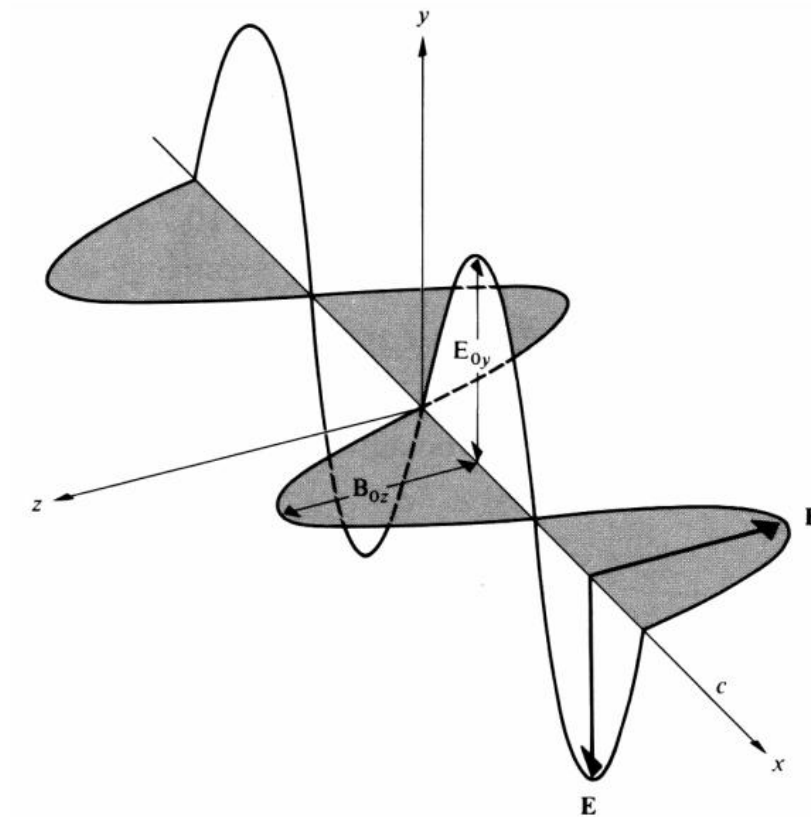


# Πόλωση

- Γραμμική πόλωση
- Ελλειπτική-κυκλική πόλωση
- Νόμος Malus
- Γωνία Brewster
- Διπλοθλαστικά υλικά

# Πόλωση



Βασική εκδήλωση της εγκάρσιότητας των ηλεκτρομαγνητικών (H-M) κυμάτων είναι τα φαινόμενα **πόλωσης**, τα οποία δεν παρατηρούνται σε διαμήκη κύματα

Αν η διεύθυνση διάδοσης είναι ο άξονας  $z$  και τα κύματα είναι επίπεδα, τότε το ηλεκτρικό πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο  $z$  του άξονα διάδοσης, βρίσκεται στο επίπεδο που είναι κάθετο στον  $z$ , δηλ. στο επίπεδο  $xy$  και μπορούμε να το αναλύσουμε σε δύο συνιστώσες  $E_x$  και  $E_y$ .

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{ox} e^{i(kz - \omega t + \phi_x)} \\ E_y &= E_{oy} e^{i(kz - \omega t + \phi_y)} \end{aligned} \right\} \vec{E} = \hat{i}E_x + \hat{j}E_y$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad , \quad \vec{E}_0 \approx \hat{i} E_{0x} e^{i\phi_x} + \hat{j} E_{0y} e^{i\phi_y}$$

