# ΚΥΜΑΤΙΚΗ
# Ι. Μ**ηχανικά κύματα**

I. Τι είναι κύμα
II. Κατηγορίες κυμάτων
III. Μηχανικά κύματα → τύποι μηχανικών κυμάτων
IV. Περιοδικά κύματα → βασικοί ορισμοί: Μήκος κύματος, Συχνότητα, Πλάτος, Φάση, Μαθηματική περιγραφή
V. Ταχύτητα τρέχοντος (οδεύοντος) κύματος

# Τί είναι κύμα

- Διάδοση μίας διαταραχής στο χώρο
- Μεταφορά ενέργειας, χωρίς τη μεταφορά ύλης
- Σε άλλες περιπτώσεις απαιτείται υλικό μέσο για τη δημιουργία κύματος (μηχανικά κύματα) σε άλλες όχι (Η-Μ κύματα)
- Άρα για να δημιουργηθεί ένα κύμα χρειάζονται:
  - ΥΠΑΡΞΗ ΕΣΤΙΑΣ ΠΟΥ ΔΙΑΤΑΡΡΑΣΕΙ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ (ΠΡΟΣΦΕΡΕΙ ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ)
  - ΥΠΑΡΞΗ ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΔΟΧΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ (ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ)ΠΟΥ ΔΕΝ ΣΥΝΟΔΕΥΕΤΑΙ ΑΠΟ ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΥΛΗΣ

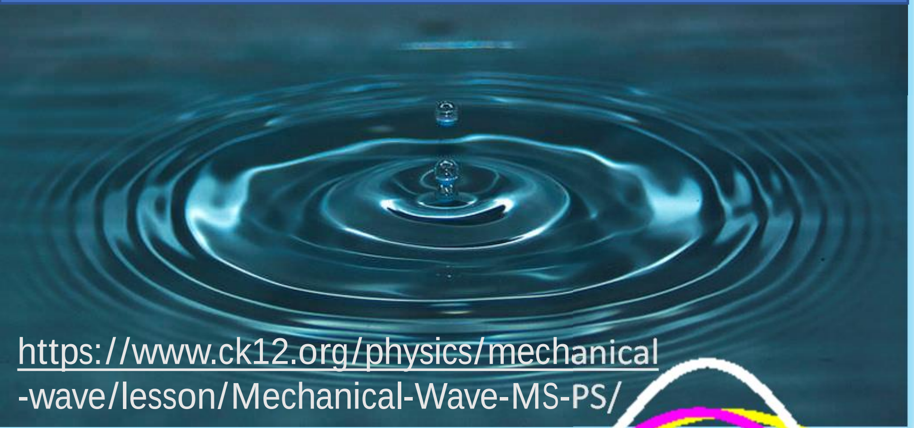
# Κατηγορίες κυμάτων

- Μηχανικά κύματα – νόμοι Νεύτωνα – χρειάζονται υλικό μέσο
- Ηλεκτρομαγνητικά κύματα – δεν χρειάζονται υλικό μέσο (διάδοση και στο κενό)
- Κύματα ύλης (στοιχειώδη σωματίδια, ακόμα και άτομα, μόρια)
- Βαρυτικά κύματα (διαταραχή του χωρόχρονου)

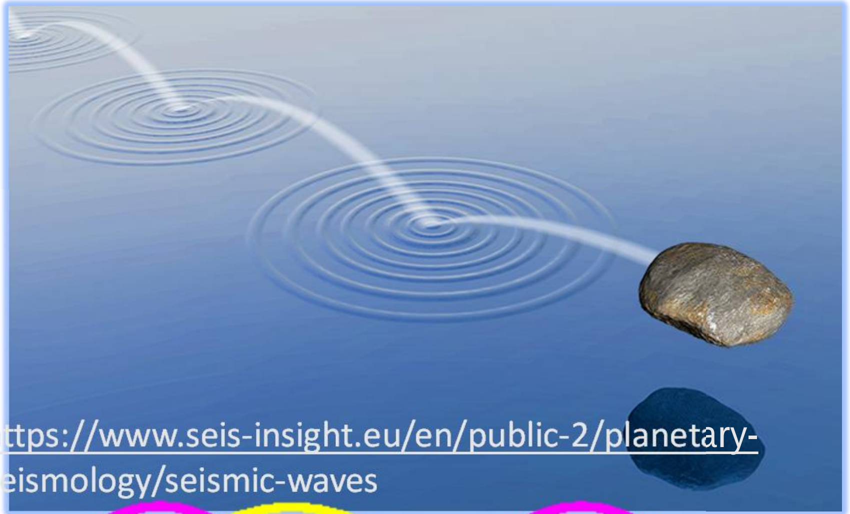
Το κύριο κοινό χαρακτηριστικό είναι ότι το κύμα είναι μια διαταραχή κάποιου είδους, δηλαδή, μια αλλαγή από την κατάσταση ισορροπίας.

- ✓ Ένα κύμα σε χορδή διαταράσσει τη θέση των τμημάτων της χορδής.
- ✓ Ένα ηχητικό κύμα διαταράσσει την πίεση περιβάλλοντος.
- ✓ Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαταράσσει τις δυνάμεις των ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων.

# Μηχανικα κύματα

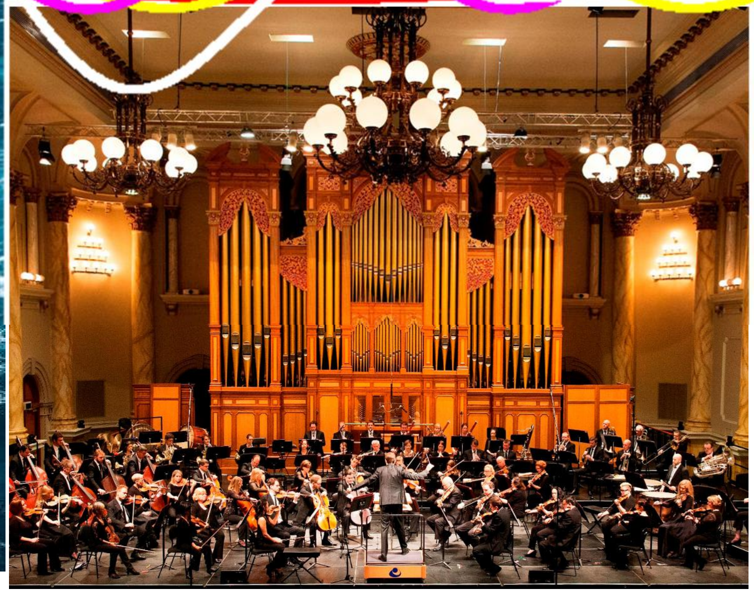


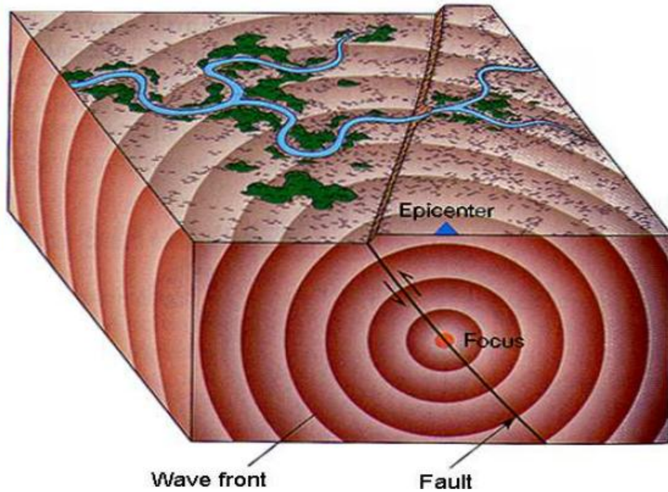
https://www.ck12.org/physics/mechanical-wave/lesson/Mechanical-Wave-MS-PS/



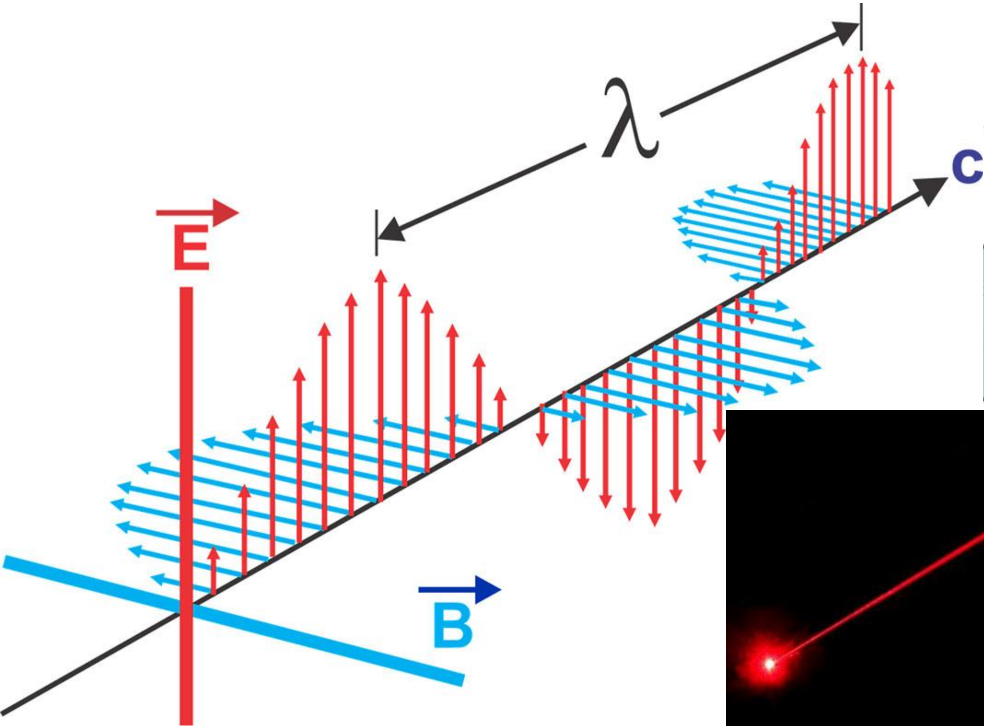
https://www.seis-insight.eu/en/public-2/planetary-seismology/seismic-waves

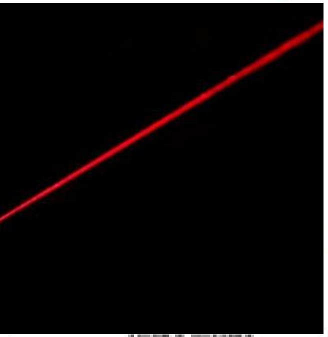
https://physicstoday.scitation.org/doi/10.1063/PT.3.4880

