

Noether αλγ & φορμ
σε AdS .

Λαμβάνουμε για $L(\varphi, \partial_\mu \varphi)$
ομογενή στῆς χωρο-χρονικῇ μέτρῃ
θετίσῃς.

Μπορῇ ἡ L νὰ εἶναι συγγεφυικῇ
εἰς ἀλλαγῇ τῆς φ π.χ.

$$\varphi \rightarrow \varphi + \varepsilon \psi$$

Τότε ὁ μετασχηματισμὸς
αὗτος εἰς χῆτῃς συγγεφυίᾳ

$$\text{αὖ } L \rightarrow L + \varepsilon \partial_\mu K^\mu$$

$$\text{αλγ & οὖν } \varphi \rightarrow \varphi + \varepsilon \psi$$

$$\begin{aligned} L &\rightarrow L + \varepsilon \psi \frac{\partial L}{\partial \varphi} + \varepsilon \partial_\mu \psi \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi} \\ &= L + \varepsilon \left[\psi \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi} \right) + \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi} \right] \end{aligned}$$

$$= L + \varepsilon \partial_\mu \left[\psi \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \psi} \right]$$

Επομένως αν $\partial_\mu \left[\psi \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \psi} \right] = \partial_\mu K^\mu$

δηλαδή αν είναι σφαιρική

δυναμική τότε

$$J^\mu = \psi \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \psi} - K^\mu$$

δηλαδή είναι

$$\partial_\mu J^\mu = 0$$

$$\text{ή} \quad \partial_t J^0 + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$



Τώρα θα βρούμε

μετασχηματισμούς $x^\mu \rightarrow x^\mu + \varepsilon^\mu$

μεταθέσεων (από την στιγμή που $t \rightarrow t + \varepsilon$ οπότε σφαιρική).

Οι αυζήσεις με διαχωριστικά

$$\text{ενός } \mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi) \equiv \bar{\mathcal{L}}(\dot{x})$$

$$\begin{aligned} \text{με διαχωριστικό} \quad \mathcal{L} &\rightarrow \mathcal{L} + \varepsilon^\mu \partial_\mu \mathcal{L} \\ &\equiv \mathcal{L} + \varepsilon^\mu \partial_\nu (\delta^\nu_\mu \mathcal{L}) \end{aligned}$$

από την άλλη

$$\begin{aligned} &\mathcal{L}(\varphi(x^\mu + \varepsilon^\mu), \partial_\nu \varphi(x^\mu + \varepsilon^\mu)) = \\ &\mathcal{L}(\varphi + \varepsilon^\mu \partial_\mu \varphi, \partial_\nu \varphi + \varepsilon^\mu \partial_\mu (\partial_\nu \varphi)) \\ &= \mathcal{L} + \varepsilon^\mu \left(\partial_\mu \varphi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} + (\partial_\mu (\partial_\nu \varphi)) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \varphi)} \right) \\ &= \mathcal{L} + \varepsilon^\mu \left(\partial_\mu \varphi \partial_\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \varphi)} \right) + \partial_\nu (\partial_\mu \varphi) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \varphi)} \right) \\ &= \mathcal{L} + \varepsilon^\mu \partial_\nu \left(\partial_\mu \varphi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \varphi)} \right) \end{aligned}$$

αφα είναι

$$\epsilon^\mu \partial_\nu \left(\partial_\mu \varphi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \varphi)} - \delta_\mu^\nu \mathcal{L} \right) = 0$$



T_μ^ν Τανυστής ενέργειας
ορμής

δηλαδή διατηρείται το T_μ^ν στην κατάσταση.

$$\forall \mu: \partial_\nu T_\mu^\nu = 0$$

Π.Χ. αν κάνουμε μόνο χρονική

$$\text{μετρήσεις. } \epsilon^0 = 1, \epsilon^1 = \epsilon^2 = \epsilon^3 = 0$$

διατηρείται το T_0^ν

$$\partial_t T_0^0 + \underbrace{\partial_i T_0^i}_{\substack{i=1,2,3 \\ \nabla \cdot \vec{L}}} = 0$$

$$\text{Το ολικό πορτίο } E = \int d^3x T_0^0 \quad \text{είναι η ενέργεια}$$

$$= \int d^3x \left(\partial_t \varphi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_t \varphi} - \mathcal{L} \right)$$