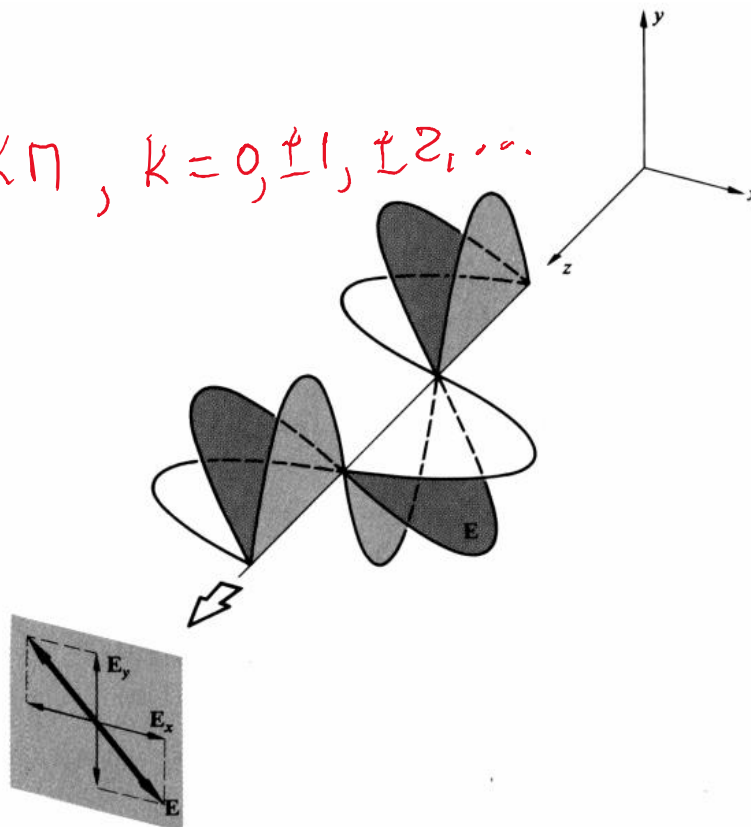
όπου το  $\vec{E}_0$  είναι το λεγόμενο **μιγαδικό πλάτος** του πολωμένου φωτός

# Γραμμική πόλωση

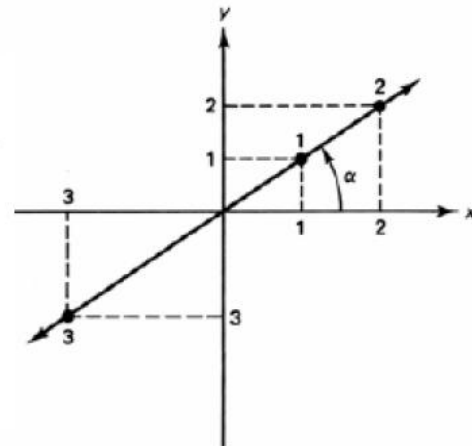
Το επίπεδο που ορίζεται από την διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου και από την διεύθυνση διάδοσης του Η-Μ κύματος λέγεται **επίπεδο πόλωσης ή ταλάντωσης**.

Όταν το επίπεδο πόλωσης είναι πάντα παράλληλο προς το ίδιο σταθερό επίπεδο, τότε το Η-Μ κύμα ονομάζεται **γραμμικά ή επίπεδα πολωμένο**

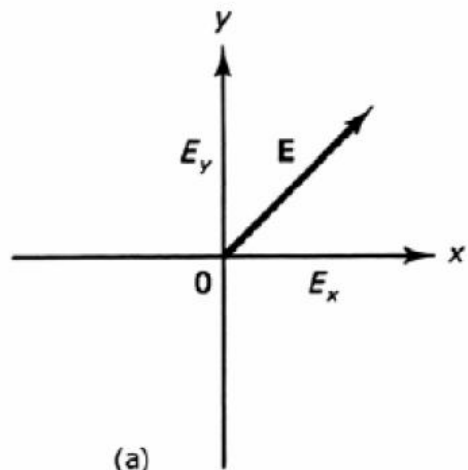
$$|\varphi_x - \varphi_y| = k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



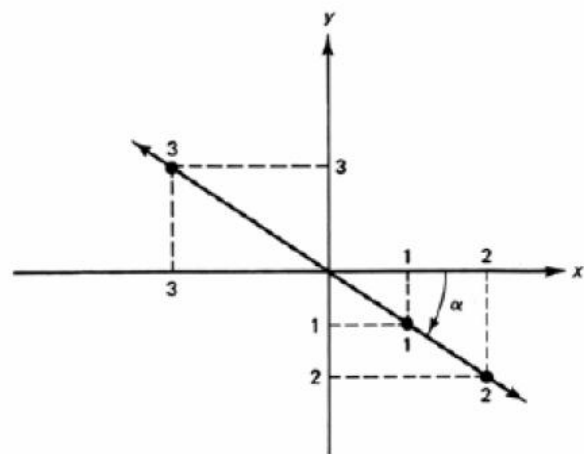
Παράσταση του πεδίου  $\vec{E}$  που διαδίδεται στον άξονα  $+z$ . (a) Οι ταλαντώσεις του διανύσματος  $\vec{E}$  είναι ισοδύναμες με ταλαντώσεις των συνιστωσών  $E_x$  και  $E_y$ . (b) Ταλαντώσεις των συνιστωσών με διαφορά φάσης  $0^\circ$ , ή ακέραιο πολλαπλάσιο του  $2\pi$ , προκαλούν ταλάντωση του  $\vec{E}$  στο πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο. (c) Ταλαντώσεις με διαφορά φάσης  $\pi$ , ή περιττό πολλαπλάσιο του  $\pi$ , παράγουν γραμμικά πολωμένο φως με το διάνυσμα  $\vec{E}$  στο δεύτερο και τέταρτο τεταρτημόριο.