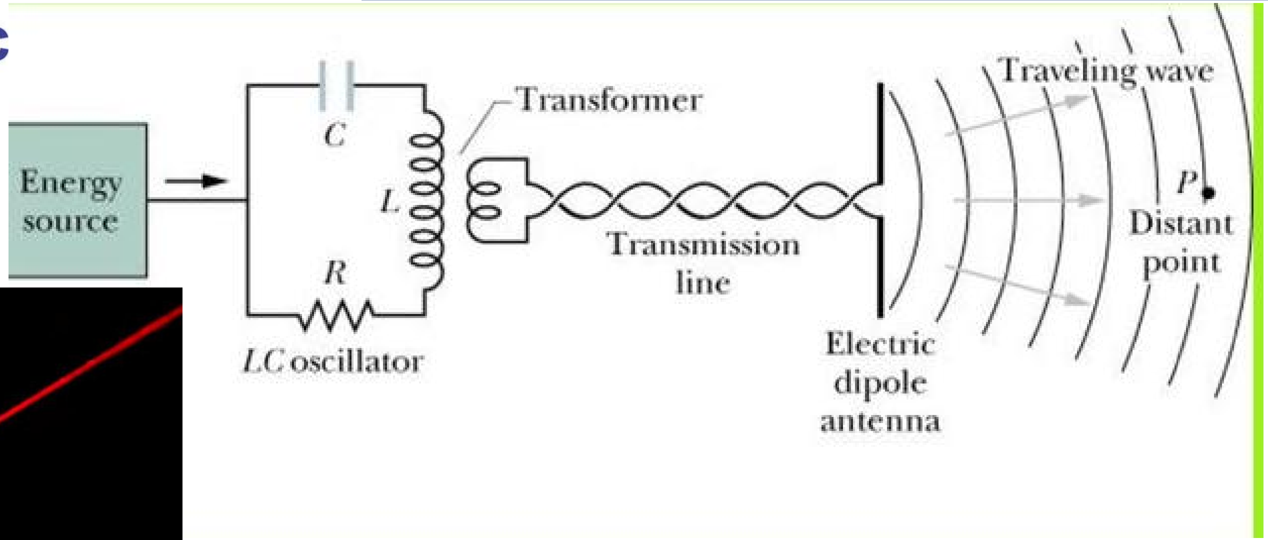


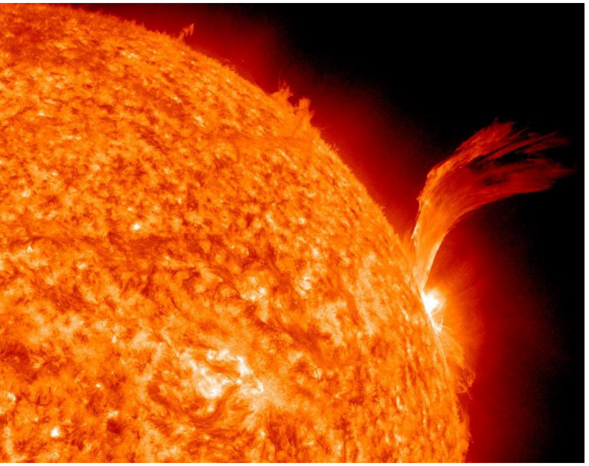


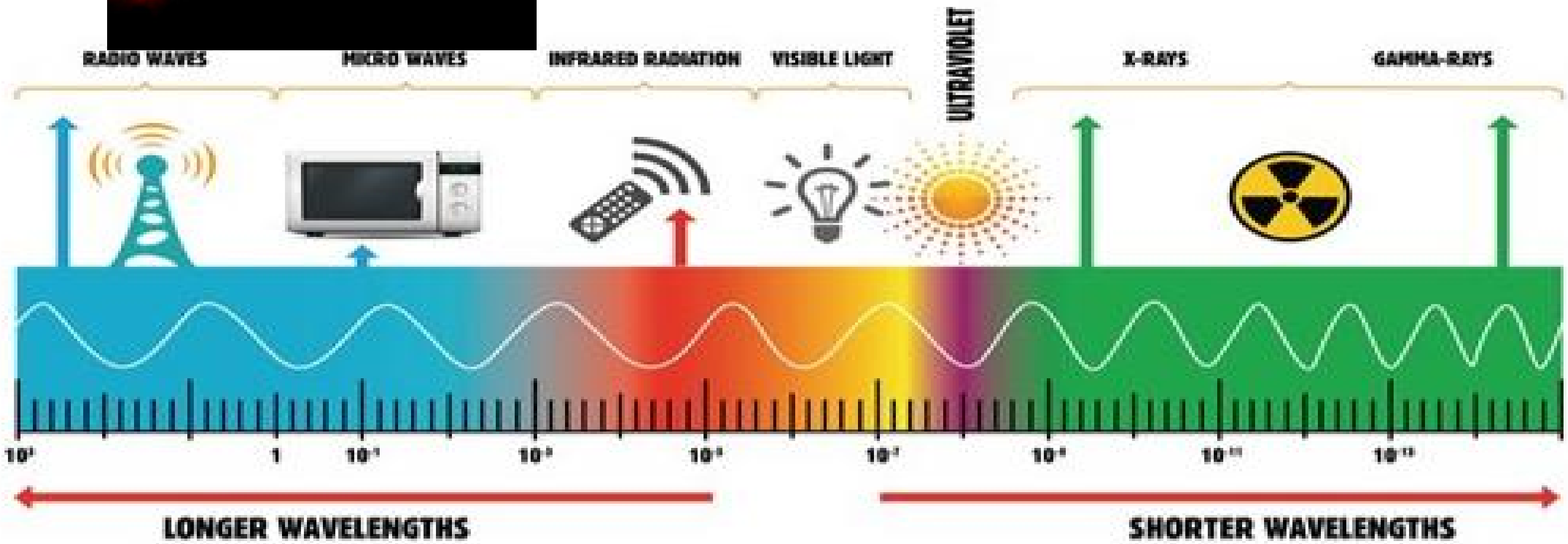
# Ηλεκτρομαγνητικά κύματα



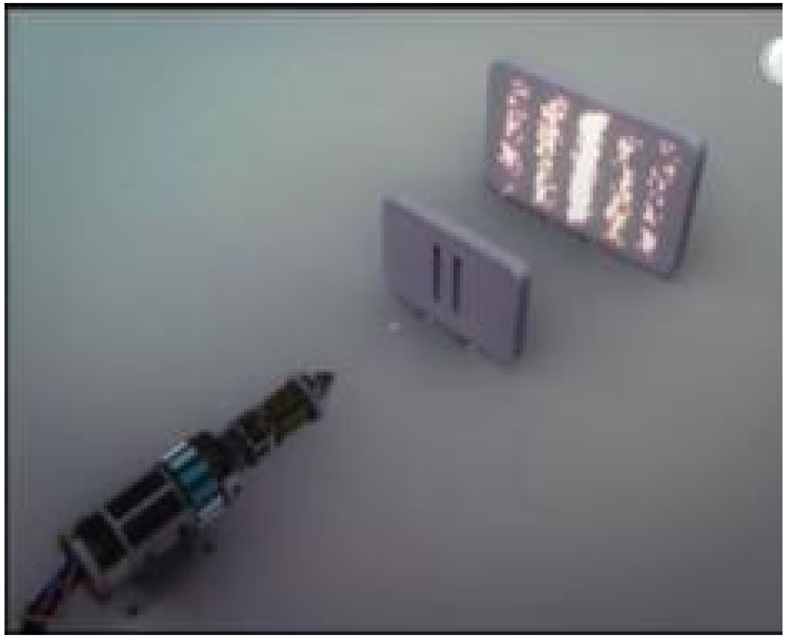



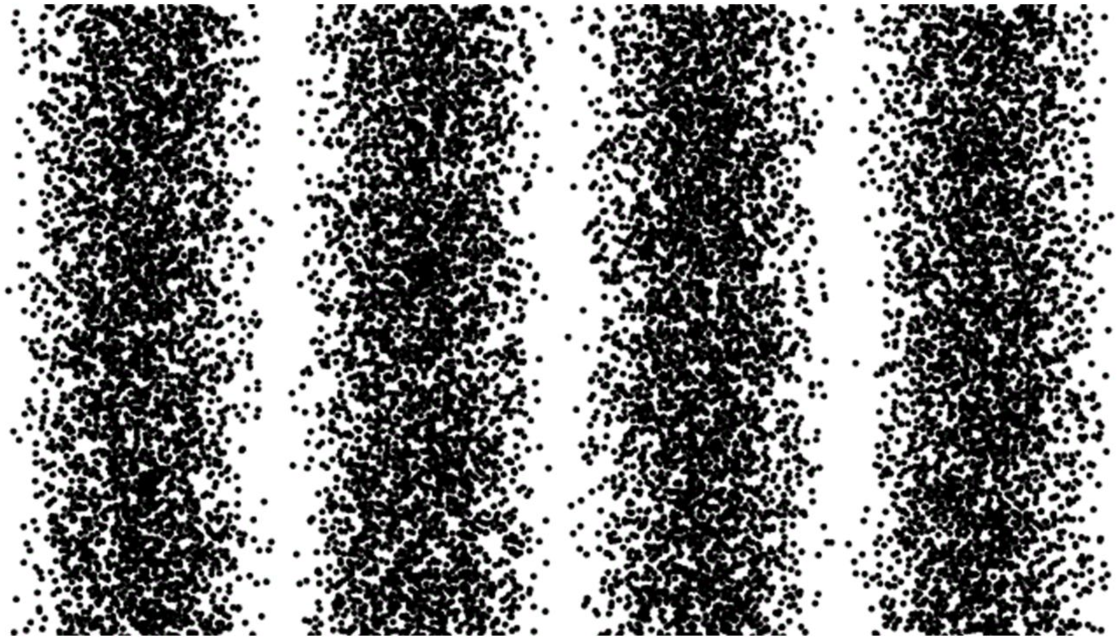




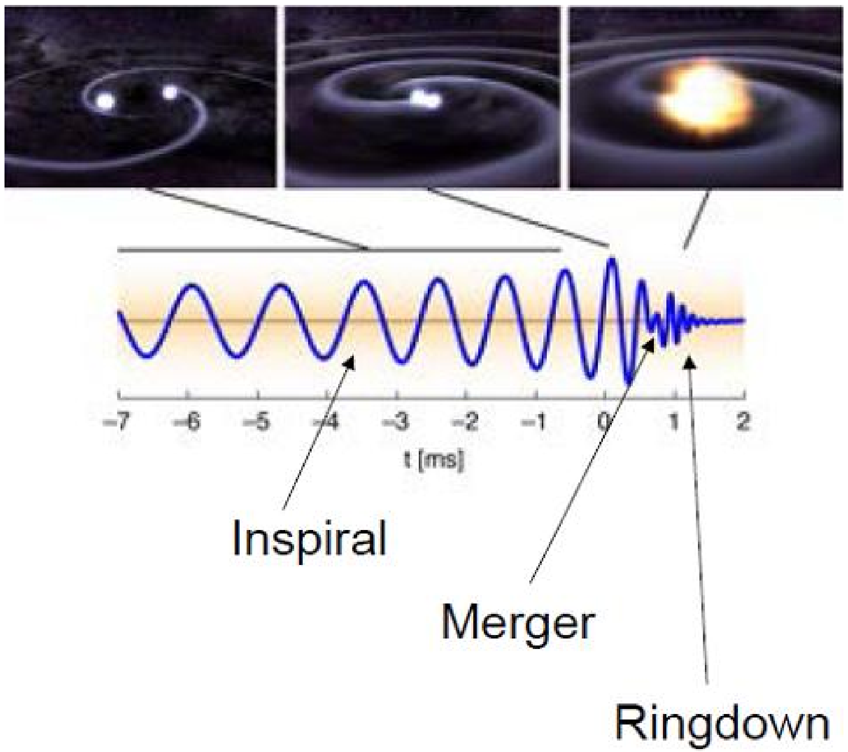
# Κύματα ύλης

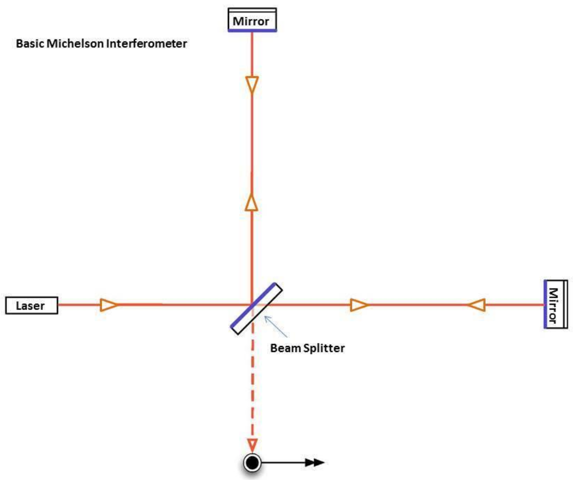




*Particle impacts make visible the interference pattern of waves* [*Source: Thierry Dugnolle/Wikimedia*]

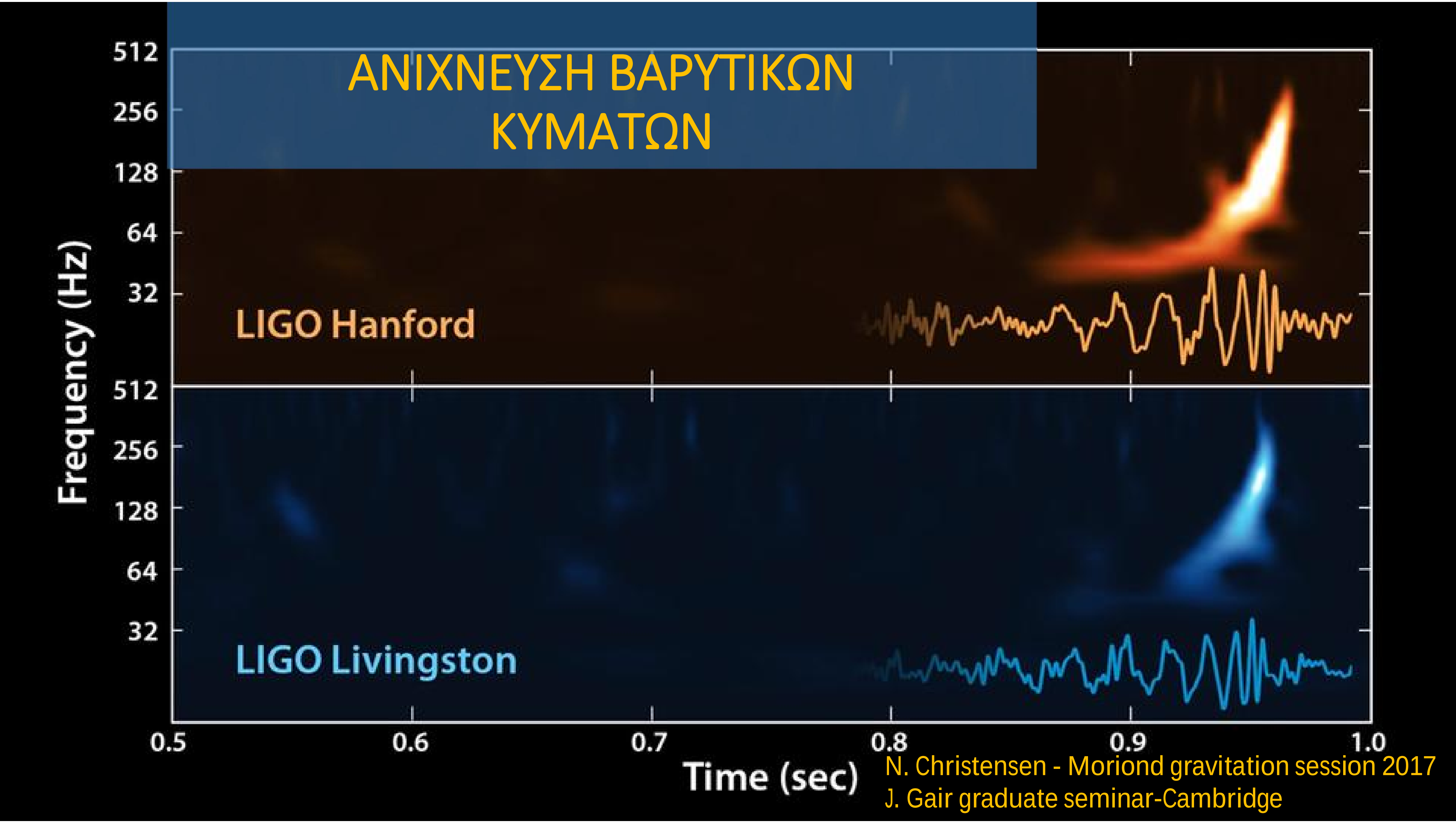
# Βαρυτικά κύματα




- «διακυμάνσεις» στην καμπυλότητα του χωρόχρονου
- Επιταχυνόμενες μάζες προκαλούν τέτοιες διακυμάνσεις (τεράστιες μάζες και ακραίες επιταχύνσεις)