Εν i $T_0^i = \partial_t \varphi \frac{\partial h}{\partial (\partial_i \varphi)}$ είναι $\dot{\varphi}$
 $i=1,2,3$ $\left(\begin{array}{l} \text{ποι} \dot{\varphi} \text{ ενέργεια} \\ \text{στην } i\text{-} \text{διεύθυνση} \\ \text{(flux)} \end{array} \right)$

ορίων αν $\mathcal{E}^0 = 0$, και $i \neq 0$

Τότε διατηρούνται οι συνιστάουσες της

ορμής $P^i = - \int T_i^0 d^3x = - \int \partial_i \varphi \frac{\partial h}{\partial (\partial_t \varphi)} d^3x$

$T_0 - \delta_{00}$, $P^i - P_i$

Π.Χ. σε $t=0$ χορδή

$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2$

φ

T : είναι τάση της χορδής, ρ : πυκνότητα

δ_{00} ή συντελεστής ενεργειακού ελαστικού τέντωσης

αρκεί να επιβεβαιώσουμε τη χορδή την ώρα

$$V = T \int_0^L \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2} - 1 \right) dx \approx \frac{1}{2} T \int_0^L \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 dx$$

αφ' ἧς λαμβάνουμε πυκνότητα ενέργειας

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2$$

σκληρό

$$T/\rho = c^2$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 - c^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right)$$

ἡ πυκνότητα ενέργειας είναι

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \rho \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} T \varphi_x^2 \equiv T_0^0$$

σημειώω ὅτι ὁλική ενέργεια

$$\int \left(\frac{1}{2} \rho \dot{\varphi}^2 + \frac{T}{2} \varphi_x^2 \right) dx$$

ποι' ενέργειας (ρρ) $T_0^1 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_x \varphi)} =$

$$= -T(\partial_x \varphi) \partial_t \varphi$$

δηλαδή είναι

$$\partial_t \left[\frac{1}{2} \rho \dot{\varphi}^2 + \frac{T}{2} \varphi_x^2 \right] + \partial_x \left[-T(\partial_x \varphi) (\partial_t \varphi) \right] = 0$$

Παράτησις διαπιστώθη ότι ισχύει

$$\text{Επειδή} \quad \int \varphi_{tt} - T \varphi_{xx} = 0$$

Η ποσότητα οφείλει να κείσεται

$$\text{Επειδή} \quad T_1^0 = \partial_1 \varphi \frac{\partial h}{\partial \partial_t \varphi} = \int \varphi_x \varphi_t$$

και η πρό οφείλει

$$\begin{aligned} T_1' &= \partial_1 \varphi \frac{\partial h}{\partial \partial_1 \varphi} - h \\ &= -T \varphi_x^2 - \frac{1}{2} \int \varphi_t^2 + \frac{1}{2} T \varphi_x^2 \\ &= -\frac{1}{2} \left(\int \varphi_t^2 + T \varphi_x^2 \right) \end{aligned}$$

Εξίσωσιν συνεκτικώς οφείλει

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int \varphi_x \varphi_t \right) + \partial_x \left(-\frac{1}{2} \left(\int \varphi_t^2 + T \varphi_x^2 \right) \right) = 0$$

$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \varphi_x \varphi_t dx$
 και $\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \varphi_x \varphi_t dx$

$\forall t \in \mathbb{R}$, δεκτικό-φωτ. η φασματική.

α_1 δεκτικό-φωτ. η φασματική

με οριζόντιο κλάμα.

$\varphi = \cos \omega t \cos kx$, όπου $\frac{\omega}{k} = c = \sqrt{T/\rho}$

και $\frac{\partial}{\partial t} \varphi = \cos(kx - \omega t)$
