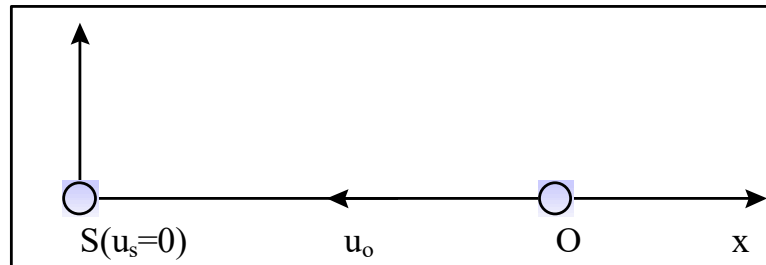


# Φαινόμενο Doppler

## A. ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER ΓΙΑ ΤΑ ΑΚΟΥΣΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

α) Πηγή (S) ακίνητη - Παρατηρητής (O) κινούμενος



Σχήμα 72

Θεωρούμε το μέσο μέσα στο οποίο διαδίδεται ο ήχος ακίνητο. Στο σχήμα ο παρατηρητής κινείται προς την πηγή. Αν ήταν ακίνητος, τότε σε χρόνο  $t$  θα δεχόταν  $\frac{ut}{\lambda}$  κύματα όπου  $u$  η ταχύτητα του ήχου στον αέρα και  $\lambda$  το μήκος του εκπεμπόμενου από την πηγή κύματος. Η συχνότητα που θα αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι  $\frac{ut}{\lambda}$ , δηλαδή η συχνότητα της πηγής  $\nu$ . Επειδή όμως ο παρατηρητής κινείται με ταχύτητα  $u_0$ , τα κύματα που δέχεται είναι  $\frac{ut}{\lambda} + \frac{u_0t}{\lambda}$  και συνεπώς η συχνότητα  $\nu'$  που ακούει ( ο αριθμός κυμάτων που φθάνουν στη μονάδα του χρόνου ) θα είναι :

$$v' = \frac{\frac{ut}{\lambda} + \frac{u_0 t}{\lambda}}{t} = \frac{u + u_0}{\lambda} = \frac{u + u_0}{u/v}$$

άρα

Όταν ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή, έχουμε:

$$v' = v \frac{u + u_0}{u} \quad (1)$$

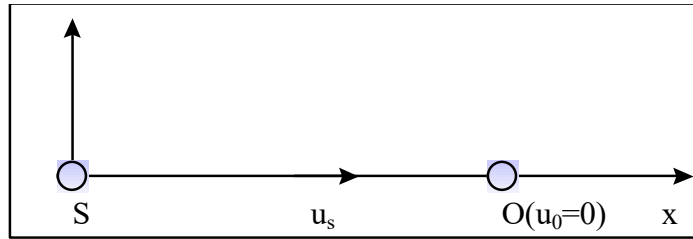
Όταν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή, θα έχουμε :

$$v' = v \frac{u - u_0}{u} \quad (2)$$

και γενικά :

$$v' = v \frac{u \pm u_0}{u} \quad (3)$$

## β) Πηγή (S) κινούμενη - παρατηρητής (O) ακίνητος



Σχήμα 73

Έστω ότι η πηγή κινείται προς τον παρατηρητή. Σε χρόνο μιας περιόδου  $T$  το κύμα ταξιδεύει απόσταση ενός μήκους κύματος  $\lambda = uT = \frac{u}{\nu}$ . Στο χρόνο  $T$  όμως η κινούμενη πηγή μετατοπίζεται κατά  $u_s T$  με αποτέλεσμα το μήκος κύματος να μικραίνει κατά το ποσό αυτό. Ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται μήκος κύματος :

$$\lambda' = \lambda - u_s T = \frac{u}{\nu} - \frac{u_s}{\nu} = \frac{u - u_s}{\nu}$$

$$\nu' = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{\frac{u - u_s}{\nu}} = \nu \frac{u}{u - u_s}$$

Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή, έχουμε:

$$v' = v \frac{u}{u - u_s} \quad (4)$$

Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή, θα έχουμε :

$$v' = v \frac{u}{u + u_s} \quad (5)$$

και γενικά έχουμε:

$$v' = v \frac{u}{u \mp u_s} \quad (6)$$

(1) Όταν και ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται κατά μήκος της ευθείας που τους συνδέει και ο αέρας είναι ακίνητος τότε:

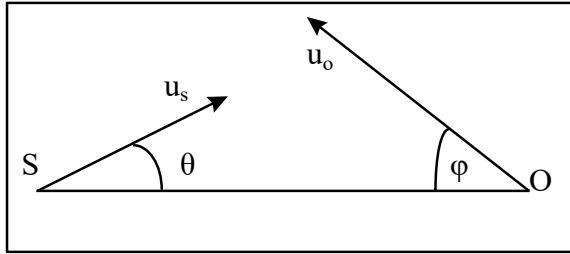
$$v' = v \frac{u \pm u_o}{u \mp u_s} \quad (7)$$

(2) Όταν και ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται κατά μήκος της ευθείας που τους συνδέει και ο αέρας κινείται με κάποια ταχύτητα τότε ο τύπος (7) γίνεται:

$$v' = v \frac{u_{σχ} \pm u_0}{u_{σχ} \mp u_s}$$

Όπου  $u_{σχ}$  είναι η σχετική ταχύτητα του ήχου ως προς τον αέρα

(3) Όταν ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται σε διευθύνσεις διαφορετικές από την κοινή ευθεία που τους συνδέει (ίδια σχήμα) τότε ο τύπος (7) γίνεται:

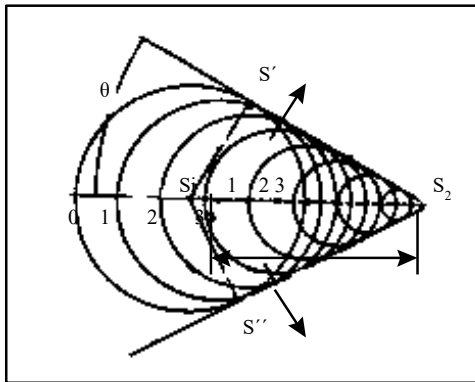


Σχήμα 74

$$v' = v \frac{u + u_o \cos \varphi}{u - u_s \cos \theta}$$

(4) **Κρουστικό κύμα** : Όταν το  $u_o$  ή το  $u_s$  ή αμφότερα είναι μεγαλύτερα της  $u$ , τότε πλέον δεν ισχύει για φαινόμενο Doppler.

Όταν η ταχύτητα της πηγής  $u_s$  είναι μεγαλύτερη από  $u$  τότε οι εφαπτόμενες των μετώπων του κύματος συγκλίνουν σε ένα σημείο δημιουργώντας έναν κώνο με κορυφή το σημείο σύγκλισης. Η γωνία  $\theta$  του κώνου βρίσκεται από τη σχέση :



Σχήμα 75

$$\sin \theta = \frac{ut}{u_s t} = \frac{u}{u_s}$$

Για αντικείμενα κινούμενα με ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα του ήχου (υπερηχητικές) δημιουργούνται μεγάλες διαφορές πίεσης με αποτέλεσμα τη γένεση ισχυρότατου κρότου.