- Αυτές οι διακυμάνσεις διαδίδονται με την ταχύτητα του φωτός → βαρυτικό κύμα

# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΒΑΡΥΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ



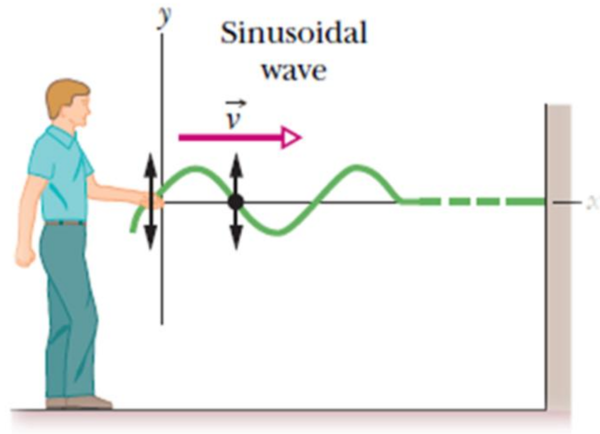

N. Christensen - Moriond gravitation session 2017
J. Gair graduate seminar-Cambridge

## Εγκάρσια κύματα

Διαταραχή κάθετη στη διεύθυνση

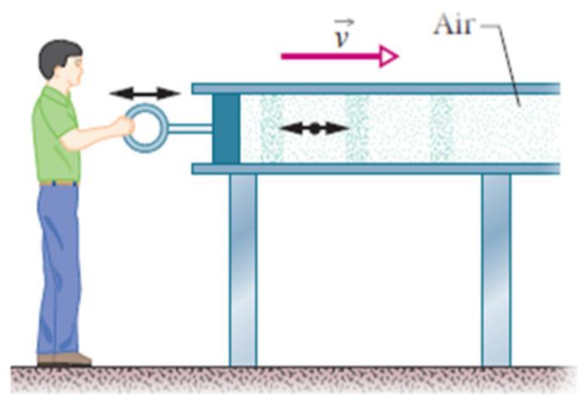
διάδοσης του κύματος

Π.χ. μηχανικά κύματα σε χορδή, ΗΜ κύματα




## Διαμήκη κύματα

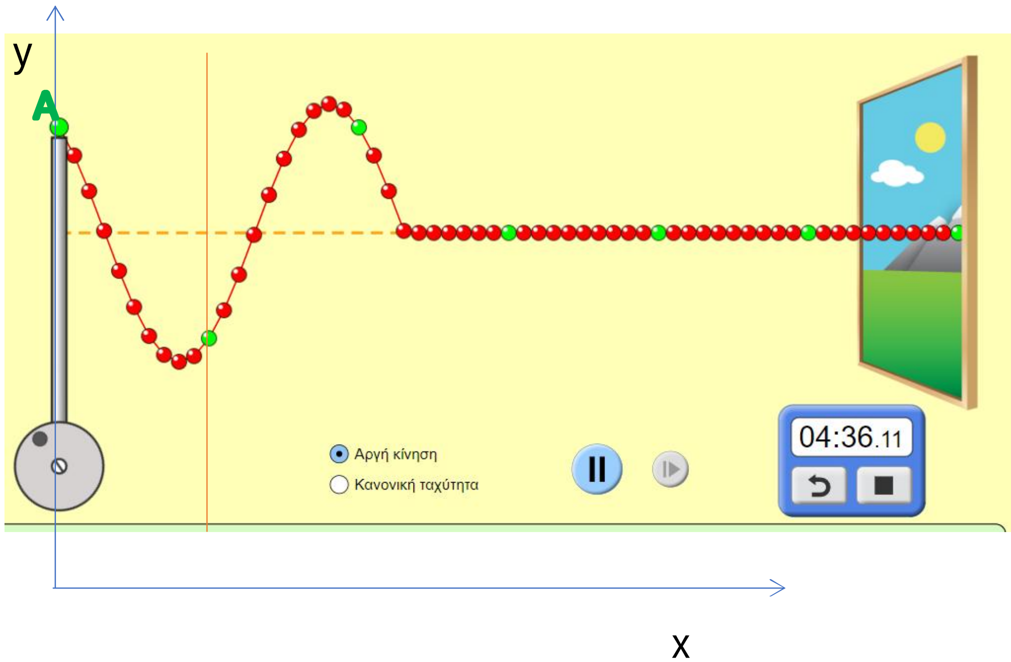
Διαταραχή παράλληλη στη διεύθυνση
διάδοσης του κύματος
Π.χ. ηχητικά κύματα

