σε K ή σε π μεσόνια; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(a) Στη διάσπαση $\Xi^-(dss) \rightarrow \Lambda(uds) + \pi^-(d\bar{u})$ ένα παράδοξο κουάρκ μεταπίπτει από τη δεύτερη στην πρώτη γενιά με εκπομπή ενός μποζονίου W εκτός φλοιού μάζας, που στη συνέχεια μετατρέπεται σε π μεσόνιο. Η μετάπτωση αυτή χαρακτηρίζεται από μεταβολή της παραδοξότητας κατά μία μονάδα ($\Delta S = 1$):

$$\Xi^- = dss \rightarrow ds + uW^- \rightarrow uds + d\bar{u} = \Lambda + \pi^-$$

Αυτή η μετάπτωση έχει μικρή πιθανότητα λόγω της αλλαγής γενιάς. Είναι, όπως λέμε, “Cabibbo-suppressed”, δηλαδή εμποδίζεται (χωρίς να απαγορεύεται) από μια παράμετρο αλλαγής γενιάς που περιγράφεται από το ημίτονο μιας μικρής φαινομενολογικής γωνίας (γωνία Cabibbo, περίπου 13°). Η διάσπαση $\Xi^-(dss) \rightarrow n(udd) + \pi^-(d\bar{u})$ χαρακτηρίζεται από μεταβολή της παραδοξότητας κατά δύο μονάδες ($\Delta S = 2$), άρα είναι “διπλά συμπίεσμένη” (“doubly Cabibbo-suppressed”):

$$\Xi^- = dss \rightarrow d + uW^- + uW^- \rightarrow d + ud\bar{u} + ud\bar{u} \rightarrow udd + d\bar{u} + u\bar{u} \rightarrow n + \pi^-$$

όπου το ζεύγος κουάρκ-αντικουάρκ $u\bar{u}$ ερμηνεύεται είτε ως εικονικό π^0 που απορροφάται από το νετρόνιο είτε ότι εξαϋλώνεται σε γλουόνιο που απορροφάται από τα κουάρκ της τελικής κατάστασης. Επομένως, αυτή η διάσπαση είναι λιγότερο πιθανή από την προηγούμενη.

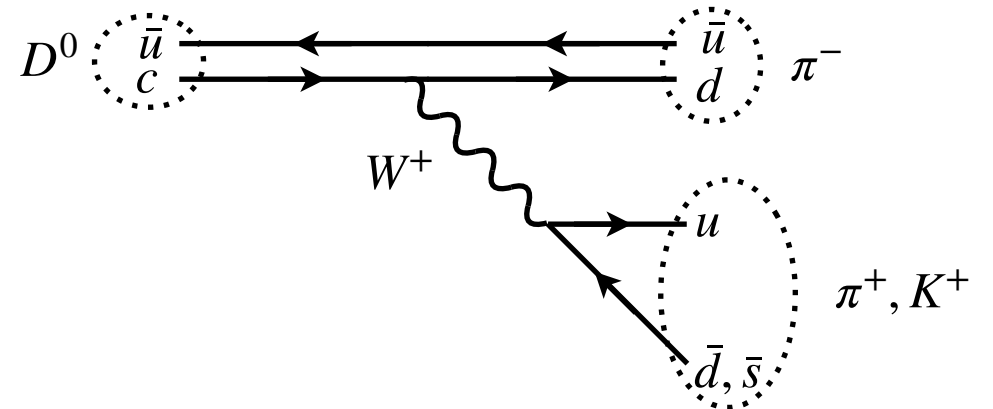
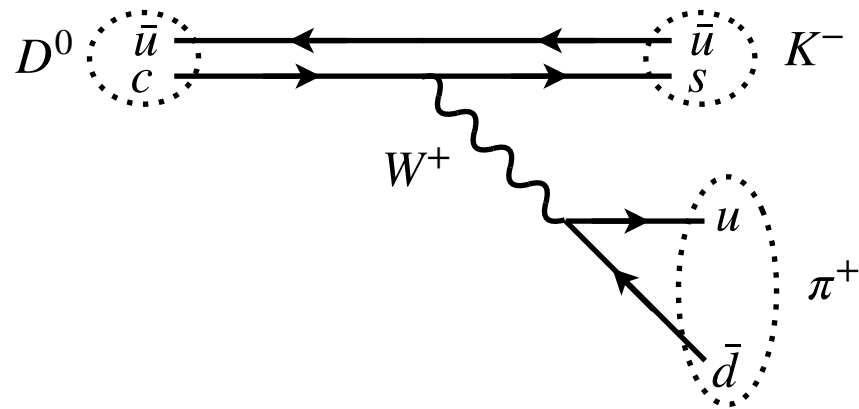
(b) Οι τρεις τρόποι διάσπασης του μεσονίου D^0 αναλύονται σε γεύσεις κουάρκ ως εξής:

$$D^0 = \bar{u}c \rightarrow \bar{u} + sW^+ \rightarrow \bar{u}s + \bar{d}u = K^- + \pi^+$$

$$D^0 = \bar{u}c \rightarrow \bar{u} + dW^+ \rightarrow \bar{u}d + \bar{d}u = \pi^- + \pi^+$$

$$D^0 = \bar{u}c \rightarrow \bar{u} + dW^+ \rightarrow \bar{u}d + \bar{s}u = \pi^- + K^+$$

Ο πρώτος τρόπος περιλαμβάνει μία αλλαγή γεύσης στην ίδια γενιά (δεύτερη), τη μετάπτωση ενός γοητευτικού κουάρκ σε παράδοξο, ενώ ο δεύτερος τρόπος περιλαμβάνει μία αλλαγή γεύσης μεταξύ διαφορετικών γενιών (από τη δεύτερη στην πρώτη): τη μετάπτωση του γοητευτικού κουάρκ σε κάτω κουάρκ της πρώτης γενιάς. Η αλλαγή γενιάς μειώνει πάντα την πιθανότητα μετάβασης, άρα ο πρώτος διάσπασης είναι πιθανότερος από το δεύτερο. Ο τρίτος τρόπος περιλαμβάνει δύο αλλαγές γεύσης μεταξύ διαφορετικών γενιών: τη μετάπτωση του γοητευτικού κουάρκ σε κάτω κουάρκ της πρώτης γενιάς και τη διάσπαση του μποζονίου W^+ σε ένα επάνω κουάρκ της πρώτης γενιάς κι ένα παράδοξο αντικουάρκ της δεύτερης γενιάς. Άρα, αυτός ο τρόπος διάσπασης είναι ο λιγότερο πιθανός.



(c) Οι τρεις τρόποι διάσπασης του μεσονίου B^0 μπορούν να αναλυθούν σε γεύσεις κουάρκ ως εξής:

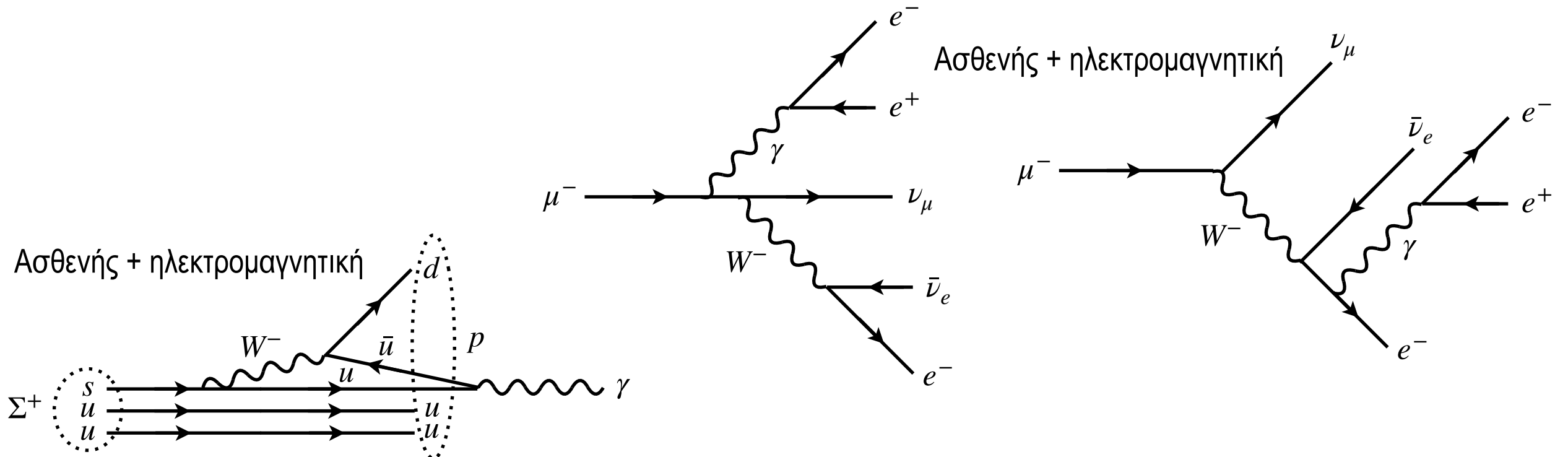
$$B^0 = d\bar{b} \rightarrow d + \bar{c}W^+ \rightarrow d + \bar{c} + u\bar{d} \rightarrow u\bar{c} + d\bar{d} = \bar{D}^0 + \pi^0$$

$$B^0 = d\bar{b} \rightarrow d + \bar{c}W^+ \rightarrow d + \bar{s}W^- + u\bar{d} \rightarrow d\bar{s} + \bar{u}d + u\bar{d} = K^0 + \pi^- + \pi^+$$

$$B^0 = d\bar{b} \rightarrow d + \bar{c}W^+ \rightarrow d + \bar{s}W^- + u\bar{d} \rightarrow d + \bar{u}W^+ + \bar{u}d + u\bar{d} \rightarrow \bar{u}d + u\bar{d} + \bar{u}d + u\bar{d} = \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^+$$

Επομένως, και οι τρεις τρόποι είναι καταρχήν δυνατοί, αλλά ο πρώτος περιλαμβάνει μόνο μία αλλαγή γενιάς ($\bar{b} \rightarrow \bar{c}$), ο δεύτερος δύο αλλαγές ($\bar{b} \rightarrow \bar{c}$, $\bar{c} \rightarrow \bar{s}$) και τρίτος τρεις ($\bar{b} \rightarrow \bar{c}$, $\bar{c} \rightarrow \bar{s}$, $\bar{s} \rightarrow \bar{u}$). Άρα, ο πρώτος τρόπος είναι πιθανότερος από το δεύτερο και αυτός πιθανότερος από τον τρίτο.

