

# ΙΑΤΡΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Π. Παπαγιάννης & Ε. Στυλιάρης  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ ΑΘΗΝΩΝ  
2021 - 2022

## ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΜΕ ΑΚΤΙΝΕΣ-Χ

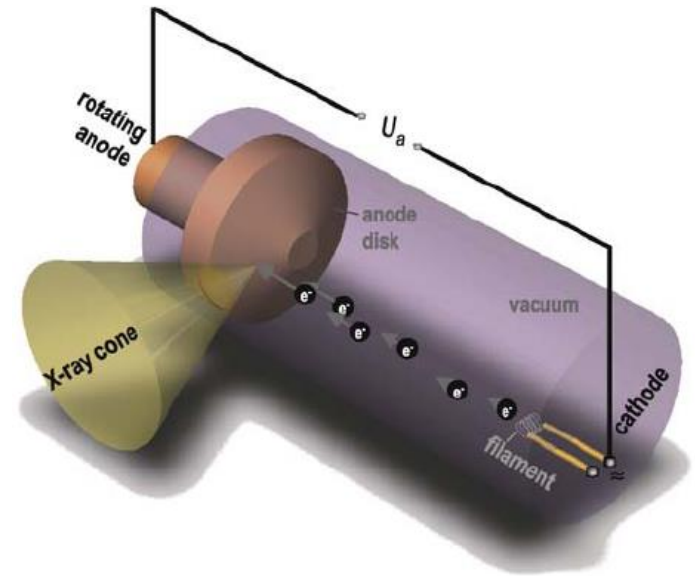
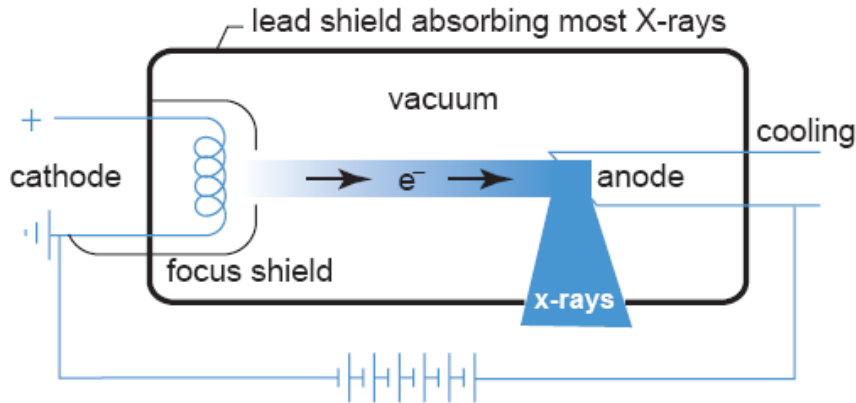
- Αρχή Λειτουργίας – Παραγωγή Ακτίνων Χ
- Απορρόφηση Ακτίνων Χ, Ανίχνευση Ακτίνων Χ
- Κλινικές Συσκευές Ακτίνων Χ – Διάγνωση - Αρχή της Μαστογραφίας
- Αριθμός CT (Hounsfield Number)
- Η μέθοδος της Διπλής Ενέργειας

## ΑΞΟΝΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ

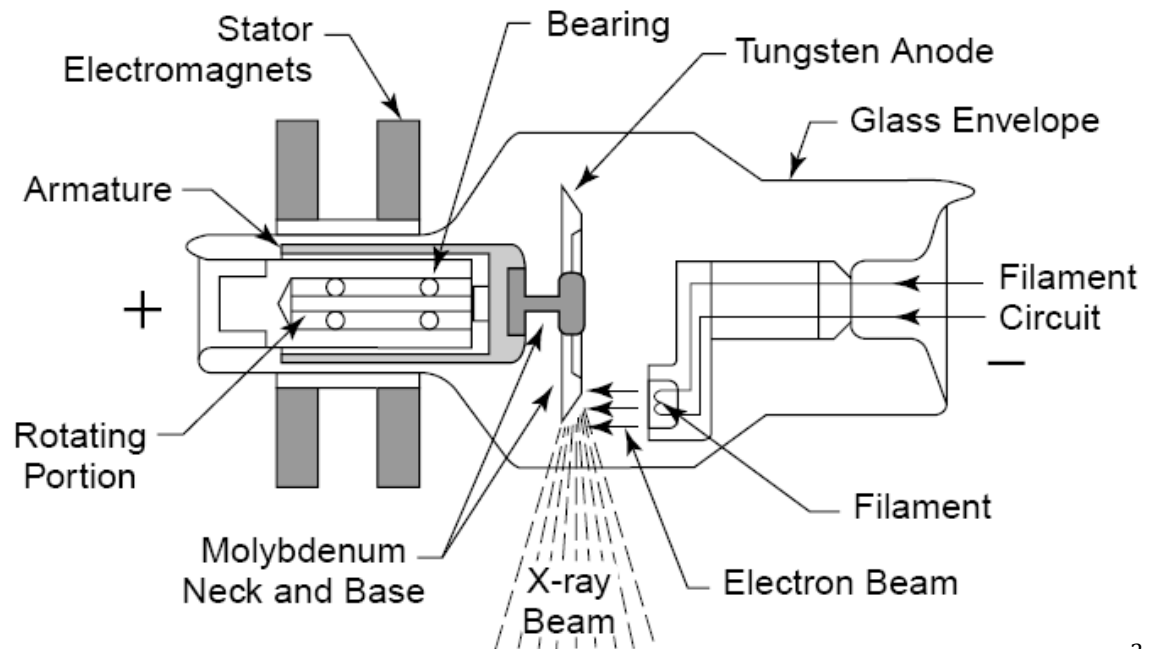
- Computed X-Ray Tomography: Αρχή Λειτουργίας
- Ημιτονόγραμμα (Sinogram) – Ανακατασκευή Τομογραφικής Εικόνας
- Radon Transform
- Επαναληπτικές Μέθοδοι Ανακατασκευής (ART)

# ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

## Αρχή λειτουργίας λυχνίας ακτίνων Χ

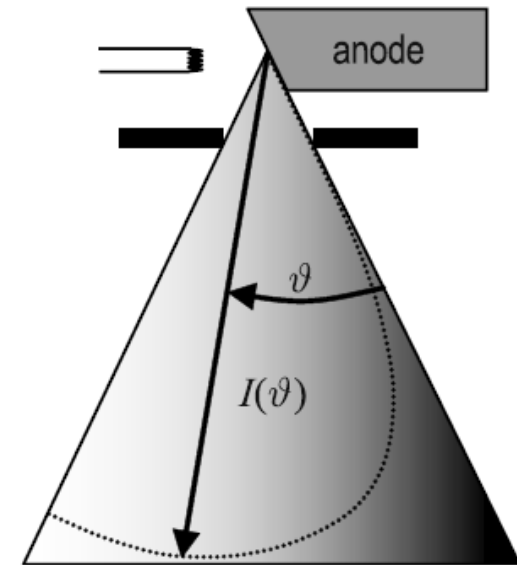
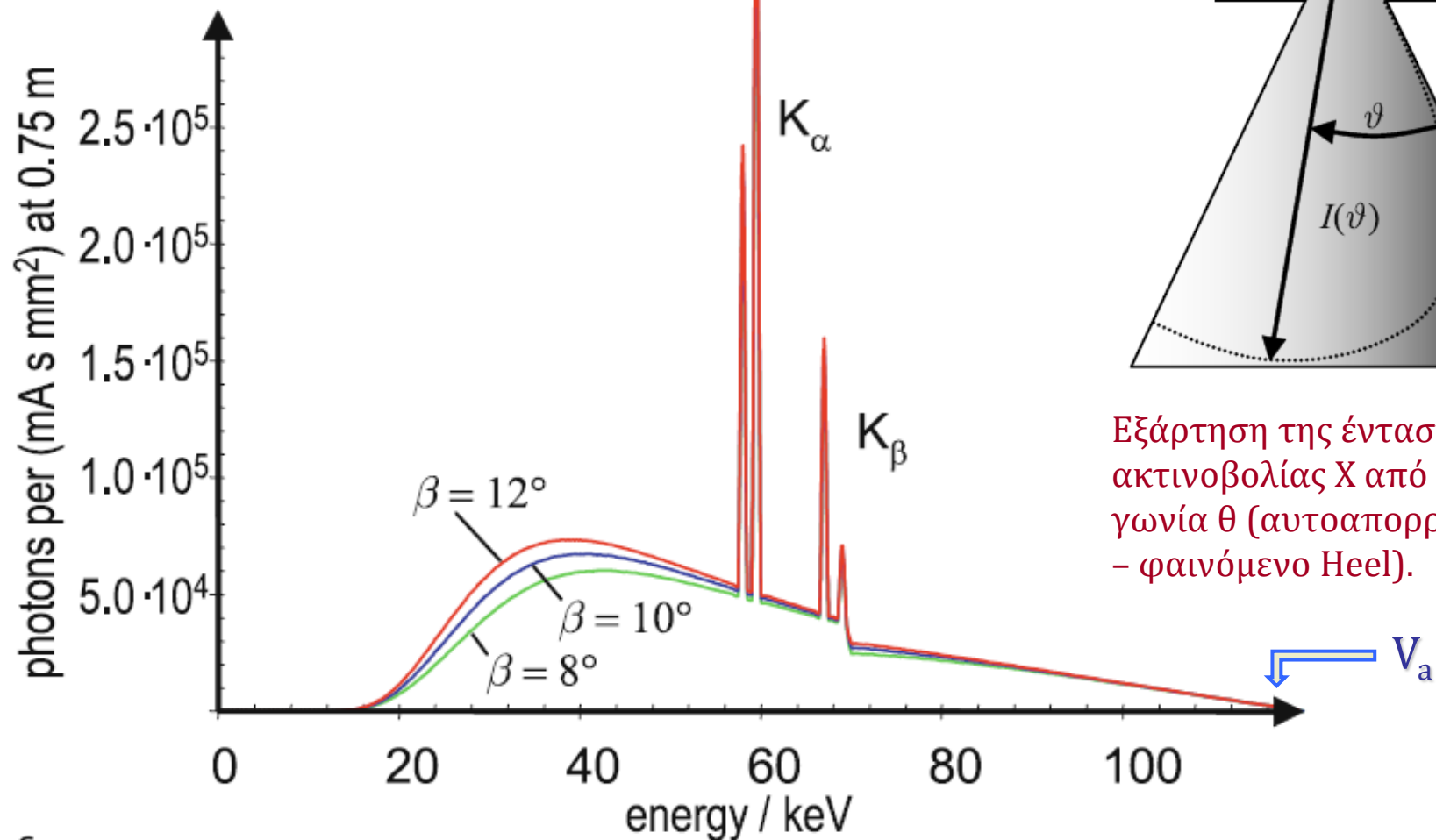


