

# Γεωμετρική Οπτική

## Δημιουργία ειδώλων από ανάκλαση και από διάθλαση

Απεικόνιση από οπτικό σύστημα

# ΦΑΚΟΙ

Φακός είναι ένα διαφανές μέσον που περιορίζεται από δύο εν γένει καμπύλες επιφάνειες (η μία εξ αυτών μπορεί να είναι και επίπεδη)

## Ορολογία



Αμφίκυρτος

«βλέπουμε» απ' έξω τις σφαιρικές επιφάνειες



Επιπεδόκυρτος



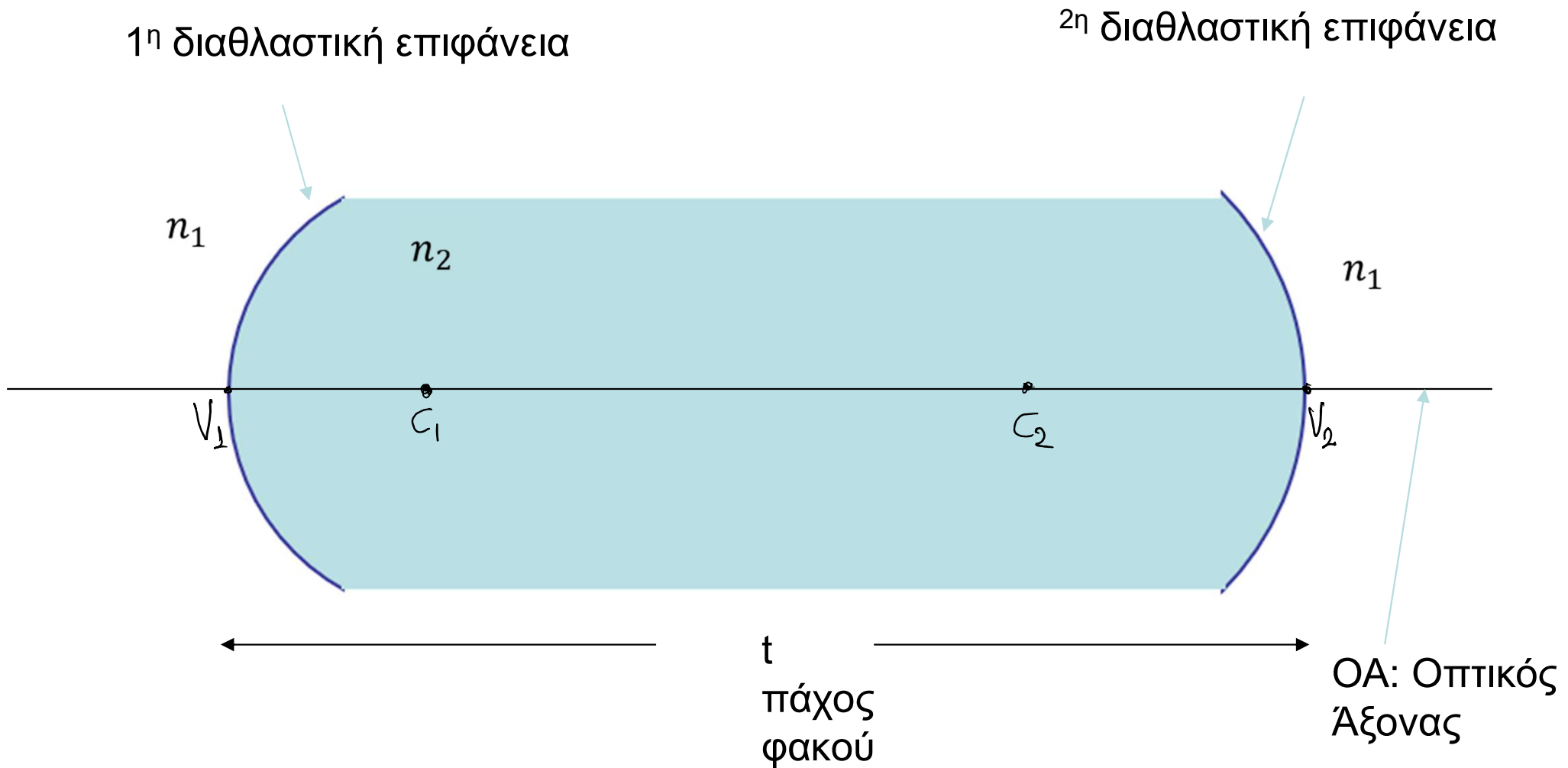
Μηνίσκος

## Λεπτοί φακοί – ο τύπος των κατασκευαστών των φακών

Θα θεωρήσουμε την περίπτωση που οι δύο επιφάνειες που ορίζουν τον φακό είναι τμήματα σφαιρικών επιφανειών κοίλων ή κυρτών (η περίπτωση του επίπεδου κατόπτρου προκύπτει αν θεωρήσουμε άπειρη καμπυλότητα).