2.4 Κάποιες αντιδράσεις περιλαμβάνουν περισσότερες από μία αλληλεπιδράσεις. Σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης για τις αντιδράσεις $\mu^- \rightarrow e^- + e^- + e^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ και $\Sigma^+(uus) \rightarrow p + \gamma$. Ποιες αλληλεπιδράσεις είναι υπεύθυνες για αυτές τις διασπάσεις;



2.5 Θεωρήστε τη διάσπαση ενός ψευδοβαθμωτού καονίου σε δύο πιόνια: $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ και $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ή $K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$.

(a) Βρείτε το συνολικό ισοσπίν του τελικού ζεύγους πιονίων. **(b)** Η μετάπτωση του καονίου σε πιόνιο έχει $\Delta S = 1$. Η αλληλεπίδραση που προκαλεί τη διάσπαση μετατρέπει ένα καόνιο με ισοσπίν $1/2$ σε πιόνιο με ισοσπίν 1 , ενώ το δεύτερο πιόνιο παράγεται για να διατηρηθούν η ενέργεια και η ορμή στο ΚΜ. Συνεπώς η αλληλεπίδραση περιλαμβάνει ένα γραμμικό συνδυασμό μιας συνιστώσας με ισοσπίν $|1/2 - 1| = 1/2$ και μιας συνιστώσας με ισοσπίν $1/2 + 1 = 3/2$, παράγοντας δύο πλάτη διάσπασης $K \rightarrow 2\pi$ με ισοσπίν $1/2$ και ισοσπίν $3/2$, $a_{1/2}$ και $a_{3/2}$ αντίστοιχα. Δείξτε ότι η διάσπαση $K^0 \rightarrow 2\pi$ περιγράφεται από ένα γραμμικό συνδυασμό των δύο πλατών (δηλαδή συνεισφέρουν και οι δύο συνιστώσες ισοσπίν της αλληλεπίδρασης), ενώ η διάσπαση $K^\pm \rightarrow 2\pi$ περιγράφεται μόνο από το πλάτος με ισοσπίν $3/2$. Με δεδομένη τη σχέση των χρόνων ζωής του K^0 και του $K^\pm$, $10^{-10} \text{ s} \sim \tau_{K^0} \ll \tau_{K^\pm} \sim 10^{-8} \text{ s}$, τι συμπέρασμα βγάξετε για τα πλάτη $a_{1/2}$ και $a_{3/2}$; © Σχεδιάστε τα σχετικά διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης και ταυτοποιήστε τις συνεισφορές τους στα πλάτη $a_{1/2}$ και $a_{3/2}$.

(a) Το τελικό ζεύγος πιονίων έχει συνολικό σπιν $S(\pi_1 \pi_2) = 0$, αφού τα δύο πιόνια δεν έχουν σπιν, και συνολική τροχιακή στροφορμή $L(\pi_1 \pi_2) = 0$, ώστε να διατηρείται η συνολική στροφορμή του αρχικού καονίου που στο ΚΜ ταυτίζεται με το σπιν του και συνεπώς είναι 0 . Άρα η συζυγία του ζεύγους είναι:

$$C(\pi_1 \pi_2) = (-1)^{I(\pi_1)+I(\pi_2)-I(\pi_1 \pi_2)} (-1)^{L(\pi_1 \pi_2)+S(\pi_1 \pi_2)} = (-1)^{1+1-I(\pi_1 \pi_2)} (-1)^{0+0} = (-1)^{I(\pi_1 \pi_2)}$$

Όμως τα δύο πιόνια είναι μποζόνια και συνεπώς η κυματοσυνάρτηση του ζεύγους που παράγεται από τη διάσπαση του K^0 πρέπει να είναι συμμετρική κάτω από ανταλλαγή των δύο πιονίων. Η δράση του τελεστή συζυγίας πάνω στην κυματοσυνάρτηση του ζεύγους $\pi^+ \pi^-$ ή $\pi^0 \pi^0$ συνεπάγεται την ανταλλαγή τους, επομένως η συζυγία του ζεύγους πρέπει να είναι θετική και άρα πρέπει το συνολικό ισοσπίν $I(\pi_1 \pi_2)$ της τελικής κατάστασης να είναι άρτιο. Η σύνθεση των ισοσπίν $I(\pi_1) = I(\pi_2) = 1$ των δύο πιονίων, $|I(\pi_1) - I(\pi_2)| \leq I(\pi_1 \pi_2) \leq I(\pi_1) + I(\pi_2)$, δίνει τις επιτρεπτές τιμές $I(\pi_1 \pi_2) = 0, 1$ και 2 , από τις οποίες μόνο οι 0 και 2 είναι άρτιες. Άρα το συνολικό ισοσπίν του ζεύγους μπορεί να είναι είτε 0 είτε 2 . Στη διάσπαση του $K^\pm$ η δράση του τελεστή συζυγίας μας πηγαίνει από την αντίδραση $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ στην αντίδραση $K^- \rightarrow \pi^- \pi^0$ και αντίστροφα, χωρίς καμιά αλλαγή στις ιδιότητες των σωματιδίων εκτός από το φορτίο (που δεν παίζει ρόλο στη διάσπαση), οπότε πάλι δεν αλλάζει πρόσημο η κυματοσυνάρτηση της τελικής κατάστασης και άρα το ισοσπίν του ζεύγους είναι πάλι άρτιο, δηλαδή 0 ή 2 .

(b) Το ισοσπίν για τις θεωρούμενες διασπάσεις είναι:

	$K^\pm$	$\rightarrow$	$\pi^\pm + \pi^0$		K^0	$\rightarrow$	$\pi^+ + \pi^-$		K^0	$\rightarrow$	$\pi^0 + \pi^0$
I	$1/2$		$1 \quad 1$		$1/2$		$1 \quad 1$		$1/2$		$1 \quad 1$
I_3	$\pm 1/2$		$\pm 1 \quad 0$		$-1/2$		$+1 \quad -1$		$-1/2$		$0 \quad 0$
(I, I_3)	$(1/2, \pm 1/2)$		$(2, \pm 1)$		$(1/2, -1/2)$		$(2,0) \text{ ή } (0,0)$		$(1/2, -1/2)$		$(2,0) \text{ ή } (0,0)$

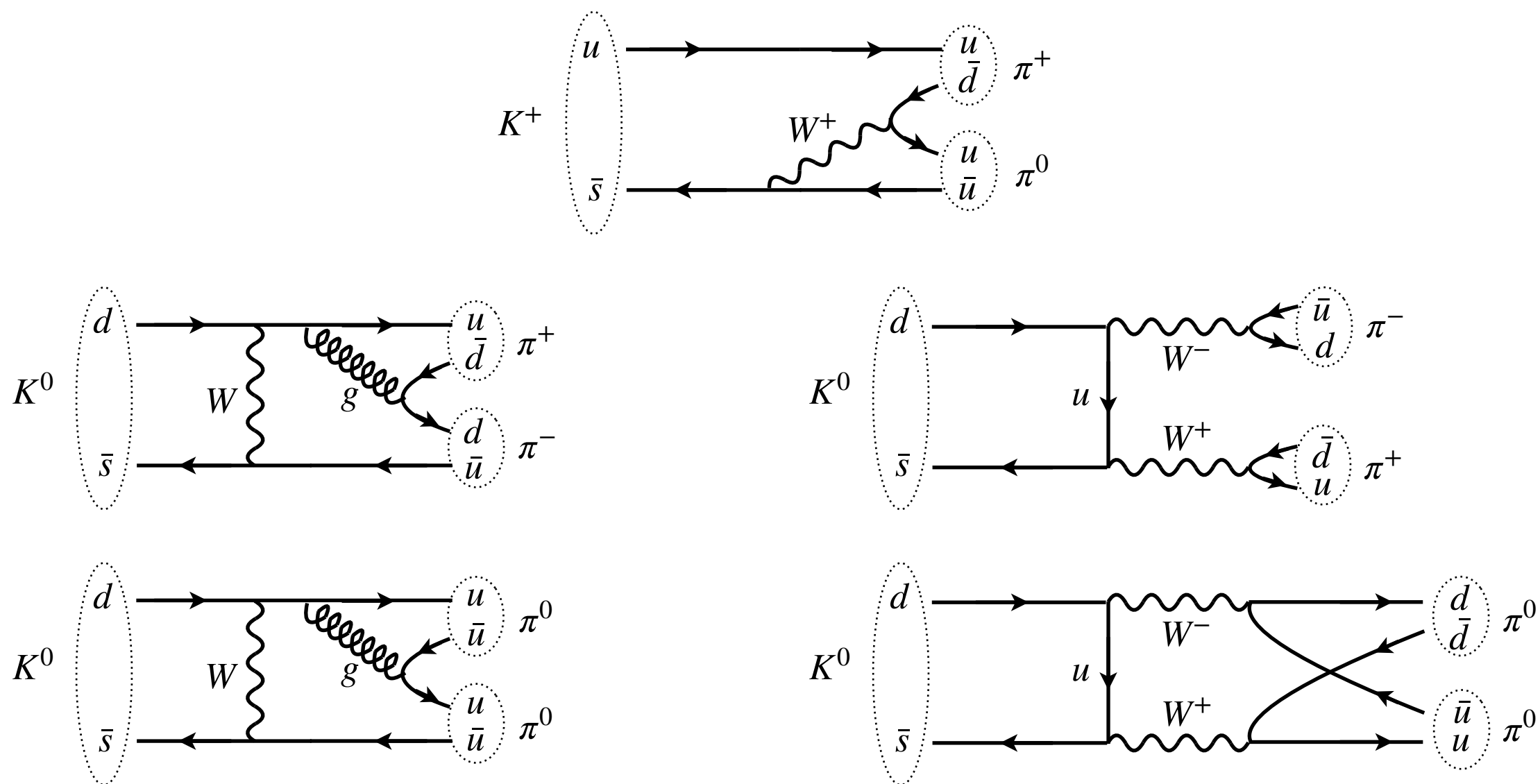
Η διάσπαση $K^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^0$ ξεκινά από μια αρχική κατάσταση με ισοσπίν $1/2$ και καταλήγει σε μια τελική κατάσταση με ισοσπίν 2 , άρα μπορεί να γίνει μόνο με τη συνιστώσα ισοσπίν $3/2$ της αλληλεπίδρασης και περιγράφεται μόνο από το πλάτος $a_{3/2}$. Αντίθετα, οι διασπάσεις $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ και $K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ ξεκινούν από μια αρχική κατάσταση με ισοσπίν $1/2$ και καταλήγουν σε μια τελική κατάσταση με ισοσπίν είτε 0 είτε 2 , οπότε μπορούν να γίνουν και με τις δύο συνιστώσες ισοσπίν της αλληλεπίδρασης και περιγράφονται από ένα γραμμικό συνδυασμό των πλατών $a_{1/2}$ και $a_{3/2}$. Η σχέση των χρόνων ζωής του K^0 και του $K^\pm$ δείχνει ότι $|a_{3/2}| \ll |a_{1/2}|$.