Απλοποιημένη διάταξη παραγωγής ακτίνων Χ με περιστρεφόμενη άνοδο



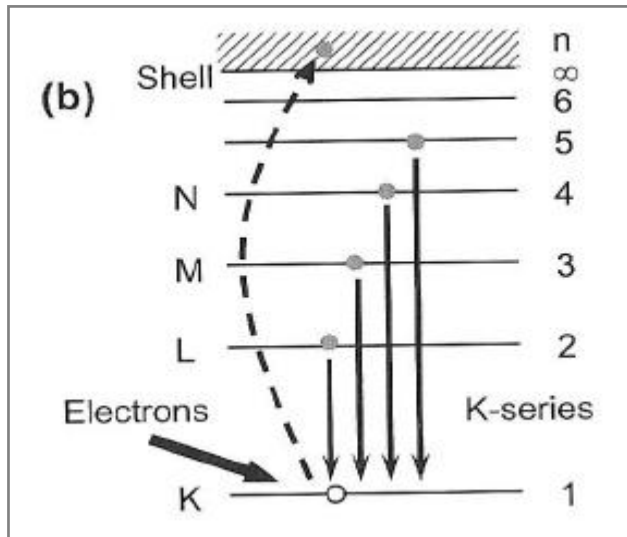
# ΦΑΣΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

Τυπικό φάσμα ακτίνων Χ από άνοδο Βολφραμίου (W)  
σε ανοδική τάση  $V_a = 120$  kV.

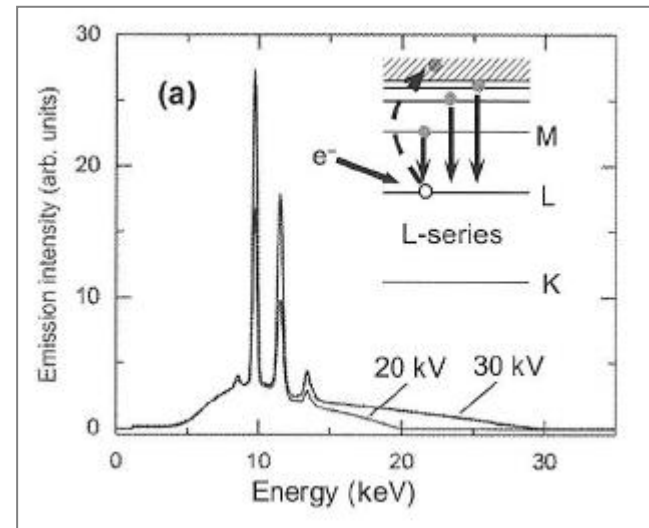


Εξάρτηση της έντασης της  
ακτινοβολίας Χ από τη  
γωνία  $\theta$  (αυτοαπορρόφηση  
- φαινόμενο Heel).

# ΦΑΣΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ



Σχηματική αναπαράσταση δημιουργίας κορυφών K και L



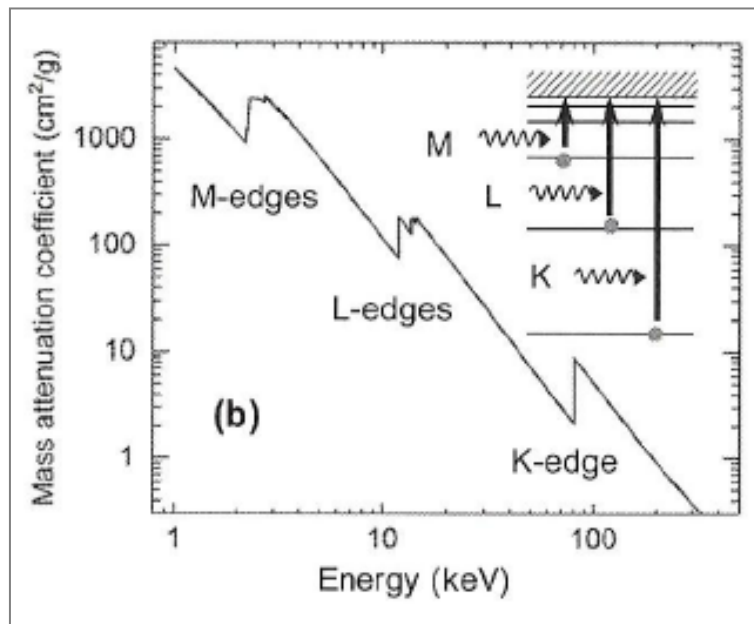
## Χαρακτηρισμός μεταπτώσεων

Οπή στην K στοιβάδα

- $L \rightarrow K : K_{\alpha}$
- $M \rightarrow K : K_{\beta}$
- $N \rightarrow K : K_{\gamma}$
- ... ..

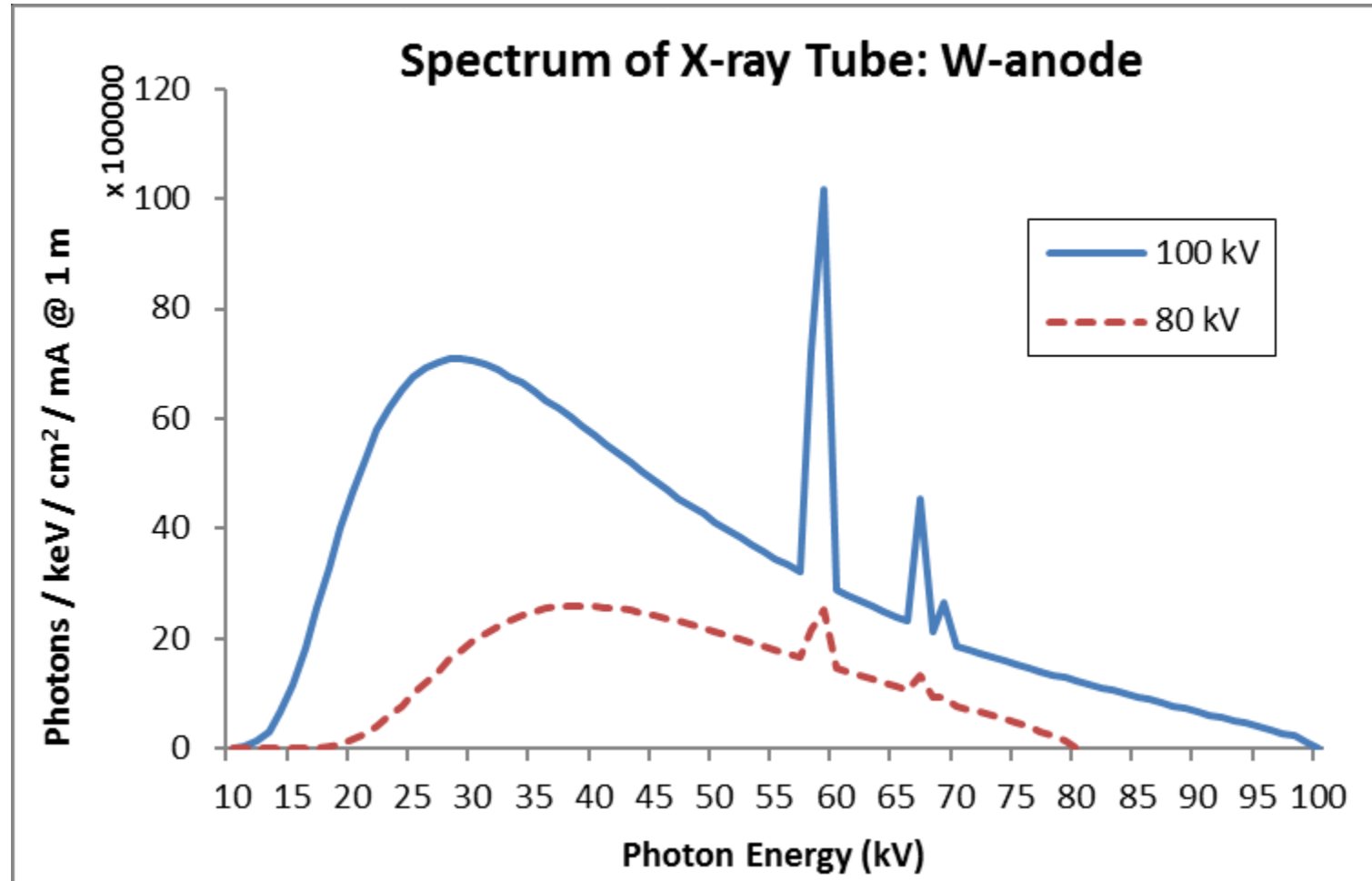
Οπή στην L στοιβάδα

- $M \rightarrow L : L_{\alpha}$
- $N \rightarrow L : L_{\beta}$
- ... ..



# ΦΑΣΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

Επίδραση της ανοδικής τάσης στη μορφή του φάσματος των ακτίνων Χ

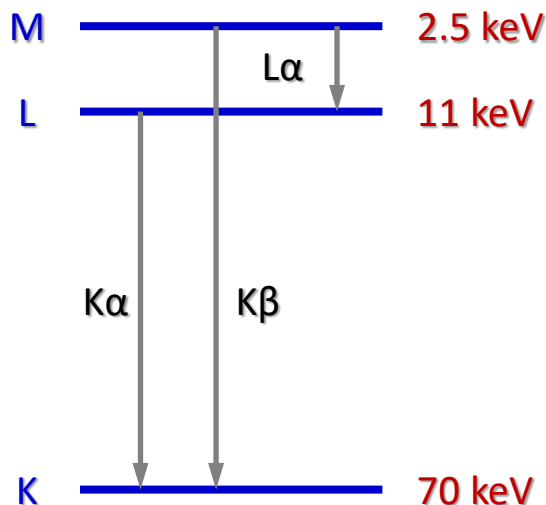


# ΦΑΣΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

## Επίδραση της ανοδικής τάσης στη μορφή του φάσματος των ακτίνων Χ

(α) Σχεδιάστε τα κύρια χαρακτηριστικά του ενεργειακού φάσματος λυχνίας-Χ με άνοδο από Βολφράμιο και δυναμικό επιτάχυνσης 100 kV και να τα σχολιάσετε συνοπτικά. Δίνονται οι ενέργειες σύνδεσης των ηλεκτρονίων στις πρώτες στοιβάδες του ατόμου του Βολφραμίου:

$$E_K=70 \text{ keV}, E_L=11 \text{ keV} \text{ και } E_M=2.5 \text{ keV}.$$



$$E(K_\alpha) = 70 - 11 = 59 \text{ keV}$$

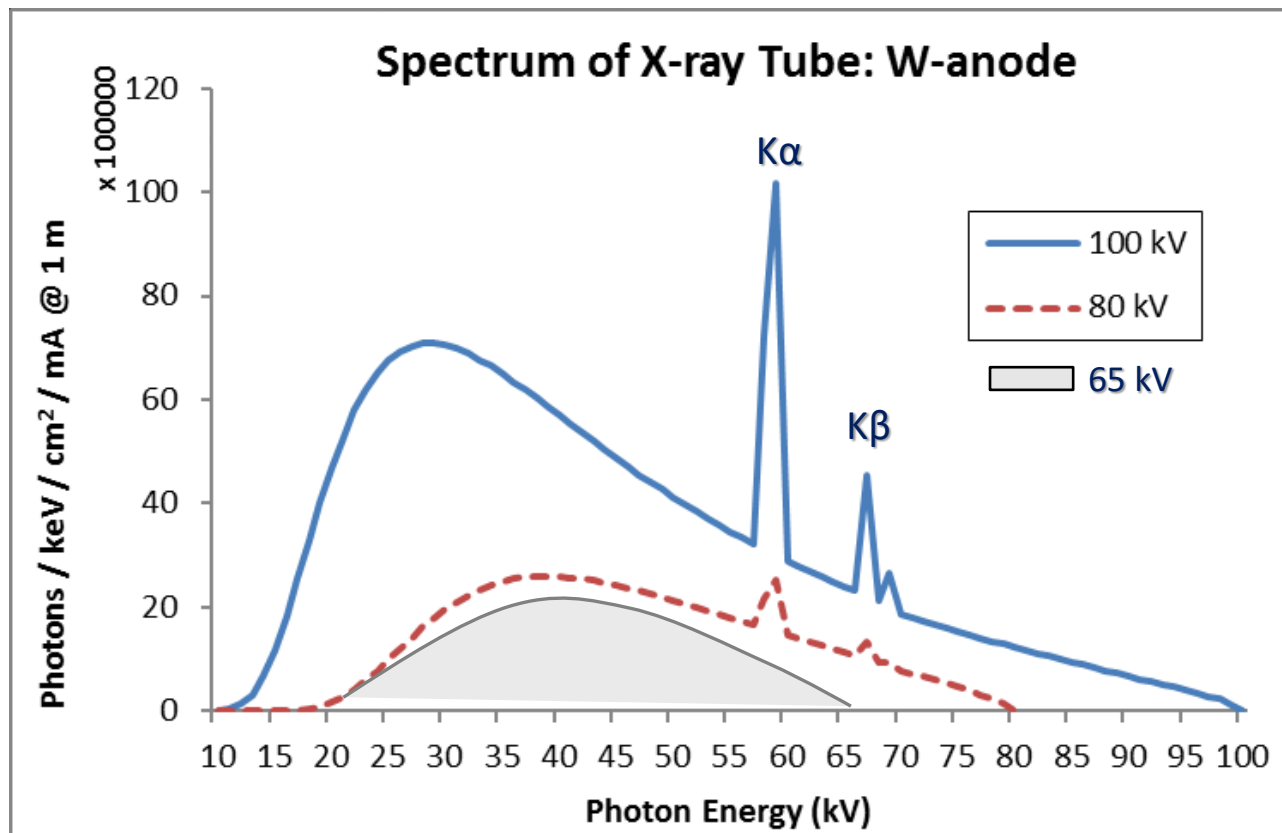
$$E(K_\beta) = 70 - 2.5 = 67.5 \text{ keV}$$

$$E(L_\alpha) = 11 - 2.5 = 8.5 \text{ keV}$$

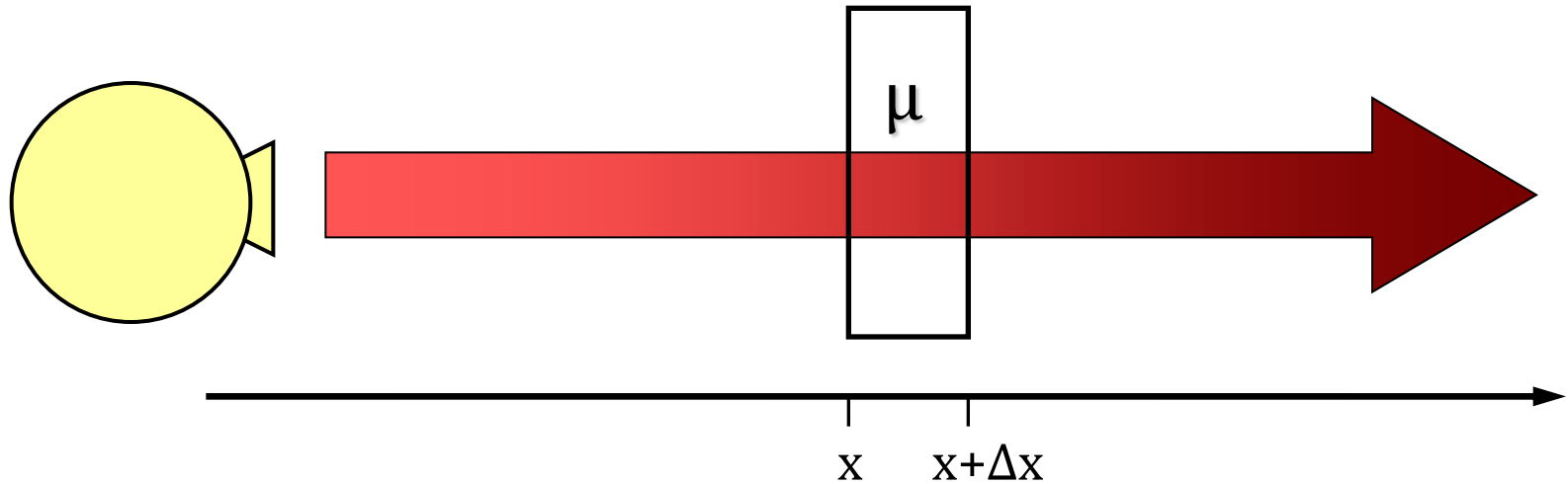
# ΦΑΣΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