# Λεπτοί φακοί – ο τύπος των κατασκευαστών των φακών



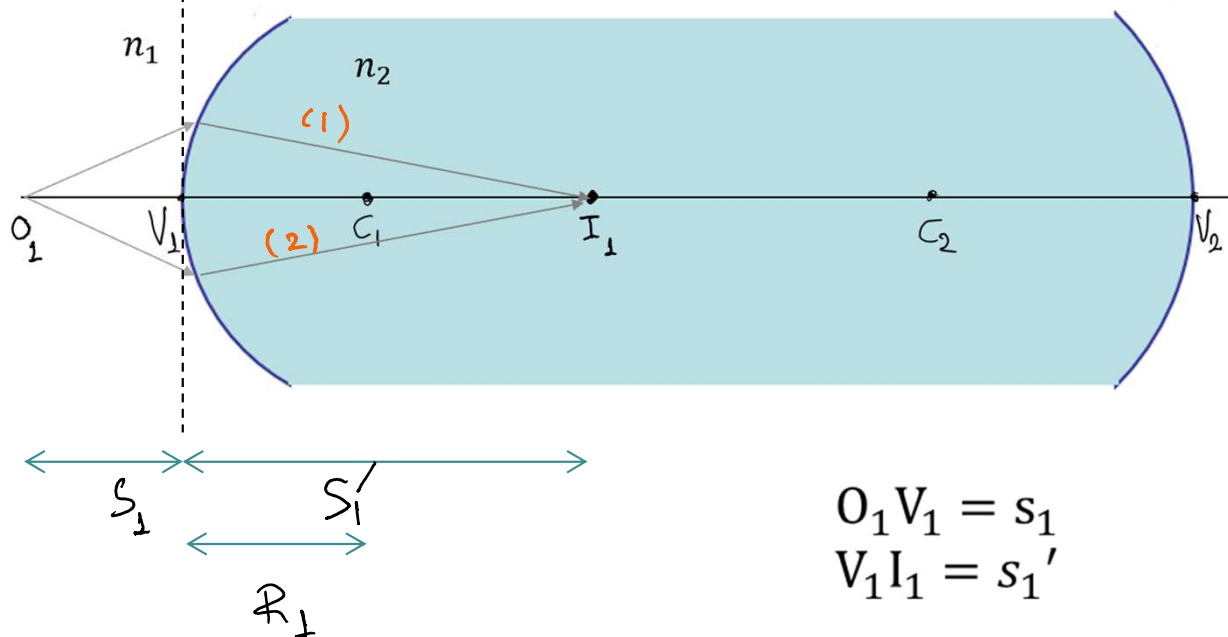
$C_1$  και  $C_2$  τα κέντρα καμπυλότητας των δύο επιφανειών, με ακτίνες καμπυλότητας  $R_1$  και  $R_2$ , αντίστοιχα.

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα σημειακό αντικείμενο πάνω στον ΟΑ, στη θέση  $O_1$  μπροστά από τον φακό. Η απόσταση του αντικειμένου από τη κορυφή  $V_1$  ορίζεται ως  $s_1$ .

Το είδωλο  $I_1$  του αντικειμένου  $O_1$  από τη πρώτη διαθλαστική επιφάνεια θα σχηματιστεί πάνω στον οπτικό άξονα και σε απόσταση  $s_1'$  από τη κορυφή  $V_1$ .

Για τα  $s_1$  και  $s_1'$  ισχύει ο τύπος που είδαμε στο προηγούμενο μάθημα, δηλαδή:

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_1'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad (1)$$



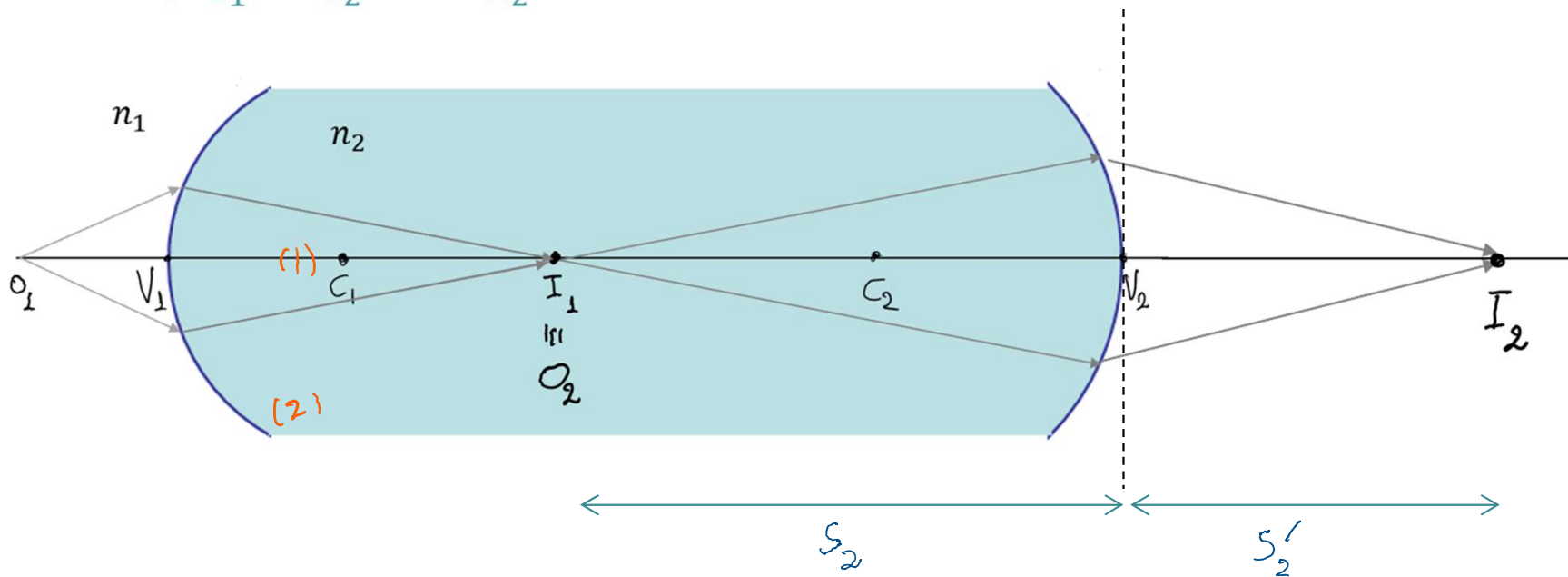
Οι ακτίνες (1) και (2) διαδίδονται ευθύγραμμα μέσα στο υλικό του φακού, μέχρι να φτάσουν στη δεύτερη διαθλαστική επιφάνεια. Οπότε είναι σαν οι ακτίνες που προσπίπτουν στην επιφάνεια αυτή, να προέρχονται από το σημείο  $I_1$ . Το  $I_1$  είναι το αντικείμενο για τη δεύτερη επιφάνεια, ας το ονομάσουμε  $O_2$ . Από τη διάθλαση στη δεύτερη επιφάνεια θα σχηματιστεί το είδωλο  $I_2$ .