$$A(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0) = \frac{3}{2\sqrt{2}} a_{3/2}$$

$$A(K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = -a_{1/2} + \frac{1}{2} a_{3/2}$$

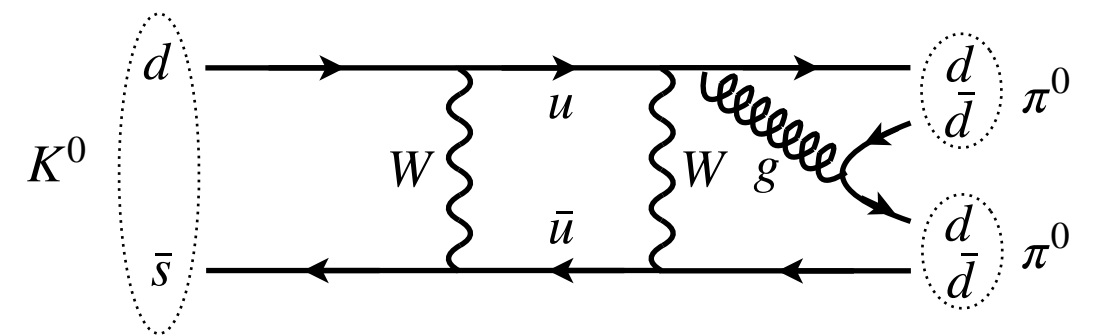
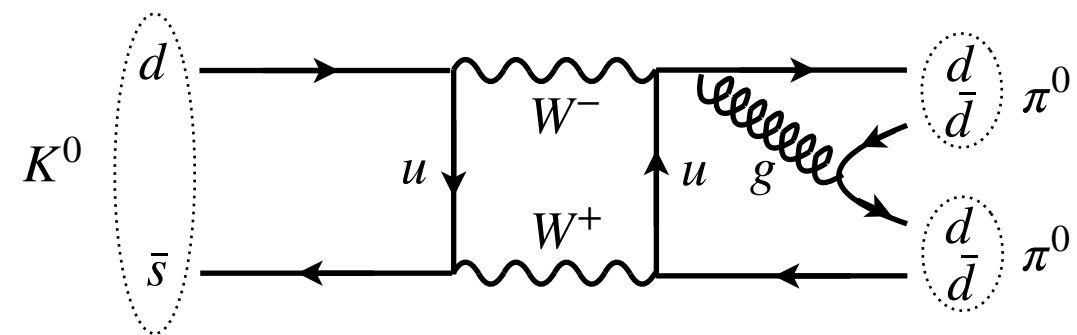
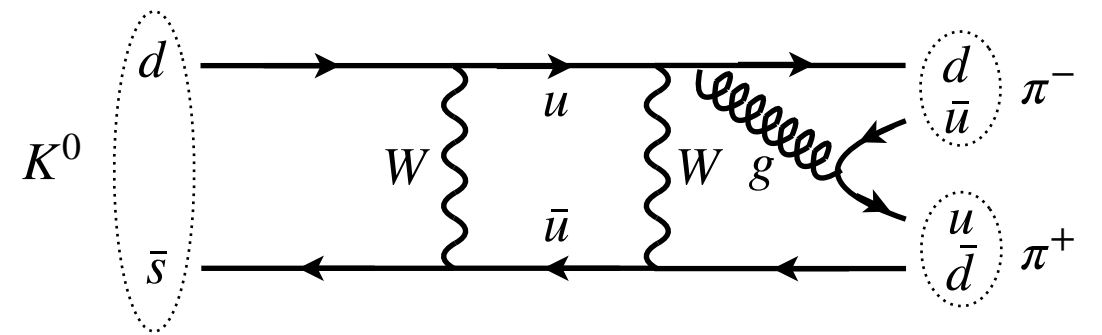
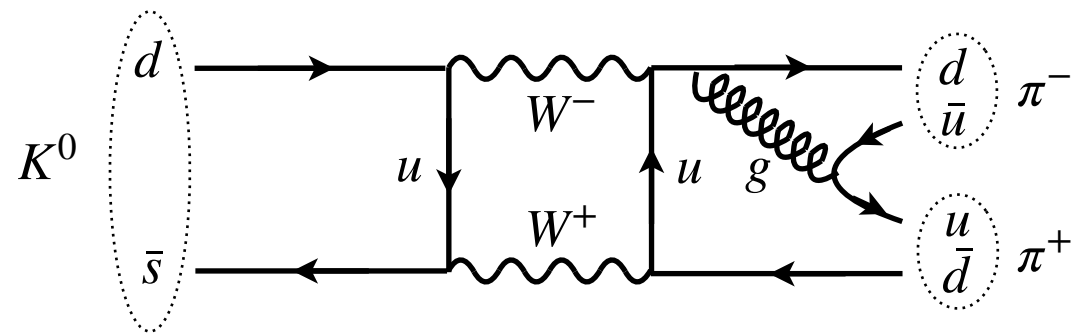
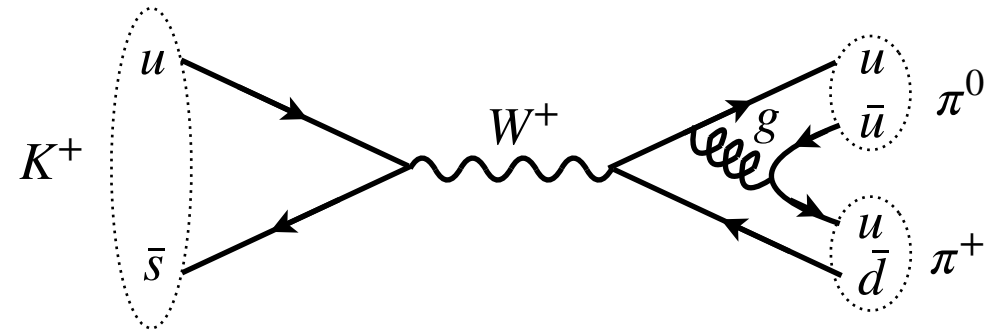
$$A(K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) = a_{1/2} + a_{3/2}$$

(c) Τα διαγράμματα χαμηλότερης τάξης προσέγγισης είναι:



Σε αυτή την τάξη προσέγγισης, οι κυρίαρχες συνεισφορές στα πλάτη των διασπάσεων $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ και $K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ έρχονται από τα διαγράμματα που περιλαμβάνουν μόνο μία ανταλλαγή μποζονίου W . Συνεπώς η συνιστώσα $a_{1/2}$ πρέπει να συνδέεται με την παραγωγή ενός ζεύγους κουάρκ-αντικουάρκ ίδιας γεύσης από ένα γλουόνιο, που είναι ισχυρή συνεισφορά, ενώ η συνιστώσα $a_{3/2}$ πρέπει να συνδέεται με την παραγωγή ενός ζεύγους κουάρκ-αντικουάρκ διαφορετικής γεύσης από ένα μποζόνιο W , που είναι ασθενής συνεισφορά, εξηγώντας έτσι τη σχέση μεταξύ των μέτρων των πλατών $a_{1/2}$ και $a_{3/2}$.