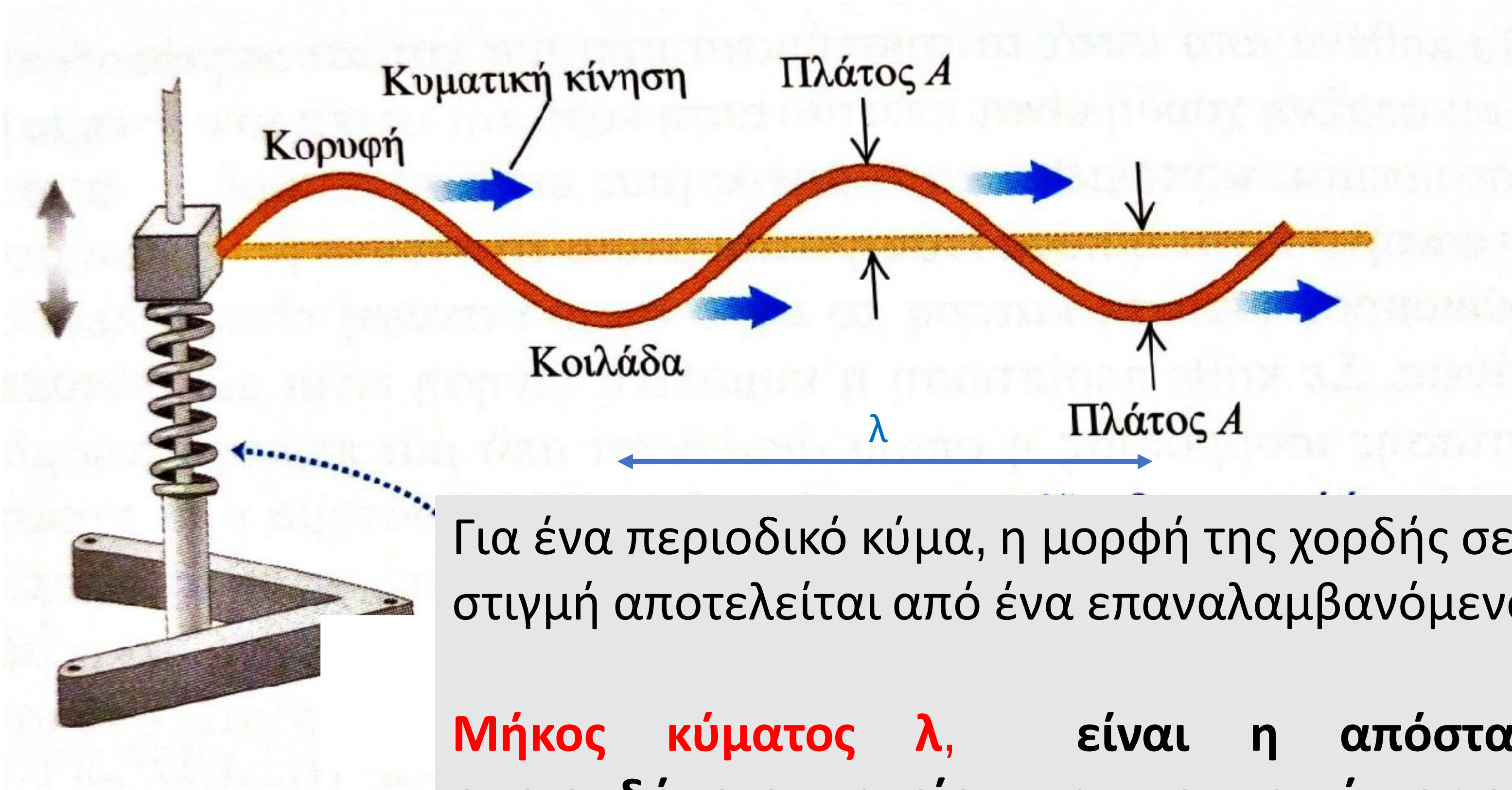


# Μηχανικά κύματα – το παράδειγμα της διάδοσης εγκάρσιου κύματος σε μία χορδή

- Εγκάρσιο κύμα σε τεντωμένη χορδή αποτελεί παράδειγμα κυματικού παλμού.
- Ασκούμε μία εγκάρσια δύναμη στο άκρο της τεντωμένης χορδής, που κινεί τη χορδή πάνω κάτω, παράγοντας μία παραμόρφωση, που ταξιδεύει κατά μήκος της χορδής, (χάρη στη τάση της χορδής).
- Αν το άκρο της χορδής κινείται περιοδικά (π.χ. απλή αρμονική ταλάντωση), τότε κάθε «στοιχείο» της χορδής κάνει περιοδική κίνηση καθώς το κύμα διαδίδεται, οπότε έχουμε περιοδικό κύμα

Στιγμιότυπο ($t=t_1$)

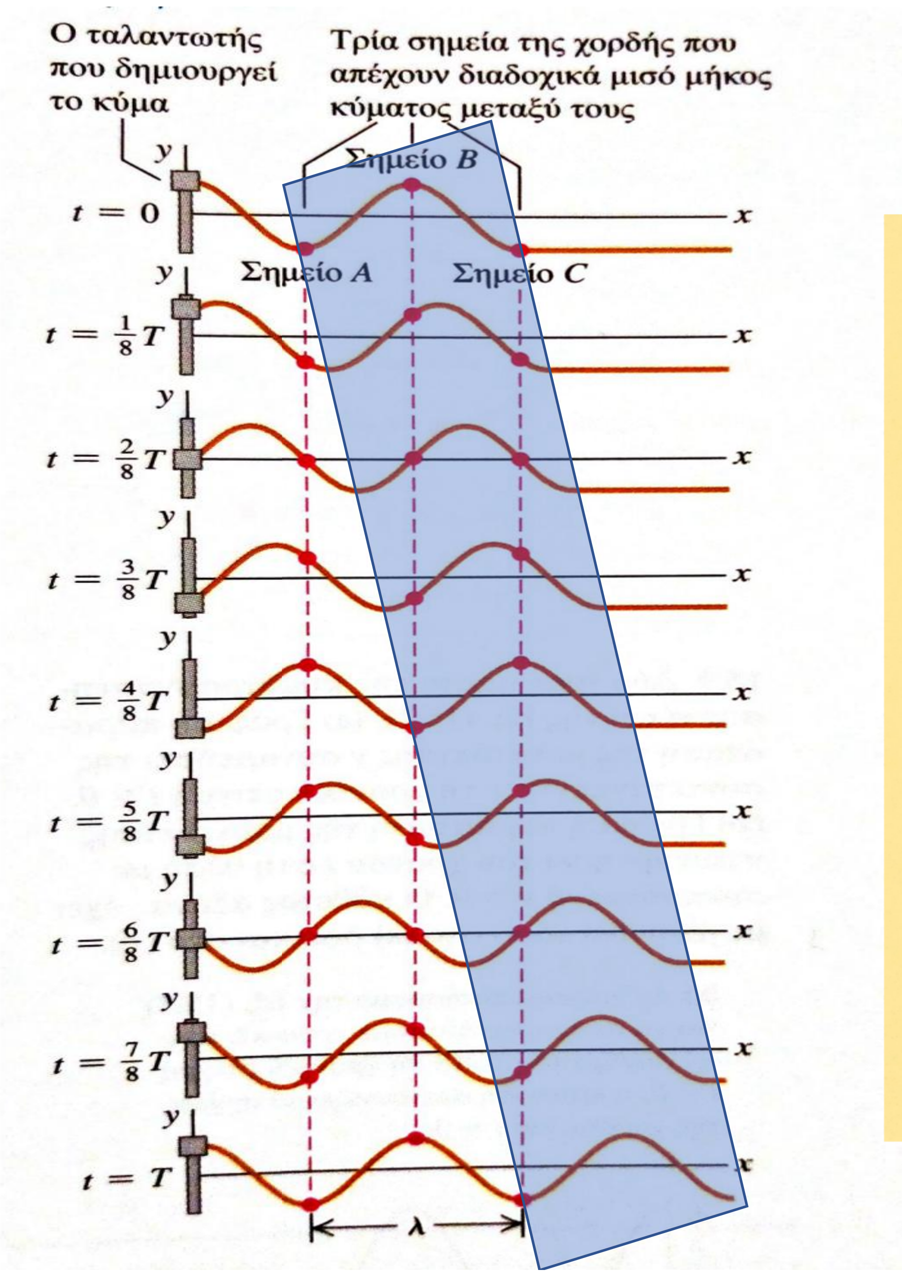





Για ένα περιοδικό κύμα, η μορφή της χορδής σε κάθε στιγμή αποτελείται από ένα επαναλαμβανόμενο «μοτίβο».

**Μήκος κύματος λ, είναι η απόσταση μεταξύ οποιουδήποτε σημείου και του αντίστοιχού του στην επόμενη επανάληψη της κυματομορφής (π.χ. μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών ή κοιλάδων)**

## Σχέση περιόδου – μήκους κύματος




- **Το κυματικό μοτίβο οδεύει με σταθερή ταχύτητα υ προς τα δεξιά και προχωρά απόσταση λ μέσα σε μία περίοδο.**
- **Άρα η ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα είναι**

$$\upsilon = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = \lambda f$$

**όπου** $f$ =1/T **η συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται όλα τα σημεία της χορδής (όπου έχει διαδοθεί το κύμα)**

**Στα μηχανικά κύματα, η ταχύτητα διάδοσης καθορίζεται από τις μηχανικές ιδιότητες του μέσου (αν αυξήσω τη συχνότητα, θα μειωθεί το μήκος κύματος, έτσι ώστε το γινόμενο να παραμείνει σταθερό)**

## Πως περιγράφεται η διαδιδόμενη διαταραχή;

Με την επιλογή ενός κατάλληλου φυσικού μεγέθους που περιγράφει τη διαταραχή και τη γνώση του σε κάθε σημείο του χώρου κάθε χρονική στιγμή:

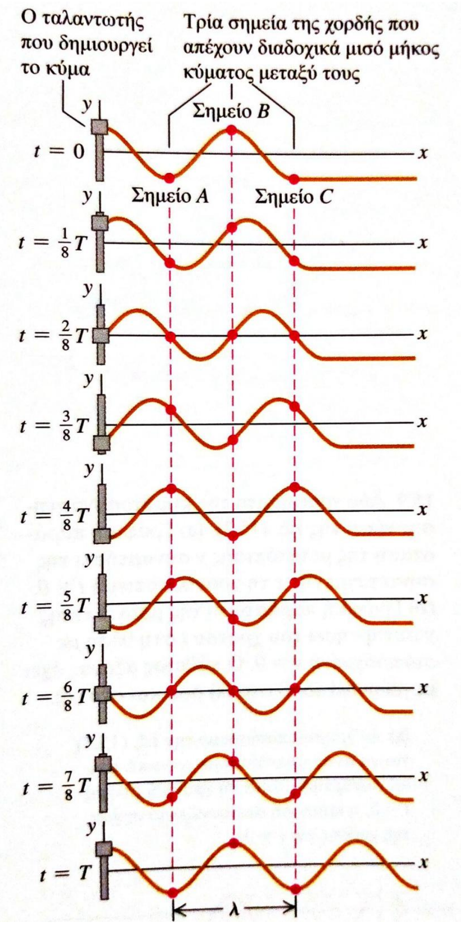
$$y=h(x,t)$$

π.χ. ημιτονοειδής συνάρτηση:

$$y(x,t)=y_m \sin(kx-\omega t)$$

που περιγράφει τη διάδοση ενός αρμονικού κύματος σε μία τεντωμένη χορδή, όπως θα δούμε στην επόμενη διαφάνεια.

