Μηχανική ρευστών

Τι είναι ρευστά

- Σε αντίθεση με ένα στερεό σώμα, το ρευστό μπορεί να ρέει.

- Το ρευστό προσαρμόζεται στα όρια οποιουδήποτε δοχείου τα βάλουμε και παίρνει το σχήμα του. Αυτό γίνεται γιατί δεν μπορεί να αντιταχθεί σε δύναμη που είναι εφαπτόμενη στην επιφάνειά του (ή διαφορετικά δεν μπορεί να εξισορροπήσει οποιαδήποτε διατμητική τάση).

- Ένα ρευστό μπορεί να ασκήσει δύναμη κάθετη στην επιφάνειά του

Υδροστατική: μελέτη των ρευστών σε ηρεμία
Δυναμική των ρευστών (ρευστοδυναμική): μελέτη της κίνησης των ρευστών

Τι είναι ρευστά

Χρησιμοποιούμε τον όρο «ρευστό» τόσο για τα υγρά όσο και για τα αέρια

Τα **υγρά** είναι συνεκτικά: Τα μόρια των ρευστών είναι κοντά μεταξύ τους, έτσι ώστε να ασκούν ελκτικές δυνάμεις το ένα στο άλλο, οπότε μπορούν να τείνουν να παραμένουν μαζί (δηλαδή να διατηρούν τη συνοχή τους). Διατηρούν τον όγκο τους	Τα **αέρια** δεν είναι συνεκτικά: Τα μόρια ενός αερίου απέχουν μεταξύ τους αποστάσεις μεγαλύτερες από τις διαστάσεις ενός μορίου. Επομένως, οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων είναι ασθενείς, η συνοχή είναι πολύ ασθενής ή και ανύπαρκτη, Μπορούν εύκολα να μεταβάλουν τον όγκο τους

Πυκνότητα και πίεση

Πυκνότητα

Ορισμός: $\rho = \dfrac{\Delta m}{\Delta V}$

Ομογενής Πυκνότητα: $\rho = \dfrac{m}{V}$

Μονάδα στο S.I. : $1kg/m^3$

Πίεση

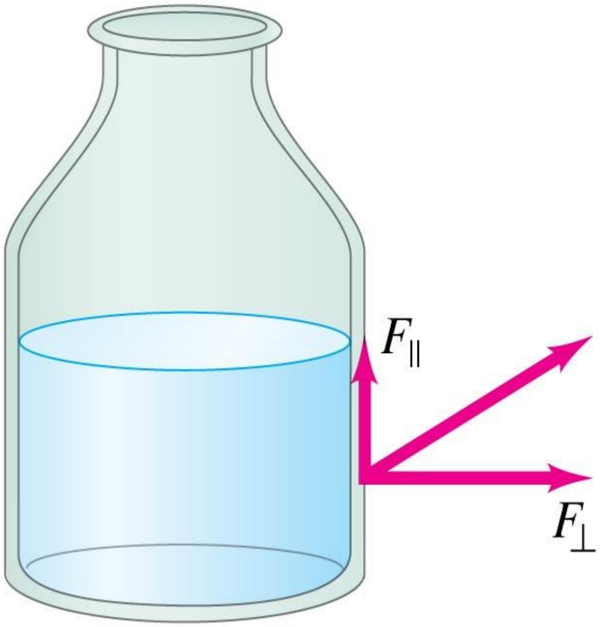
Ορισμός: $p = \dfrac{\Delta F}{\Delta A}$

Κάθετη δύναμη σε επίπεδη επιφάνεια: $p = \dfrac{F}{A}$

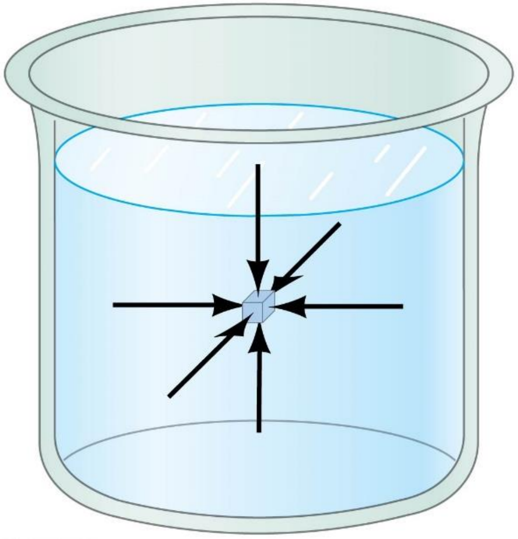
Μονάδα στο S.I. : $1N/m^2 = 1Pa$ (Pascal)

Βαθμωτό μέγεθος ανεξάρτητο του προσανατολισμού της επιφανειας

Για ρευστό σε ηρεμία, δεν υπάρχει συνιστώσα της δύναμης παράλληλη στην επιφάνεια που να ασκεί πίεση

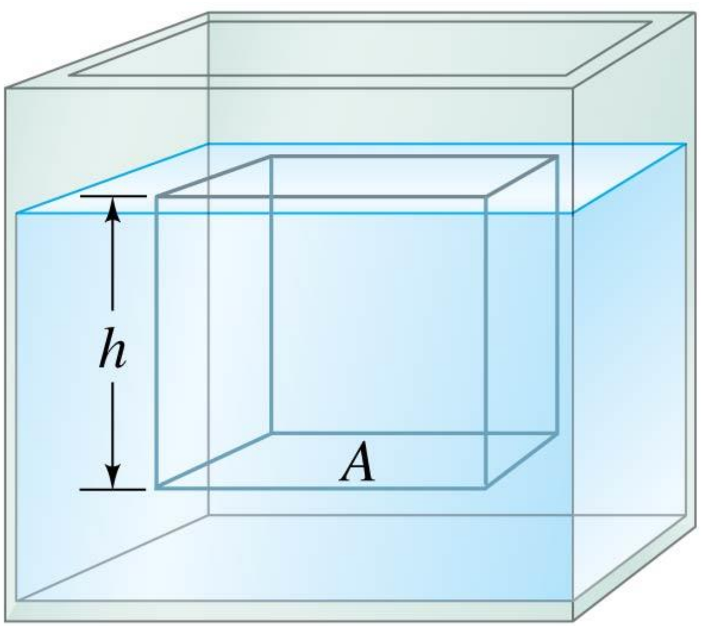


Η πίεση είναι ίδια σε κάθε σημείο του ρευστού που ηρεμεί



Πίεση στα ρευστά

Η πίεση σε βάθος *h* από την επιφάνεια του ρευστού οφείλεται στο βάρος του υγρού πάνω από αυτό.



$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho A h g}{A}$$

$$\boxed{P = \rho g h.}$$

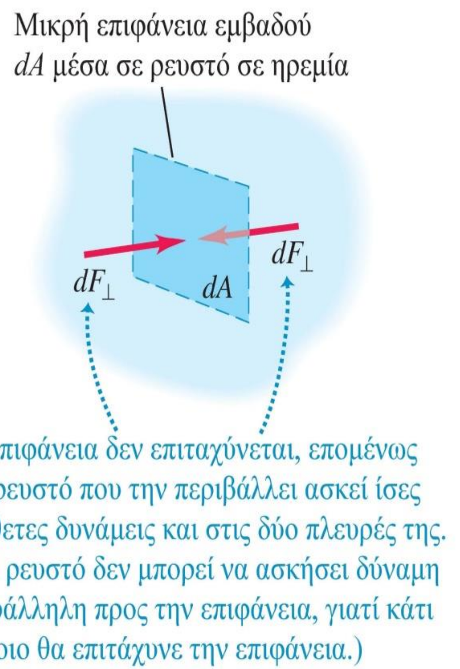
Αυτή η σχέση ισχύει όταν η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται

Πίεση στα ρευστά

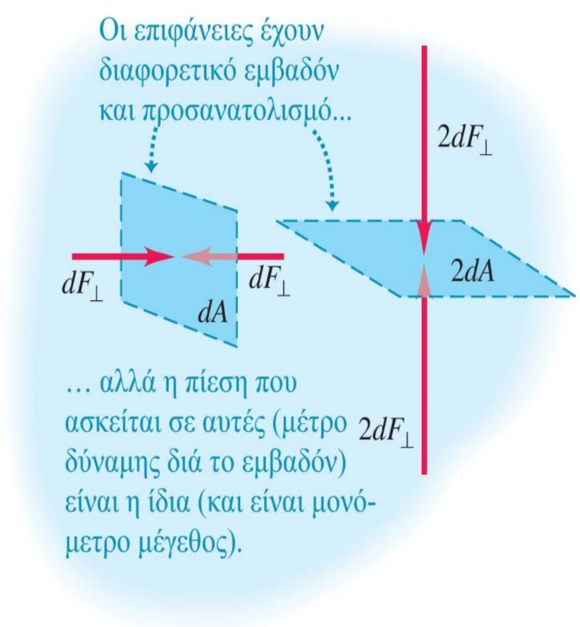
Δυνάμεις ασκούμενες σε μικρή επιφάνεια στο εσωτερικό ρευστού σε ηρεμία.

Ορίζουμε την πίεση *p* ως την κάθετη δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας.

12.2 Δυνάμεις ασκούμενες σε μικρή επιφάνεια στο εσωτερικό ρευστού σε ηρεμία.



12.3 Η πίεση είναι βαθμωτό μέγεθος και έχει μονάδες newton ανά τετραγωνικό μέτρο. Αντιθέτως, η δύναμη είναι διάνυσμα και οι μονάδες της είναι newton.