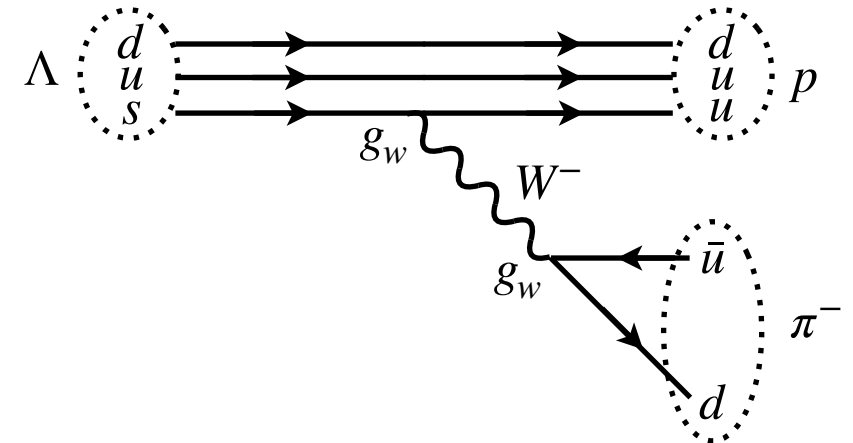
Διαγράμματα επόμενης τάξης προσέγγισης:



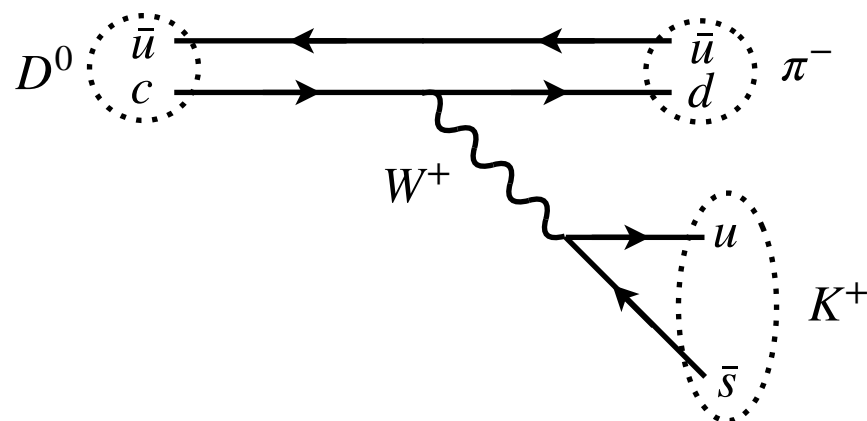
2.6 Σχεδιάστε το διάγραμμα Feynman σε επίπεδο κουάρκ για τη διάσπαση $\Lambda(uds) \rightarrow p(uud) + \pi^-(\bar{u}d)$. Αν η Φύση διπλασίαζε την παράμετρο ασθενούς σύζευξης και υποτετραπλασίαζε τη μάζα του μποζονίου W, ποιο θα ήταν το αποτέλεσμα στο ρυθμό διάσπασης $\Gamma(\Lambda \rightarrow p + \pi^-)$;

$$\mathcal{M} \sim \frac{g_w^2}{p_W^2 - m_W^2} \underset{p_W \ll m_W}{\simeq} \left(\frac{g_w}{m_W} \right)^2 \Rightarrow \Gamma \sim |\mathcal{M}|^2 \sim \left(\frac{g_w}{m_W} \right)^4$$

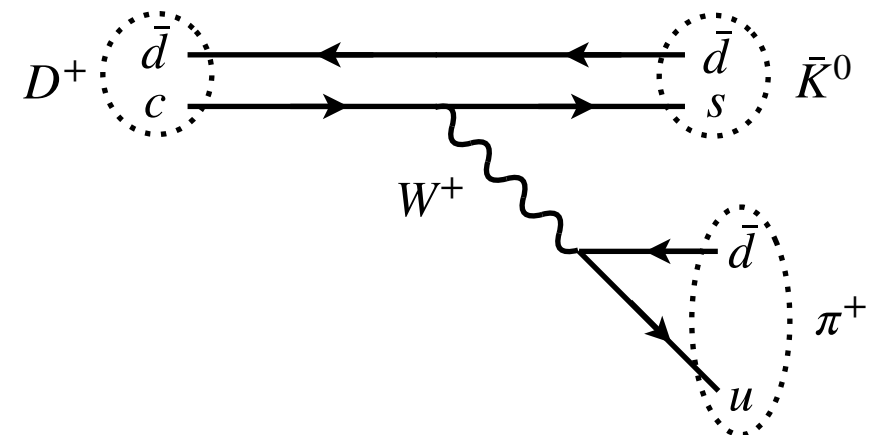
$$\Rightarrow \Gamma' \sim \left(\frac{2g_w}{m_W/4} \right)^4 = \left(\frac{8g_w}{m_W} \right)^4 = 2^{12} \left(\frac{g_w}{m_W} \right)^4 = 4096 \Gamma$$



2.7 Εξηγήστε με διαγράμματα Feynman γιατί η διάσπαση $D^0(\bar{u}c) \rightarrow K^+(u\bar{s}) + \pi^-(\bar{u}d)$ μπορεί να πραγματοποιηθεί στη χαμηλότερη τάξη προσέγγισης με ασθενή αλληλεπίδραση φορτισμένου ρεύματος, ενώ η διάσπαση $D^+(\bar{d}c) \rightarrow K^0(d\bar{s}) + \pi^+(u\bar{d})$ δεν μπορεί.



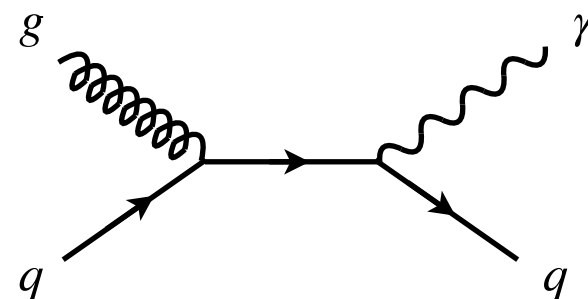
Η διάσπαση $D^0 \rightarrow K^+ + \pi^-$ περιλαμβάνει μόνο μια ανταλλαγή ενός μποζονίου W που χαρακτηρίζεται αλληλεπίδραση φορτισμένου ρεύματος.



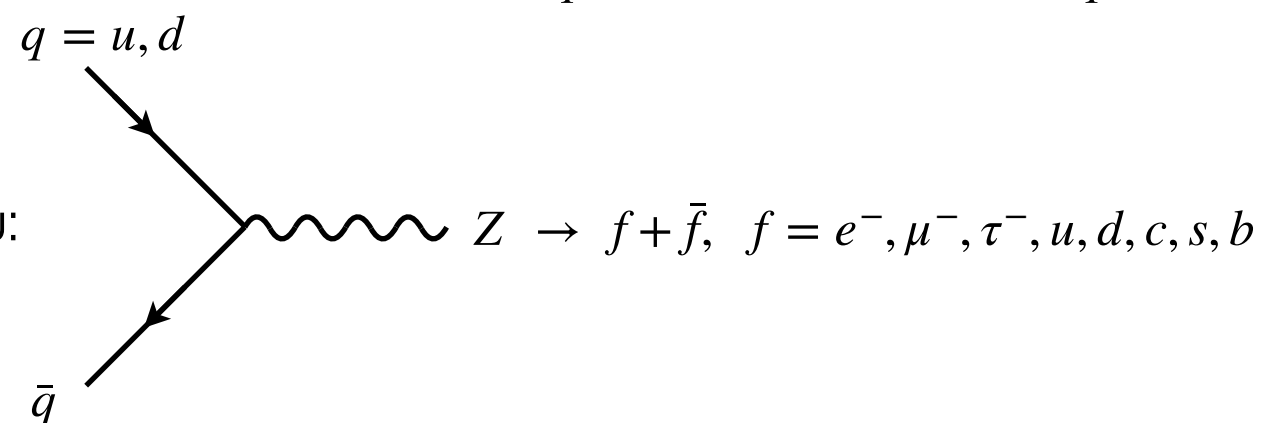
Η διάσπαση $D^+ \rightarrow K^0 + \pi^+$ απαιτεί επιπλέον και μια ταλάντωση $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$ που περιλαμβάνει δύο ακόμη ανταλλαγές μποζονίων W.

2.8 Σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης για τις ακόλουθες διεργασίες.

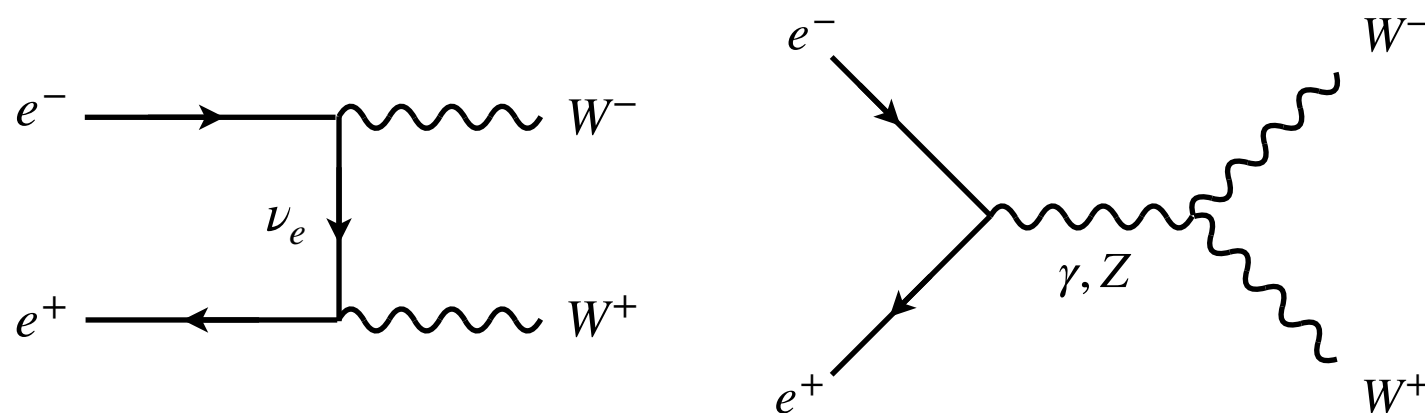
(a) Αλληλεπίδραση κουάρκ-γλουονίου για την παραγωγή ενός κουάρκ κι ενός φωτονίου:



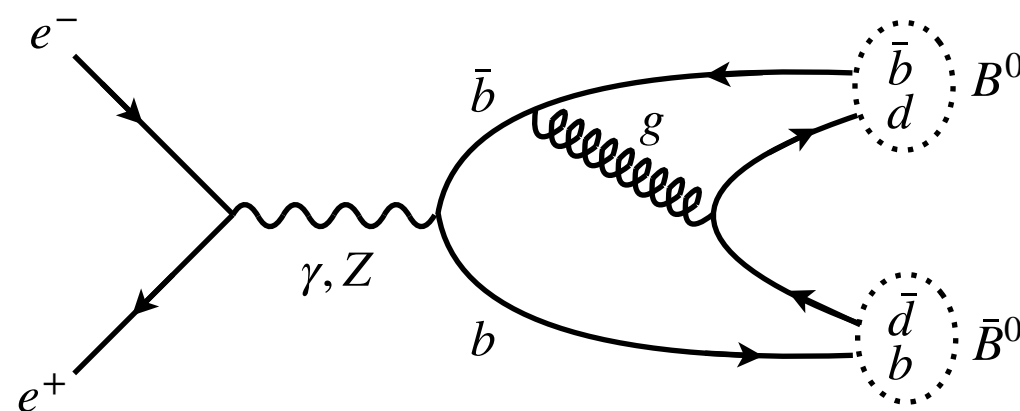
(b) Παραγωγή μποζονίου Z από κρούση πρωτονίου-αντιπρωτονίου:



(c) Εξαϋλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου με παραγωγή ζεύγους μποζονίων W:



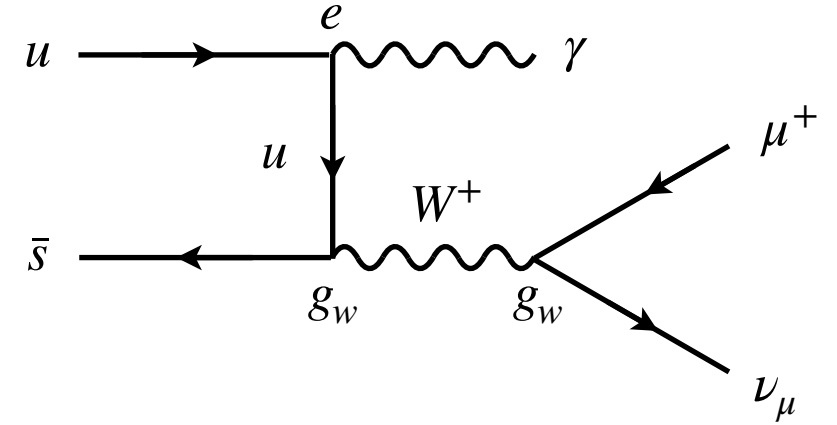
(d) Εξαϋλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου με παραγωγή ζεύγους ουδέτερων πυθμενικών μεσονίων:



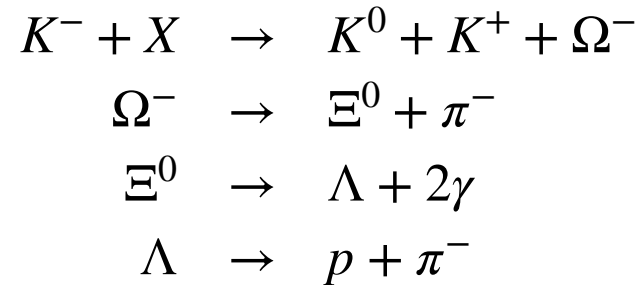
2.9 Σχεδιάστε το διάγραμμα Feynman χαμηλότερης τάξης για τη διάσπαση $K^+(u\bar{s}) \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma$ και εξάγετε την εξάρτηση του εύρους της διάσπασης από τις παραμέτρους σύζευξης.

$$\mathcal{M} \sim eg_w^2 \Rightarrow \Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma) \sim |\mathcal{M}|^2 \sim e^2 g_w^4 \sim \alpha G_F^2$$

$$e^2 = 4\pi\alpha \quad G_F = \frac{\sqrt{2}g_w^2}{8m_W^2}$$



2.10 Το βαρυόνιο Ω^- ανακαλύφθηκε σε αντιδράσεις όπως οι ακόλουθες:



(a) Βρείτε το ηλεκτρικό φορτίο και την παραδοξότητα του σωματιδίου X και προτείνετε την ταυτότητά του.

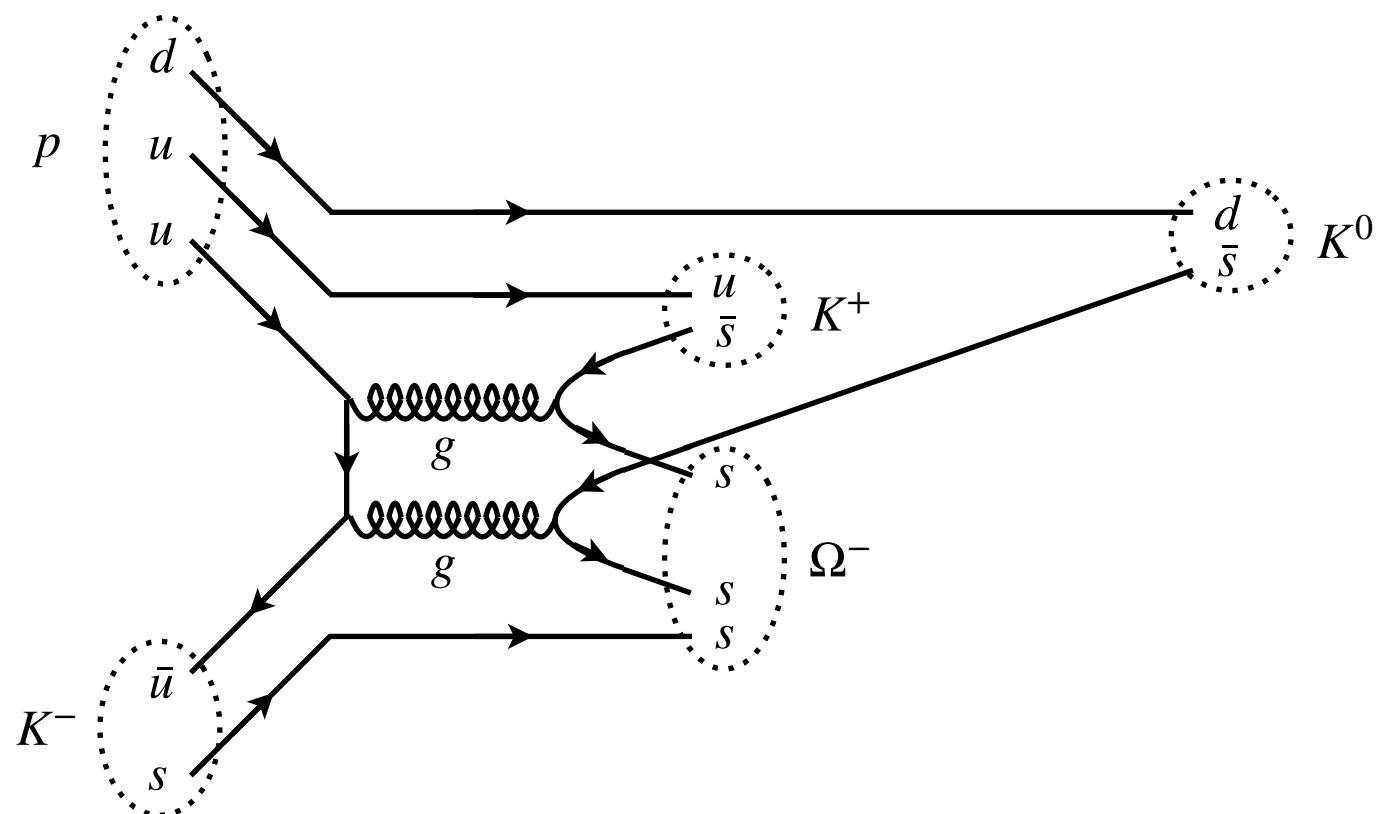
(b) Σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης για κάθε αντίδραση στην παραπάνω αλυσίδα παραγωγής και διάσπασης του Ω^- .