## (5) Φαινόμενο Doppler για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Για **ηχητικά κύματα** η περίπτωση (πηγή ακίνητη / παρατηρητής απομακρυνόμενος) είναι διαφορετική από την περίπτωση (πηγή απομακρυνόμενη / παρατηρητής ακίνητος)

$$v' = v \frac{u_{\eta\chi\omicron\upsilon} - u_0}{u_{\eta\chi\omicron\upsilon}} \quad (1)$$

$$v' = v \frac{u_{\eta\chi\omicron\upsilon}}{u_{\eta\chi\omicron\upsilon} + u_s} \quad (2)$$

Για **ηλεκτρομαγνητικά κύματα** η περίπτωση (πηγή ακίνητη / παρατηρητής απομακρυνόμενος) είναι [ΙΣΟΔΥΝΑΜΗ](#) (βάση της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας) με την περίπτωση (πηγή απομακρυνόμενη / παρατηρητής ακίνητος). Ο αντίστοιχος τύπος είναι:

$$v' = v \frac{1 - u/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Στην περίπτωση πηγής ακίνητης / παρατηρητής πλησιάζον ή παρατηρητής ακίνητος / πηγή πλησιάζουσα ο αντίστοιχος τύπος γίνεται:

$$v' = v \frac{1 + u/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

## (6) Σύγκριση φαινομένου Doppler για ήχο & φώς

### Για τον ήχο:

όπως διαπιστώσαμε παραπάνω η περίπτωση **πηγή κινούμενη/παρατηρητής ακίνητος είναι διαφορετική** από την περίπτωση **πηγή ακίνητη/παρατηρητής κινούμενος**. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το φαινόμενο επηρεάζεται επιπλέον από τη σχετική ταχύτητα του παρατηρητή ( $u_o$ ) ή της πηγής ( $u_s$ ) σε σχέση με την ταχύτητα ( $u$ ) του κύματος στο υλικό μέσο.

### Για τον φώς:

όπως ειπώθηκε παραπάνω η περίπτωση **πηγή κινούμενη/παρατηρητής ακίνητος είναι ισοδύναμη** με την περίπτωση **πηγή ακίνητη/παρατηρητής κινούμενος** διότι οι σχετικές ταχύτητες παρατηρητή και πηγής ως προς την ταχύτητα του φωτός ( $c$ ) είναι πάντα ίδιες, δηλαδή,  $c$ .

Ενώ τα  $u \pm u_o$  &  $u \pm u_s$  στην περίπτωση του ήχου έχουν φυσικό περιεχόμενο (διότι η ταχύτητα  $u$  του κύματος είναι πεπερασμένη) προφανώς τα  $c \pm u_o$  &  $c \pm u_s$  δεν έχουν φυσικό νόημα καθώς είναι πάντα  $c$  (το  $c$  είναι η μέγιστη ταχύτητα στη φύση)

**Άσκηση 1<sup>η</sup>:** Δείξτε ότι στην περίπτωση που ο παρατηρητής και η πηγή πλησιάζουν μεταξύ τους ο τύπος του φαινομένου Doppler έχει την έκφραση:

$$v' = v \frac{u + u_o}{u - u_s}$$

**Υπόδειξη λύσης:**

Θεωρώντας αρχικά την πηγή ακίνητη ( $u_s=0$ ) και τον παρατηρητή κινούμενο πλησιάζοντα προς την πηγή με ταχύτητα  $u_o$  τότε

$$v' = \frac{u + u_o}{\lambda} = v \frac{u + u_o}{u}$$

*Σημειώνουμε ότι το μήκος κύματος  $\lambda$  είναι σταθερό στην περίπτωση αυτή*

Θεωρώντας τώρα ότι η πηγή κινείται με ταχύτητα  $u_s$  πλησιάζουσα τον κινούμενο παρατηρητή τότε *το μήκος κύματος  $\lambda$  δεν είναι σταθερό*. Εδώ  $\lambda = (u/v) - (u_s/v) = (u - u_s)/v$ .