(b)



(a)



(c)

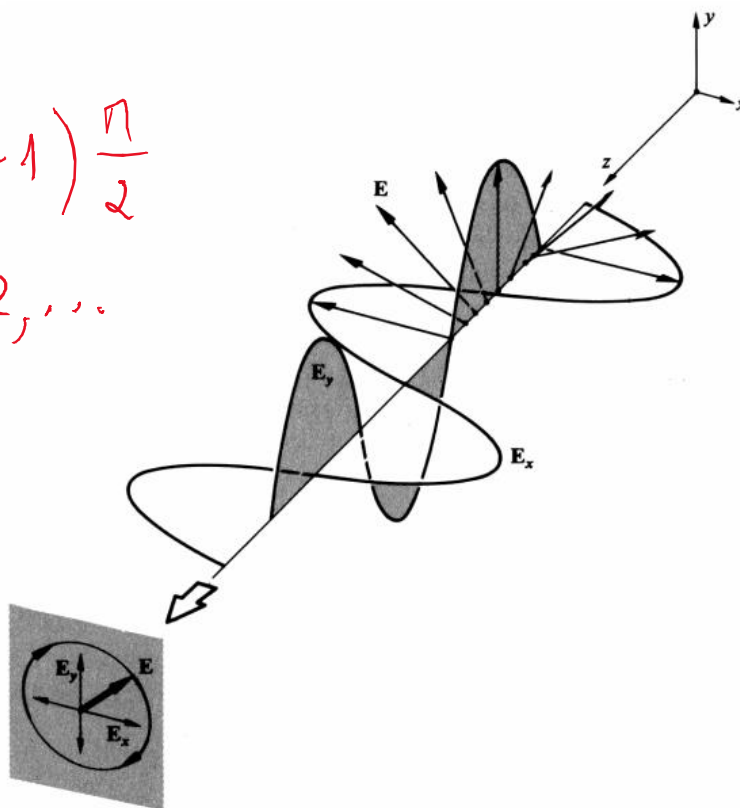
# Κυκλική πόλωση

**Κυκλική πόλωση:** το ηλεκτρικό πεδίο παραμένει χρονικά σταθερό ως προς το μέτρο του, ενώ η διεύθυνσή του μεταβάλλεται συνεχώς, έτσι ώστε η αιχμή του διανύσματος  $\vec{E}$  να διαγράφει –καθώς διαδίδεται το κύμα– μία έλικα με κυκλική διατομή

α

$$|\varphi_x - \varphi_y| = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



επειδή σημασία στην πρόσθεση των συνιστωσών έχει η διαφορά φάσης

η αλληλοσυγγένεια  $\phi_x = 0$   
 $\epsilon = \phi_y - \phi_x = \phi_y$

υπερδύλιση  
 $e^{i\omega t} = \cos\omega t + i\sin\omega t$

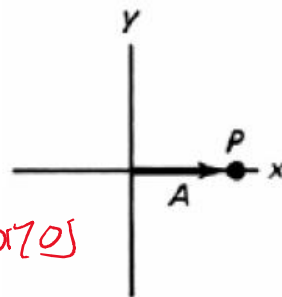
$$\tilde{E}_x = E_{ox} e^{-i\omega t}$$

$$\tilde{E}_y = E_{oy} e^{-(i\omega t - \epsilon)}$$

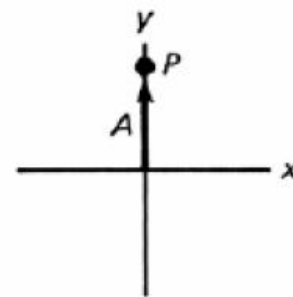
η διαφορά φάσης μεταξύ των ορθογώνιων συνιστωσών είναι  $\epsilon = \pi/2$