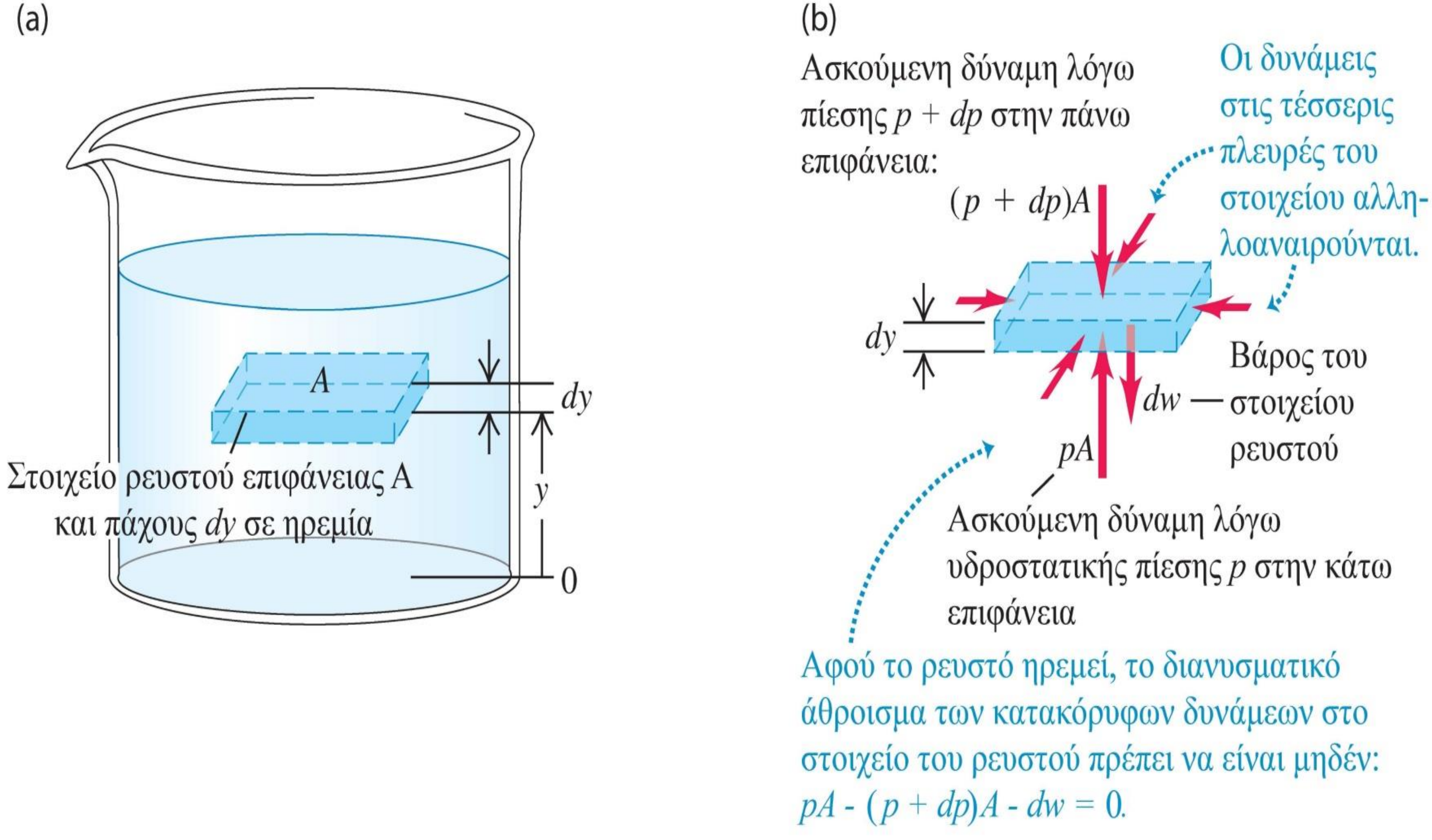


Διπλάσια δύναμη σε διπλάσια επιφανεια προκαλεί την ίδια πίεση

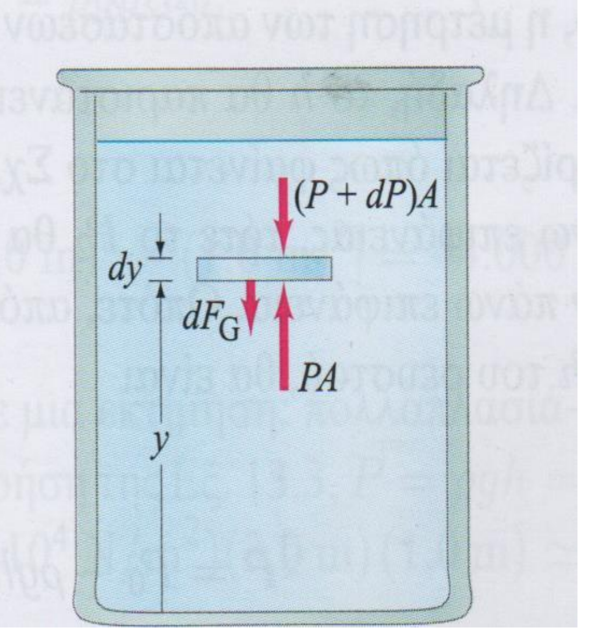
Δεν πρέπει να συγχέεται πίεση με δυναμη: στην καθημερινότητα μπορεί να έχουν παρόμοιο νόημα όμως στη μηχανική είναι διαφορετικές παράμετροι

Υδροστατική Πίεση: πίεση που ασκούν τα ρευστά σε ηρεμία

12.4 Δυνάμεις σε ένα στοιχείο ρευστού που ισορροπεί.



Θεωρούμε στοιχειώδη κύλινδρο κυλινδρικό όγκο ρευστού με μάζα dm με στοιχειώδη πάχος dy και εμβαδό A



Δυνάμεις που ασκούνται: 1) P.A στο κάτω μέρος του όγκου σε ύψος y από τον πυθμένα και
2) (P+dP)A στο πάνω μέρος του όγκου σε ύψος y+dy από τον πυθμένα
3) Βάρος

dF_g=(dm).g=ρ.g.dV=ρ.g.A. dy

Εφόσον το ρευστό ηρεμεί η συνισταμένη των δυνάμεων θα είναι 0.

PA-(P+dP) A-ρgAdy=0→ $\frac{dP}{dy} = -\rho g$

$$\int_{P1}^{p2} dP = -\int_{y1}^{y2} \rho.g.dy \rightarrow P2 - p1 = -\int_{y1}^{y2} \rho.g.dy$$

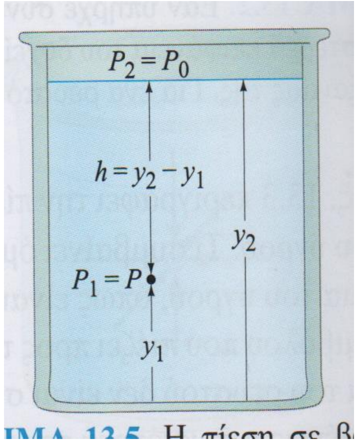
a) ρ=σταθερό
b) ρ μεταβάλλεται ανάλογα με την πίεση (πχ ατμόσφαιρα)

Υγρό ρ=σταθερό
$P_2=P_0$ (ατμ. Πίεση).

A) ρ=σταθερό (υγρά)

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho g h$$

$$p_0 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho g h \rightarrow$$
$$P = p_0 + \rho g h$$



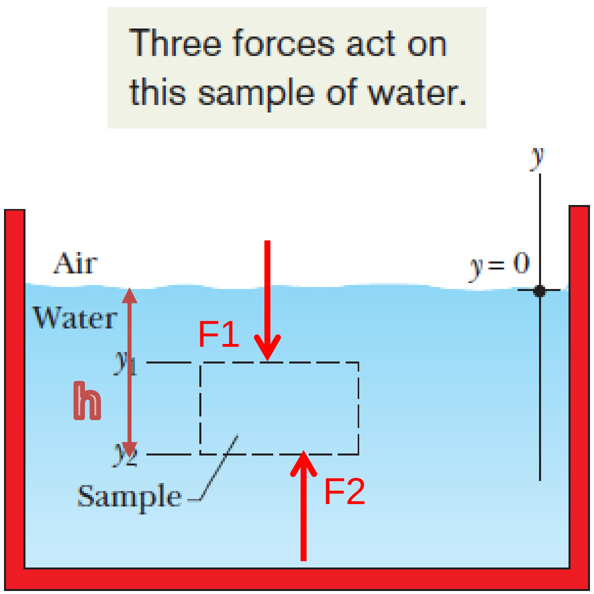
Αν p_2=p_0 η ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια του υγρού και p_1=p Η πίεση σε ένα σημείο σε βάθος h

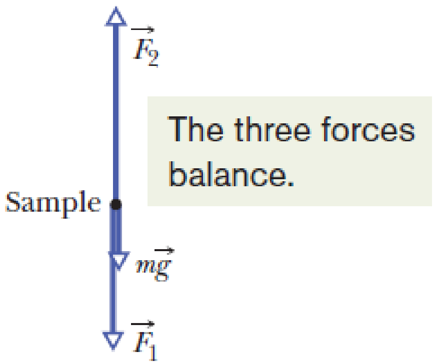
B) ρ μεταβάλλεται ανάλογα με την πίεση (όπως στην ατμόσφαιρα)

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$$

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g = -P\frac{\rho_0}{P_0}g \rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0}g\,dy \rightarrow$$
$$\int_{p_0}^{p}\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0}g\int_0^y dy \rightarrow \ln\frac{P}{P0} = -\frac{\rho_0}{P_0}gy$$
$$\rightarrow P = P_0 e^{-\left(\rho_0 \cdot \frac{g}{P0}\right)y}$$

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ





Ισορροπία δυνάμεων που ασκούνται σε ένα δείγμα του ρευστού κυλινδρικού σχήματος, με επιφάνεια βάσης A και πυκνότητα του ρευστού ρ (σταθερή):

$$F_1 + W = F_2$$

$$F_1 + W = F_2 \Rightarrow p_1 A + mg = p_2 A \Rightarrow p_1 A + A(y_2 - y_1)\rho g = p_2 A$$

$$\Downarrow$$

$$p_1 A + Ah\rho g = p_2 A \Rightarrow \boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$

Όπου h=το βάθος του σημείου ή διαφορετικά η απόσταση από την επιφάνεια

Υδροστατική Πίεση

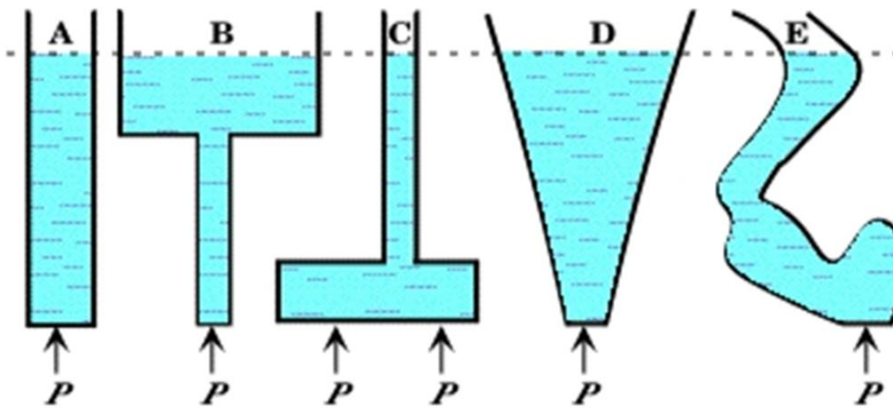
$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$

Η υδροστατική πίεση σε σημείο του ρευστού που βρίσκεται σε ισορροπία εξαρτάται **μόνο από το βάθος** του σημείου και όχι από την οριζόντια επιφάνεια του δοχείου.
Η πίεση επομένως μειώνεται όσο ανεβαίνουμε προς την επιφανεια του ρευστού ή διαφορετικά αυξάνει με το βάθος

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Όταν ένα ρευστό βρίσκεται σε στατική ισορροπία, η πίεση σε ένα σημείο του ρευστού εξαρτάται από το **βάθος** αυτού του σημείου **και όχι από κάποια οριζόντια διάσταση** του ρευστού ή του δοχείου.

$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$



Η υδροστατική πίεση σε οποιοδήποτε σημείο της βάσης των παραπάνω δοχείων, τα οποία περιέχουν το ίδιο ρευστό, είναι η ίδια και ανεξάρτητη του σχήματος του δοχείου ή του ανοίγματός των.

