

Φυλλάδιο Ασκήσεων 4

Συμβολή κυμάτων – στάσιμα κύματα

(οι λύσεις των ασκήσεων έγιναν στο μάθημα 8)

Ερωτήσεις κατανόησης

1. Δύο κύματα με το ίδιο πλάτος και μήκος κύματος συμβάλλουν σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις, δημιουργώντας συνιστάμενα κύματα με τις ακόλουθες εξισώσεις

$$(1) y'(x, t) = 4\sin(5x - 4t)$$

$$(2) y'(x, t) = 4\sin(5x)\cos(4t)$$

$$(3) y'(x, t) = 4\sin(5x + 4t)$$

Σε ποια περίπτωση τα δύο συμβάλλοντα κύματα διαδίδονται (α) προς τη θετική κατεύθυνση του x , (β) προς την αρνητική κατεύθυνση του x και (γ) προς αντίθετες κατευθύνσεις;

2. Από την ακόλουθη σειρά συχνοτήτων συντονισμού, λείπει μία συχνότητα (μικρότερη από 400 Hz): 150, 225, 300, 375Hz.

(α) Ποια είναι η συχνότητα που λείπει; (β) Ποια είναι η συχνότητα της 7^{ης} αρμονικής;

Ασκήσεις

1. Ημιτονοειδές κύμα γωνιακής συχνότητας 1200rad/s και πλάτους 3.00mm στέλνεται κατά μήκος καλωδίου γραμμικής πυκνότητας 2.00g/m που βρίσκεται υπό τάση 1200N.

α) Πόσος είναι ο μέσος ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από το κύμα στο αντίθετο άκρο του καλωδίου;

β) Εάν ένα πανομοιότυπο κύμα διαδίδεται ταυτόχρονα κατά μήκος ενός διπλανού πανομοιότυπου καλωδίου πόσος είναι ο συνολικός μέσος ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από τα δύο κύματα στα αντίθετα άκρα των καλωδίων;

Εάν αντιθέτως αυτά τα δύο κύματα σταλούν ταυτόχρονα κατά μήκος του ίδιου καλωδίου, πόσος είναι ο μέσος ρυθμός με τον οποίο μεταφέρουν ενέργεια όταν η διαφορά φάσης τους είναι γ) 0, δ) 0.4π rad και ε) π rad;

2. Δύο ημιτονοειδή κύματα της ίδιας περιόδου και με πλάτη 5.0 και 7.0mm διαδίδονται κατά μήκος μιας τεντωμένης χορδής και προς την ίδια κατεύθυνση. Δημιουργούν ένα συνιστάμενο κύμα πλάτους 9.00 mm. Η σταθερά φάσης του

κύματος πλάτους 5.00mm είναι 0. Πόση είναι η σταθερά φάσης του κύματος πλάτους 7.00mm;

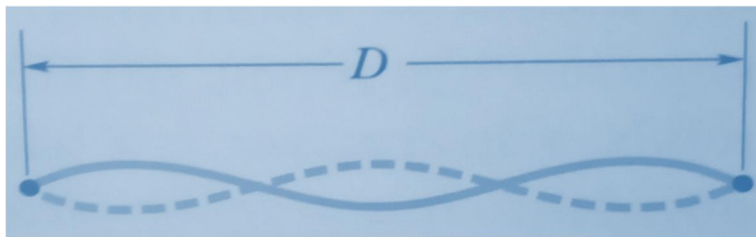
3. Δύο οδεύοντα κύματα που κινούνται σε χορδή είναι πανομοιότυπα εκτός του ότι έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ικανοποιούν την εξίσωση $y(x, t) = A\sin(kx - \omega t)$, όπου το θετικό ή το αρνητικό πρόσημο εξαρτάται από την κατεύθυνση που ταξιδεύει το κύμα.

α) Δείξτε ότι η παλλόμενη χορδή περιγράφεται από την εξίσωση $y(x, t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$,

β) Για τις τιμές $A=4\text{ cm}$, $k=3\text{ rad/cm}$ και $\omega=2\text{ rad/s}$ ποια η μέγιστη μετατόπιση της συνισταμένης κυματικής διαταραχής στο σημείο με συντεταγμένη $x=2.3\text{ cm}$;

γ) Ποιες οι θέσεις των δεσμών και των αντιδεσμών (κοιλιών) της συνισταμένης κυματικής διαταραχής;

4. Μία πλαστική χορδή κιθάρας έχει γραμμική πυκνότητα 7.2g/m και στη χορδή ασκείται τάση 150N . Τα σταθερά στηρίγματά της απέχουν μεταξύ τους κατά απόσταση $D=90.0\text{cm}$. Η χορδή ταλαντώνεται δημιουργώντας τον σχηματισμό στάσιμου κύματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε: (α) τη ταχύτητα, (β) το μήκος κύματος και (γ) τη συχνότητα των οδευόντων κυμάτων των οποίων η υπέρθεση δίνει αυτό το στάσιμο κύμα.



5. (α) Χορδή υπό τάση T και μάζα ανά μονάδα μήκους μ είναι στερεωμένη στο $x = 0$ και στο $x = L$. Την χρονική στιγμή $t = 0$, η χορδή είναι σε ηρεμία και η μετατόπιση της y δίδεται από την κυματοσυνάρτηση:

$$y(x, 0) = 2\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + 3\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

Ποια είναι η συνολική ενέργεια στο $t=0$;

(β) Η χορδή ελευθερώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ και αρχίζει να ταλαντώνεται. Ποια η απομάκρυνση $y(x, t)$ τη χρονική στιγμή t ;

6. Η ταλάντωση ενός διαπασών των 600Hz δημιουργεί στάσιμα κύματα σε μια χορδή στερεωμένη στα δύο άκρα της. Η κυματική ταχύτητα σε αυτή τη χορδή είναι 400m/s. Το στάσιμο κύμα έχει 4 βρόχους και πλάτος 2mm. (α) Πόσο είναι το μήκος της χορδής; (β) Γράψτε μία εξίσωση για την εγκάρσια μετατόπιση της χορδής ως συνάρτηση της θέσης και του χρόνου.