και  $E_{ox} = E_{oy} = A$

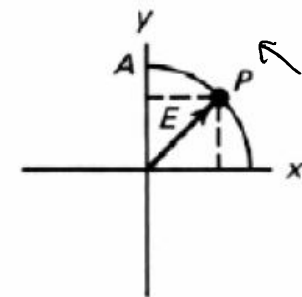
Το άκρο του διανύσματος  
 $\vec{E}$  διαγράφει κύκλο



$t = 0$   
 $E_y = 0$   
 $E_x = +A$



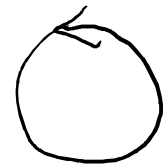
$t = \frac{T}{4}$   
 $E_y = +A$   
 $E_x = 0$



$t = \frac{T}{8}$   
 $E_y = A \sin 45^\circ$   
 $E_x = A \cos 45^\circ$

Αριστερόστροφη ωαζική πόζωση

H x συνιστώσα καθυστέρει ως προς znu  
y ( $\varphi_x = 0, \varphi_y = \frac{\pi}{2}$ )



Δεξιόστροφη ωαζική πόζωση

H y συνιστώσα καθυστέρει ως προς znu  
x ( $\varphi_x = 0, \varphi_y = -\frac{\pi}{2}$ )





(δεν είναι στην εξεισιάζα ύψη)

## Ελλειπτική πόλωση

$$E_{ox} \neq E_{oy} \quad \text{και} \quad \varepsilon = \varphi_y - \varphi_x \quad \text{οποιοδήποτε}$$

Αποδεικνύεται ότι οι  $x$  και  $y$  συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου ικανοποιούν εξισώσεις

ελλειψής:

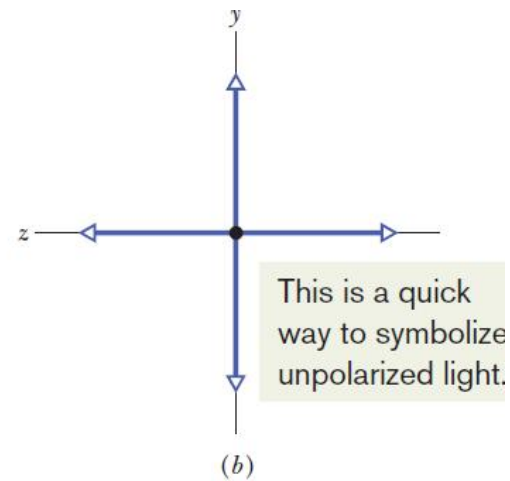
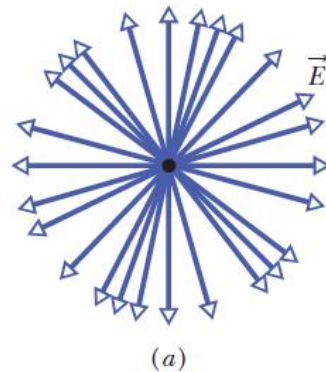
$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{ox}}\frac{E_y}{E_{oy}}\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

και εδώ έχουμε αριστερόστροφα ελλειπτικά πολωμένα φως όταν η  $x$  συνιστώσα καθυστερεί ως προς την  $y$ .

## Μη πολωμένο φως

- Το ηλεκτρικό πεδίο αλλάζει τυχαία διεύθυνση πάνω στο επίπεδο που είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης του ΗΜ κύματος  
π.χ. Φως από λάμπα πυράκτωσης

Unpolarized light headed toward you—the electric fields are in all directions in the plane.



This is a quick way to symbolize unpolarized light.

# Διάδοση του πολωμένου φωτός

## Γραμμικός πολωτής – πολωτικά φίλτρα

**Γραμμικός Πολωτής (linear polarizer):** επιτρέπει μόνο την διέλευση φωτός που είναι πολωμένο παράλληλα προς τον λεγόμενο άξονα διέλευσης

Ας υποθέσουμε ότι γραμμικά πολωμένο φως, έντασης  $I_0$ , έχει το ηλεκτρικό του πεδίο, που κείται στο επίπεδο  $xy$ , να σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τον άξονα διέλευσης του πολωτικού φίλτρου, που εδώ είναι ο άξονας  $y$  (όπως φαίνεται στο σχήμα).