Ατμοσφαιρική Πίεση

Ατμοσφαιρική πίεση, p_a, είναι η πίεση της ατμόσφαιρας της Γης ή πιο συγκεκριμένα η πίεση που ασκεί στο έδαφος το βάρος της αέριας στήλης

Αλλες μονάδες της πίεσης κυρίως στη μετεωρολογία:

- $1\text{Pa}=1\frac{N}{m^2}$
- $1\text{bar}=10^5$ Pa
- 1 Millibar (mbar)=1 hectoPascal (hPa) = 100 Pa.
- 1mmHg=1 torr

Η κανονική ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας (μέση τιμή) είναι 1 ατμόσφαιρα (atm).

1 atm = 1,013 × 10^5 Pa = 1,013 bar = 1013 millibar

1 atm=760 torr

Διαφορική και ολική πίεση

Η διαφορά της ολικής από την ατμοσφαιρική πίεση σε ένα δοχείο καλείται συνήθως **διαφορική ή μανομετρική πίεση.**

Η ολική πίεση στο δοχείο καλείται **απόλυτη πίεση**.

Αν η απόλυτη πίεση είναι μικρότερη της ατμοσφαιρικής, τότε η διαφορική πίεση είναι αρνητική (παράδειγμα: θάλαμοι νοσηλείας αρνητικής (διαφορικής) πίεσης).

Πίεση στα λάστιχα του αυτοκινήτου: η πίεση στα λάστιχα πρέπει να ειναι μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής. Η διαφορά των πιέσεων μέσα και έξω θα είναι η διαφορική πίεση

Αρτηριακή πίεση είναι η διαφορική πίεση του αίματος

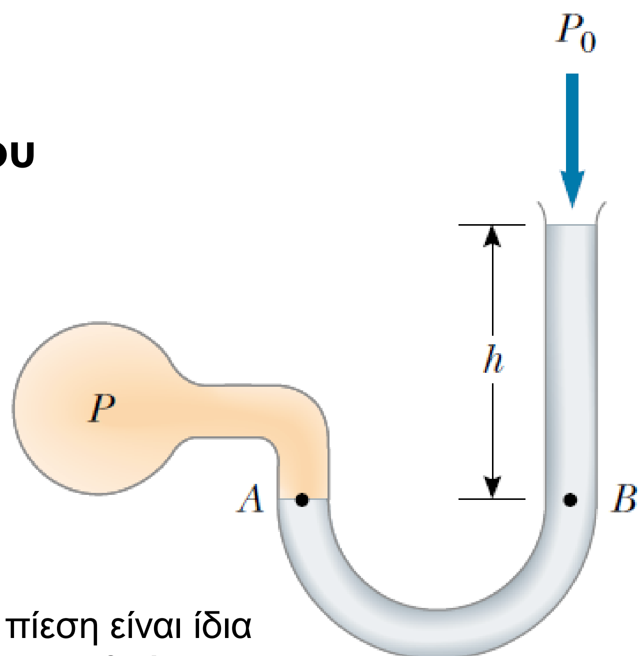
ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Δύο διαφορετικοί τύποι μανομέτρων για την μέτρηση σχετικής και απόλυτης πίεσης.

Δυο τύποι μανόμετρου

Μέτρηση της Πίεσης

Ανοιχτου τύπου



Η πίεση είναι ίδια στον πυθμένα του δοχείου

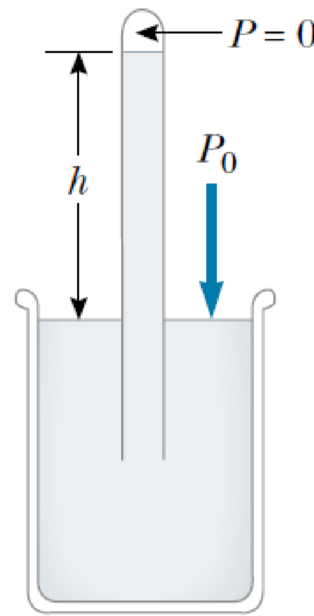
(a)

$$P = P_0 + \rho g h$$
$$P - P_0 = \rho g h$$

Μανομετρική πίεση (θετική ή αρνητική) ανάλογα με το αν $p>p_0$ ή $p<p_0$

Στην κορυφή του σωλήνα επικρατει σχεδον κενό

υδραργυρικό



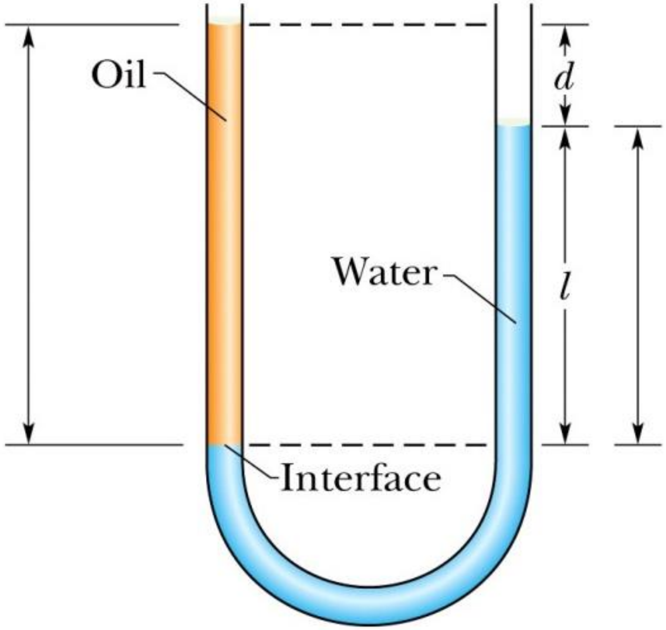
Η στάθμη στην οποία ανέρχεται ο υδράγυρος εξαρταται απο την ατμοσφαιρική πίεση που ασκειται στη λεκάνη

(b)

$$P_0 = \rho g h$$

Μέτρηση ατμοσφαιρικής πίεσης

Παράδειγμα



Ισορροπία διαφορετικών υγρών

Το λάδι στο αριστερό σκέλος φτάνει σε μεγαλύτερο ύψος από το νερό στο δεξιό σκέλος του «υοειδούς» σωλήνα, διότι το λάδι είναι λιγότερο πυκνό από το νερό ($\rho_\lambda < \rho_\nu$).

Και οι δύο στήλες των ρευστών δημιουργούν την ίδια πίεση p_{int} στο επίπεδο της διεπιφάνειας επειδή το νερό βρίσκεται σε στατική ισορροπία

Αριστερό σκέλος: $p_{int} = p_0 + \rho_\lambda g(l + d)$

Δεξιό σκέλος: $p_{int} = p_0 + \rho_\nu g l$

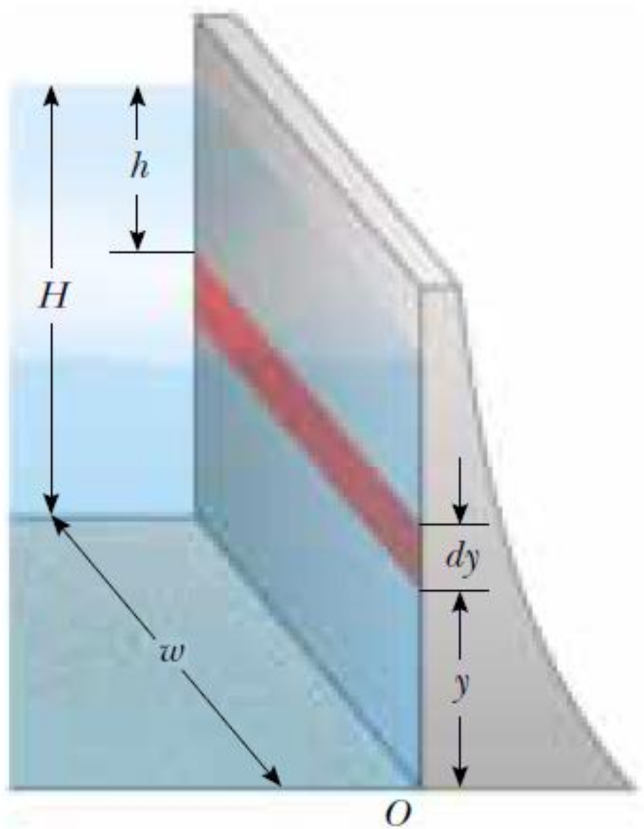
$$p_0 + \rho_\lambda g(l + d) = p_0 + \rho_\nu g l \Rightarrow \rho_\lambda (l + d) = \rho_\nu l \Rightarrow$$

$$\boxed{\rho_\lambda = \rho_\nu \frac{l}{l + d}}$$

Απαιτείται μεγαλύτερο ύψος λαδιού ώστε να ασκηθεί η ίδια πίεση στη βαση του σωλήνα επειδή $\rho_\lambda < \rho_\nu$

Το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο της ατμοσφαιρικής πίεσης p_0 !

Παράδειγμα



Υδάτινο Φράγμα

Υπολογισμός της ασκούμενης δύναμης σε φράγμα πλάτους w και ύψους H.

$$P = \rho g h = \rho g(H - y)$$

$$dF = P\,dA = \rho g(H - y)\,w\,dy$$

$$F = \int P\,dA = \int_0^H \rho g(H - y)\,w\,dy$$

$$\boxed{F = \frac{1}{2}\rho g w H^2}$$

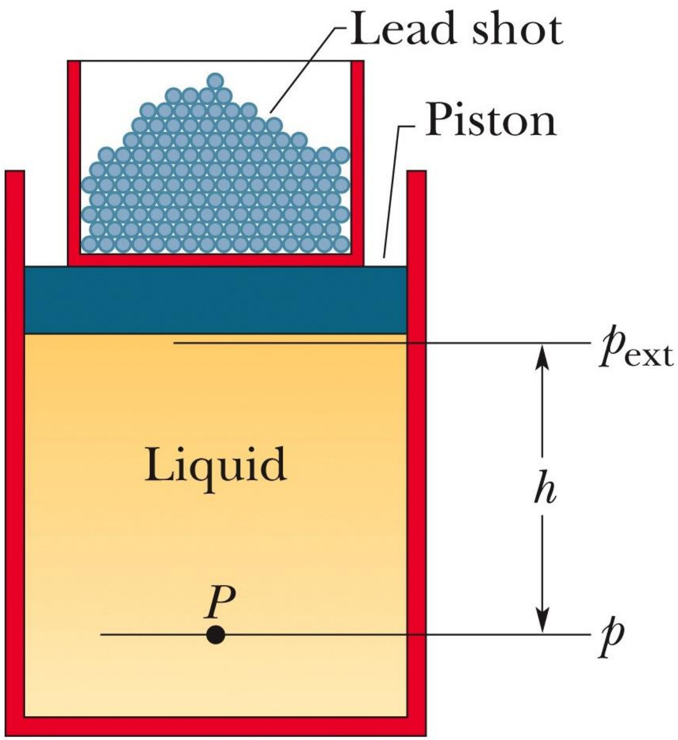
Η δυναμη που ασκείται στο φράγμα αυξάνει με το τετράγωνο του ύψους!