# Πως θα περιγράψω μαθηματικά το αρμονικό κύμα που διαδίδεται κατά μήκος της τεντωμένης χορδής




Έστω ένα στοιχειώδες τμήμα της χορδής στη θέση x=0. Κατά τη διάρκεια της κυματικής κίνησης, το στοιχειώδες αυτό τμήμα θα ταλαντώνεται αρμονικά γύρω από τη θέση ισορροπίας (y=0), με συχνότητα f και πλάτος $y_m$.

Ας υποθέσουμε ότι η μετατόπιση y του στοιχείου κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας δίνεται από μία συνάρτηση ημιτόνου

$$y(x=0,t) = y_m sin\omega t = y_m sin 2\pi f t$$

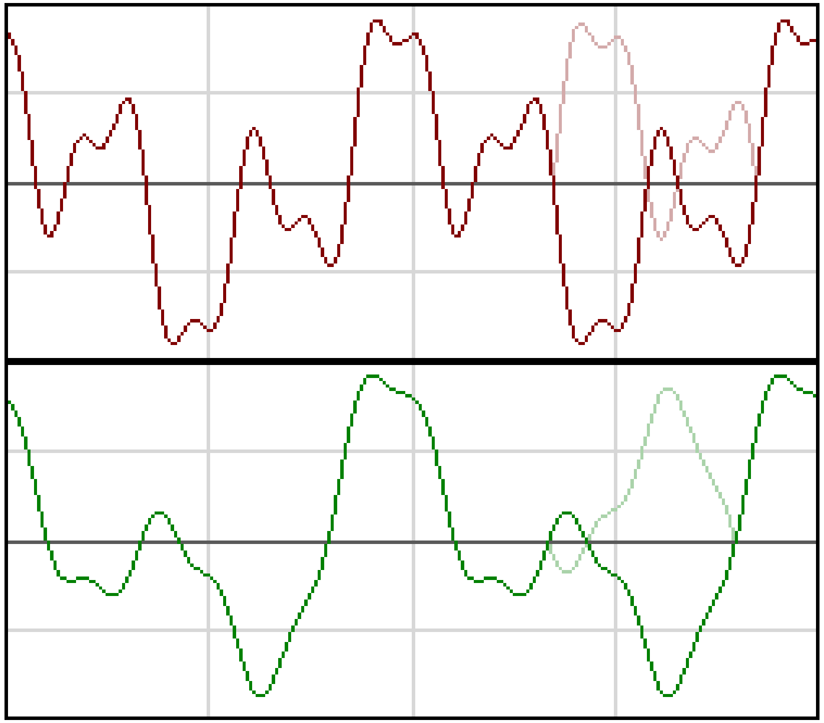
Η κυματική διαταραχή ταξιδεύει από το $x = 0$ σε ένα σημείο $x$ μέσα σε χρόνο $t = \frac{x}{v}$, *όπου* $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

Η κίνηση του σημείου $x$ τη στιγμή $t$ είναι ίδια με τη κίνηση του σημείου 0 σε προγενέστερο χρόνο, $t = \frac{x}{v}$

Άρα $\boldsymbol{y(x,t) = y_m sin\omega\left(\frac{x}{v} - t\right) = y_m sin(kx - \omega t)}$, όπου $\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} = k$

Αυτό ισχύει για διάδοση του κύματος προς τα δεξιά (θετικά). Για διάδοση προς τα αρνητικά, ο τύπος γίνεται

$\boldsymbol{y(x,t) = y_m sin\omega\left(\frac{x}{v} + t\right) = y_m sin(kx + \omega t)}$,



Με τον ίδιο τρόπο μπορώ να περιγράψω ένα κύμα που διαδίδεται κατά μήκος της χορδής με σχήμα που δεν είναι μία ημιτονοειδής συνάρτηση αλλά μία άλλη συνάρτηση $\boldsymbol{h}$ :

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}) = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{x} \mp \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{t})$$

$$y(x,t) = y_m sin(kx - \omega t)$$

- Το πλάτος του κύματος $\boldsymbol{y_m}$ είναι το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης των στοιχείων της χορδής από τη θέση ισορροπίας καθώς το κύμα διέρχεται από αυτά.

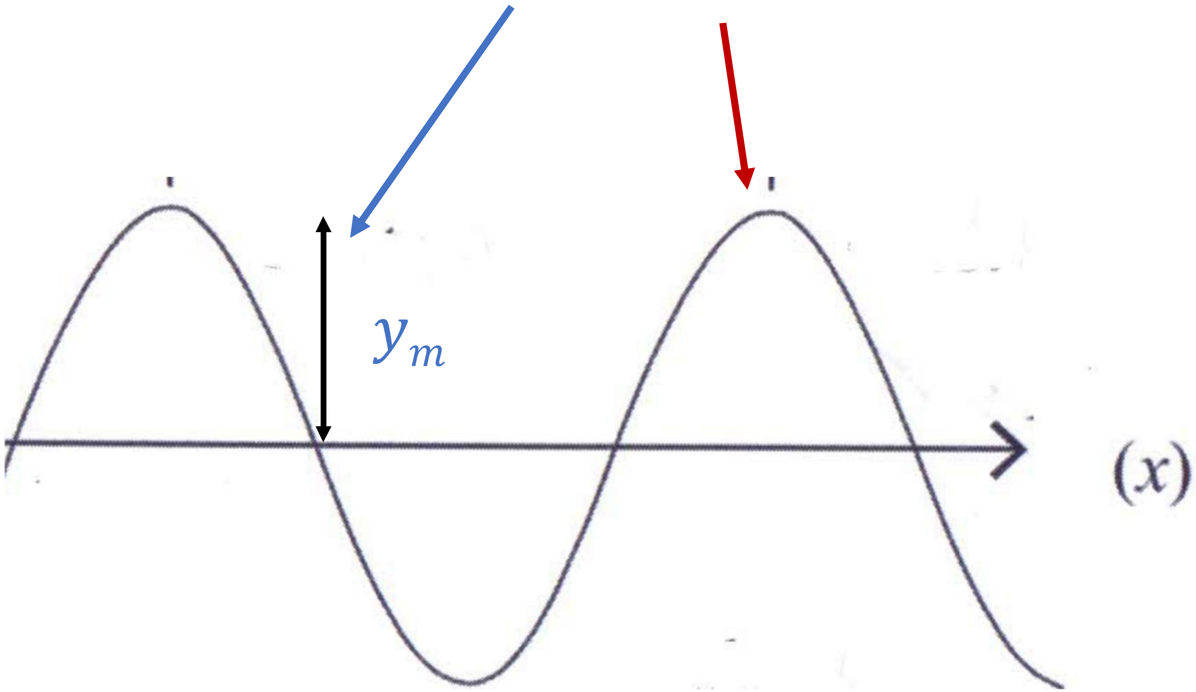
- Η φάση του κύματος είναι το όρισμα του ημιτόνου $\varphi = kx - \omega t$
  Καθώς το κύμα σαρώνει το στοιχείο της χορδής της θέσης, η φάση μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο Πλήρης κύκλος: φ=0→2π

- Μήκος κύματος: εξ ορισμού για μια χρονική στιγμή $t_1$ (στιγμιότυπο του κύματος)
  $y_m sin(kx - \omega t_1) = y_m sin(k(x + \lambda) - \omega t_1) \Rightarrow$
  $(kx - \omega t_1) = \quad (k(x + \lambda) - \omega t_1) + 2\pi \Rightarrow k\lambda = 2\pi$ (όπως περιμέναμε)

- Περίοδος ταλάντωσης ενός κύματος T, ο χρόνος που χρειάζεται το στοιχείο της χορδής για να εκτελέσει μία πλήρη ταλάντωση (εδώ κοιτάμε συγκεκριμένη θέση x)
  Θα πρέπει να ισχύει ότι:
  $y_m sin(kx_1 - \omega t) = y_m sin(kx_1 - \omega(t + T)) \Rightarrow (kx_1 - \omega t) = (kx_1 - \omega(t + T)) + 2\pi \Rightarrow$
  $\omega \mathrm{T} = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi/T$ (όπως περιμέναμε) κυκλική συχνότητα
  $f=1/T$ συχνότητα

# Πλάτος & Φάση

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$




Στιγμιότυπο της χορδής

Η φάση του κύματος είναι το όρισμα του ημιτόνου $\varphi = kx - \omega t$

Σε κάθε σημείο της χορδής (x), η φάση μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο.
Πλήρης κύκλος: $\varphi = 0 \rightarrow 2\pi$

# Κυματαριθμός k

Τα δύο άκρα του μήκους κύματος λ ($x = x_1$ και $x = x_1 + \lambda$) θα έχουν την ίδια μετατόπιση y.