(a) Σε επίπεδο κουάρκ η παραγωγή του βαρυονίου Ω^- αναλύεται ως εξής:

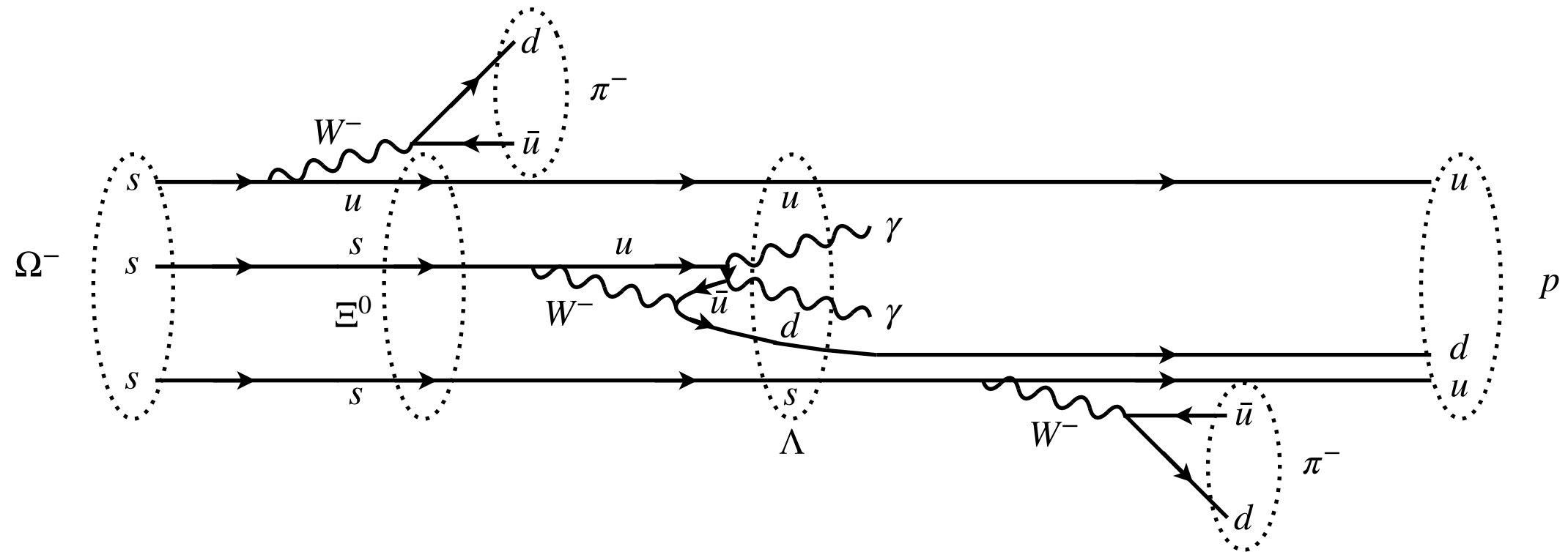
$$\begin{array}{rcccl}
 & K^- & + & X & \rightarrow & K^0 & + & K^+ & + & \Omega^- \\
 & \bar{u}s & & & & d\bar{s} & & u\bar{s} & & sss \\
 Q : & -1 & & & & 0 & & +1 & & -1 \\
 B : & 0 & & & & 0 & & 0 & & +1 \\
 S : & -1 & & & & +1 & & +1 & & -3
 \end{array}$$

Από τους τρεις κβαντικούς αριθμούς, το φορτίο Q και ο βαρυονικός αριθμός B πρέπει οπωσδήποτε να διατηρούνται, συνεπώς $Q=+1$ και $B=+1$. Οι επιλογές που μένουν για το X είναι το πρωτόνιο, το Δ^+ και το Σ^+ . Αλλά το Δ^+ και το Σ^+ έχουν χρόνους ζωής της τάξης των 10^{-23} sec και δεν προλαβαίνουν να αντιδράσουν με το καόνιο. Άρα το X πρέπει να είναι πρωτόνιο, δηλαδή $S=0$, οπότε και η παραδοξότητα διατηρείται.

(a) Διάγραμμα παραγωγής:



Διάγραμμα διάσπασης:



Εξηγήστε γιατί οι ενεργές διατομές (δηλαδή οι πιθανότητες) αλληλεπίδρασης σε μια ορισμένη ενέργεια είναι $\sigma(\pi^+n) \approx \sigma(\pi^-p)$ στη σκέδαση πιονίων από νουκλεόνια, αλλά $\sigma(K^+n) \neq \sigma(K^-p)$ στη σκέδαση καονίων από νουκλεόνια.

Οι αντιδράσεις πιονίου-νουκλεονίου διατηρούν την παραδοξότητα και συνεπώς πραγματοποιούνται με την ισχυρή αλληλεπίδραση, έχοντας τους ίδιους **ολικούς** κβαντικούς αριθμούς ισοσπίν και υπερφορτίου:

	π^+	n	π^-	p
I	1	1/2	1	1/2
I_3	+1	-1/2	-1	+1/2
(I, I_3)	(1/2, + 1/2)		(1/2, - 1/2)	
	ή	(3/2, + 1/2)	ή	(3/2, - 1/2)
S	0	0	0	0
B	0	+1	0	+1
Y	+1		+1	

Οι αντιδράσεις πιονίου-νουκλεονίου **δεν** διατηρούν την παραδοξότητα και συνεπώς πραγματοποιούνται με την ασθενή αλληλεπίδραση, έχοντας τον ίδιο **ολικό** κβαντικό αριθμό ισοσπίν αλλά διαφορετικό **ολικό** κβαντικό υπερφορτίου:

	K^+	n	K^-	p
I	1/2	1/2	1/2	1/2
I_3	+1/2	-1/2	-1/2	+1/2
(I, I_3)	(0,0)		(0,0)	
	ή	(1,0)	ή	(1,0)
S	+1	0	-1	0
B	0	+1	0	+1
Y	+2		0	

Τα μέλη της βαρυονικής δεκαπλής ($J^P=3/2^+$) διασπώνται συνήθως μετά από 10^{-23} sec σε ένα μέλος της βαρυονικής οκταπλής ($J^P=1/2^+$) και ένα ψευδοβαθμωτό μεσόνιο ($J^P=0^-$). Π.χ. $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$. Αυτές οι διασπάσεις γίνονται με την ισχυρή αλληλεπίδραση κι επομένως, εκτός από το ηλεκτρικό φορτίο, διατηρούν και την παραδοξότητα.

(α) Γράψτε όλους τους τρόπους διάσπασης των βαρυονίων $\Delta^-(3/2^+)$, $\Sigma^+(3/2^+)$ και $\Xi^-(3/2^+)$ και αιτιολογήστε τον κάθε τρόπο.

(β) Ελέγξτε ποιες από τις διασπάσεις που προτείνετε στο ερώτημα **(α)** είναι ενεργειακά επιτρεπτές.

Οι μάζες (σε MeV) και τα λοιπά χαρακτηριστικά βαρυονίων και ψευδοβαθμωτών μεσονίων (παραδοξότητα, ισοσπίν, περιεχόμενο γεύσεων) δίνονται στους ακόλουθους πίνακες.

Βαρυονική δεκάδα

$J^P = 3/2^+$	S	I	Μέλη
$\Delta(1232)$ <i>ddd, udd, uud, uuu</i>	0	3/2	4 $\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$
$\Sigma(1384)$ <i>dds, uds, uus</i>	-1	1	3 $\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+$
$\Xi(1533)$ <i>dss, uss</i>	-2	1/2	2 Ξ^-, Ξ^0
$\Omega(1672)$ <i>sss</i>	-3	0	1 Ω^-

Βαρυονική οκτάδα

$J^P = 1/2^+$	S	I	Μέλη
$N(939)$ <i>udd, uud</i>	0	1/2	2 n, p
$\Sigma(1193)$ <i>dds, uds, uus</i>	-1	1	3 $\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+$
$\Lambda(1116)$ <i>uds</i>	-1	0	1 Λ
$\Xi(1318)$ <i>dss, uss</i>	-2	1/2	2 Ξ^-, Ξ^0

Καταστάσεις ψευδοβαθμωτών μεσονίων

$J^P = 0^-$	S	I	I_3	quarks
$\pi^+(140)$	0	1	+1	$u\bar{d}$
$\pi^0(135)$	0	1	0	$(d\bar{d} - u\bar{u})/\sqrt{2}$
$\pi^-(140)$	0	1	-1	$d\bar{u}$
$K^+(494)$	+1	1/2	1/2	$u\bar{s}$
$K^0(498)$	+1	1/2	-1/2	$d\bar{s}$
$K^-(494)$	-1	1/2	-1/2	$\bar{u}s$
$\bar{K}^0(498)$	-1	1/2	1/2	$\bar{d}s$
$\eta(549)$	0	0	0	$(d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$
$\eta'(958)$	0	0	0	$(d\bar{d} + u\bar{u} + s\bar{s})/\sqrt{3}$

(α) Το βαρυόνιο $\Delta^-(3/2^+)$ έχει μηδενική παραδοξότητα και με την ισχυρή αλληλεπίδραση μπορεί να διασπαστεί μόνο σε τελικές καταστάσεις με επίσης μηδενική συνολική παραδοξότητα. Υπάρχουν δύο δυνατότητες:

- 1) $\Delta^-(ddd) \rightarrow n(udd) + \pi^-(d\bar{u})$ ($Q=-1=0-1$, $S=0=0+0$, παραγωγή $u\bar{u}$),
- 2) $\Delta^-(ddd) \rightarrow \Sigma^-(dds) + K^0(d\bar{s})$ ($Q=-1=-1+0$, $S=0=-1+1$, παραγωγή $s\bar{s}$).

Το βαρυόνιο $\Sigma^+(3/2^+)$ έχει παραδοξότητα -1 , οπότε μπορεί να διασπαστεί ισχυρά μόνο σε τελικές καταστάσεις με παραδοξότητα επίσης -1 . Υπάρχουν τρεις δυνατότητες:

- 3) $\Sigma_{3/2}^+(uus) \rightarrow \Sigma_{1/2}^+(uus) + \pi^0(d\bar{d} - u\bar{u})$ ($Q=+1=1+0$, $S=-1=-1+0$, παραγωγή $d\bar{d}$ ή $u\bar{u}$),
- 4) $\Sigma_{3/2}^+(uus) \rightarrow \Lambda(uds) + \pi^+(u\bar{d})$ ($Q=+1=0+1$, $S=-1=-1+0$, παραγωγή $d\bar{d}$),
- 5) $\Sigma_{3/2}^+(uus) \rightarrow p(uud) + \bar{K}^0(\bar{d}s)$ ($Q=+1=1+0$, $S=-1=0-1$, παραγωγή $d\bar{d}$).