$$s_2 = I_1 V_2 = V_1 V_2 - V_1 I_1 = t - s_1'$$

$$s_2' = V_2 I_2$$

Για τα  $s_2$  και  $s_2'$  ισχύει ο τύπος:  $\frac{n_2}{s_2} + \frac{n_1}{s_2'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$

Άρα  $\frac{n_2}{t - s_1'} + \frac{n_1}{s_2'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$  (2)



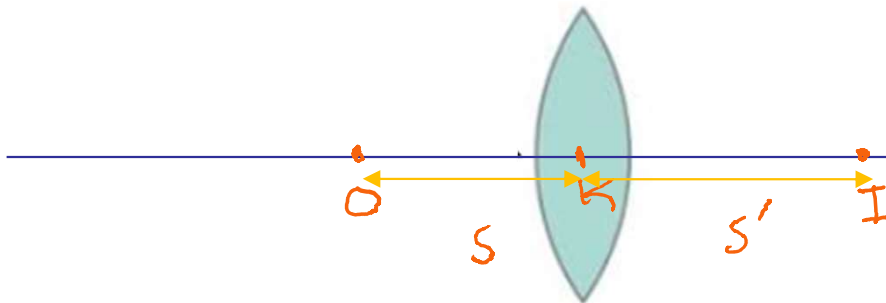
Προσθέτουμε κατά μέλη τις εξ. (1) και (2), και θεωρούμε ότι ο φακός είναι **λεπτός** και συνεπώς  **$t \rightarrow 0$**

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_1'} + \frac{n_2}{-s_1'} + \frac{n_1}{s_2'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2'} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Αν καταργήσουμε τους δείκτες στα  $s_1$  και  $s_2'$  καταλήγουμε στη σχέση

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \rightarrow \text{Ο τύπος των λεπτών φακών}$$



# Εστιακή Απόσταση Λεπτού Φακού

Όταν στον φακό προσπίπτει παράλληλη δέσμη (το αντικείμενο είναι στο άπειρο), η θέση του ειδώλου που σχηματίζεται αντιστοιχεί στην εστία του φακού:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s'} \equiv \frac{1}{f} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Οπότε η εστιακή απόσταση δίνεται από τη σχέση:

$$f = \left[ \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{-1}$$

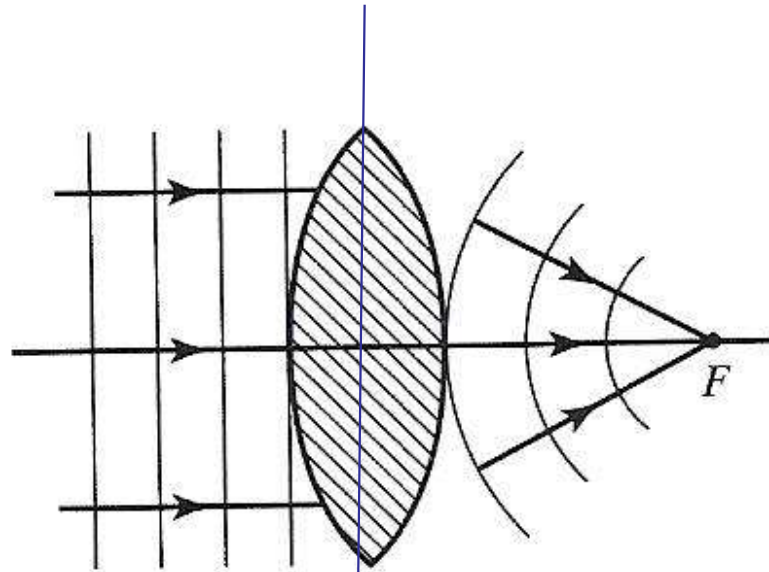
Συνήθως ο φακός είναι στον αέρα, οπότε  $n_1 \cong 1$  και ο τύπος απλοποιείται στον

$$f = \left[ (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{-1} \text{ όπου } n(> 1) \text{ ο δείκτης διάθλασης του υλικού του φακού.}$$