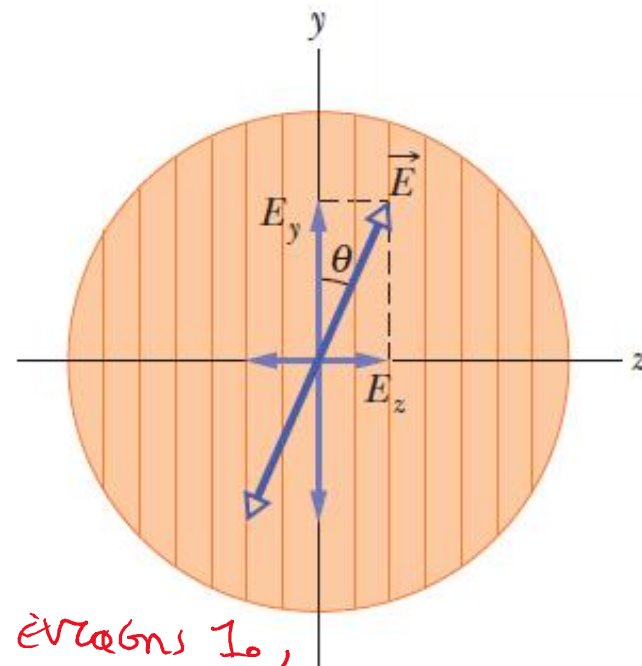
Μόνο η  $y$  συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου θα διέλθει από το φίλτρο, δηλ.  $E_y = E \cos \theta$

Η ένταση του φωτός όπως ξέρουμε είναι ανάλογη του  $E^2$ , άρα

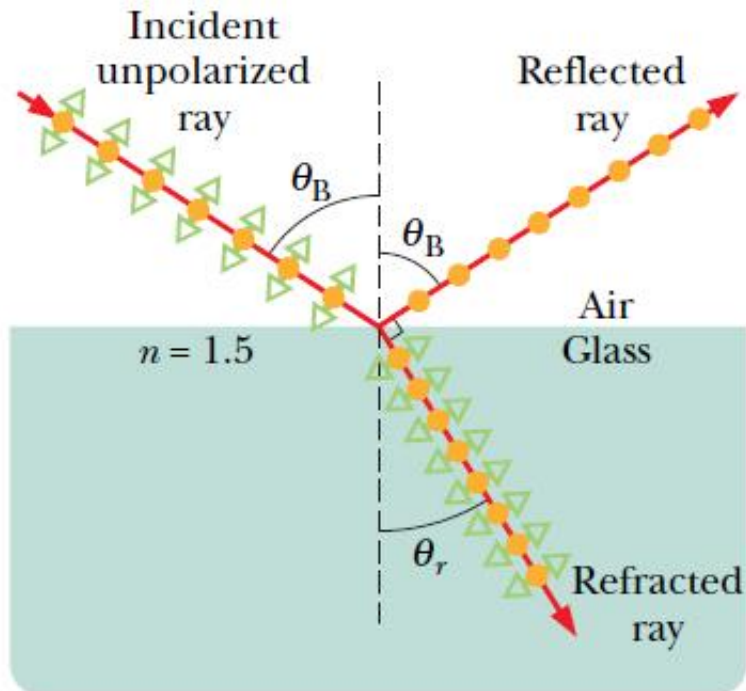
$$\frac{I}{I_0} = \frac{E_y^2}{E^2} = \frac{E^2 \cos^2 \theta}{E^2} = \cos^2 \theta \Rightarrow I = I_0 \cos^2 \theta$$

### Νόμος του Malus

Αν φυσικό φως πέρασει βστο πολωτικό φίλτρο, έντασης  $I_0$ , τότε η ένταση του διερχόμενου φωτός που θα είναι πόλωμένο γραμμικά κατά τον άξονα διέλευσης, θα είναι  $I = \frac{1}{2} I_0$  ( $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/2$ )



# Πόλωση από ανάκλαση – γωνία Brewster



- Component perpendicular to page
- ◄→ Component parallel to page

Για κατάλληλη γωνία πρόσπτωσης, που ονομάζεται γωνία Brewster η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα είναι μεταξύ τους κάθετες, και ισχύει

$$\theta_B + \theta_r = 90^\circ. \quad \Rightarrow \quad n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin(90^\circ - \theta_B) = n_2 \cos \theta_B,$$
$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_r.$$

$$\Rightarrow \quad \theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{Brewster angle}).$$

Όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία Brewster, αποδεικνύεται πειραματικά και θεωρητικά, ότι η ανακλώμενη ακτίνα είναι γραμμικά πολωμένη, κάθετα στη σελίδα.