Το βαρυόνιο $\Xi^-(3/2^+)$ έχει παραδοξότητα -2 , οπότε μπορεί να διασπαστεί ισχυρά μόνο σε τελικές καταστάσεις με παραδοξότητα επίσης -2 . Υπάρχουν και πάλι τρεις δυνατότητες:

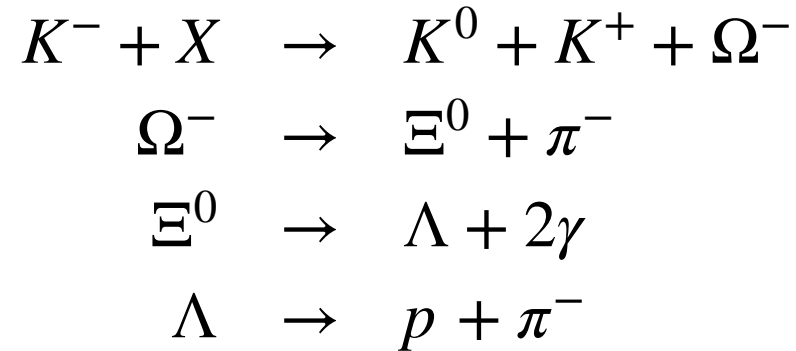
- 6) $\Xi_{3/2}^-(dss) \rightarrow \Xi_{1/2}^-(dss) + \pi^0(d\bar{d} - u\bar{u})$ ($Q=-1=-1+0$, $S=-2=-2+0$, παραγωγή $d\bar{d}$ ή $u\bar{u}$),
- 7) $\Xi_{3/2}^-(dss) \rightarrow \Sigma_{1/2}^-(dds) + \bar{K}^0(\bar{d}s)$ ($Q=-1=-1+0$, $S=-2=-2+0$, παραγωγή $d\bar{d}$),
- 8) $\Xi_{3/2}^-(dss) \rightarrow \Lambda(uds) + K^-(\bar{u}s)$ ($Q=-1=0-1$, $S=-2=-1-1$, παραγωγή $u\bar{u}$).

Σε όλες τις περιπτώσεις η διάσπαση γίνεται με παραγωγή ζεύγους κουάρκ-αντικουάρκ από ένα γλυνόνιο και αναδιάταξη των γεύσεων, δηλαδή η αλληλεπίδραση είναι όντως ισχυρή.

(β) Ενεργειακά επιτρεπτές είναι εκείνες οι διασπάσεις στις οποίες η μάζα M του μητρικού σωματιδίου είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των μαζών m_1+m_2 των θυγατρικών σωματιδίων. Για τις παραπάνω διασπάσεις,

- 1) $M=1232 \text{ MeV}, m_1+m_2=(939+140) \text{ MeV}=1079 \text{ MeV}$ (επιτρέπεται), $\Delta^-(ddd) \rightarrow n(udd) + \pi^-(d\bar{u})$
- 2) $M=1232 \text{ MeV}, m_1+m_2=(1193+498) \text{ MeV}=1691 \text{ MeV}$ (απαγορεύεται), $\Delta^-(ddd) \rightarrow \Sigma^-(dds) + K^0(d\bar{s})$
- 3) $M=1384 \text{ MeV}, m_1+m_2=(1193+135) \text{ MeV}=1328 \text{ MeV}$ (επιτρέπεται), $\Sigma_{3/2}^+(uus) \rightarrow \Sigma_{1/2}^+(uus) + \pi^0(d\bar{d} - u\bar{u})$
- 4) $M=1384 \text{ MeV}, m_1+m_2=(1116+140) \text{ MeV}=1256 \text{ MeV}$ (επιτρέπεται), $\Sigma_{3/2}^+(uus) \rightarrow \Lambda(uds) + \pi^+(u\bar{d})$
- 5) $M=1384 \text{ MeV}, m_1+m_2=(939+498) \text{ MeV}=1437 \text{ MeV}$ (απαγορεύεται), $\Sigma_{3/2}^+(uus) \rightarrow p(uud) + \bar{K}^0(\bar{d}s)$
- 6) $M=1533 \text{ MeV}, m_1+m_2=(1318+135) \text{ MeV}=1453 \text{ MeV}$ (επιτρέπεται), $\Xi_{3/2}^-(dss) \rightarrow \Xi_{1/2}^-(dss) + \pi^0(d\bar{d} - u\bar{u})$
- 7) $M=1533 \text{ MeV}, m_1+m_2=(1193+498) \text{ MeV}=1691 \text{ MeV}$ (απαγορεύεται), $\Xi_{3/2}^-(dss) \rightarrow \Sigma_{1/2}^-(dds) + \bar{K}^0(\bar{d}s)$
- 8) $M=1533 \text{ MeV}, m_1+m_2=(1116+494) \text{ MeV}=1610 \text{ MeV}$ (απαγορεύεται). $\Xi_{3/2}^-(dss) \rightarrow \Lambda(uds) + K^-(\bar{u}s)$

Το βαρυόνιο Ω^- ανακαλύφθηκε σε αντιδράσεις όπως οι ακόλουθες:



(α) Βρείτε το ηλεκτρικό φορτίο και την παραδοξότητα του σωματιδίου X και προτείνετε την ταυτότητά του.

(β) Προσδιορίστε το είδος της αλληλεπίδρασης που είναι υπεύθυνη για κάθε αντίδραση στην παραπάνω αλυσίδα παραγωγής και διάσπασης του Ω^- .

(α) Σε επίπεδο κουάρκ η παραγωγή του βαρυονίου Ω^- αναλύεται ως εξής:

	K^-	$+$	X	$\rightarrow$	K^0	$+$	K^+	$+$	Ω^-
	$\bar{u}s$				$d\bar{s}$		$u\bar{s}$		sss
Q :	-1				0		+1		-1
B :	0				0		0		+1
S :	-1				+1		+1		-3

Από τους τρεις κβαντικούς αριθμούς, το φορτίο Q και ο βαρυονικός αριθμός B πρέπει οπωσδήποτε να διατηρούνται, συνεπώς $Q=+1$ και $B=+1$. Οι επιλογές που μένουν για το X είναι το πρωτόνιο, το Δ^+ και το Σ^+ . Αλλά το Δ^+ και το Σ^+ έχουν χρόνους ζωής της τάξης των 10^{-23} sec και δεν προλαβαίνουν να αντιδράσουν με το καόνιο. Άρα το X πρέπει να είναι πρωτόνιο, δηλαδή $S=0$, οπότε και η παραδοξότητα διατηρείται.

(β) Εφόσον η παραδοξότητα διατηρείται, η παραγωγή του Ω^- γίνεται με την ισχυρή αλληλεπίδραση:

$$\begin{array}{ccccccc} K^- & + & p & \rightarrow & K^0 & + & K^+ & + & \Omega^- \\ \bar{u}s & & uud & & d\bar{s} & & u\bar{s} & & sss \end{array} \quad (u\bar{u} \rightarrow gg \rightarrow s\bar{s} s\bar{s}) \quad \text{ισχυρή}$$

Για τις συνακόλουθες διασπάσεις:

$$\begin{array}{ccccc} \Omega^- & \rightarrow & \Xi^0 & + & \pi^- \\ sss & & uss & & d\bar{u} \end{array} \quad (s \rightarrow u + W^- \rightarrow u + d\bar{u}) \quad \text{ασθενής}$$

$$\begin{array}{ccccc} \Xi^0 & \rightarrow & \Lambda & + & 2\gamma \\ uss & & uds & & \end{array} \quad (s \rightarrow u + W^- \rightarrow u + d\bar{u} \rightarrow d + 2\gamma) \quad \text{ασθενής} + \text{H/M}$$

$$\begin{array}{ccccc} \Lambda & \rightarrow & p & + & \pi^- \\ uds & & uud & & d\bar{u} \end{array} \quad (s \rightarrow u + W^- \rightarrow u + d\bar{u}) \quad \text{ασθενής}$$

Θεωρήστε την αλυσίδα διασπάσεων

$$X_0 \rightarrow X_1 + X_2 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu + \pi^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

και υποθέστε ενεργές μόνο τις 3 ελαφρότερες γεύσεις κουάρκ.

α. (50%) Προτείνετε τη δομή των τριών σωματιδίων $X_{0,1,2}$ και ταυτοποιήστε τις αλληλεπιδράσεις που είναι υπεύθυνες για την αλυσίδα διασπάσεων.

α. Οι διασπάσεις $X_1 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$ και $X_2 \rightarrow \pi^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$ είναι ηλεκτρικά συζυγείς. Συνεπώς το X_2 πρέπει να είναι το αντισωματίδιο του X_1 . Εξάλλου, η παρουσία του ζεύγους μιονίου-νετρίνου υποδηλώνει την παρουσία ενός μποζονίου W^+ στη διάσπαση του X_1 κι ενός W^- στη διάσπαση του X_2 , άρα αυτά τα δύο σωματίδια διασπώνται με την ασθενή αλληλεπίδραση.