Για το στιγμιότυπο $t = t_1$, $y(x, t_1) = y_m\, sin(kx - \omega t_1)$ έχουμε:
Για $x = x_1$
$y = y_m\, sin(kx_1 - \omega t_1)$ και
για $x = x_1 + \lambda$
$y = y_m \sin[k(x_1 + \lambda) - \omega t\_1] = y_m \sin(kx_1 + k\lambda - \omega t_1)$

Οι δυο απομακρύνσεις είναι ίσες, άρα $si\,n(kx_1 - \omega t_1) = \sin(kx_1 + k\lambda - \omega t_1)$
Μιά συνάρτηση ημιτόνου επαναλαμβάνεται όταν η γωνία αυξηθεί κατά 2π rad.
Συνεπώς

$$k\lambda = 2\pi,$$

$$\boxed{k = 2\pi/\lambda \text{ (rad/m)}}$$

## Περίοδος T, Γωνιακή συχνότητα, Συχνότητα

Για τη θέση $x = x_1, \; y(x_1, t) = y_m \, sin(kx_1 - \omega t)$

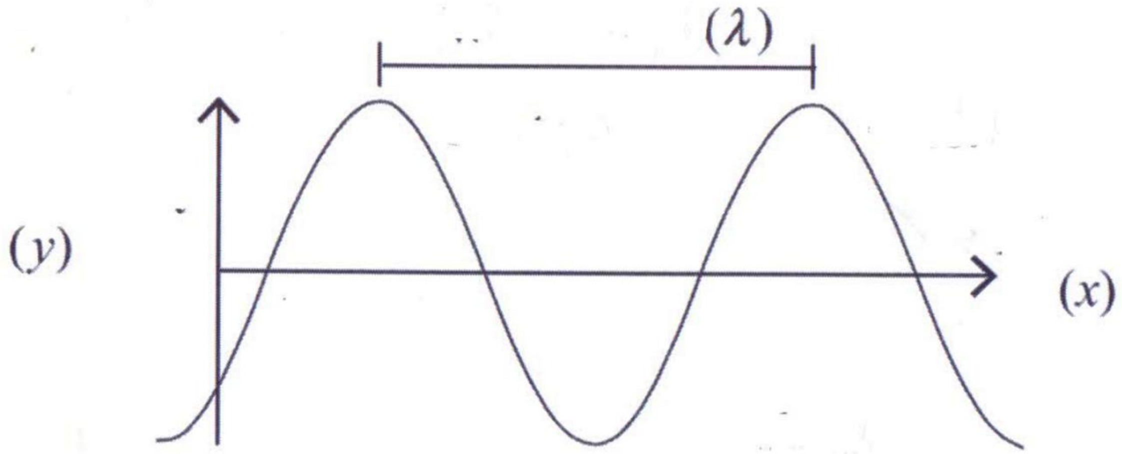
Ορίζουμε την **περίοδο** ταλάντωσης **T** ως τον χρόνο που χρειάζεται κάθε σημείο της χορδής (π.χ. το σημείο $x_1$ για να εκτελέσει μία πλήρη ταλάντωση.

$$y_m si\,n(kx_1 - \omega t) = y_m si\,n[kx_1 - \boldsymbol{\omega}(t + \boldsymbol{T})]$$

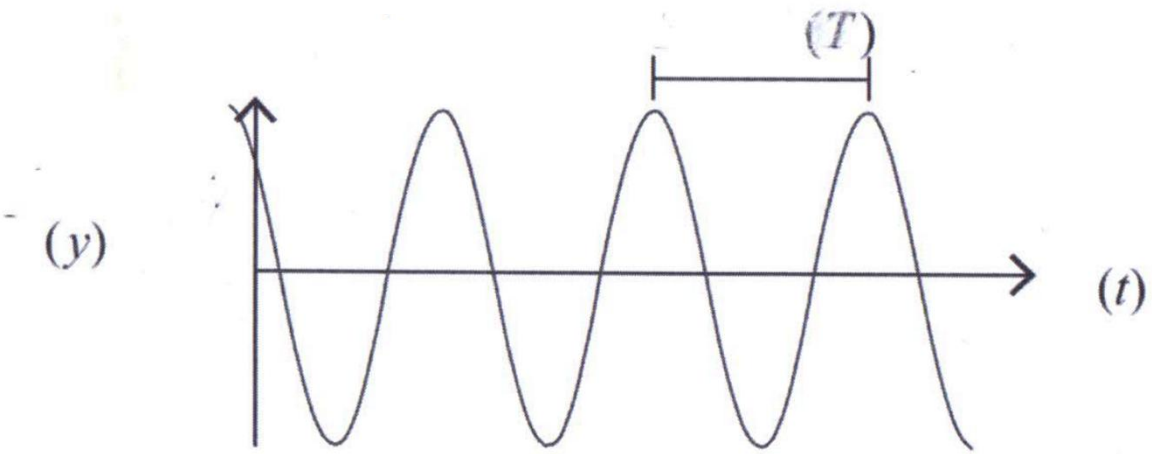
Ισχύει για $\omega \mathrm{T} = 2\pi$

**ω=2π/T** (rad/sec)
**Γωνιακή συχνότητα**

Συχνότητα: f=1/T=ω/2π

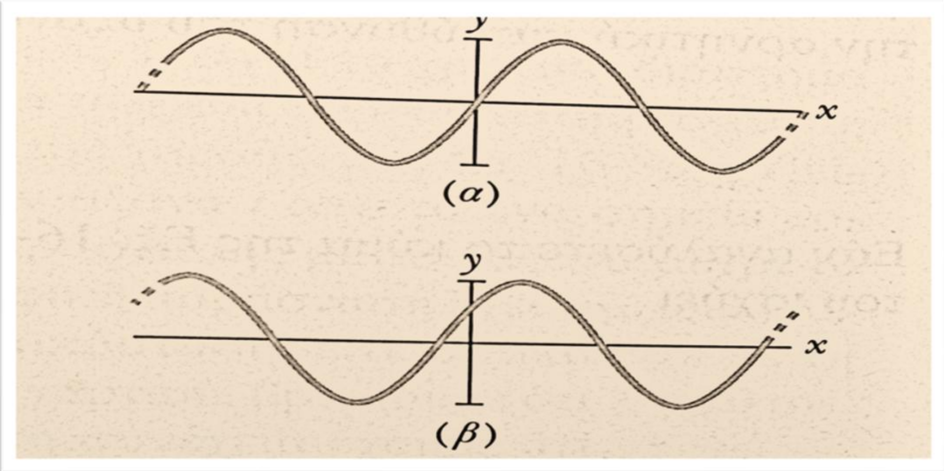



Συγκεκριμένο t – στιγμιότυπο της χορδής




Ταλάντωση στοιχειώδους τμήματος της χορδής που βρίσκεται στη θέση x

## Σταθερά φάσης $\varphi_o$




$\varphi_o = 0$

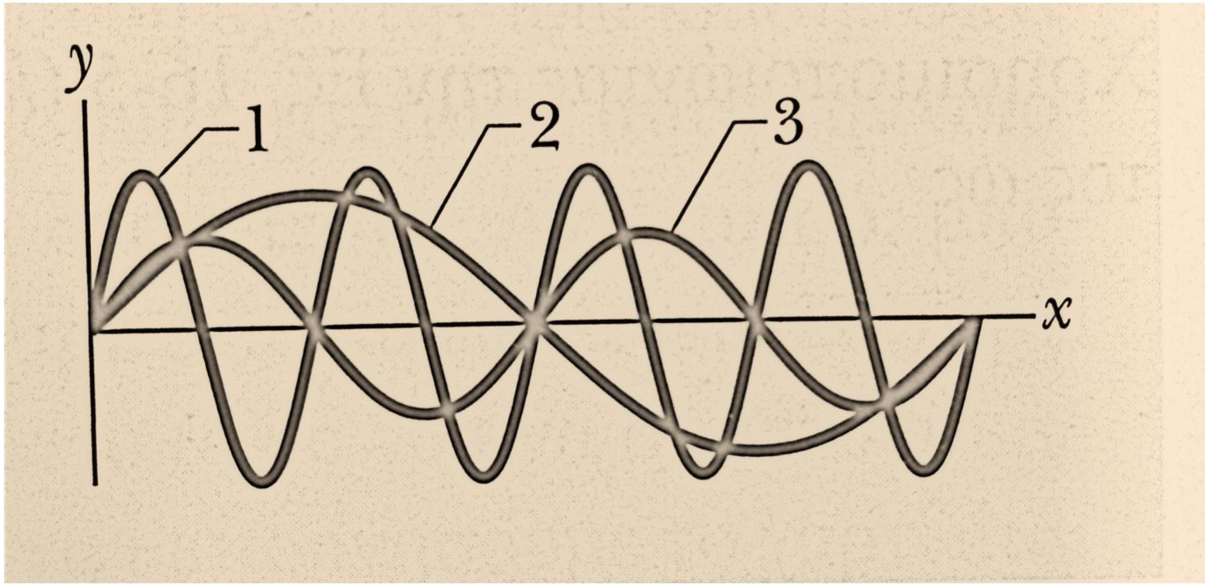
$\varphi_o = \pi/5$

$$y(x,t) = y_m sin(kx - \omega t + \varphi_o)$$

Θετική τιμή του $\varphi_o$ μετατοπίζει την καμπύλη προς τα αριστερά (προς τα αρνητικά του άξονα x)

Αρνητική τιμή του $\varphi_o$ μετατοπίζει την καμπύλη προς τα δεξιά (προς τα θετικά του άξονα x»)

# Quiz 1

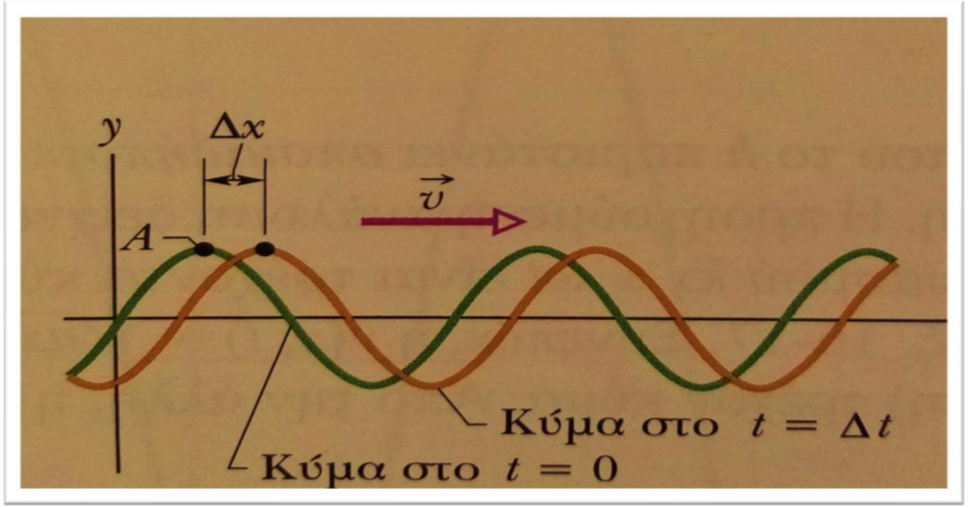



| | |
|---|---|
| (a) $\phi = 2x-4t$ | 1 |
| (b) $\phi = 4x-8t$ | 2 |
| (c) $\phi = 8x-16t$ | 3 |

# Ταχύτητα του οδεύοντος κύματος

**Προσοχή: τα υλικά σημεία στη χορδή ΔΕΝ διατηρούν τη φάση τους σταθερή!!**

- Είδαμε ήδη πως μπορούμε να βρούμε τη ταχύτητα με την οποία μετατοπίζεται η κυματομορφή κατά μήκος του άξονα, ποιοτικά.
- Πιο αυστηρά μπορούμε να την βρούμε ως εξής:




Τα x και t αυξάνονται που σημαίνει ότι το κύμα κινείται δεξιά

Καθώς το κύμα διαδίδεται, κάθε σημείο της διαδιδόμενης κυματομορφής (π.χ. το «νοητό» σημείο Α που αντιστοιχεί σε μια κορυφή) διατηρεί τη μετατόπισή του y, άρα η αντίστοιχη φάση είναι σταθερή

$\boldsymbol{kx - \omega t = const \Rightarrow k\frac{dx}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow \upsilon = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T}}$ όπως είχαμε βρει και προηγουμένως