Άρα αν το προσπίπτον φως υπό τη γωνία Brewster είναι κατάλληλα γραμμικά πολωμένο (πράσινα βέλη μόνο), τότε δεν θα έχω καθόλου ανακλώμενο φως.

# Διπλοθλαστικά υλικά

Διπλοθλαστικά ονομάζονται τα υλικά που έχουν δύο δείκτες διάθλασης, ανάλογα με την κατεύθυνση της δέσμης σχετικά με τον οπτικό άξονα του υλικού.

Αυτό βασικά οφείλεται στην ανισοτροπία των δυνάμεων που συγκρατούν τα ηλεκτρόνια ενός κρυστάλλου.

Ας υποθέσουμε αρχικά ότι η προσπίπτουσα δέσμη είναι *παρ/λη* προς τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου. Η *x* και η *y* συνιστώσα διαδίδονται με διαφορετική ταχύτητα (διαφορετικός δείκτης διάθλασης), οπότε όταν εξέλθουν (με την ίδια διεύθυνση!) από τον κρύσταλλο, αφού έχουν διανύσει μία απόσταση *d* μέσα σε αυτόν, θα έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους.

Διαφορά οπτικού δρόμου  $\Delta = |n_{\perp} - n_{\parallel}|d$

→ Διαφορά φάσης  $\Delta\phi = \frac{2\pi|\Delta|}{\lambda_o} = \frac{2\pi}{\lambda_o}|n_{\perp} - n_{\parallel}|d$

→ Για κατάλληλο *d* μπορεί  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ , οπότε το φως θα είναι κυκλικά πολωμένο (αν το προσπίπτον φως ήταν γραμμικά πολωμένο υπο γωνία 45° με τον οπτικό άξονα του κρυστάλλου).

Ένα τέτοιο πακίδιο θα πρέπει να έχει πάχος  $d = \frac{\pi/2}{\frac{2\pi}{\lambda_o}|n_{\perp} - n_{\parallel}|} = \frac{\lambda_o}{4|n_{\perp} - n_{\parallel}|}$  και λέγεται πλακίδιο λ/4 (QWP quarter wave plate)

Αν η γωνία πρόσπτωσης στον κρύσταλλο είναι τυχαία, τότε οι δύο δέσμες διαχωρίζονται χωρικά (ordinary and extra-ordinary rays)