# Λεπτοί φακοί

συγκλίνων



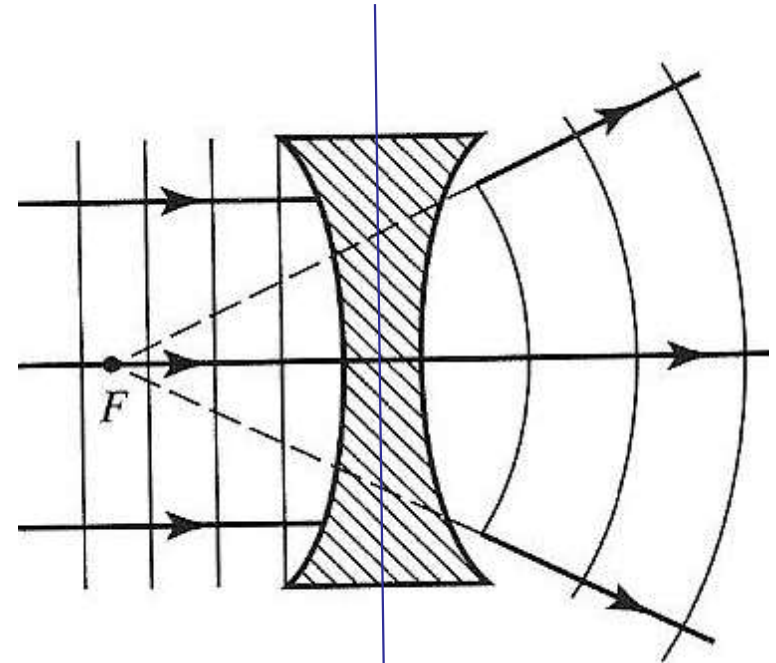
Χώρος  
πραγματικών  
αντικειμένων  
 $s > 0$

φανταστικών  
ειδώλων  $s' < 0$

Χώρος  
φανταστικών  
αντικειμένων  
 $s < 0$

πραγματικών  
ειδώλων  $s' > 0$

αποκλίνων



Χώρος  
πραγματικών  
αντικειμένων  
 $s > 0$

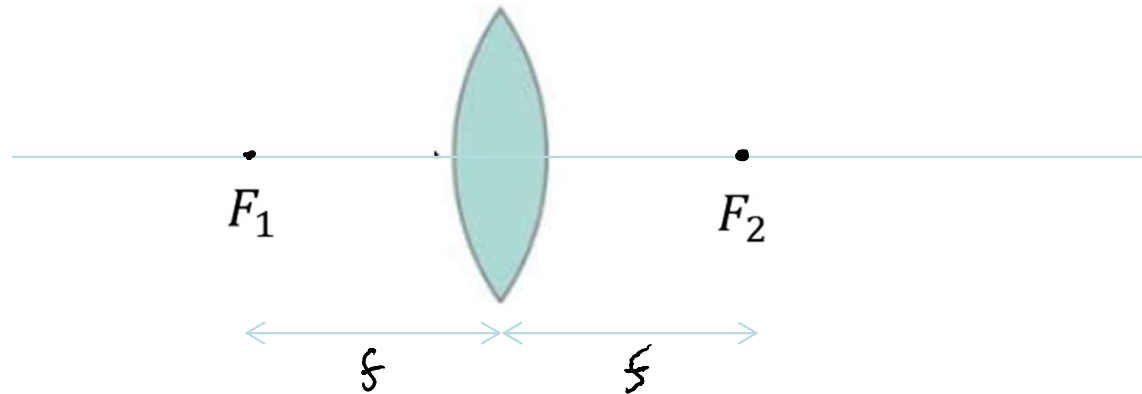
φανταστικών  
ειδώλων  $s' < 0$

Χώρος  
φανταστικών  
αντικειμένων  
 $s < 0$

πραγματικών  
ειδώλων  $s' > 0$

# Παρατήρηση

- ✓ Εάν η παράλληλη δέσμη προσπέσει στο φακό από τη δεξιά πλευρά, θα σχηματιστεί είδωλο στην αριστερή πλευρά σε απόσταση  $f$  από τον φακό.
- ✓ Κάθε λεπτός φακός έχει δύο εστίες  $F_1$  και  $F_2$  εκατέρωθεν του κέντρου του, και σε ίσες αποστάσεις από αυτό