Υπολογισμός Μέσης Πίεσης

$$\boxed{p = \frac{1}{2}\rho g H}$$

A=H.w

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL



 halliday_9e_fig_14_07

Μεταβολή της πίεσης που εφαρμόζεται σε ένα έγκλειστο ασυμπίεστο ρευστό μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε τμήμα του ρευστού και στα τοιχώματα του δοχείου.

$$p = p_{ext} + \rho g h$$

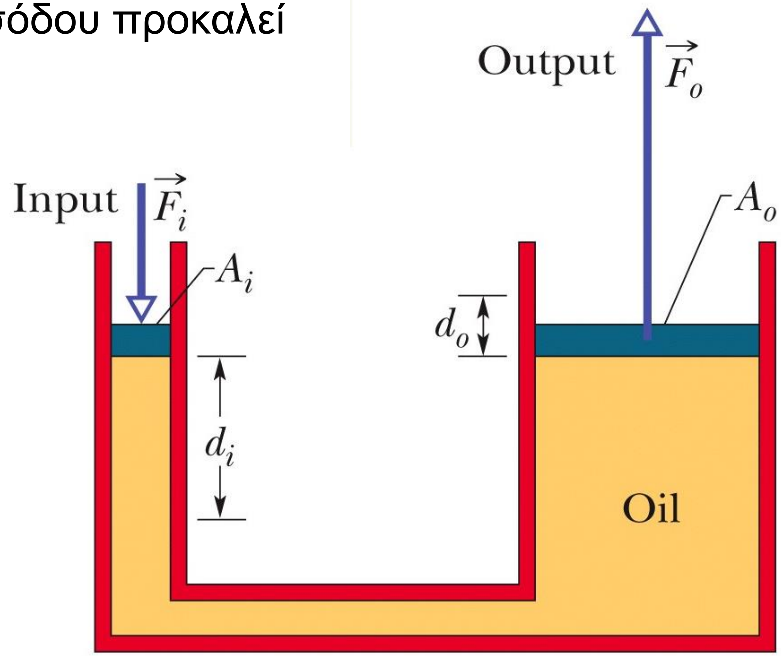
$$\boxed{\Delta p = \Delta p_{ext}}$$

Αν αυξήσουμε την p_{ext} κατά μια ποσότητα Δp_{ext} (προσθέτοντας για παράδειγμα σκάγια στο δοχείο), η μεταβολή της πίεσης στο σημείο P είναι η ίδια και **ανεξάρτητη από το βάθος h.**

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL

Μια μικρή δυναμη εισόδου προκαλεί

μια μεγάλη δυναμη εξόδου



ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΠΙΕΣΤΗΡΙΟ

Υδραυλική διάταξη που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μεγεθυνθεί η δύναμη F_i.

$$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{F_o = F_i \frac{A_o}{A_i}}$$

Μετακίνηση εμβόλου (ίδιος όγκος): $V = d_i A_i = d_o A_o \Rightarrow \boxed{d_o = d_i \frac{A_i}{A_o}}$

Παραγόμενο Έργο: $W_o = F_o d_o = \left(F_i \frac{A_o}{A_i}\right)\left(d_i \frac{A_i}{A_o}\right) = F_i d_i = W_i \Rightarrow \boxed{W_o = W_i}$

Αρχή του Pascal

Ισχύει όταν η πυκνότητα του ρευστού δεν μεταβάλλεται (ασυμπίεστο ρευστό)

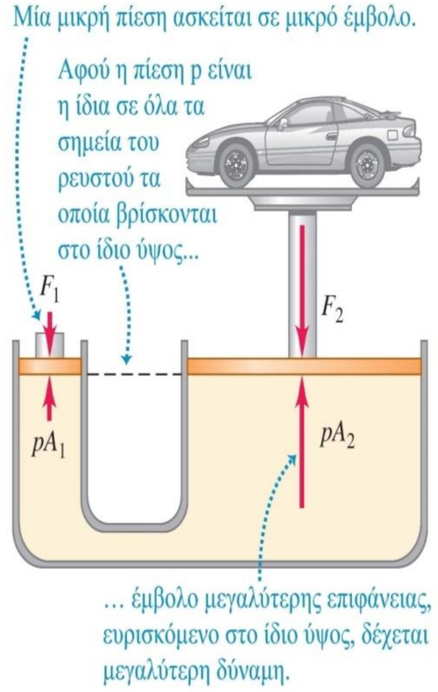
$$p = p_0 + \rho g h$$

Εφαρμογή της αρχής του Pascal:
Ο υδραυλικός ανυψωτής

ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL: Η πίεση η οποία ασκείται σε ρευστό περιορισμένο σε ένα δοχείο μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε σημείο του ρευστού και σε κάθε σημείο των τοιχωμάτων του δοχείου που το περιέχει.

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{και} \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1}F_1 \qquad (12.7)$$

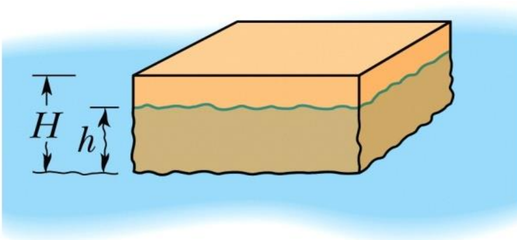
12.7 Ο υδραυλικός ανυψωτής είναι μια εφαρμογή του νόμου του Pascal. Το μέγεθος του δοχείου υγρού έχει μεγεθυνθεί για καλύτερη απεικόνιση.

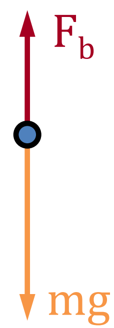


Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

ΑΝΩΣΗ

Σώμα πλήρως ή μερικώς βυθισμένο σε ρευστό δέχεται δύναμη **άνωσης F_b** (κατευθυνόμενη προς τα πάνω) ίση με το βάρος του εκτοπιζόμενου ρευστού.





$$\boxed{F_b = m_f\, g = V_f\, \rho_f\, g}$$

V_f: Βυθισμένος όγκος
ρ_f: Πυκνότητα ρευστού
ρ : Πυκνότητα σώματος

Όταν το σώμα επιπλέει: $\boxed{mg = F_b}$

$$mg = F_b \Rightarrow mg = m_f g \Rightarrow V\rho g = V_f\, \rho_f\, g \Rightarrow S H \rho g = S h \rho_f\, g \Rightarrow H\rho = h\rho_f$$

$$\Downarrow$$

Το ύψος του σώματος που είναι βυθισμένο

$$\boxed{h = H\frac{\rho}{\rho_f}}$$

Η άνωση δεν ισούται απαραίτητα με το βάρος του σώματος

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

Λόγω της άνωσης ένα σώμα βυθισμένο στο νερό φαίνεται να ζυγίζει λιγότερο απ’ ό,τι στον αέρα.

Φαινόμενο βάρος είναι η ένδειξη της ζυγαριάς ενός σώματος που βρίσκεται μέσα στο ρευστό λόγω άνωσης

Φαινόμενο βάρος=πραγματικό βάρος-μέτρο της άνωσης

αρχή του Αρχιμήδη:

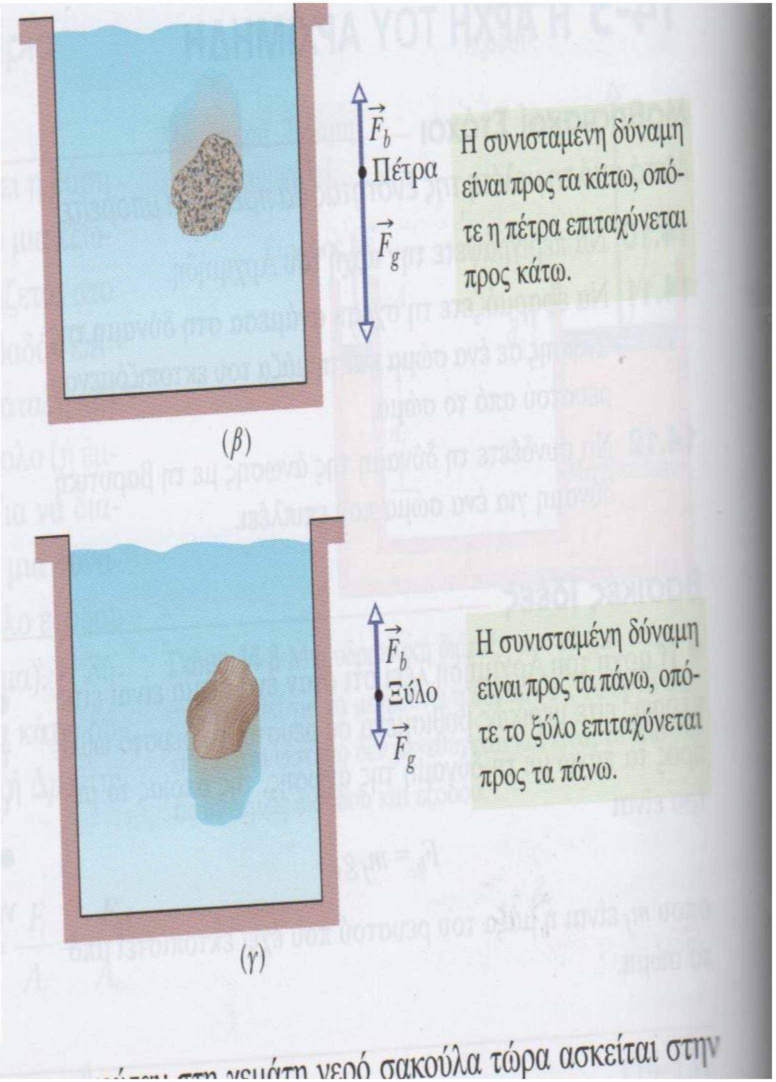
Οταν ένα σώμα εν μέρει ή εξολοκλήρου βυθισμένο σε ένα ρευστό, το ρευστό εξασκεί στο σώμα μια δύναμη προς τα πάνω που είναι ίση με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζεται απο το σώμα

$$\boxed{F_b = m_f\, g}$$

Όπου mf είναι η μάζα του ρευστου που εκτοπίζεται απο το σώμα

Όταν το
βάρος είναι
μεγαλύτερο
από την
άνωση το
σώμα
βυθίζεται

Όταν το βάρος
είναι
μικρότερο από
την άνωση το
σώμα
ανέρχεται



Ο ρόλος της άνωσης

Αν το σώμα έχει $\rho<\rho_{f,}$ τότε η συνισταμένη δύναμη θα το ανεβάσει στην επιφάνεια μέχρι να ισορροπήσει με ένα μέρος του να είναι βυθισμένο στο νερό και το υπόλοιπο εκτός νερού

Παράδειγμα

ρ_f=1000kg/m^3 (πυκνότητα νερού)