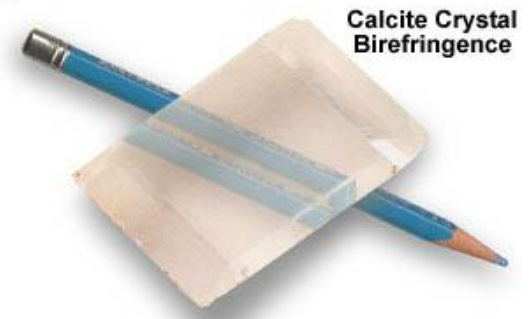
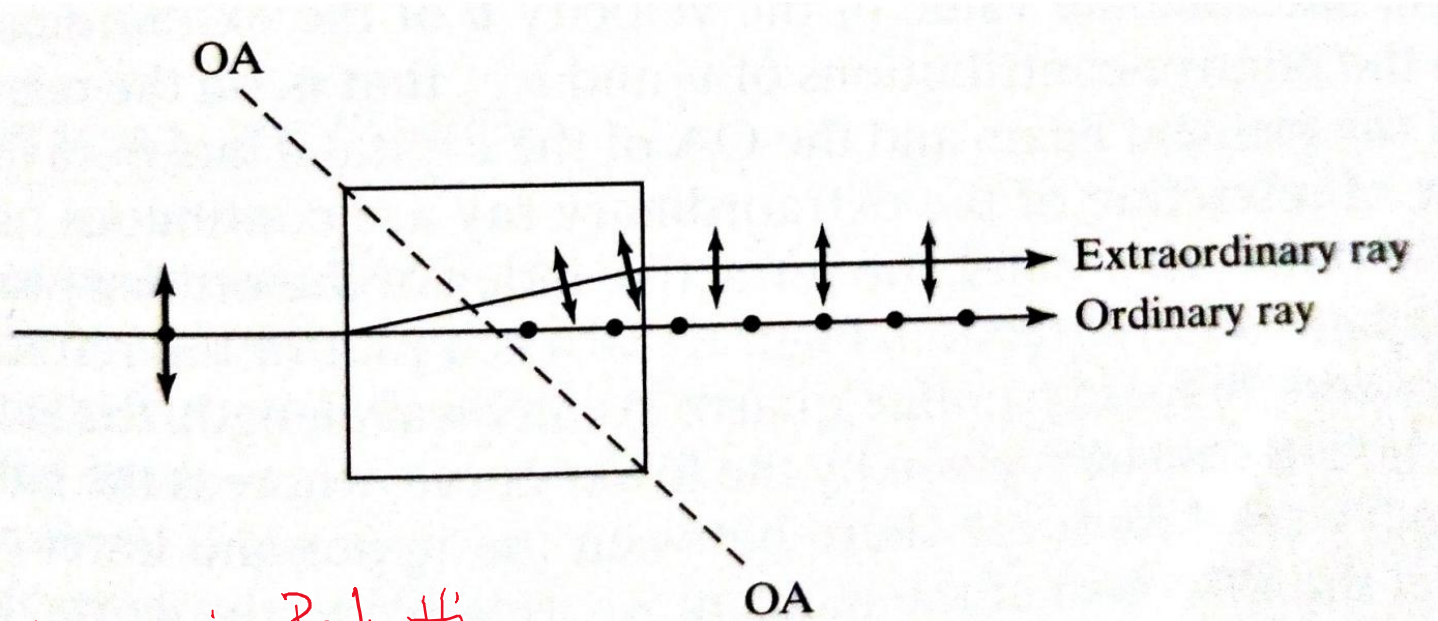


Figure 2

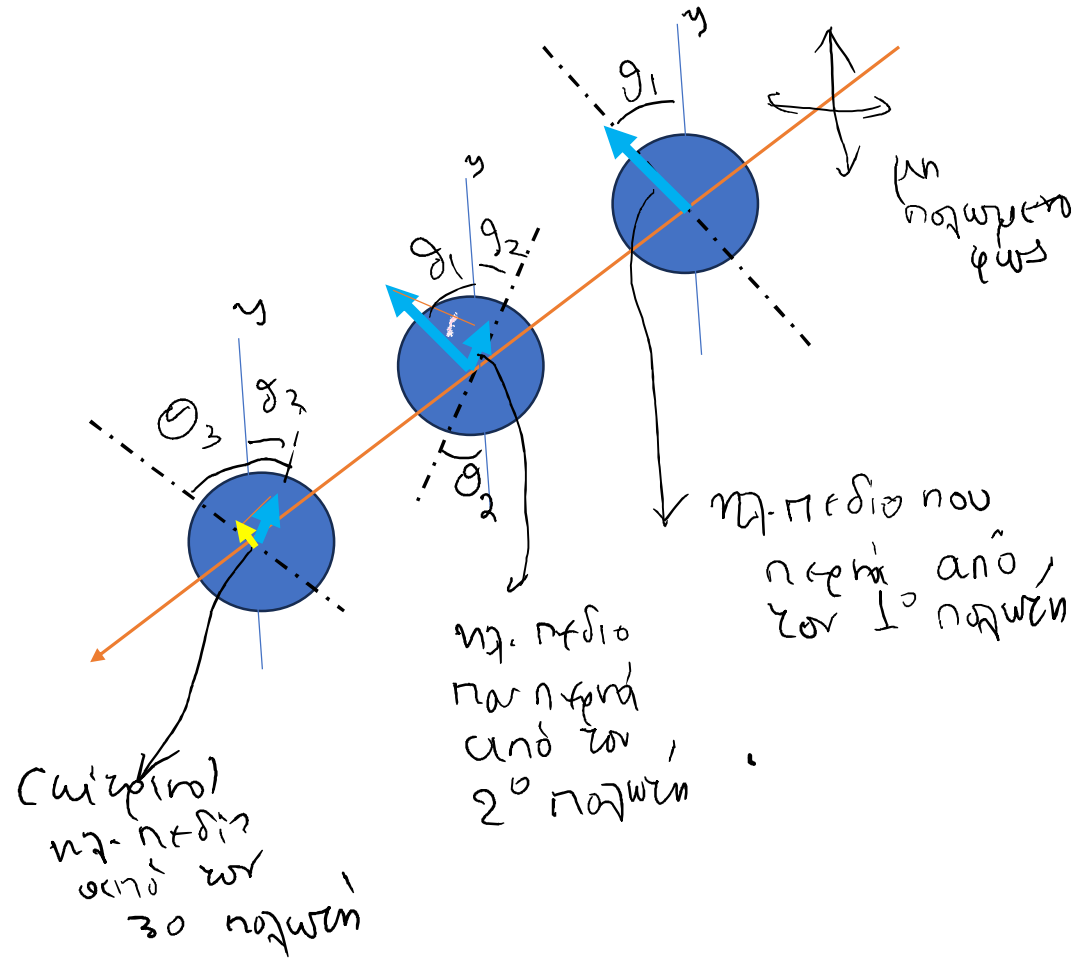
Fig. από Pedrotti et al.