## Επίδραση της ανοδικής τάσης στη μορφή του φάσματος των ακτίνων Χ

(β) Αν το δυναμικό επιτάχυνσης μειωθεί στα 65 kV, στο καινούργιο ενεργειακό φάσμα που προκύπτει (σκιασμένη περιοχή), δεν παρατηρούνται πλέον οι γραμμές  $K_{\alpha}$  και  $K_{\beta}$ . Γιατί;



# ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ



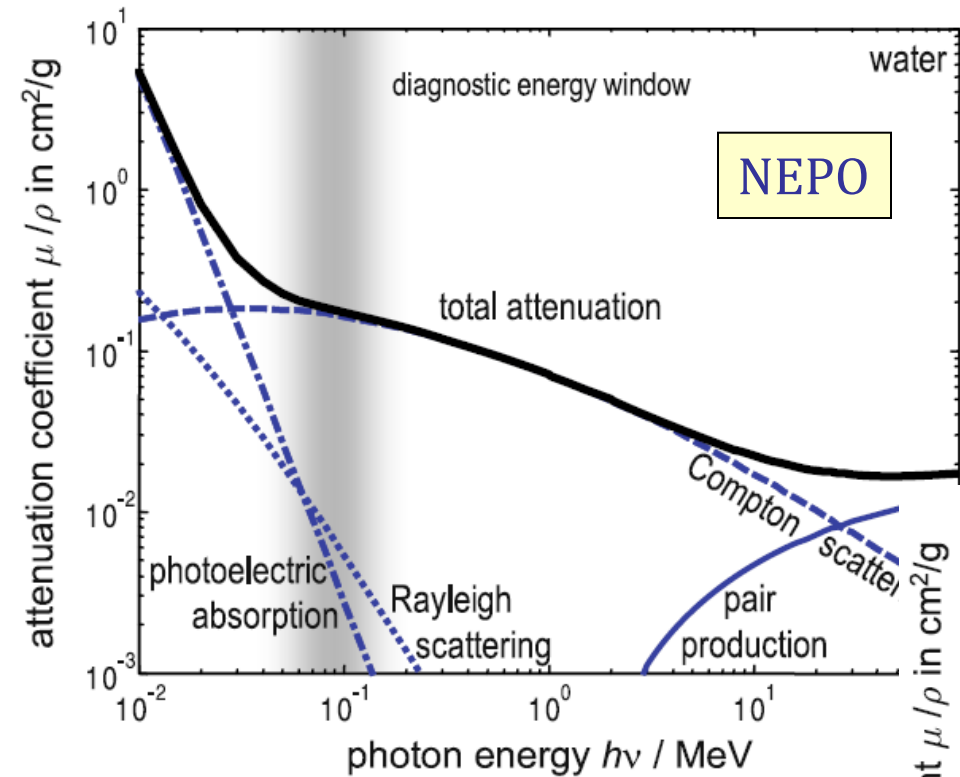
$$\frac{dI}{I(x)} = -\mu dx \Rightarrow \int \frac{dI}{I(x)} = -\mu \int dx \Rightarrow I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

$\mu$ : γραμμικός συντελεστής απορρόφησης

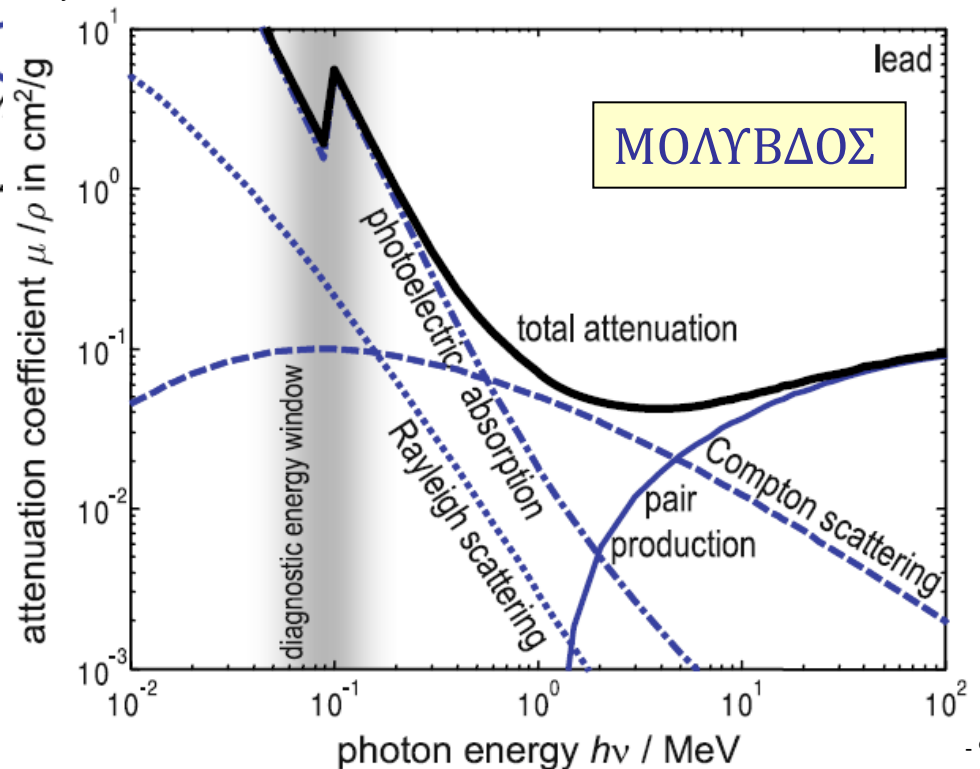
$\mu/\rho$ : μαζικός συντελεστής απορρόφησης



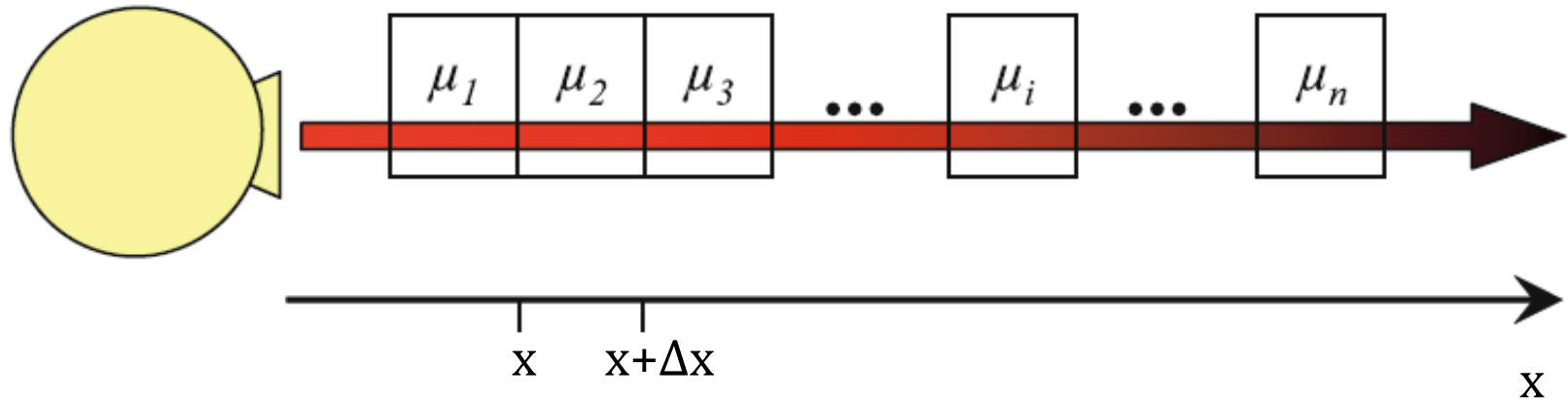
# ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ



Μαζικός συντελεστής απορρόφησης  
 $\mu/\rho$   
στην ενεργειακή περιοχή των  
ακτίνων Χ



# ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ



$$\frac{dI}{I(x)} = -\mu_1 \Delta x - \mu_2 \Delta x \cdots - \mu_n \Delta x \Rightarrow I(x) = I_0 e^{-\sum \mu_i \Delta x}$$

$$I(x) = I_0 e^{-\int \mu(x) dx}$$

# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ X

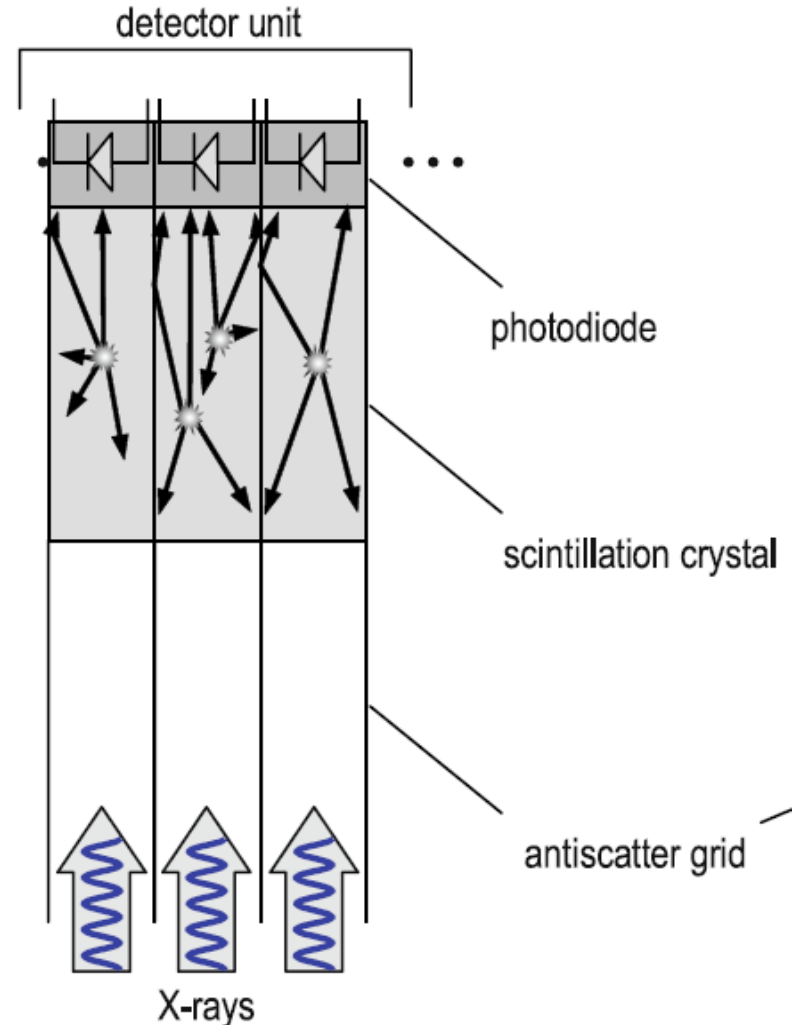
Σχηματική αναπαράσταση  
ανίχνευσης ακτίνων X

Ακτίνες X → Οπτικό Φως  
(Σπινθηριστής)

Ανίχνευση με Φωτοδιόδους

## ΣΠΙΝΘΗΡΙΣΤΕΣ

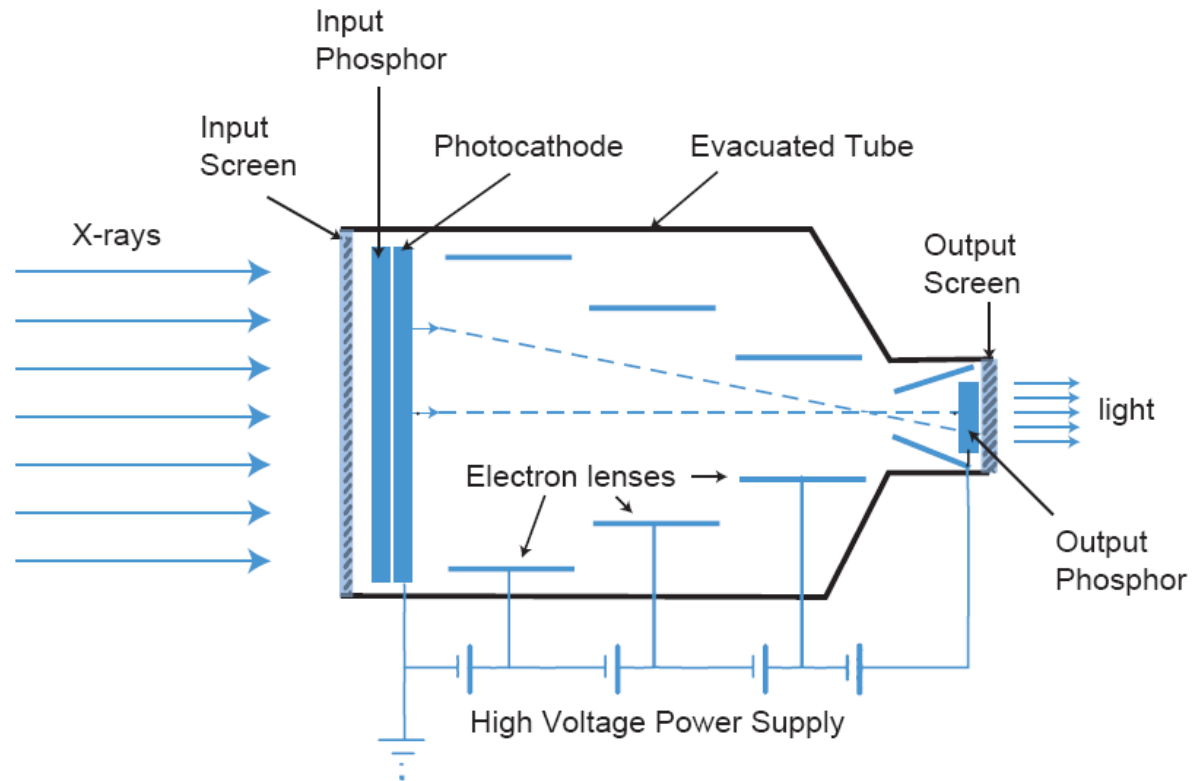
CsI  
BGO  
CdWO<sub>4</sub>  
Cd<sub>2</sub>O<sub>2</sub>S



# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

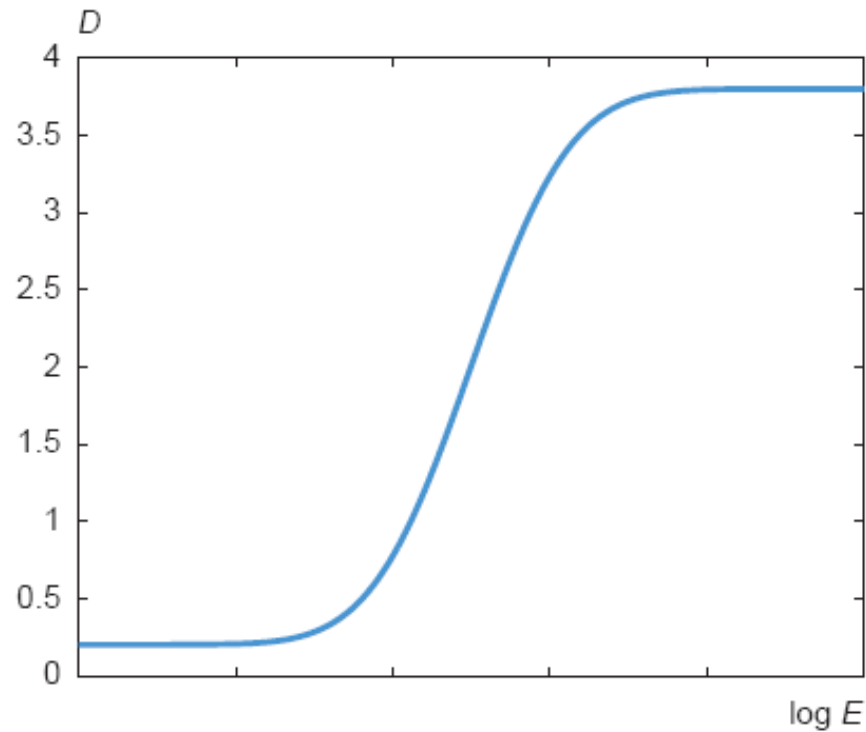
## Ενισχυτής ραδιογραφικής εικόνας

Ακτίνες Χ → Οπτικό Φως → Ηλεκτρόνια (Φωτοκάθοδος)



# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

## Καμπύλη ευαισθησίας για Ραδιογραφικό Φιλμ



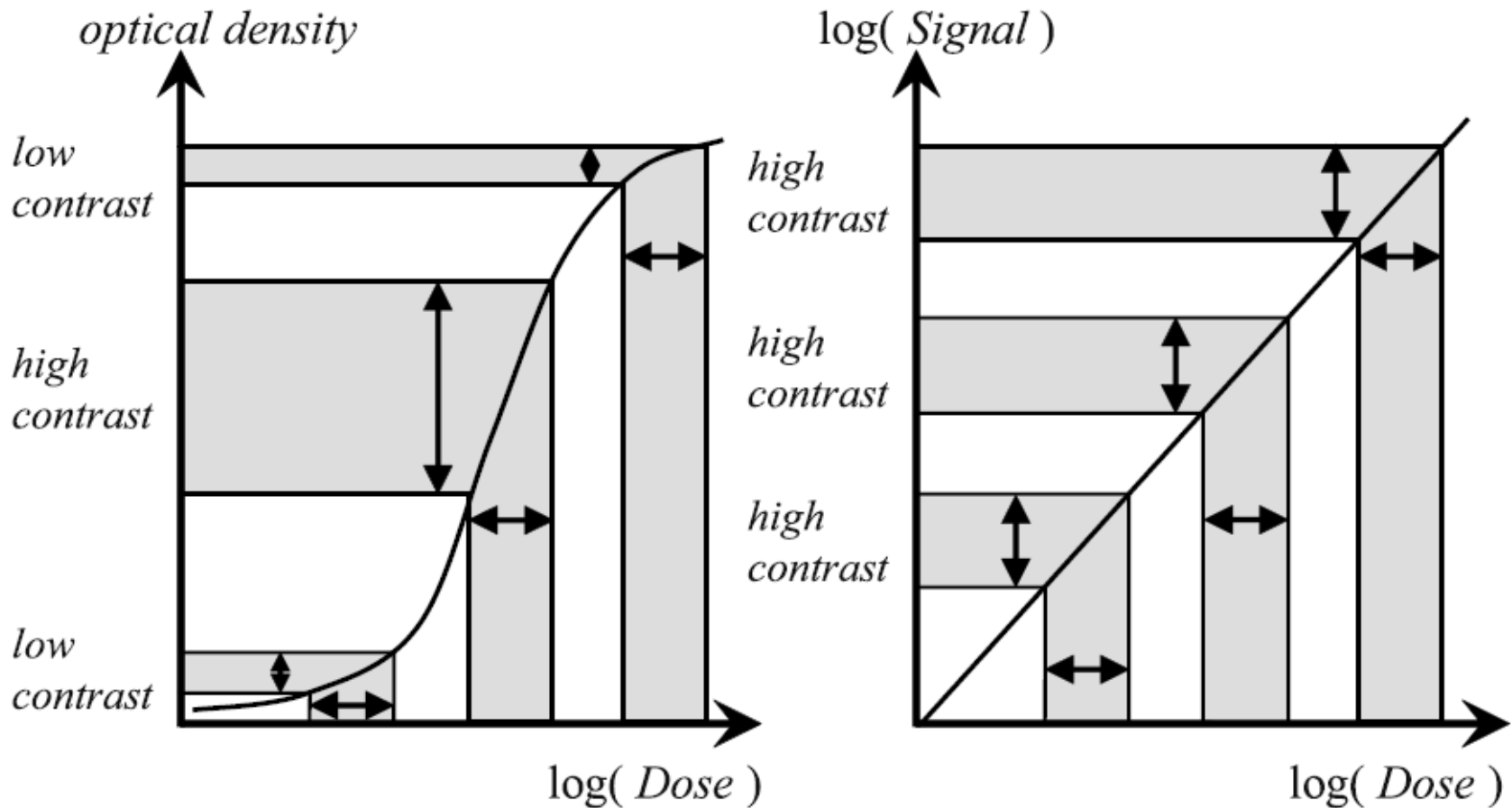
E: (Exposure) Έκθεση Ακτινοβολίας

D: (Optical Density) Οπτική Πυκνότητα

$$D = \log \frac{I_{in}}{I_{out}}$$

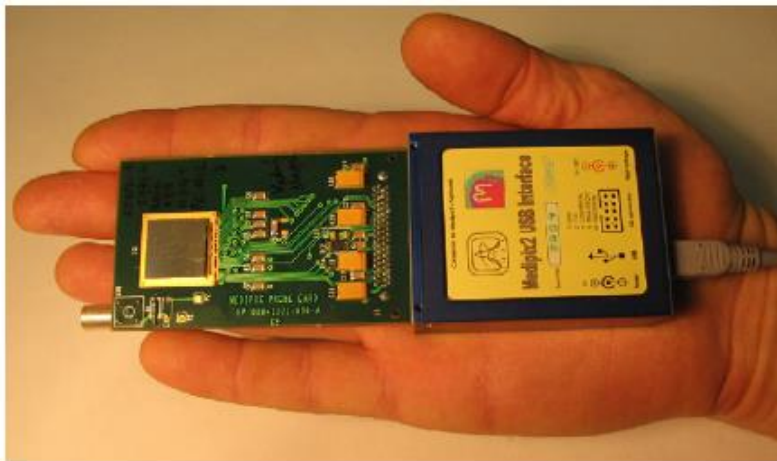
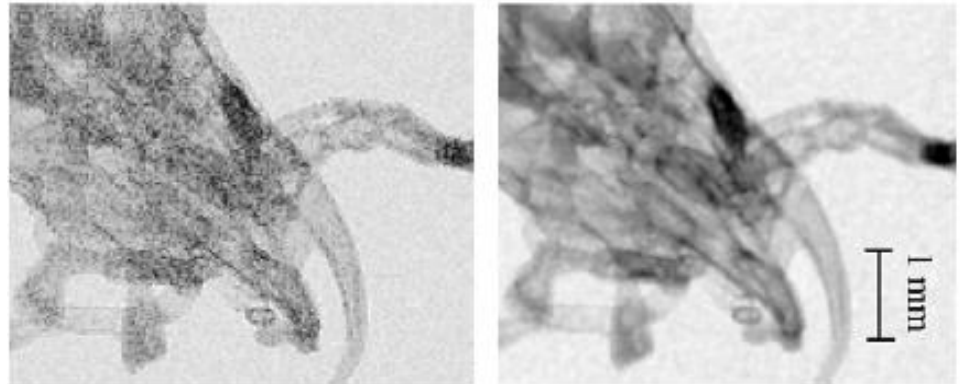
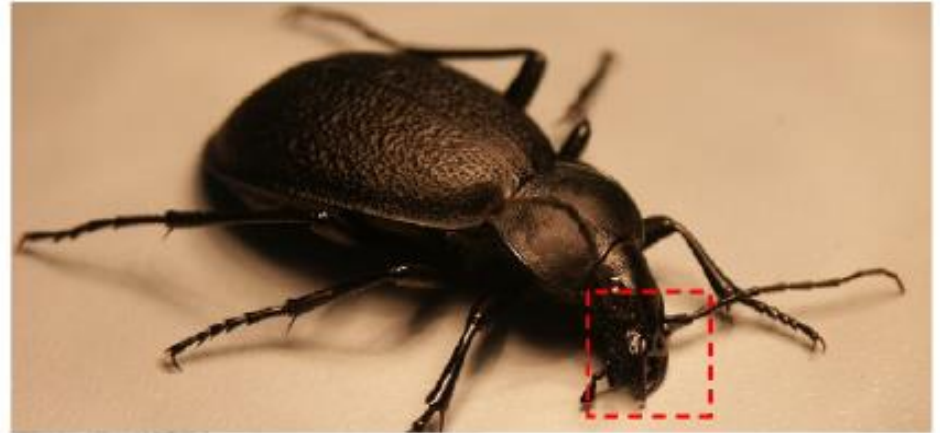
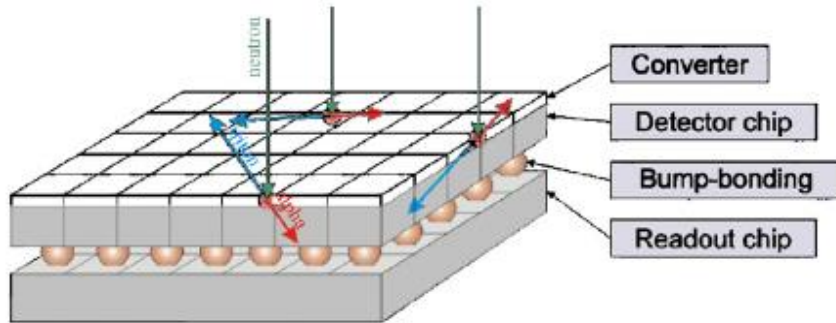
# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

Σύγκριση των δυναμικών χαρακτηριστικών ανιχνευτικής διάταξης ακτίνων Χ βασισμένης σε φιλμ και σε σπινθηριστή με ψηφιακή ανάγνωση δεδομένων.



# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

## Medipix Detector



Απεικόνιση με ακτινοβολία Χ



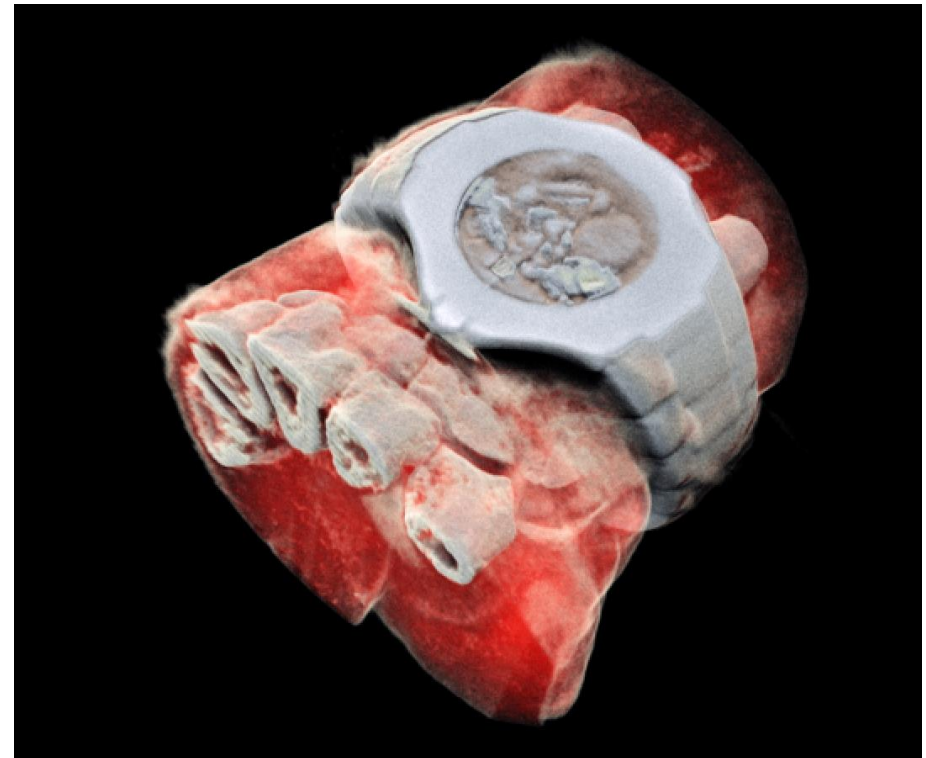
# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

## Medipix Technology @ CERN

Online Color X-ray Computed Tomography



First 3D color X-ray of a human



A 3D image of a wrist with a watch showing part of the finger bones in white and soft tissue in red.