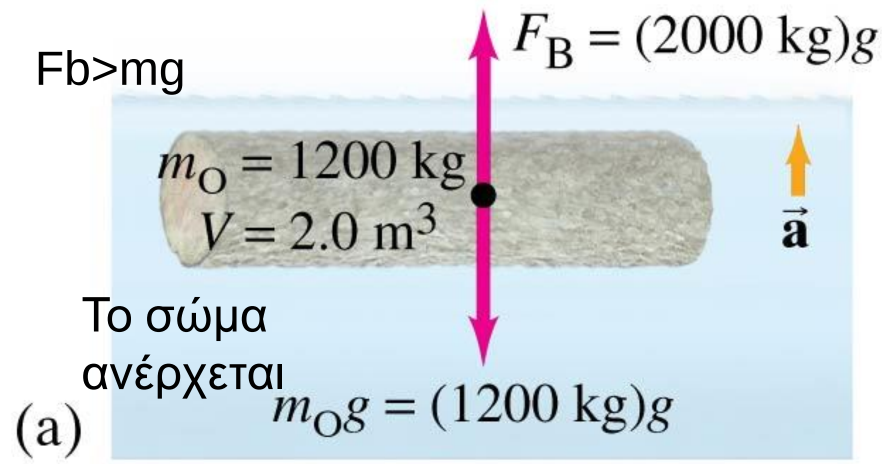
m (ξύλου) =1200 kg

V (ξύλου)=2 m^3

mg=1200 g

Fb=ρf.V.g=1000x2 g=2000g

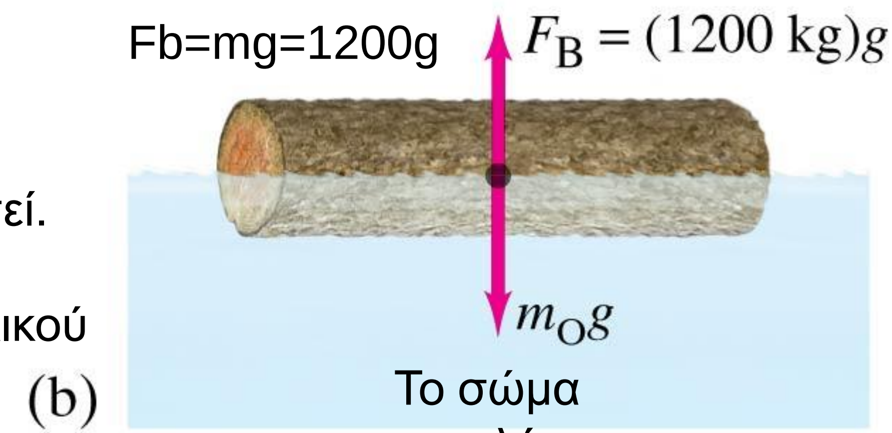
Fb>mg



(a)

Το σώμα ανέρχεται

Fb=mg=1200g



(b)

Το σώμα επιπλέει

Το ξύλο ισορροπεί όταν Fb=mg και εκτοπίζονται 1200 kgr νερού δηλαδή όταν όγκος του σώματος ίσος με 1,2 m^3 βυθιστεί.

Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στο 60%του συνολικού όγκου του σώματος

Ο ρόλος της άνωσης

Γενικά όταν υπάρχει ισορροπία:

$$F_b = mg \implies \rho_f . V_f . g = \rho_0 . V_o . g \implies \frac{Vf}{V0} = \frac{\rho_0}{\rho_f}$$

Όπου V_f=όγκος του υγρού που εκτοπίζεται =ο όγκος του σώματος που βυθίζεται

Αρα: **το ποσοστό του βυθισμένου τμήματος του σώματος δίνεται από το λόγο της πυκνότητας του σώματος προς την πυκνότητα του ρευστού**

Πλεύση

Οταν ένα σώμα επιπλεει σε ένα ρευστό, το μέτρο της άνωσης είναι ίσο με το μέτρο της βαρυτικής δύναμης στο σώμα

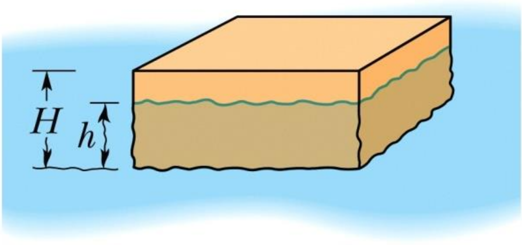
Επομένως, όταν ένα σώμα επιπλεει σε ένα ρευστό, το μέτρο της βαρυτικής δύναμης στο σώμα είναι ίσο με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζεται απο το σώμα

Παράδειγμα 1

Στο παρακατω σχήμα η πυκνότητα του σώματος είναι ρ=800 kg/m^3 .
Το σώμα επιπλεει με τη μεγαλη του επιφάνεια προς τα κάτω σε ένα ρευστό πυκνότητας pf=1200 kg/m^3. Το σώμα έχει ύψος H=6 cm.

A) Σε πόσο βαθος έχει βυθιστει το σώμα

B) Αν το σώμα συγκρατειται πλήρως βυθισμένο και μετα αφήνεται ποιο ειναι το μέτρο της επιταχυνσης?



Ερώτηση1: ‘Ενας πιγκουϊνος **επιπλέει** αρχικά σε ρευστό πυκνότητας ρ_0, μετά σε ρευστό πυκνότητας 0.95 ρ_0 και μετά σε ρευστό πυκνότητας 1.1 ρ_0. α) Να κατατάξετε τις πυκνότητες με βάση το μέτρο της άνωσης που ασκείται στον πιγκουϊνο από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη. Β) Να κατατάξετε τις πυκνότητες σύμφωνα με την ποσότητα του ρευστού που εκτοπίζεται από τον πιγκουϊνο

Ερώτηση 2: Η άνωση που ασκείται σε ένα σώμα πυκνότητας ρ, 2ρ, ρ/2 πότε είναι μεγαλύτερη?

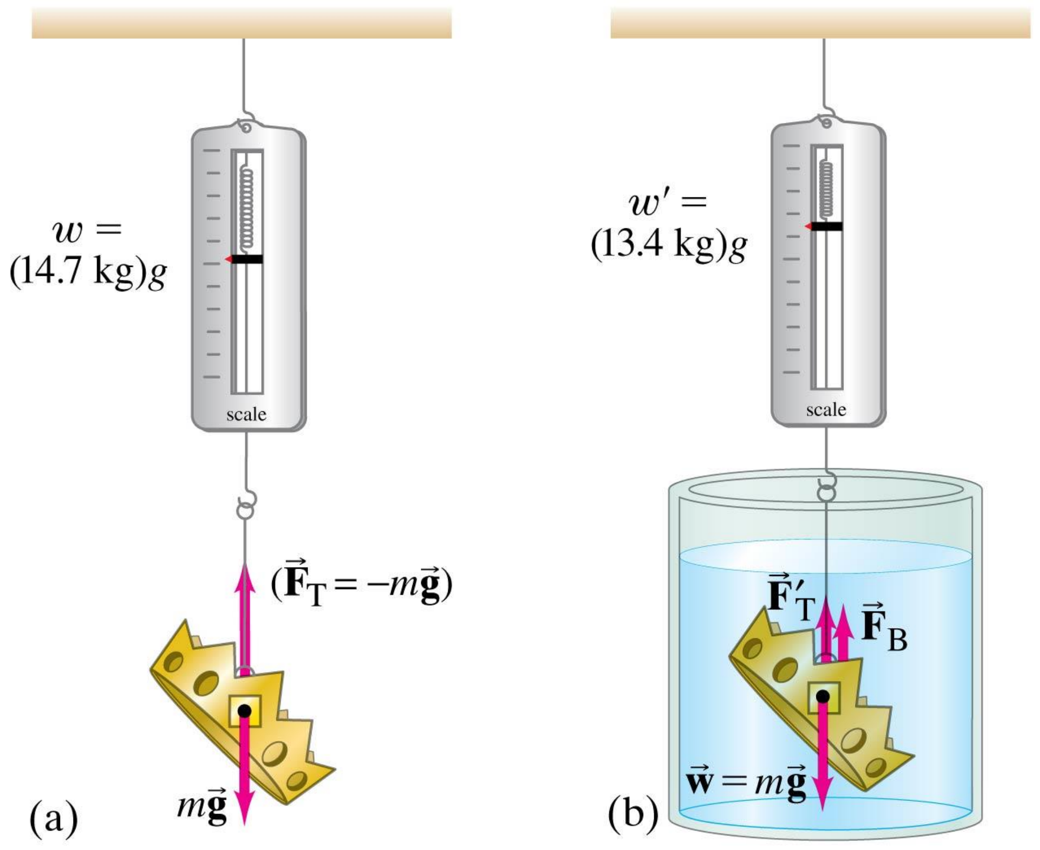
Ερώτηση 3: Θεωρήστε δυο όμοια δοχεία γεμάτα με νερό μέχρι το χείλος τους. Το ένα περιέχει μόνο νερό και το δεύτερο ένα κομμάτι ξύλο που επιπλέει. Ποιο δοχείο έχει μεγαλύτερο βάρος?

Παράδειγμα 2

Χρυσό άγαλμα βάρους 15 kg ανυψώνεται απο το βυθό της θάλασσας. Ποια ειναι η τάση στο συρματόσχοινο ανύψωσης (αβαρές) όταν το άγαλμα α) ειναι σε ηρεμία και τελειως βυθισμένο στο νερό β) σε ηρεμία και όλο έξω απο το νερό .

Παράδειγμα 3

Όταν μια κορώνα μάζας m=14.7 Kg βυθιστεί στο νερό ο ζυγός ακριβείας καταγράφει 13.4 kg. Να διερευνηθεί αν η κορώνα είναι κατασκευασμένη από χρυσό



Ρευστά σε κίνηση

Τι σημαίνει ιδανικό ρευστό?

- **Σταθερή (στρωτή) ροή**: η ταχύτητα του κινούμενου ρευστου σε οποιοδήποτε σταθερό σημείο δεν μεταβάλλεται με το χρόνο (Σε αντίθετη περίπτωση η ροή είναι τυρβώδης)

- **Ασυμπίεστη ροή**: η πυκνότητα ειναι σταθερή και ομοιόμορφη (ως προς το χώρο και το χρόνο)

- **Ροή χωρίς ιξώδες**: το ιξώδες είναι μέτρο της αντίστασης του ρευστού στη ροή (ανάλογο της τριβής για στερεά). Ρευστό χωρις ιξώδες είναι αυτό που δεν δέχεται καμμία αντίσταση

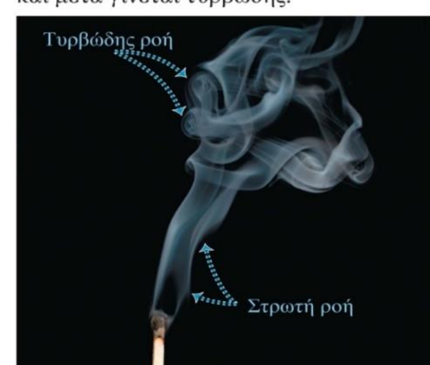
- **Αστρόβιλη ροή**: δεν υπάρχει περιστροφική κίνηση γυρω απο άξονα που διέρχεται απο το κέντρο μάζας

(a) Χαμηλή ταχύτητα: στρωτή ροή

(b) Υψηλή ταχύτητα: τυρβώδης ροή

προς τα δεξιά).

12.20 Η ροή του καπνού από το καμένο σπίρτο είναι στρωτή μέχρι κάποιο ύψος και μετά γίνεται τυρβώδης.



Τύρβη και ιξώδες

Τύρβη (ή τυρβώδης ροή): Ακανόνιστη, χαοτική ροή, όταν η ταχύτητα ροής ενός ρευστού υπερβεί μια ορισμένη κρίσιμη τιμή.