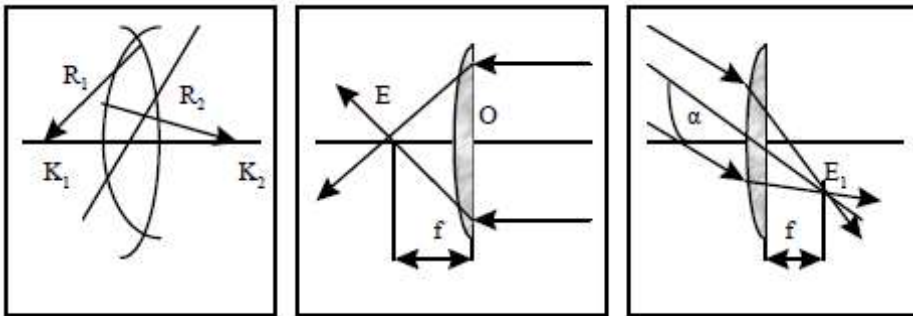


# ΦΑΚΟΙ

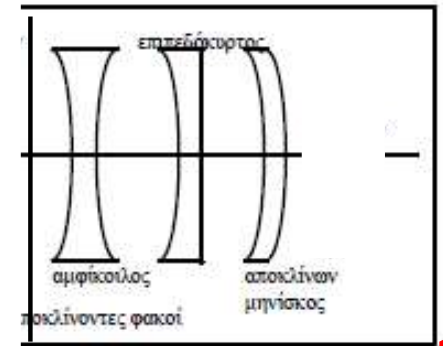
Φακός είναι ένα διαφανές μέσον που περιορίζεται από δύο εν γένει καμπύλες επιφάνειες (η μία εξ αυτών μπορεί να είναι και επίπεδη)

## Είδη Φακών

### Συγκλίνοντες



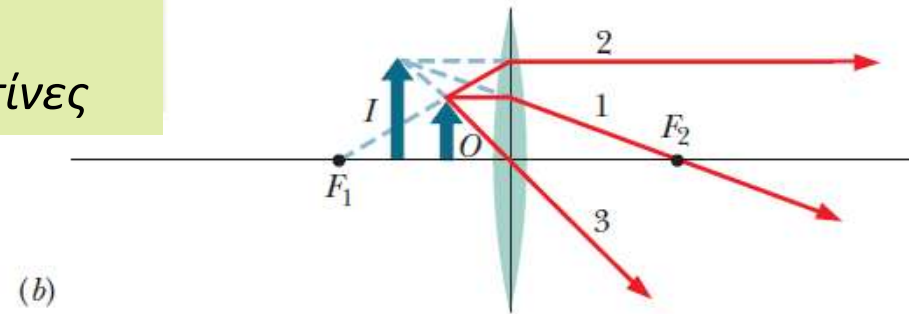
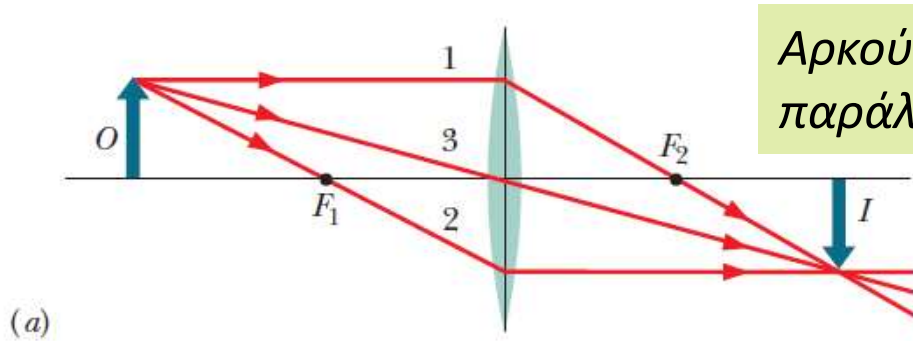
### Αποκλίνοντες



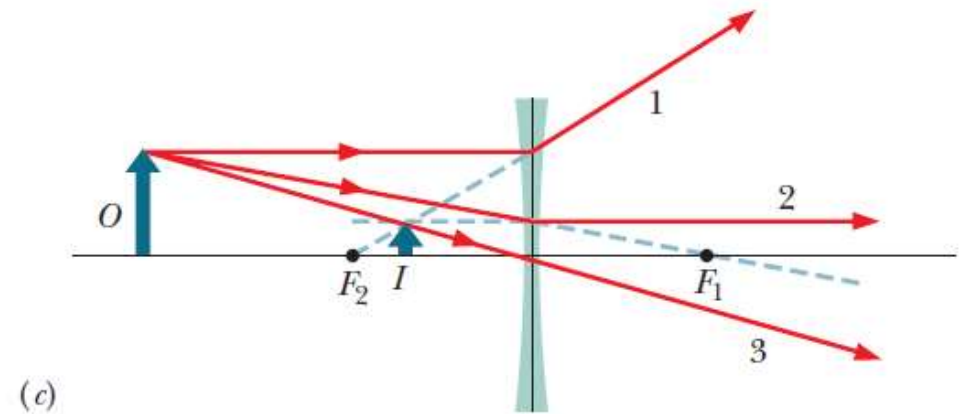
Αυτά ισχύουν όταν ο εξωτερικός δείκτης διάθλασης είναι μικρότερος από αυτόν του υλικού του φακού. Εάν δεν συμβαίνει αυτό τότε οι συγκλίνοντες γίνονται αποκλίνοντες και αντίστροφα.