*(Image: MARS Bioimaging Ltd)*



# ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

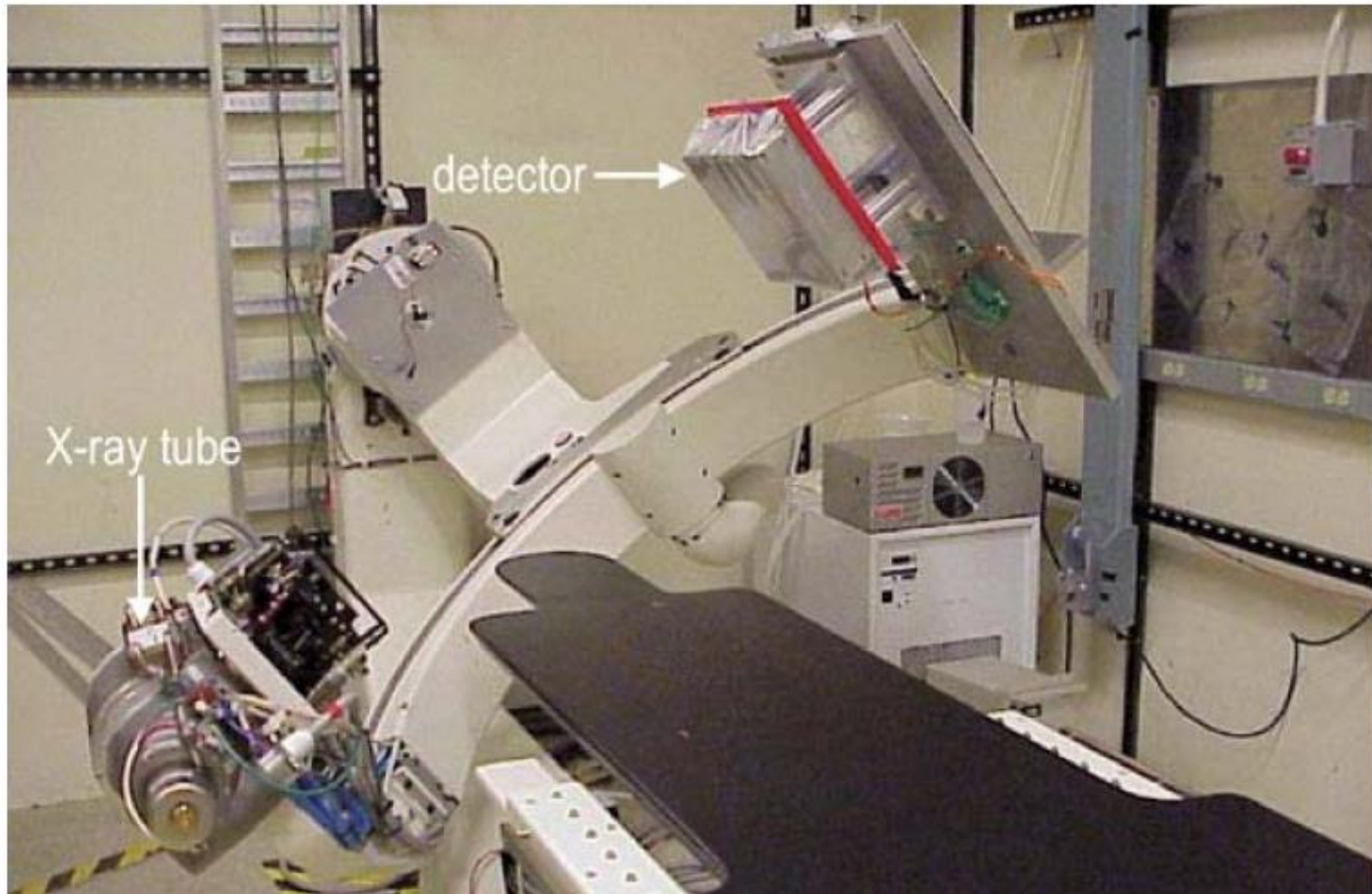


X-Ray System with Flat Panel Detector



C-Arm X-tube with Flat Panel Detector

# ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΜΕ ΑΚΤΙΝΕΣ Χ

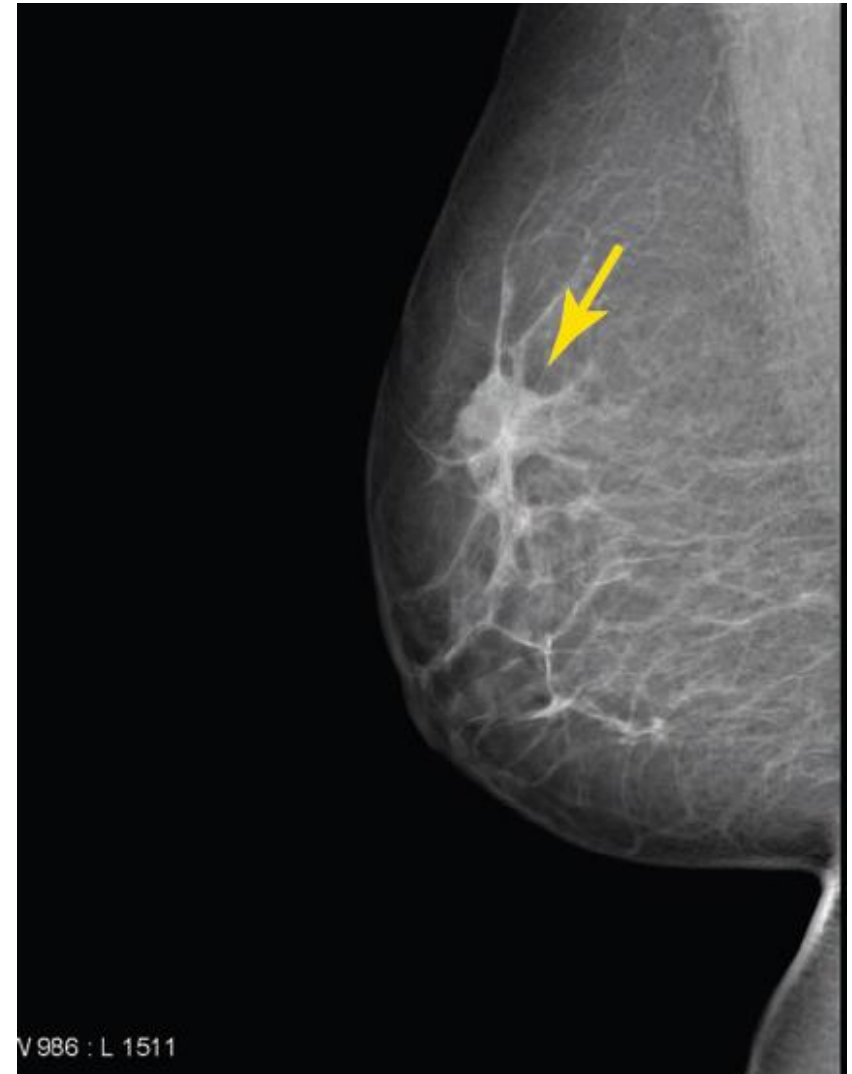


C-Arm X-tube with Flat Panel Detector

## ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΜΕ ΑΚΤΙΝΕΣ Χ



Διπλό κάταγμα κάτω γνάθου με έντονη μετατόπιση προς τα αριστερά.