Δεν υπάρχει εικόνα μόνιμης ροής και δεν ισχύει η εξίσωση του Bernoulli

Η τυρβώδης ροή καθορίζεται ως ένα βαθμό απο το ιξώδες:όσο μεγαλύτερο ιξώδες τόσο μεγαλύτερη η τάση για στρωτή ροή

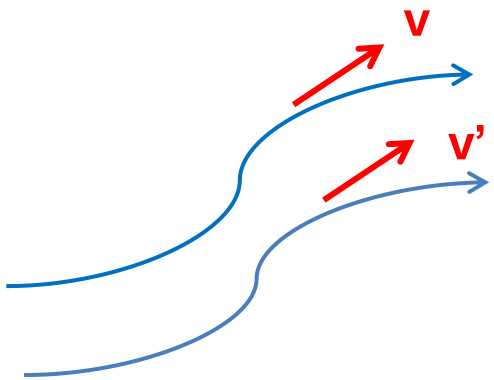
Ιξώδες είναι η εσωτερική τριβή σε ένα ρευστό. Δυνάμεις ιξώδους αντιτίθενται στην κίνηση ενός τμήματος του ρευστού σε σχέση με ένα άλλο γειτονικό του.

Ο συντελεστής ιξώδους όλων των ρευστών εξαρτάται σημαντικά από τη θερμοκρασία και αυξάνεται για τα αέρια καθώς η θερμοκρασία αυξάνεται, ενώ για τα υγρά ελαττώνεται

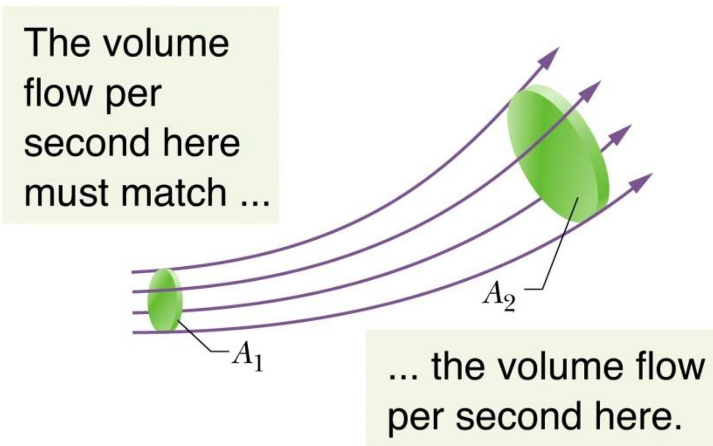
Ρευστά σε κίνηση

Ρευματική γραμμή (ρευματογραμμή) είναι μια καμπύλη, σε κάθε σημείο της οποίας η εφαπτομένη συμπίπτει με τη διεύθυνση της ταχύτητας του ρευστού στο συγκεκριμένο σημείο

Οι ρευματικές γραμμές δεν τέμνονται γιατι ένα σωματίδιο που θα έφτανε στην τομή τους θα ειχε ταυτόχρονα δυο διαφορετικές ταχύτητες



ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

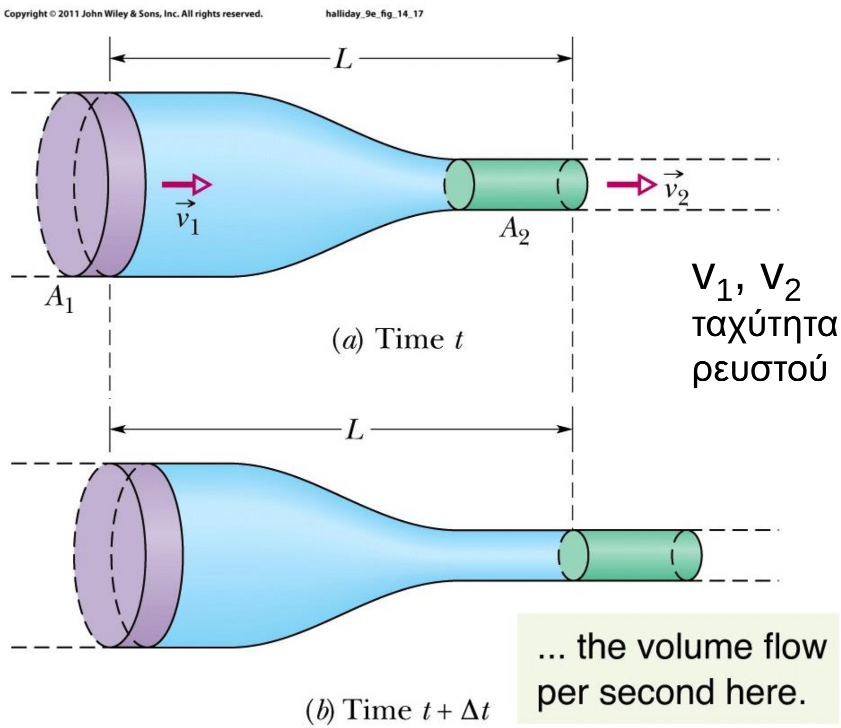


ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Ο ρυθμός ροής όγκου (παροχή) παραμένει σταθερός σε οποιαδήποτε διατομή του σωλήνα.

Μονάδα m^3/s

$$\boxed{\frac{\Delta V}{\Delta t} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}\varsigma}$$



v_1, v_2 ταχύτητα ρευστού

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{A_1\,\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{A_2\,\Delta x_2}{\Delta t}$$

Εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστο ρευστό

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

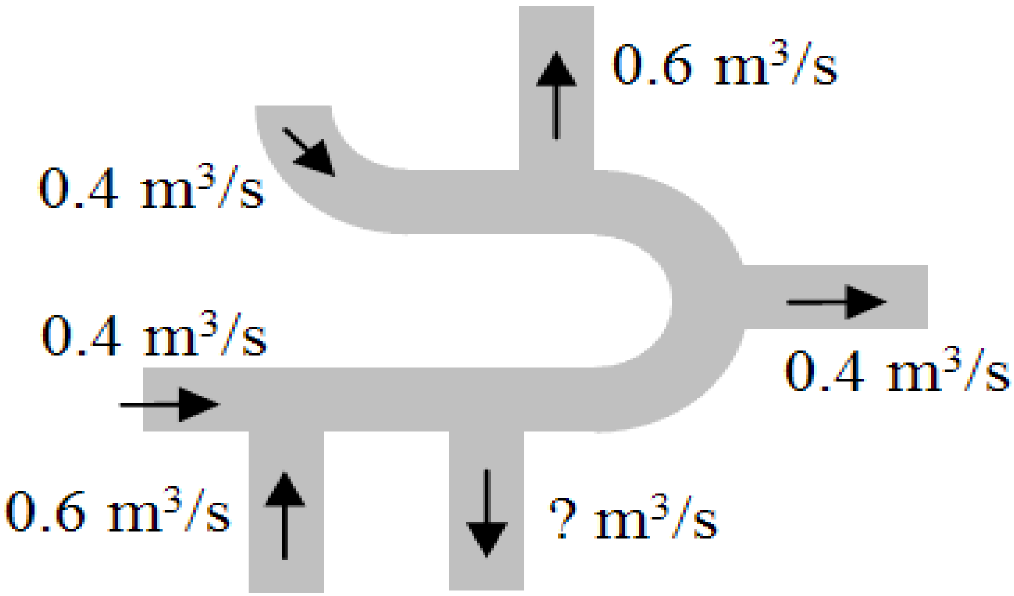
Ρυθμός Ροής Μάζας

$$\boxed{\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho\frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho\, A\frac{\Delta x}{\Delta t} = \rho\, A\, v = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}\varsigma}$$

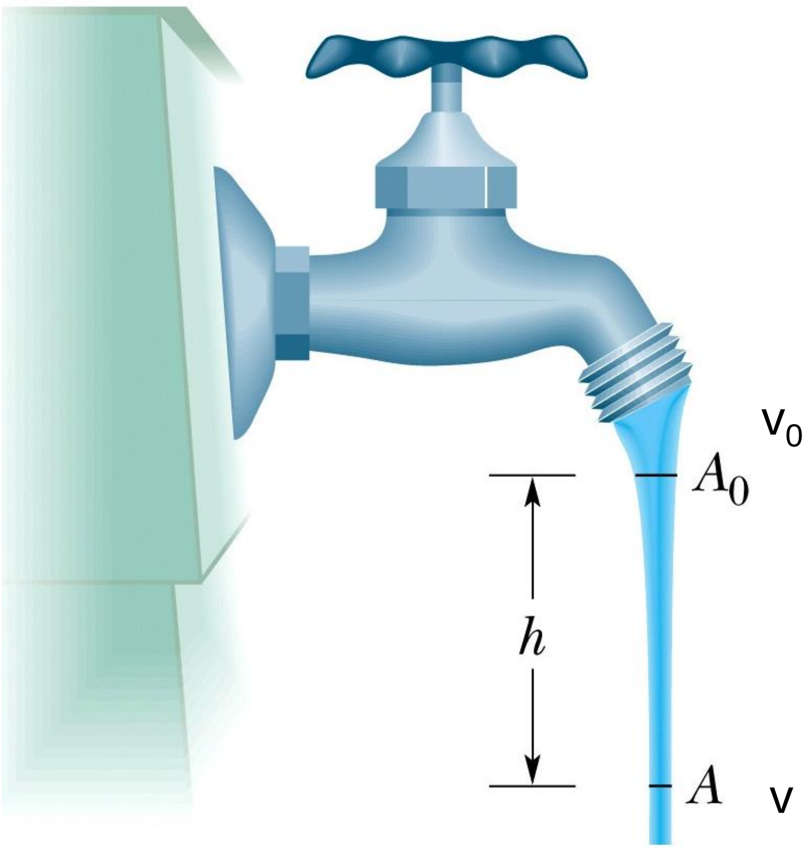
Μονάδα kg/s

Ερώτηση

Το Σχήμα δείχνει ένα τμήμα ενός συστήματος αγωγών στο οποίο ένα ασυμπίεστο υγρό μπορεί είτε να ρέει μέσα είτε να ρέει έξω από διάφορους διαύλους. Όλοι οι αγωγοί έχουν την ίδια διάμετρο. Η κατεύθυνση και η παροχή φαίνονται στο Σχήμα. Ποια είναι η παροχή και η κατεύθυνση της ροής για τον άγνωστο αγωγό;



ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Γιατί το ρεύμα νερού από μια βρύση στενεύει καθώς πέφτει;

$$\boxed{A_0 v_0 = A\,v}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

Ελεύθερη πτώση του νερού

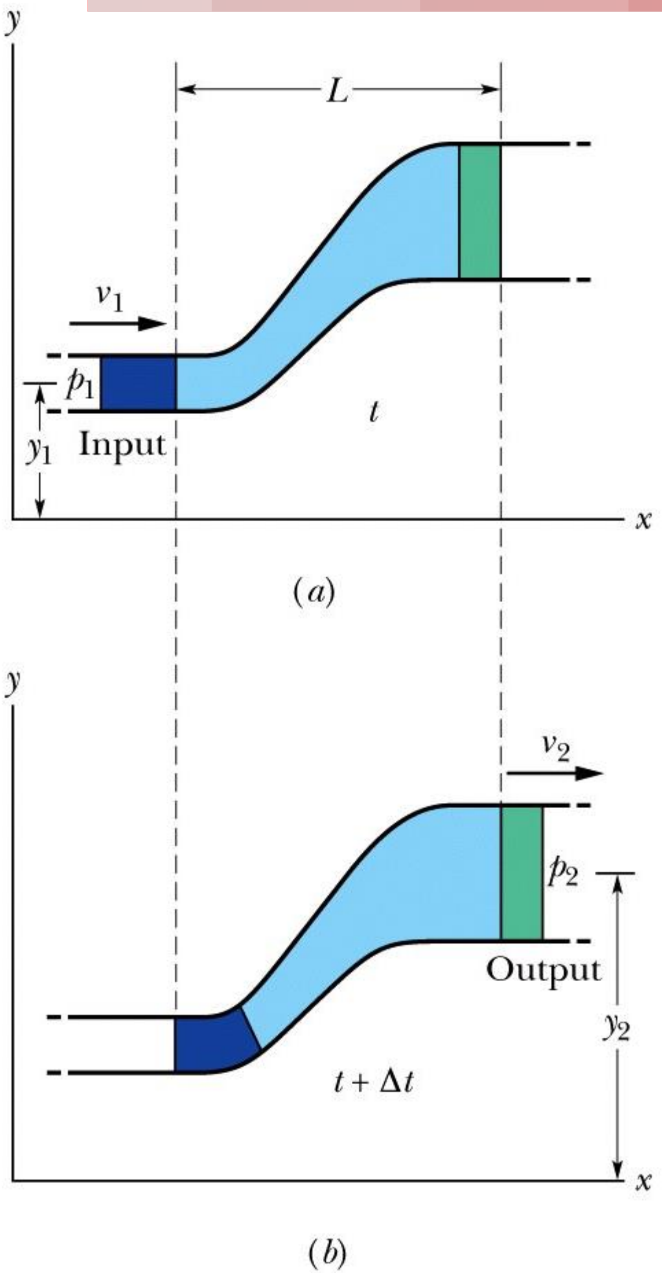
$$A = A_0 \frac{v_0}{v} = A_0 \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

$$\boxed{A = A_0 \frac{1}{\sqrt{1 + 2gh / v_0^2}}}$$

Καθώς το νερό πέφτει, το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται λόγω του βάρους. Επειδή ο ρυθμός ροής του όγκου νερού πρέπει να παραμείνει σταθερός, η διατομή της ροής ελαττώνεται.

Ρυθμός ροής όγκου: $A_0.v_0$

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

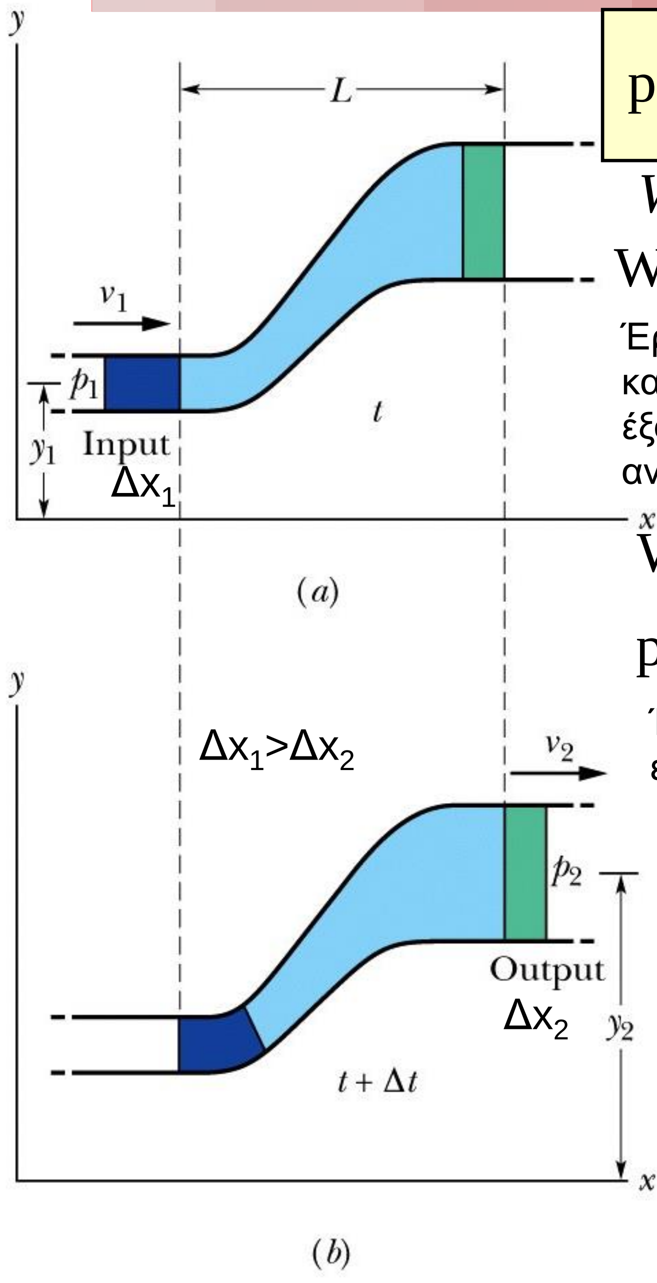
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}$$

Όταν εκτός απο την ταχύτητα μεταβάλλεται και η πίεση στη διάρκεια της ροής, λόγω διαφορετικού ύψους

Ισχύει όταν το ρευστό είναι ιδανικό: στρωτή ροή χωρις ιξώδες

Έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας

Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI



$$\boxed{p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho g y=\sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}$$

Απόδειξη

$$W=\Delta K \Rightarrow W_g+W_p=\Delta K$$

$$W_g=-\Delta m\, g(y_2-y_1)=-\rho g\,\Delta V(y_2-y_1)$$

Έργο λόγω βαρυτικής δύναμης κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης ανύψωσης της μάζας απο την είσοδο στην έξοδο. Είναι αρνητικό γιατί η μετατόπιση και η δυναμη έχουν αντίθετη φορά

$$W_p=F_1\,\Delta x_1-F_2\,\Delta x_2=(p_1\;A_1)\Delta x_1-(p_2 A_2)\Delta x_2=$$

$$p_1\;\Delta V - p_2\Delta V$$

Έργο λόγω δύναμης που προφέρεται στο ρευστό στην είσοδο (θετικό) και που δαπανείται στην έξοδο (αρνητικό)

$$\Delta K=\frac{1}{2}\Delta m\, v_2^2-\frac{1}{2}\Delta m\, v_1^2=\frac{1}{2}\rho\Delta V\,(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Downarrow$$

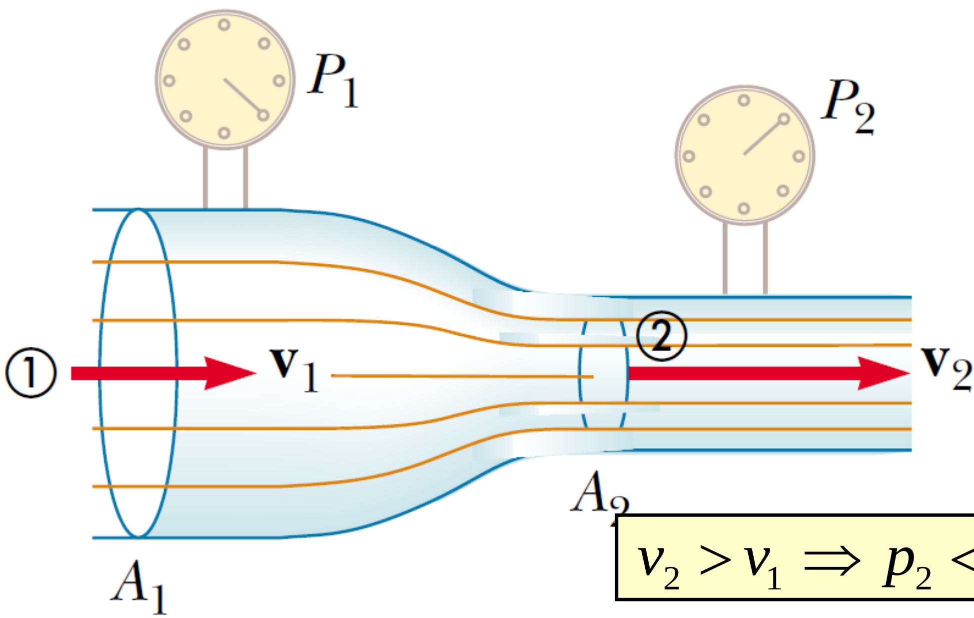
$$-\rho g\,\Delta V(y_2-y_1)-(p_2-p_1)\,\Delta V=\frac{1}{2}\rho\,\Delta V(v_2^2-v_1^2)$$

Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}} \xrightarrow{y_1 = y_2} \boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}$$

Όπου y=το ύψος του μέσου του σωλήνα από το επίπεδο αναφοράς

Αν το μέτρο της ταχύτητας ενός στοιχείου του ρευστου αυξάνεται καθώς το στοιχείο κινείται κατά μήκος μια οριζόντιας ρευματογραμμής η πίεση του ρευστού μειώνεται και αντίστροφα