Αντικαθιστώντας το  $\lambda$  στην παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$v' = \frac{u + u_o}{\lambda} = \frac{u + u_o}{\frac{u - u_s}{v}} = v \frac{u + u_o}{u - u_s}$$

Δείξτε ότι όταν η πηγή απομακρύνεται τότε το παραπάνω τύπος γίνεται:

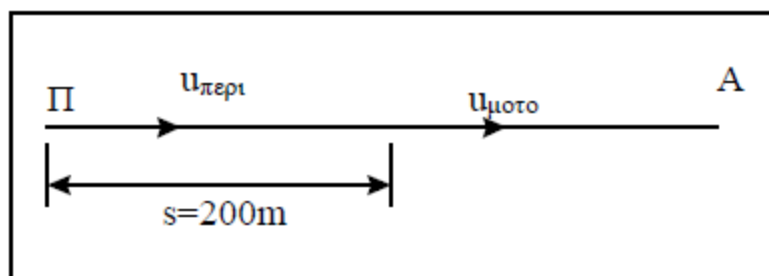
$$v' = v \frac{u + u_o}{u + u_s}$$



## Άσκηση 2<sup>η</sup> :

1. Περιπολικό με την σειρήνα σε λειτουργία ( $\nu = 2900\text{Hz}$ ), κινηγά παραβάτη μοτοσυκλετιστή. Και οι δυο έχουν αναπτύξει το μέγιστο της ταχύτητάς τους και εκτελούν πλέον κίνηση ευθύγραμμη ομαλή. Όταν το περιπολικό απέχει  $S = 200\text{m}$  από το μοτοσυκλετιστή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $\nu' = 3100\text{Hz}$ . Το περιπολικό συλλαμβάνει το μοτοσυκλετιστή μετά  $10\text{sec}$ . Ζητούνται οι ταχύτητες περιπολικού και μοτοσυκλέτας ( $u_{\eta\chi} = 340\text{ m / sec}$ ).

Υπόδειξη :



Σχήμα 77

Έστω ότι το περιπολικό θα φθάσει το μοτοσυκλετιστή στο σημείο A της διαδρομής.

$$\text{Τότε θα είναι : } S_{\pi\epsilon\rho} = S + S_{\mu\omicron\tau} \rightarrow u_{\pi\epsilon\rho i} \cdot t = s + u_{\mu\omicron\tau} \cdot t \quad (1)$$

$$\text{Επίσης ισχύει : } \nu' = \nu \frac{u - u_{\mu\omicron\tau}}{u - u_{\pi\epsilon\rho i}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτουν τα  $u_{\pi\epsilon\rho i}$  και  $u_{\mu\omicron\tau}$ .

2. Περιπολικό αυτοκίνητο κινούμενο με ταχύτητα  $U_A$  διαθέτει σύστημα ραντάρ που εκπέμπει ήχο συχνότητας  $\nu_1$ . Ο Οδηγός του περιπολικού θέλοντας να υπολογίσει την ταχύτητα προπορευομένου αυτοκινήτου, έστω  $U_B$ , ενεργοποιεί το ραντάρ και συλλαμβάνει εξ αντανακλάσεως συχνότητα  $\nu_2$ . Δείξτε ότι η ταχύτητα του αυτοκινήτου μπορεί να υπολογιστεί κατά προσέγγιση από τον τύπο :

$$\nu_2 = \nu_1 \left( 1 - \frac{2(u_B - u_A)}{u} \right)$$

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του προπορευομένου αυτοκινήτου είναι :

$$\nu'_1 = \nu_1 \frac{u - u_B}{u - u_A} \quad (1)$$

Συνεπώς η ανακλώμενη συχνότητα θα είναι  $\nu'_1$ , η δε συχνότητα που θα αντιλαμβάνεται το ραντάρ του περιπολικού θα είναι :

$$\nu_2 = \nu'_1 \frac{u + u_A}{u + u_B} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \nu_2 = \nu_1 \frac{u - u_B}{u - u_A} \frac{u + u_A}{u + u_B} \quad (3)$$

Αλλά:

$$\frac{u - u_B}{u - u_A} = \left( 1 - \frac{u_B}{u} \right) \left( 1 - \frac{u_A}{u} \right)^{-1} \approx \left( 1 - \frac{u_B}{u} \right) \left( 1 + \frac{u_A}{u} \right) = \left( 1 - \frac{u_B}{u} + \frac{u_A}{u} - \frac{u_B u_A}{u^2} \right) \cong \left( 1 - \frac{u_B - u_A}{u} \right)$$