Τύπος φακού	Ακτίνες καμπυλότητας	Εστιακή απόσταση $f$
Αμφίκυρτος (γενική περίπτωση)	$R_1 \neq R_2$	$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$
Συμμετρικός αμφίκυρτος	$R_1 = -R_2 = R$	$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R}$
Συμμετρικός αμφίκοιλος	$R_1 = -R_2 = -R$	$\frac{1}{f} = (1 - n) \frac{2}{R}$
Επιπεδόκυρτος	$R_1 = R$ $R_2 = \infty$	$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{1}{R}$
Επιπεδόκοιλος	$R_1 = -R$ $R_2 = \infty$	$\frac{1}{f} = (1 - n) \frac{1}{R}$

# Εύρεση ειδώλων από λεπτούς φακούς



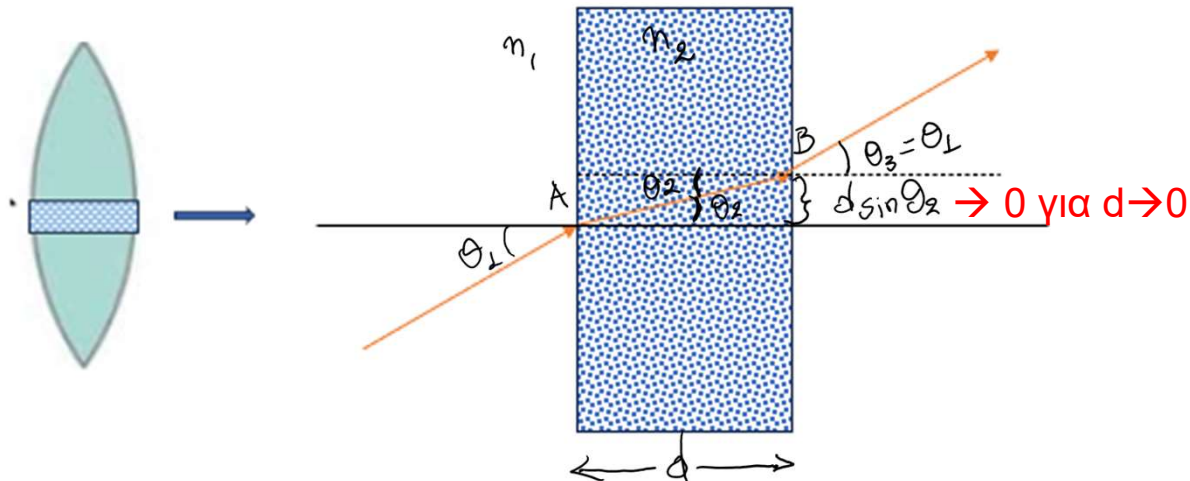
- Μια ακτίνα αρχικά παράλληλη προς τον οπτικό άξονα, θα περάσει από τη εστία  $F_2$  (ακτίνα 1)
- Μία ακτίνα που αρχικά περνά από την εστία  $F_1$ , θα βγει από τον φακό παράλληλα προς τον οπτικό άξονα. (ακτίνα 2)
- Μία ακτίνα που αρχικά περνά από το κέντρο του φακού, θα βγει από το φακό χωρίς να αλλάξει διεύθυνση (θα το δείξουμε σε λίγο). (ακτίνα 3)



**Προσέξτε ότι για τον αποκεντρωτικό φακό η αρίθμηση των εστιών είναι αντίστροφη από ότι στον συγκεντρωτικό φακό.**

## Παράρτημα- εξήγηση για τη διαδρομή της ακτίνας 3

- Στα διαγράμματα ακτινών, χρησιμοποιήσαμε το ότι μία (παραξονική) ακτίνα που περνά από το κέντρο του φακού συνεχίζει τη διαδρομή της χωρίς αλλαγή διεύθυνσης.
- Όταν έχουμε διάθλαση από μία ορθογώνια πλάκα, η δέσμη βγαίνει παράλληλη προς τη προσπίπτουσα αλλά μετατοπισμένη. Εδώ θεωρούμε ότι το μέσο του φακού μπορεί να θεωρηθεί σαν ορθογώνια πλάκα. Αν επιπλέον θεωρήσουμε ότι το πάχος του φακού είναι αμελητέο, τότε δεν υπάρχει μετατόπιση της αναδυόμενης δέσμης.