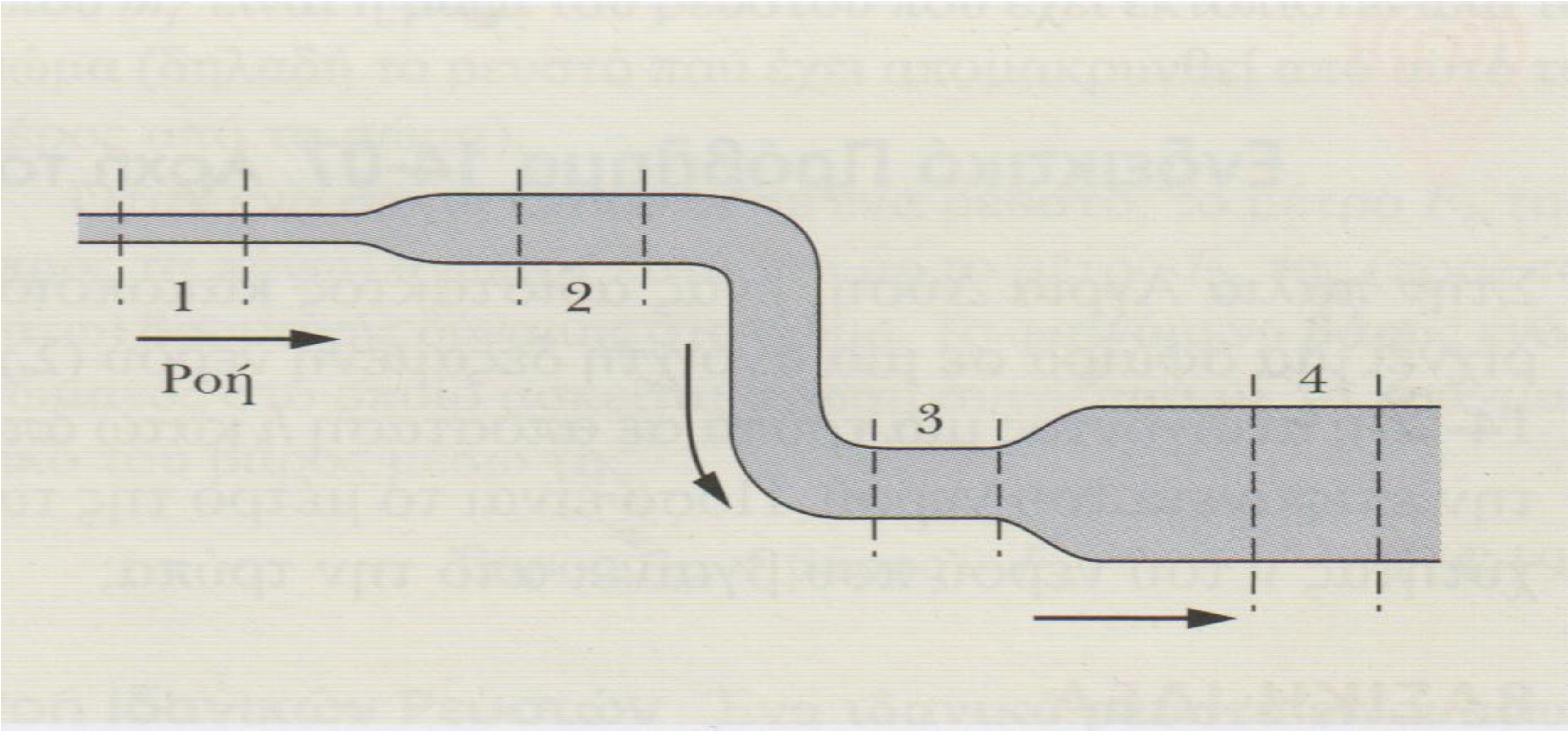
$$\boxed{v_2 > v_1 \Rightarrow p_2 < p_1}$$

Οταν οι ρευματογραμμες πυκνώνουν, οπότε η ταχυτητα είναι μεγάλη, τότε η πίεση ειναι μικρή και αντίστροφα.

Οταν v=0, το ρευστό είναι σε ηρεμία και προκύπτει η υδροστατική εξίσωση

$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g (y_2 - y_1)}$$

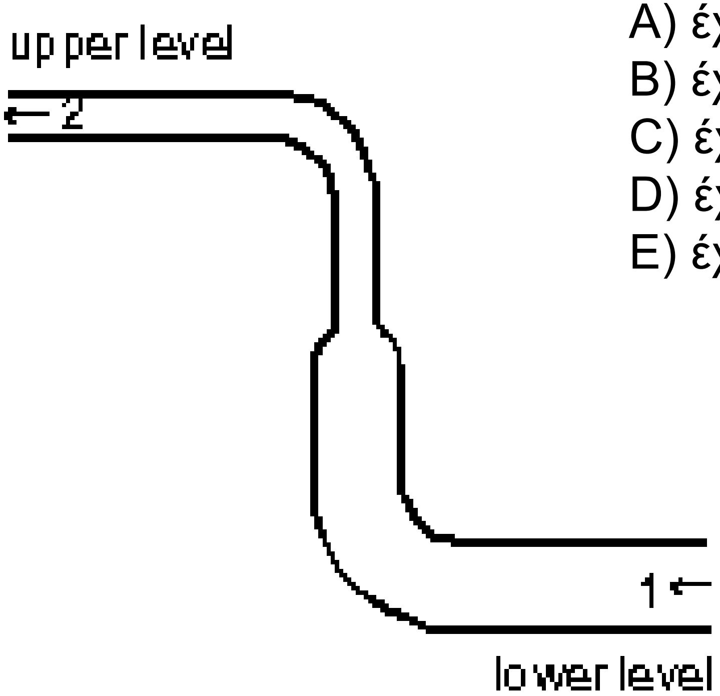
Ερώτηση



Κατατάξτε τα σημεία με βάση α) ροή όγκου β) μέτρο ταχύτητας γ)πίεση νερού (σε φθίνουσα σειρά)

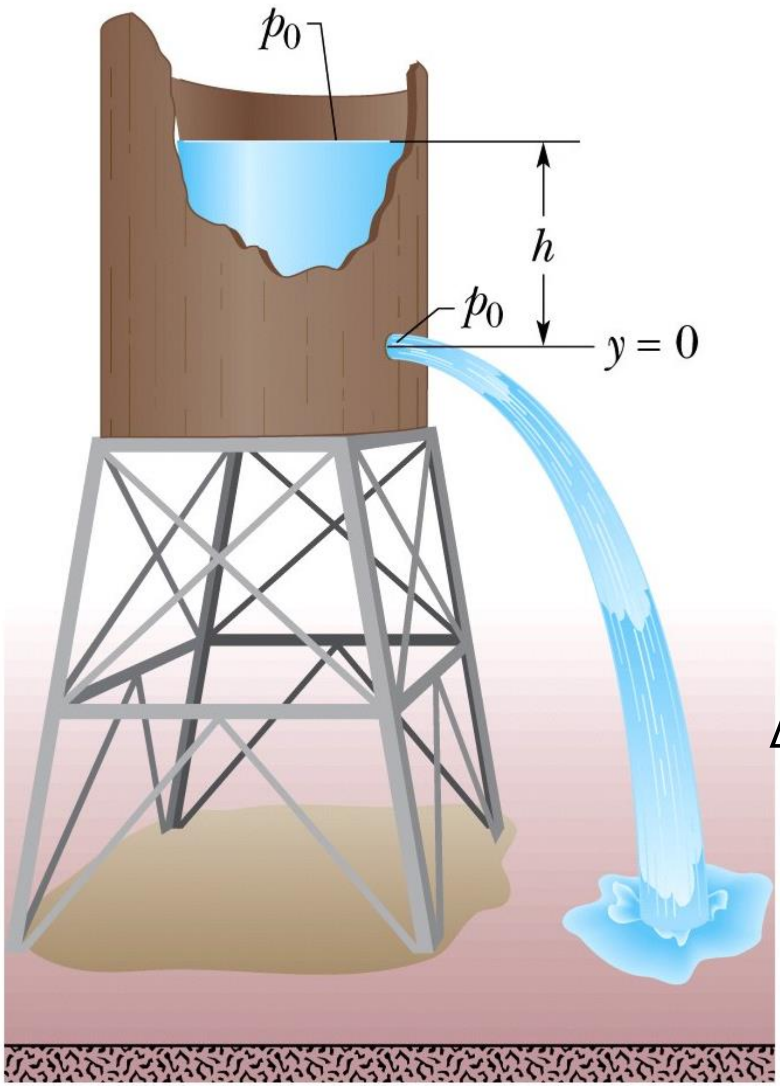
Ερώτηση

Τι ισχύει για το σημείο 2 σε σχέση με το σημείο 1?



A) έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και μεγαλύτερη πίεση
B) έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και μικρότερη πίεση
C) έχει μικρότερη ταχύτητα και μικρότερη πίεση
D) έχει μικρότερη ταχύτητα και μεγαλύτερη πίεση
E) έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και την ίδια πίεση

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{σταθερά}}$$

Αν η επιφάνεια της οπής **a** είναι πολύ μικρή σε σχέση με την επιφάνεια **Α** του δοχείου, τότε:

$$v_0 A = v a \Rightarrow v_0 = v\frac{a}{A} \Rightarrow v_0 << v$$

Εξίσωση συνέχειας

Από το νόμο του Bernoulli έχουμε:

P_0=ατμοσφαιρική πίεση

αμελητέος

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g 0$$

Δεξαμενή

τρύπα

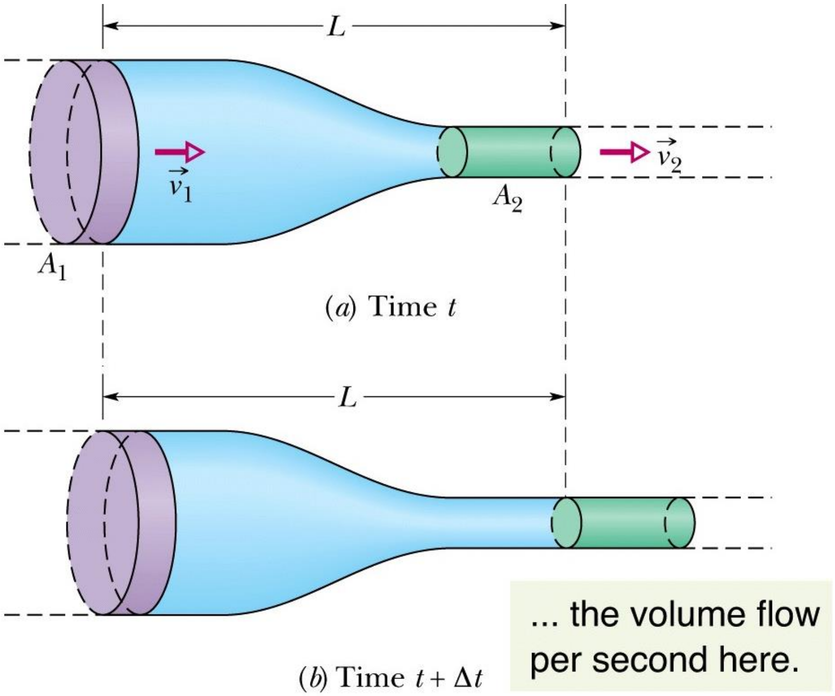
$$\Downarrow$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

Η ταχύτητα εκροής του ρευστού απο το στόμιο σε ύψος h είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτουσε ένα σώμα που θα εκτελουσε ελεύθερη πτώση απο το ίδιο ύψος

Παράδειγμα 4

Αιθανόλη πυκνότητας ρ=791Kg/m^3 ρέει ομαλά μέσω ενός οριζόντιου σωλήνα που στενεύει από εμβαδον A_1=1.2x10^{-3} m^2 σε A_2=A_1/2. Η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις 2 διατομές ειναι 4120 Pa. Πόσος είναι ο ρυθμός ροής του όγκου?



Παράδειγμα 5

Ορθό κυλινδρικό δοχείο έχει εμβαδόν βάσης S_1 και περιέχει νερό πυκνότητας ρ. Μέσα στο δοχείο τοποθετούμε το ένα άκρο σιφωνίου σχήματος U με σταθερή διατομή S_2, όπως φαίνεται στο Σχήμα και σε απόσταση z από τον πυθμένα.Το ελεύθερο άκρο του σιφωνίου βρίσκεται ακριβώς στο ύψος του πυθμένα του δοχείου. Υποθέτουμε ότι ισχύει $S_1 >> S_2$, έτσι ώστε η επιφάνεια του νερού να παραμένει σε οριζόντια ηρεμία.

Α) Υπολογίστε την ταχύτητα ροής V του νερού μέσα στο σιφώνι

Β) Αν αδειάζει το νερό από το δοχείο, υπολογίστε τη μεταβολή του ύψους του νερού με το χρόνο h (t) (Χρησιμοποιείίστε την ταχύτητα ροής V).