Οι δύο αυτές διασπάσεις είναι λοιπόν συμμετρικές, οπότε μελετάμε μόνο την $X_1 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$. Το ουδέτερο πιόνιο είναι μίγμα καταστάσεων $u\bar{u}$ και $d\bar{d}$. Εφόσον υποθέτουμε ενεργές μόνο τις ελαφρότερες γεύσεις u, d, s , θεωρούμε το πιόνιο σε μια αμιγή κατάσταση $u\bar{u}$, ώστε το φορτίο της επάνω γεύσης να μπορεί να συνδυαστεί με το αντίθετο φορτίο μιας από τις δύο κάτω γεύσεις και να εξισορροπήσει το φορτίο του μποζονίου W^+ . Επομένως, το κουάρκ u πρέπει αρχικά να συνδυάζεται με ένα αντικουάρκ κάτω γεύσης, το οποίο θα διασπαστεί σε ένα αντικουάρκ $\bar{u}$ κι ένα μποζόνιο W^+ , σχηματίζοντας το π^0 και το ζεύγος $\mu^+ \bar{\nu}_\mu$ στην τελική κατάσταση. Το αρχικό αντικουάρκ κάτω γεύσης δεν μπορεί να είναι $\bar{d}$, γιατί τότε το X_1 θα είχε δομή $u\bar{d}$, δηλαδή θα ήταν ένα π^+ που δεν έχει αρκετή μάζα για να διασπαστεί σε $\pi^0 \mu^+ \nu_\mu$. Άρα το αρχικό αντικουάρκ κάτω γεύσης πρέπει να είναι $\bar{s}$, οπότε το X_1 έχει δομή $u\bar{s}$, δηλαδή είναι ένα μεσόνιο K^+ και συνεπώς το X_2 είναι ένα μεσόνιο K^- με δομή $\bar{u}s$. $K^+ = u\bar{s} \rightarrow u + \bar{u}W^+ \rightarrow u\bar{u} + W^+ = \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$

Το X_0 πρέπει να περιέχει τα δύο παράδοξα κουάρκ που διανέμονται στα δύο καόνια με τη διάσπαση $X_0 \rightarrow K^+ K^-$. Αφού λοιπόν περιέχει ένα ζεύγος κουάρκ-αντικουάρκ, πρέπει να είναι ένα μεσόνιο με δομή $s\bar{s}$. Το μεσόνιο αυτό υπάρχει και είναι το φ με μάζα 1020 MeV. Η διάσπασή του σε δύο καόνια είναι ενεργειακά επιτρεπτή και μπορεί να γίνει μέσω ενός γλουονίου που διακλαδίζεται σε ένα ζεύγος $u\bar{u}$, με τα δύο επάνω κουάρκ να συνδυάζονται στη συνέχεια με τα δύο παράδοξα κουάρκ και να σχηματίζουν τα δύο καόνια. Άρα η διάσπαση του φ γίνεται (κυρίως) με την ισχυρή αλληλεπίδραση.

$$\varphi = s\bar{s} \rightarrow s\bar{s} + g \rightarrow s\bar{s} + u\bar{u} \rightarrow u\bar{s} + \bar{u}s = K^+ + K^-$$

Δίνεται η αντίδραση



στην οποία δύο άγνωστα αλλά σταθερά αδρόνια x_1 και x_2 συγκρούονται και παράγουν πέντε νέα άγνωστα αδρόνια $y_1, \dots, y_5$. Η αρχική κατάσταση έχει κβαντικούς αριθμούς ισοσπίν και παραξενιάς $(I, I_3, S) = (1, +1, 0)$, ενώ η τελική κατάσταση έχει τους κβαντικούς αριθμούς $(I, I_3, S) = (2, 0, +2)$.

α. (50%) Προτείνετε τις ταυτότητες των αδρονίων που συμμετέχουν στην αντίδραση.

α. Από την τριγωνική ανισότητα $|I(x_1) - I(x_2)| \leq I \leq I(x_1) + I(x_2)$ και τη συνθήκη $I_3 = I_3(x_1) + I_3(x_2) \leq I$, το ισοσπίν (I, I_3) της αρχικής κατάστασης είναι συμβατό μόνο με την επιλογή $I(x_1) = I(x_2) = 1/2$, $I_3(x_1) = I_3(x_2) = +1/2$ που για σταθερά αδρόνια $x_{1,2}$ σημαίνει ότι και τα δύο είναι πρωτόνια. Αυτή η επιλογή είναι αποκλειστική (δεν υπάρχει άλλη).

Στην τελική κατάσταση μπορούμε να υποθέσουμε ότι έχουμε πάλι δύο νουκλεόνια $y_{1,2}$ όπως στην αρχική, ώστε να διατηρείται ο βαρυονικός αριθμός, τα οποία έχουν συνολικό ισοσπίν $1/2$ το καθένα και συνεπώς, από την τριγωνική ανισότητα, έχουν μαζί και τα δύο συνολικό ισοσπίν 0 ή 1 . Για να πάμε σε συνολικό ισοσπίν 2 που δίνεται στην εκφώνηση, μπορούμε να υποθέσουμε τα δύο νουκλεόνια να βρίσκονται στην κατάσταση $(I, I_3) = (1, 0)$ ή $(0, 0)$, δηλαδή το ένα είναι πρωτόνιο με $I_3 = +1/2$ και το άλλο νετρόνιο με $I_3 = -1/2$, και μετά να επιλέξουμε ένα τρίτο αδρόνιο με $(I, I_3) = (1, -1)$. Ένα τέτοιο αδρόνιο είναι το αρνητικό πιόνιο, οπότε $y_3 = \pi^-$. Με αυτές τις επιλογές, η σύνθεση του ισοσπίν μέσω της τριγωνικής ανισότητας ανάμεσα στο ισοσπίν του ζεύγους νουκλεονίων και το ισοσπίν του πιονίου επιτρέπει τις καταστάσεις $(I, I_3) = (2, -1)$ ή $(1, -1)$. Επιπλέον έχουμε δύο ακόμη αδρόνια με άθροισμα τρίτων προβολών ισοσπίν $+1$, ώστε η συνολική τρίτη προβολή ισοσπίν της τελικής κατάστασης να είναι 0 , τα οποία φέρουν συνολικά δύο μονάδες παραξενιάς που λείπουν από την αρχική κατάσταση. Οι συνθήκες αυτές ικανοποιούνται υποθέτοντας αυτά τα αδρόνια να είναι δύο θετικά καόνια, οπότε $y_4 = y_5 = K^+$. Το ισοσπίν των δύο καονίων μαζί μπορεί να είναι 0 ή 1 , οπότε η τριγωνική ανισότητα ανάμεσα στο ισοσπίν του ζεύγους καονίων και το ισοσπίν των αδρονίων $y_{1,2,3}$ επιτρέπει το συνολικό ισοσπίν της τελικής κατάστασης να πάρει την τιμή 2 . Άρα μια αντίδραση με αρχική και τελική κατάσταση που έχουν τους δοσμένους κβαντικούς αριθμούς, οι οποίοι επιβάλλουν και διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου, είναι η ακόλουθη:

$$p + p \rightarrow p + n + \pi^- + 2K^+.$$

Προφανώς, αντίθετα με την αρχική κατάσταση, η επιλογή της τελικής κατάστασης δεν είναι μονοσήμαντη. Π.χ. η ακόλουθη αντίδραση είναι επίσης αποδεκτή:

$$p + p \rightarrow n + n + \pi^0 + 2K^+.$$

Στην Κλασσική Φυσική, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε μια περιοχή όγκου V περιγράφεται από την επαλληλία των ‘κανονικών τρόπων’ ταλάντωσης του διανυσματικού δυναμικού $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{2c\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} [\mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^*(t)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}]$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{2\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k} \times [\mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^*(t)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}],$$

όπου η κυκλική συχνότητα $\omega_{\mathbf{k}}$ και το κυματοδιάνυσμα $\mathbf{k}$ ενός τρόπου ταλάντωσης συνδέονται με τη σχέση

$$\mathbf{k} = \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{c} \hat{\mathbf{k}} \quad \hat{\mathbf{k}}^2 = 1.$$

Στην Κβαντική Φυσική, κάθε τρόπος ταλάντωσης ερμηνεύεται ως ένα φωτόνιο με ενέργεια $E = \hbar\omega_{\mathbf{k}}$ και ορμή $\mathbf{p}_{\mathbf{k}} = \hbar\mathbf{k}$, έτσι ώστε

$$\mathbf{p}_{\mathbf{k}} = \frac{E_{\mathbf{k}}}{c} \hat{\mathbf{k}},$$

και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο περιγράφεται από την επαλληλία φωτονίων που συνεπώς χαρακτηρίζονται ‘φορείς’ της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης. Αυτή η σωματιδιακή εικόνα της αλληλεπίδρασης έχει γενική ισχύ τόσο για τα μικροσκοπικά όσο και για τα μακροσκοπικά φαινόμενα. Περιγράψτε τα φωτόνια που ανταλλάσσουν δύο ηλεκτρικά φορτία σε ηρεμία, καθώς και τα φωτόνια που ανταλλάσσουν δύο μόνιμοι μαγνήτες σε ηρεμία.

Το πεδίο αλληλεπίδρασης δύο φορτίων σε ηρεμία είναι αμιγώς ηλεκτρικό, άρα στο ανάπτυγμα του μαγνητικού πεδίου σε κανονικούς τρόπους όλα τα κυματοδιανύσματα πρέπει να μηδενίζονται. Συνεπώς οι ορμές όλων των φωτονίων στην κβαντική περιγραφή της αλληλεπίδρασης πρέπει επίσης να μηδενίζονται. Επομένως όλα τα φωτόνια πρέπει να είναι εικονικά με τετραγωνικές μάζες $[(E_{\mathbf{k}}/c)^2 - \mathbf{p}_{\mathbf{k}}^2]/c^2 = E_{\mathbf{k}}^2/c^4 > 0$. Δηλαδή όλα είναι χρονοειδή εικονικά φωτόνια. Το πεδίο αλληλεπίδρασης δύο μόνιμων μαγνητών σε ηρεμία είναι αμιγώς μαγνητικό, άρα στο ανάπτυγμα του ηλεκτρικού πεδίου σε κανονικούς τρόπους όλες οι κυκλικές συχνότητες πρέπει να μηδενίζονται. Συνεπώς οι ενέργειες όλων των φωτονίων στην κβαντική περιγραφή της αλληλεπίδρασης πρέπει επίσης να μηδενίζονται. Επομένως όλα τα φωτόνια πρέπει να είναι πάλι εικονικά, αλλά με τετραγωνικές μάζες $[(E_{\mathbf{k}}/c)^2 - \mathbf{p}_{\mathbf{k}}^2]/c^2 = -\mathbf{p}_{\mathbf{k}}^2/c^2 < 0$. Δηλαδή τώρα όλα είναι χωροειδή εικονικά φωτόνια.