# Ταχύτητα και επιτάχυνση στοιχείου χορδής για ημιτονοειδές κύμα

Έστω εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται σε μία τεντωμένη χορδή:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

Για συγκεκριμένο σημείο της χορδής x, η εγκάρσια ταχύτητα του στοιχείου της χορδής στο σημείο αυτό είναι:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$$

και η εγκάρσια επιτάχυνση είναι

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

# Quiz 2

Να κατατάξετε τα παρακάτω κύματα ως προς (α) **<u>τη ταχύτητα του κύματος</u>**, και (β) τη μέγιστη ταχύτητα κάθετα στη διεύθυνση του κύματος, με πρώτη τη μεγαλύτερη τιμή

1. $y(x,t) = 2sin(4x - 2t)$
2. $y(x,t) = sin(3x - 4t)$
3. $y(x,t) = 2sin(3x - 3t)$

(α) υ=ω/k (β) $\frac{\mathrm{d}y(x,t)}{dt} = -y_m \omega \cos(kx - \omega t) \Rightarrow \left|\left(\frac{\mathrm{d}y(x,t)}{dt}\right)_{max}\right| = y_m \omega$

(α) 2, 3, 1 (β) 3, 1=2

## Παρατήρηση

Μπορούμε να γράψουμε την ημιτονοειδή κυματοσυνάρτηση για οδεύον κύμα με διαφορετικούς τρόπους

$$y(x,t) = y_m \, sin(kx \pm \omega t)$$

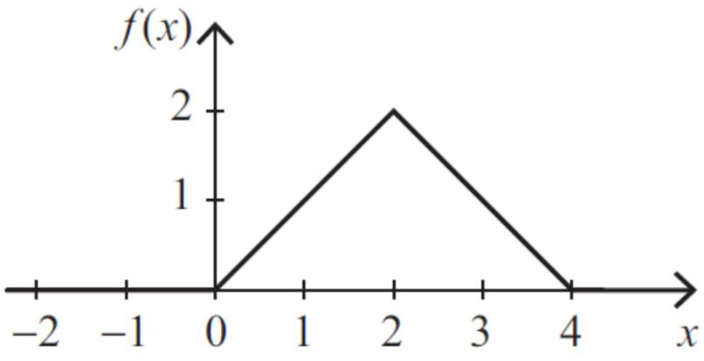
$$y(x,t) = \mathrm{A} \, sin[2\pi(x/\lambda \pm t/\mathrm{T})]$$

$$y(x,t) = \mathrm{A} \, sin[\omega(x/\upsilon \pm t)]$$

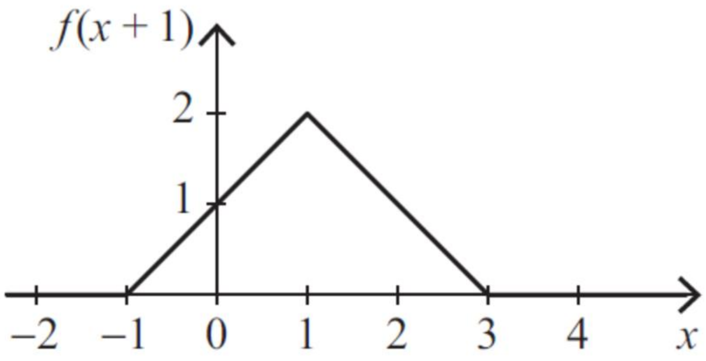
$$y(x,t) = \mathrm{A} \, sin[k(x \pm \upsilon t)]$$

Για να κατανοήσουμε τη σημασία του προσήμου στη κυματοσυνάρτηση οδεύοντος κύματος $y(x,t) = h(kx \pm \omega t)$ θα εξετάσουμε τι συμβαίνει σε μία συνάρτηση $f(x)$ εάν προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε μία τιμή από το $x$, π.χ., $f(x+1)$ ή $f(x-1)$.

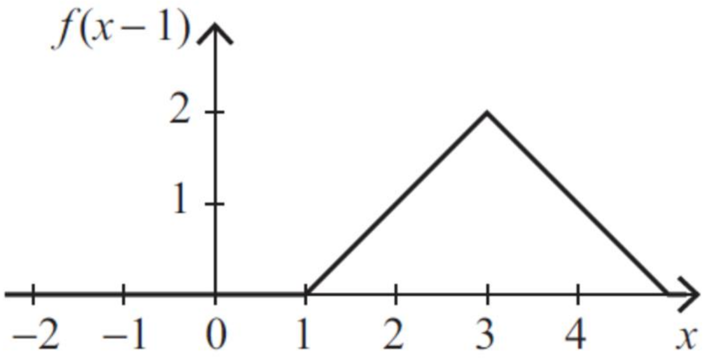
| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| $-2$ | $f(-2) = 0$ |
| $-1$ | $f(-1) = 0$ |
| $0$ | $f(0) = 0$ |
| $1$ | $f(1) = 1$ |
| $2$ | $f(2) = 2$ |
| $3$ | $f(3) = 1$ |
| $4$ | $f(4) = 0$ |




| $x$ | $f(x)$ | $f(x+1)$ |
|---|---|---|
| $-2$ | $f(-2) = 0$ | $f(-2+1) = f(-1) = 0$ |
| $-1$ | $f(-1) = 0$ | $f(-1+1) = f(0) = 0$ |
| $0$ | $f(0) = 0$ | $f(0+1) = f(1) = 1$ |
| $1$ | $f(1) = 1$ | $f(1+1) = f(2) = 2$ |
| $2$ | $f(2) = 2$ | $f(2+1) = f(3) = 1$ |
| $3$ | $f(3) = 1$ | $f(3+1) = f(4) = 0$ |
| $4$ | $f(4) = 0$ | $f(4+1) = f(5) = 0$ |



| $x$ | $f(x)$ | $f(x-1)$ |
|---|---|---|
| $-2$ | $f(-2)=0$ | $f(-2-1)=f(-3)=0$ |
| $-1$ | $f(-1)=0$ | $f(-1-1)=f(-2)=0$ |
| $0$ | $f(0)=0$ | $f(0-1)=f(-1)=0$ |
| $1$ | $f(1)=1$ | $f(1-1)=f(0)=0$ |
| $2$ | $f(2)=2$ | $f(2-1)=f(1)=1$ |
| $3$ | $f(3)=1$ | $f(3-1)=f(2)=2$ |
| $4$ | $f(4)=0$ | $f(4-1)=f(3)=1$ |

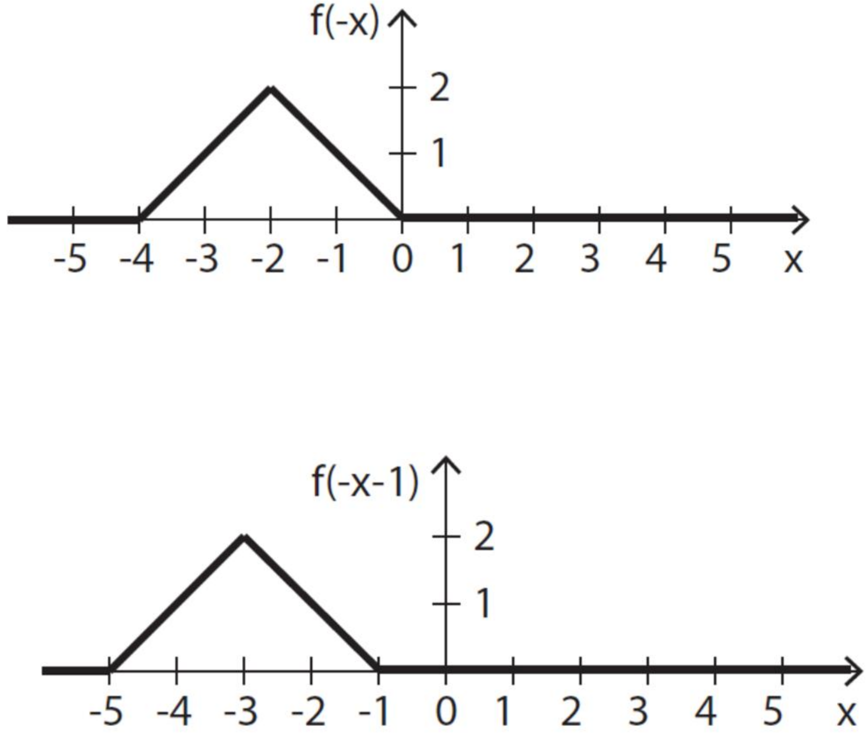



Ερώτηση: Η προσθήκη μιας θετικής σταθεράς μετατοπίζει πάντα τη συνάρτηση στην αρνητική $x$-κατεύθυνση;

Απάντηση: Όχι αν έχετε μια συνάρτηση όπως $f\ (-x\ +\ 1)$.
Σε αυτή την περίπτωση, η συνάρτηση μετατοπίζεται στη θετική $x$-κατεύθυνση σε σχέση με την $f\ (-x)$ επειδή το πρόσημο του όρου x είναι αρνητικό και η σταθερά (1) θετική. Ομοίως, η $f(-x\ -\ 1)$ μετατοπίζεται στην αρνητική $x$-διεύθυνση

Δείξτε ότι η κυματοσυνάρτηση $f\,(-x-1\,)$ μετατοπίζεται στο αρνητική $-x$ διεύθυνση σε σχέση με την κυματοσυνάρτηση $f\,(-x)$.