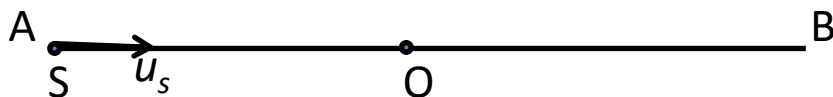
Ανάλογα βρίσκεται :

**Άσκηση 3<sup>η</sup>:** Πηγή (S) κινείται κατά μήκος μιας διαδρομής AB με ταχύτητα  $u_s$  εκπέμπονσα ήχο συχνότητας  $\nu_0$ . Να δοθεί η γραφική παράσταση της συχνότητας  $\nu$  που αντιλαμβάνεται ακίνητος παρατηρητής (O) συναρτήσει της διαδρομής:

- α) ευρισκόμενος στο μέσο της διαδρομής AB,
- β) ευρισκόμενος εκτός της διαδρομής AB,
- γ) εξετάστε το παραπάνω πρόβλημα για την περίπτωση (α) αλλά με την πηγή επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση  $\gamma$

Λύση:

α)

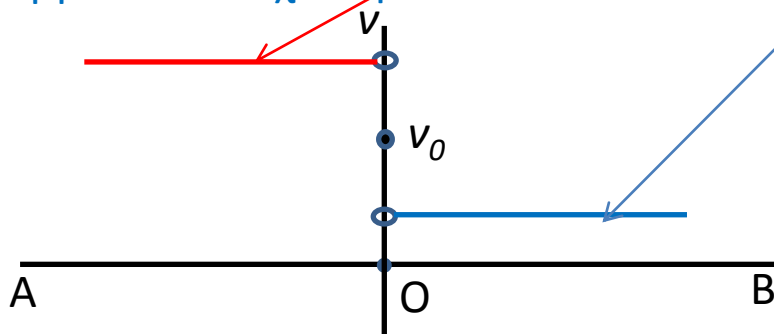


Κατά την διαδρομή AO ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα

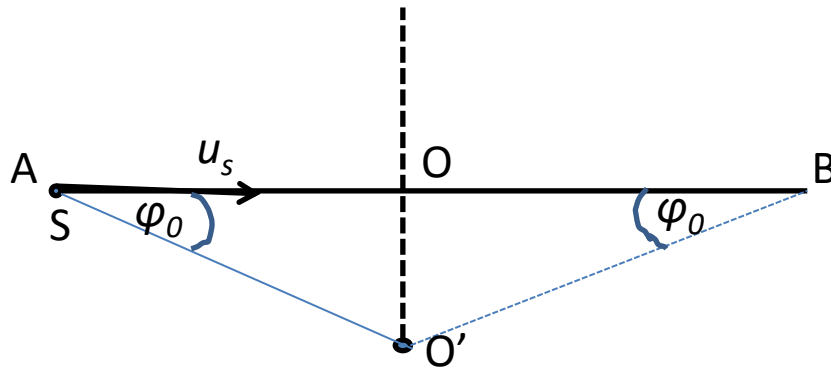
$$\nu' = \nu \frac{u}{u - u_s}$$

Κατά την διαδρομή OB ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$\nu' = \nu \frac{u}{u + u_s}$$



β)