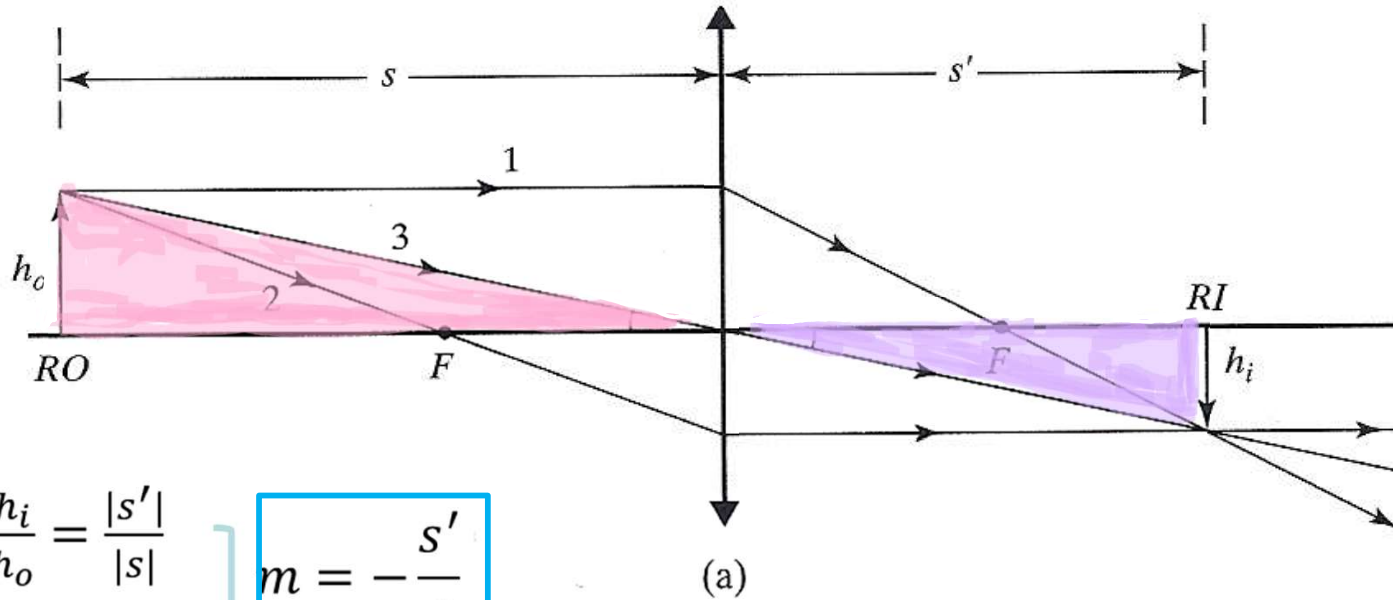
Δηλ. Η αναδυόμενη ακτίνα είναι μετατοπισμένη ως προς τη προσπίπτουσα κατά  $d \sin \theta_2$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Σημείο A: } n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \\ \text{Σημείο B: } n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_3 \end{array} \right\} \theta_3 = \theta_1$$

Δηλ. Η αναδυόμενη ακτίνα είναι παράλληλη με τη προσπίπτουσα

Για  $d \rightarrow 0$  η ακτίνα βγαίνει από τη πλάκα ως προέκταση της προσπίπτουσας.