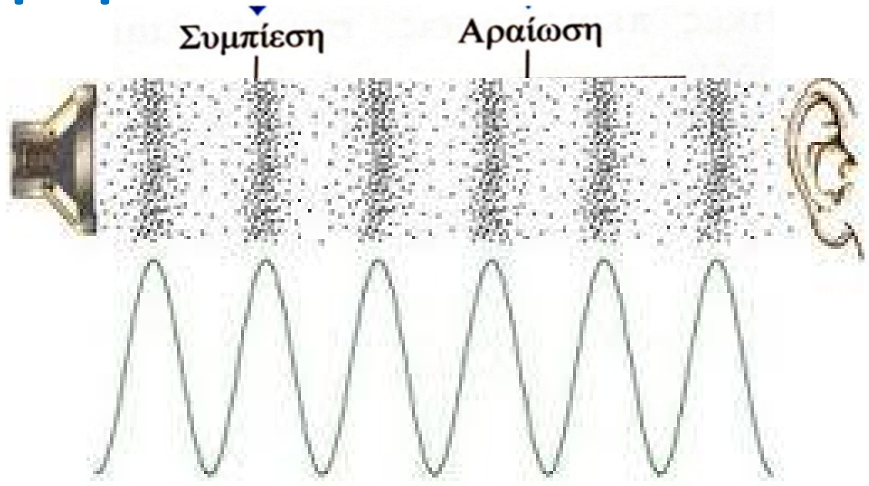
| x | f(-x) | f(-x-1) |
|---|---|---|
| -5 | f(+5)=0 | f(+5-1)=f(+4)=0 |
| -4 | f(+4)=0 | f(+4-1)=f(+3)=1 |
| -3 | f(+3)=1 | f(+3-1)=f(+2)=2 |
| -2 | f(+2)=2 | f(+2-1)=f(+1)=1 |
| -1 | f(+1)=1 | f(+1-1)=f(0)=0 |
| 0 | f(0)=0 | f(0-1)=f(-1)=0 |
| 1 | f(-1)=0 | f(-1-1)=f(-2)=0 |
| 2 | f(-2)=0 | f(-2-1)=f(-3)=0 |



Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορείτε να προσδιορίσετε εάν μια συνάρτηση μετατοπίζεται αριστερά ή δεξιά απλά κοιτάζοντας το πρόσημο του πρόσθετου όρου στο όρισμα.
**Πρέπει να συγκρίνετε το πρόσημο του πρόσθετου όρου με το πρόσημο του όρου *x*.**

Εάν αυτά τα πρόσημα είναι τα ίδια, η συνάρτηση μετατοπίζεται στην αρνητική κατεύθυνση x, και αν αυτά τα πρόσημα είναι αντίθετα, η συνάρτηση μετατοπίζεται στην θετική κατεύθυνση x. κατεύθυνση x.

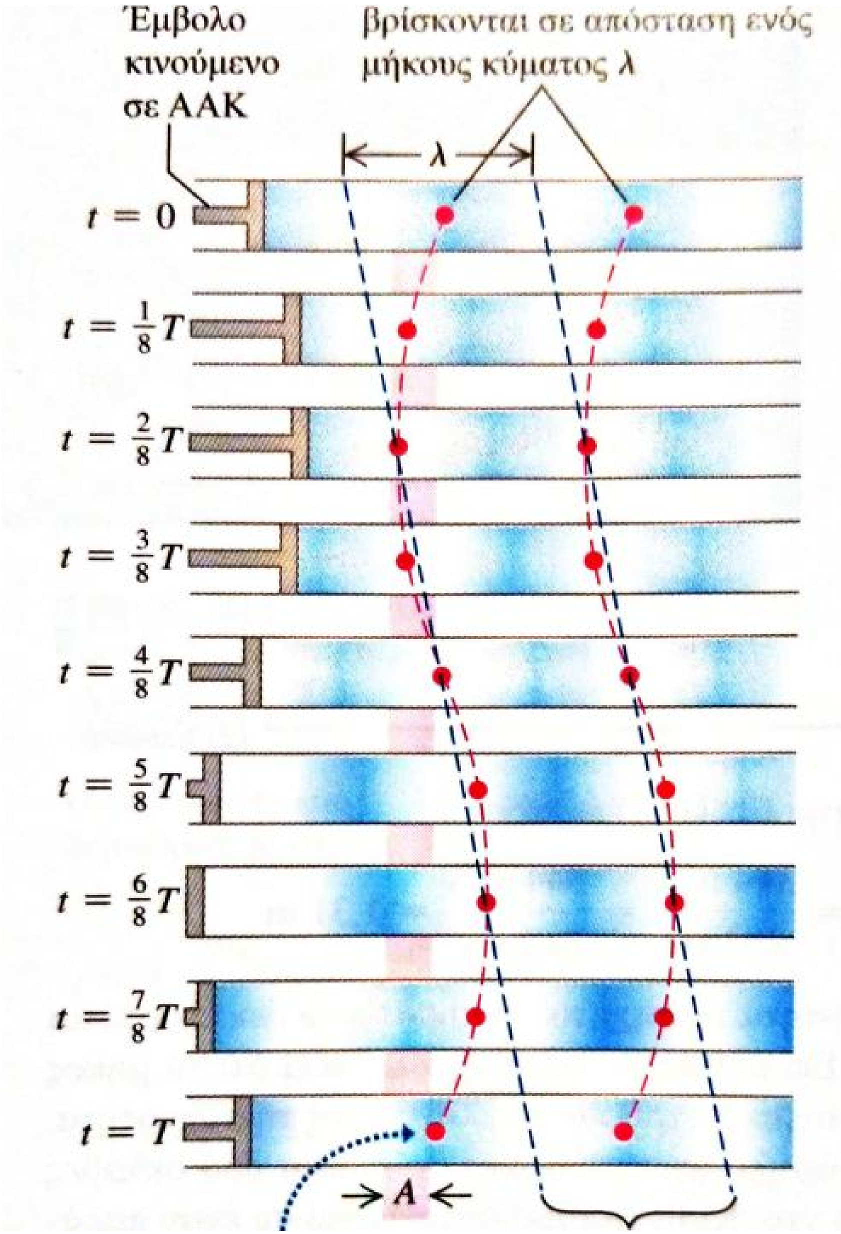
# Διαμήκη κύματα




Πρίν από την εκπομπή από το ηχείο,
η πίεση ήταν σε όλα τα σημεία σταθερή,
ίση με την ατμοσφαιρική $P_{ατμ}$
Μετά την εκπομπή, έχουμε σημεία όπου
η πίεση είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη της $P_{ατμ}$.
Το φυσικό μέγεθος
$\Delta P(x, y, z, t) = P(x, y, z, t) - P_{ατμ}$
είναι ένα κατάλληλο μέγεθος για την περιγραφή της διαταραχής που έχει προκληθεί.

- Η διαταραχή (μεταβολή της πίεσης) είναι παράλληλη προς την διεύθυνση διάδοσης της διαταραχής
- Το μήκος κύματος είναι η απόσταση από το ένα πύκνωμα στο άλλο ή από το ένα αραίωμα στο άλλο
- Το «μοτίβο» των πυκνωμάτων και αραιωμάτων κινείται σταθερά προς τα δεξιά , όπως ακριβώς οι κορυφές και οι κοιλάδες στο εγκάρσιο κύμα

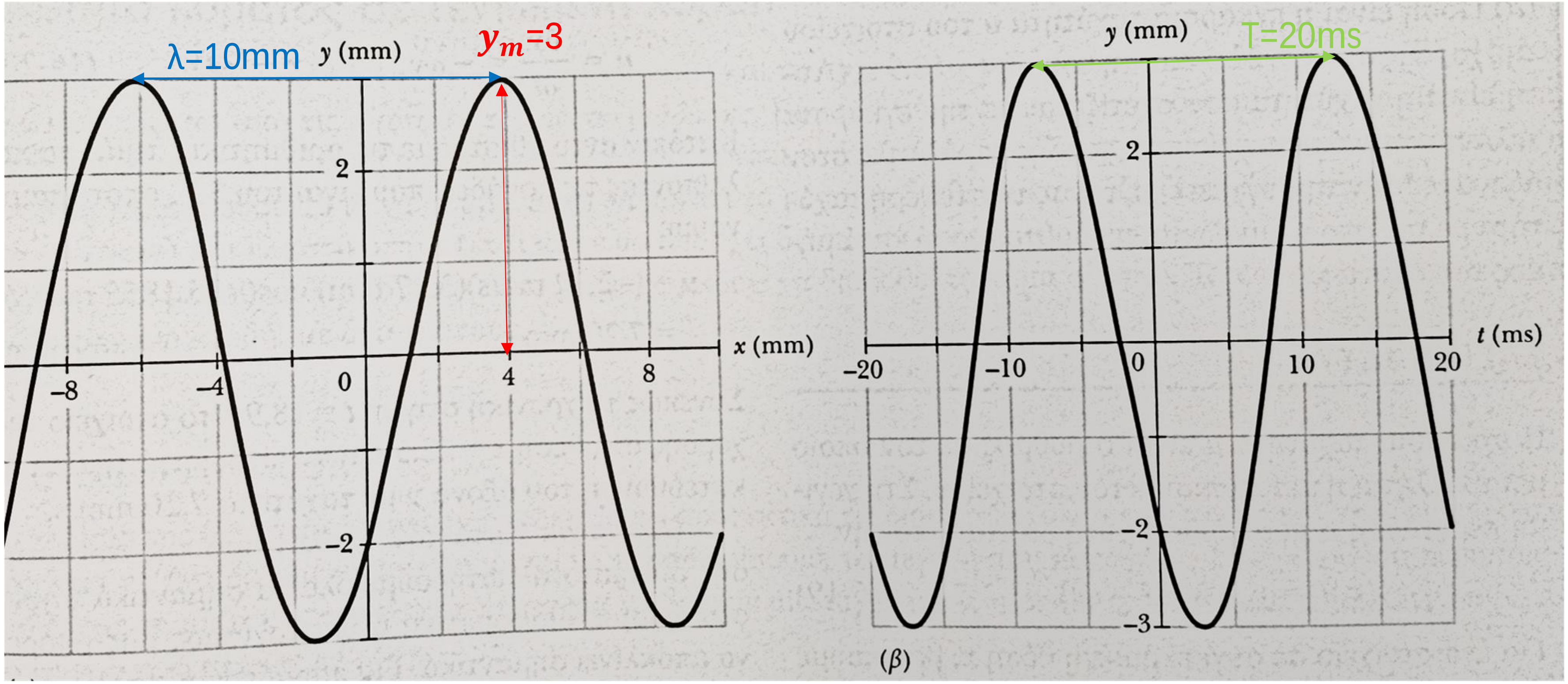
# Διαμήκη κύματα



# Πρόβλημα 1

$$y(x,t) = y_m sin(kx - \omega t + \varphi_o)$$

$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/10mm = 200\pi m^{-1}$ $\omega = 2\pi/T = 2\pi/20ms = 100\pi s^{-1}$ $\varphi_o = -0.73 rad$




$x = 0, t = 0, y = -2mm$ άρα $y(0,0) = y_m sin(k.0 - \omega.0 + \varphi_o) \Rightarrow sin\varphi_o = \frac{-2}{3} \Rightarrow \varphi_o = sin^{-1}(-\frac{2}{3}) = -0.73 rad)$

## Πρόβλημα 2

$y(x,t) = 0.00327 sin(72.1x - 2.72t)$ (SI)

Βρείτε:

α) την εγκάρσια ταχύτητα στο $x = 22.5cm$ και $t = 18.9s$

β) την εγκάρσια επιτάχυνση

γ) τη ταχύτητα διάδοσης κύματος

α) $\frac{\partial y}{\partial t} = 0.00327 \times (-2.72)\cos(\overbrace{72.1 \times 0.225 - 2.72 \times 18.9}^{\text{rad}}) = 7.2 \times 10^{-3} m/s$

β) $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -0.00327 \times (-2.72)^2 \times sin(72.1 \times 0.225 - 2.72 \times 18.9) = -14.2 \times 10^{-3} m/s^2$

γ) $\upsilon = \omega/k = 2.72/72.1 = 0.038 m/s$