<https://static3.olympus-lifescience.com/data/olympusmicro/primer/images/birefringence/crystalpencil.jpg?rev=E745>

# Άσκηση 1

Αρχικά μη πολωμένο φως στέλνεται προς ένα σύστημα τριών πολωτικών φύλλων των οποίων οι διευθύνσεις πόλωσης σχηματίζουν γωνίες  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  και  $\theta_3$  με τον άξονα  $y$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τι ποσοστό της αρχικής έντασης εξέρχεται από το σχήμα;

1<sup>ος</sup> πορωτής: η προσπίπτουσα οιακουβολογία είναι μη πολωμένη. Από τον πορωτή θα βγει γραμμικά πολωμένο φως // άξονα διεύθυνσης του πορωτή και η έντασή θα είναι  $I_1 = \frac{I_0}{2}$



2ος νόμος: Το προηγούμενο ηλεκτρικό πεδίο αναχαιτίζεται  
 γωνία  $\theta_1 + \theta_2$  με τον άξονα διεύθυνσης (η οριζόντια).  
 $\Rightarrow$  δύο τον νόμο του Malus θα έχουμε!

$$I_2 = I_1 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) = \frac{I_0}{2} \cos^2(\theta_1 + \theta_2) \quad (*)$$

3ος νόμος: Το προηγούμενο ηλεκτρικό πεδίο αναχαιτίζεται  
 γωνία  $\theta_2 + \theta_3$  με τον άξονα διεύθυνσης (η οριζόντια)

$$\Rightarrow I_3 = I_2 \cos^2(\theta_2 + \theta_3) \quad (*)$$

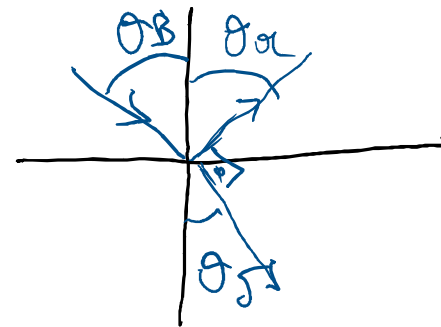
$$I_3 = \frac{I_0}{2} \cos^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_2 + \theta_3)$$



## Άσκηση 2

Φως που διαδίδεται στο νερό με δείκτη διάθλασης 1.33 προσπίπτει σε γυάλινο πλακίδιο με δείκτη διάθλασης 1.53. Για ποια γωνία πρόσπτωσης πολώνεται πλήρως το ανακλώμενο φως;

$$\theta_i = \theta_{\text{Brewster}}$$



$$\theta_B + \theta_T = 90^\circ \quad (1)$$

$$\text{Νόμος Snell} : n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_T \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow n_1 \sin \theta_B = n_2 \cos \theta_B \Rightarrow \tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.53}{1.33} \Rightarrow \theta_B = 49^\circ$$