# Μεγέθυνση ειδώλου

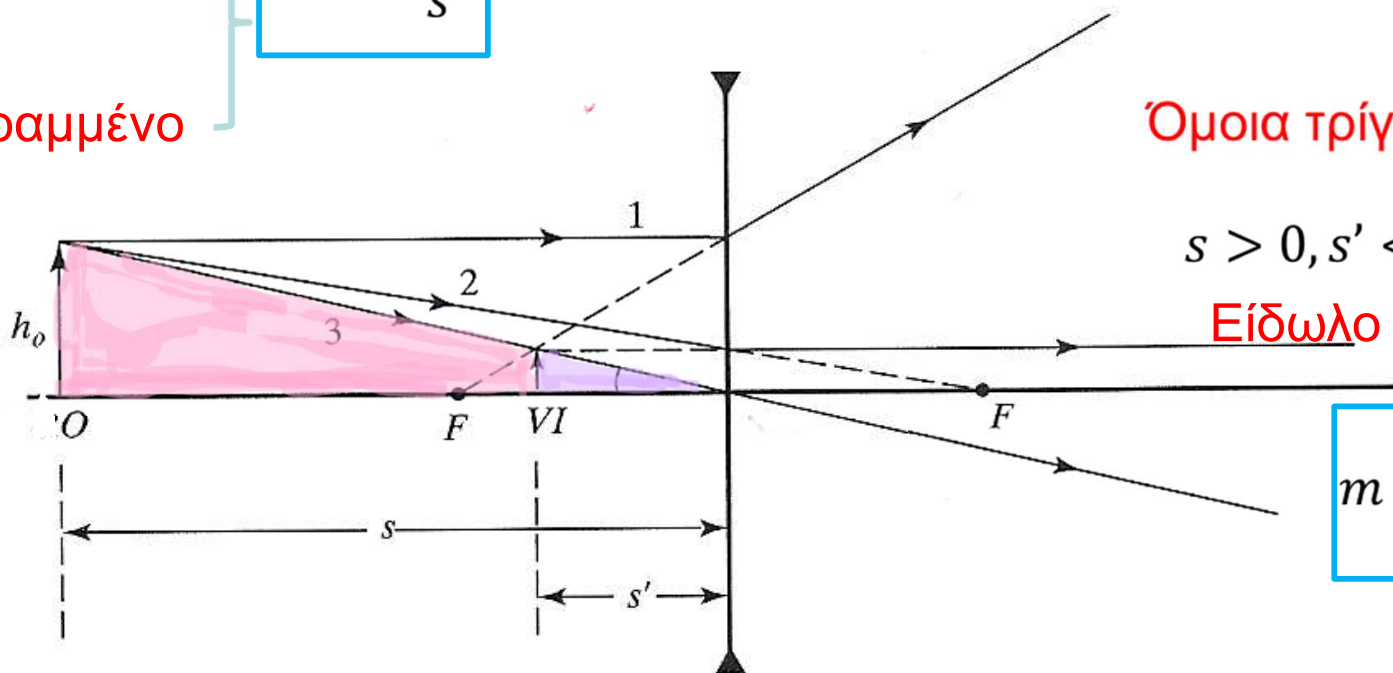


Όμοια τρίγωνα  $\frac{h_i}{h_o} = \frac{|s'|}{|s|}$

$s > 0, s' > 0$

Είδωλο αντεστραμμένο  
 $m < 0$

$$m = -\frac{s'}{s}$$



Όμοια τρίγωνα  $\frac{h_i}{h_o} = \frac{|s'|}{|s|}$

$s > 0, s' < 0$

Είδωλο ορθό ( $m > 0$ )

$$m = -\frac{s'}{s}$$



# Σχηματισμός ειδώλων από οπτικό σύστημα – Πώς δουλεύουμε

- Μας δίνεται ένα οπτικό σύστημα που περιλαμβάνει συνήθως μία σειρά από φακούς ή/και κάτοπτρα
- Μας δίνεται συνήθως ένα εκτεταμένο (μικρό) ευθύγραμμο αντικείμενο συγκεκριμένου ύψους, που είναι τοποθετημένο σε συγκεκριμένη απόσταση από το πρώτο (συνήθως) οπτικό στοιχείο.
- Μας ζητείται (συνήθως) να βρούμε τη θέση και το μέγεθος του τελικού ειδώλου.
- Η επίλυση των προβλημάτων αυτών γίνεται με συνδυασμό
  - γραφικής επίλυσης, ακολουθώντας τη διαδρομή των ακτίνων και
  - χρήσης των νόμων δημιουργίας ειδώλων από ανάκλαση και διάθλαση που έχουμε συζητήσει.
- Αν το οπτικό μας σύστημα περιλαμβάνει περισσότερα από ένα στοιχεία, εργαζόμαστε ως εξής:
- Βρίσκουμε το είδωλο από το **πρώτο στοιχείο** που συναντούν οι οπτικές ακτίνες που φεύγουν από το δεδομένο αντικείμενο, ξεχνώντας όλα τα υπόλοιπα οπτικά στοιχεία.



- Το είδωλο αυτό αποτελεί το αντικείμενο για το επόμενο οπτικό στοιχείο. Βρίσκουμε λοιπόν πρώτα την απόστασή του από το δεύτερο οπτικό στοιχείο, και υπολογίζουμε τη θέση του νέου ειδώλου από το δεύτερο στοιχείο, ξεχνώντας όλα τα υπόλοιπα στοιχεία. Αν έχουμε μόνο δύο στοιχεία στο σύστημα, αυτό θα είναι και το τελικό είδωλο. Η μεγέθυνση του τελικού ειδώλου προκύπτει από το γινόμενο των επιμέρους μεγεθύνσεων. Αν υπάρχει και άλλο οπτικό στοιχείο, τότε το δεύτερο είδωλο αποτελεί αντικείμενο για το τρίτο οπτικό στοιχείο κ.ο.κ.
- Η τελική μεγέθυνση συστήματος φακών, συστήματος κατόπτρων, ή συστήματος φακών/κατόπτρων είναι ίση με το γινόμενο των επιμέρους μεγεθύνσεων.

# Οι βασικοί κανόνες γραφικής επίλυσης για λεπτούς φακούς

- Τοποθετούμε τα οπτικά στοιχεία και το αντικείμενο υπό περίπου σωστή κλίμακα κατά μήκος του οπτικού άξονα.
- Συνήθως συμβολίζουμε
  - τον συγκεντρωτικό (συγκλίνοντα) λεπτό φακό με 
  - τον αποκεντρωτικό (αποκλίνοντα) λεπτό φακό με 
- Τοποθετούμε υπό κλίμακα τις θέσεις των εστιών συμμετρικά εκατέρωθεν του κάθε (λεπτού) φακού
- Από το άκρο του αντικειμένου που είναι εκτός του οπτικού άξονα, παίρνω δύο ακτίνες:
  - Μία που περνάει από το κέντρο του φακού και βγαίνει χωρίς αλλαγή διεύθυνσης (βλ. εξήγηση στο παράρτημα)
  - Μία που είναι παράλληλη προς τον οπτικό άξονα και βγαίνοντας από τον φακό αλλάζει διεύθυνση έτσι ώστε να περνά από την εστία του φακού.
  - Εκεί που συναντώνται οι δύο ακτίνες (ή οι προεκτάσεις τους) είναι το είδωλο του άκρου του αντικειμένου. Φέρνω κάθετο προς τον οπτικό άξονα και σχηματίζω το είδωλο