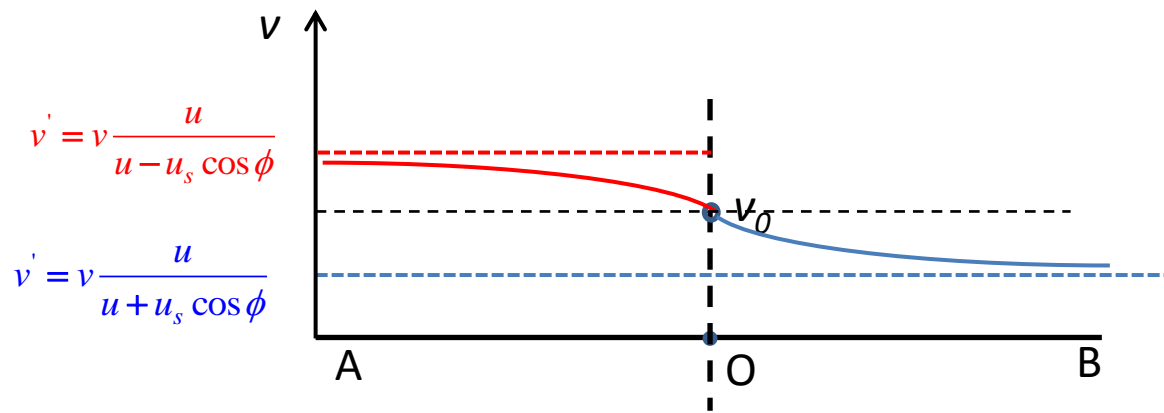


Κατά την διαδρομή AO ο παρατηρητής  
O' αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$v' = v \frac{u}{u - u_s \cos \phi}$$

Κατά την διαδρομή OB ο παρατηρητής  
O' αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$v' = v \frac{u}{u + u_s \cos \phi}$$

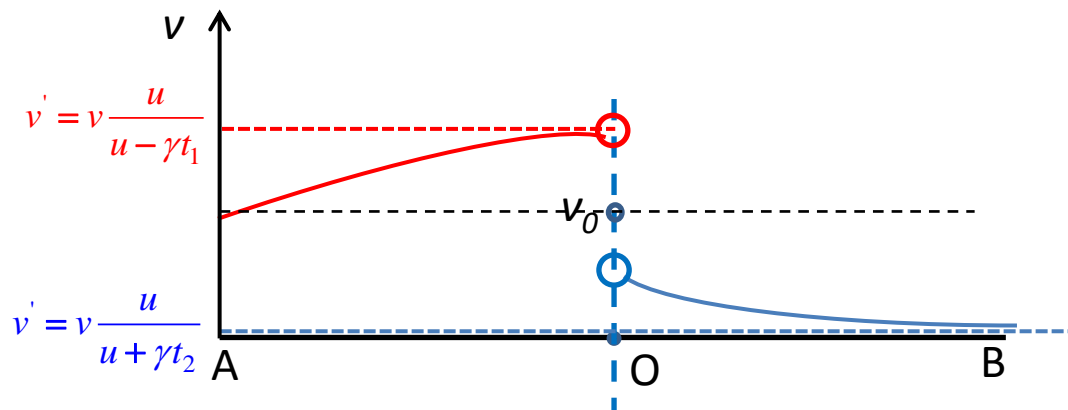


Προφανώς η συχνότητα αυτή μεταβάλλεται μετά της γωνίας  $\phi$ .

Για τη διαδρομή AO που η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή η γωνία  $\phi$  μεταβάλλεται από  $[0^\circ - 90^\circ]$  το  $\cos\phi$  μεταβάλλεται από  $[1 - 0]$  η παράσταση  $(u - u_s \cos\phi)$  αυξάνει και συνεπώς η συχνότητα  $v'$  ελαττώνεται τείνοντας προς την τιμή  $v_0$ .

Για τη διαδρομή OB που η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή η γωνία  $\phi$  μεταβάλλεται από  $[90^\circ - 0^\circ]$  το  $\cos\phi$  μεταβάλλεται από  $[0 - 1]$  η παράσταση  $(u + u_s \cos\phi)$  αυξάνει και συνεπώς η συχνότητα  $v'$  ελαττώνεται τείνοντας προς μία οριακή τιμή.

γ)



Όταν η πηγή επιταχύνεται ο γενικός τύπος για την διαδρομή AB είναι:

$$v' = v \frac{u}{u \mp \gamma t}$$

Διαπιστώστε ότι η αντίστοιχη γραφική παράσταση είναι αυτή του παραπάνω σχήματος.