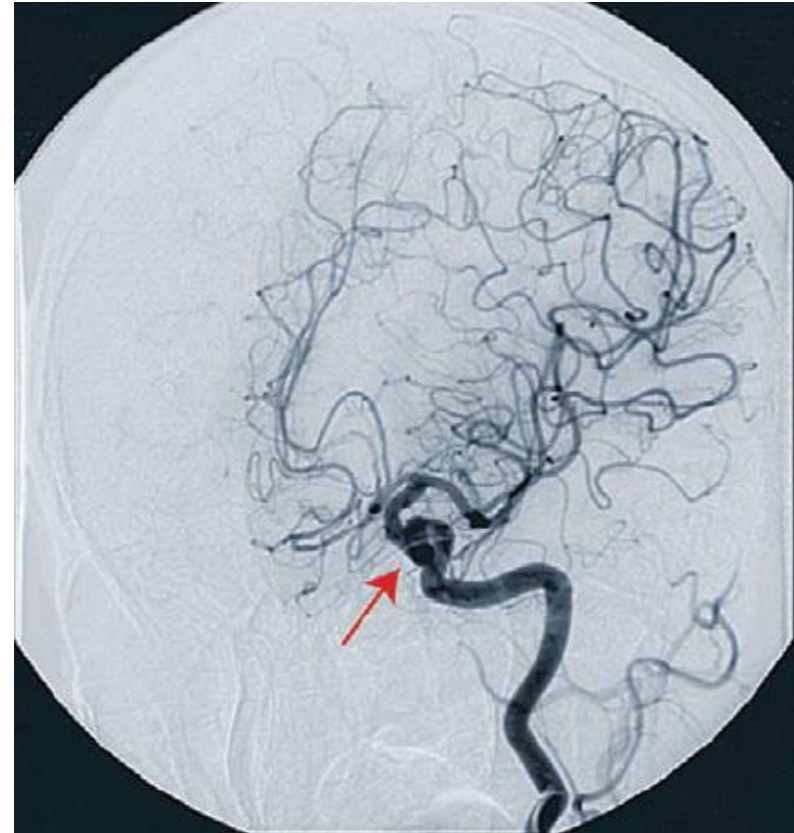
Αδιαφάνεια με αιχμηρά σύνορα στον δεξιό μαστό με ιστολογικά ελεγμένο καρκίνωμα.



# ΔΙΑΓΝΩΣΗ ΜΕ ΑΚΤΙΝΕΣ Χ



Τρισδιάστατη απεικόνιση των εγκεφαλικών αιμοφόρων αγγείων. Ανακατασκευή από μια σειρά από προβολικών εικόνων με βραχίονα-C συσκευή ακτίνων Χ.



Εγκεφαλική αγγειογραφία που δείχνει ένα ανεύρυσμα ή σφαιρική διαστολή μιας εγκεφαλικής αρτηρίας.

# ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΜΑΣΤΟΓΡΑΦΙΑΣ

Αντίθεση Θέματος

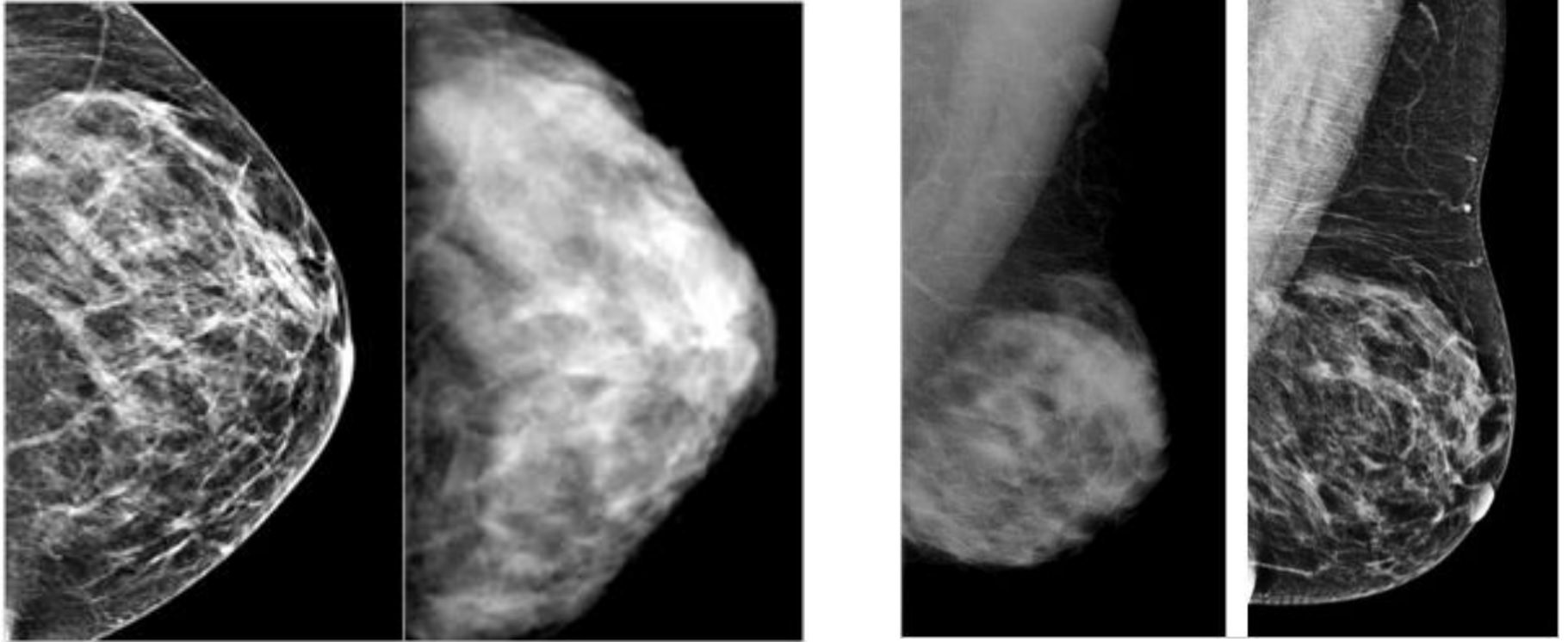
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_0 \cdot e^{-\mu_1 x_1}}{I_0 \cdot e^{-\mu_2 x_2}} = e^{(\mu_2 x_2 - \mu_1 x_1)}$$

$$x_1 = x_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{(\mu_2 - \mu_1)x}$$

Η αντίθεση εξαρτάται μόνο από τη διαφορά των συντελεστών εξασθένησης όταν το πάχος του απορροφητικού υλικού είναι το ίδιο.

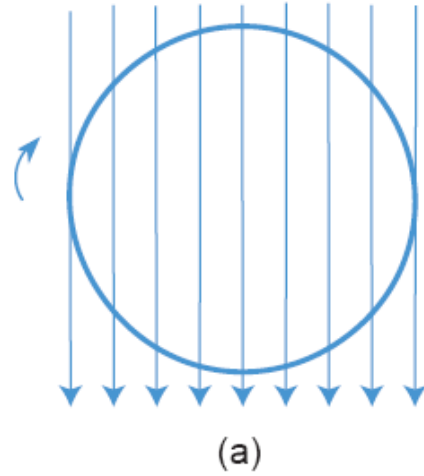
# ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΜΑΣΤΟΓΡΑΦΙΑΣ



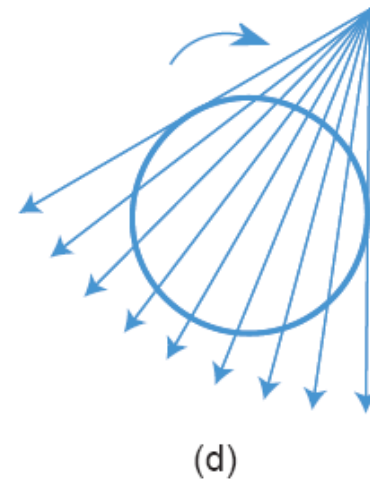
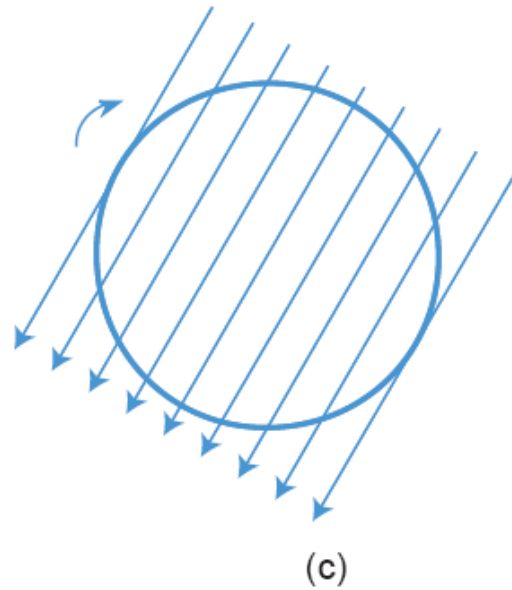
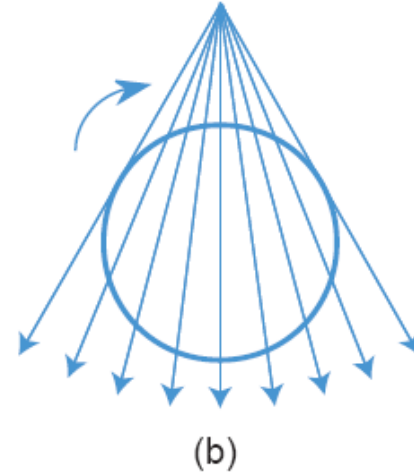
Διαφορές στην ευκρίνεια και την αντίθεση μεταξύ ψηφιακής μαστογραφίας και της αντίστοιχης απεικόνισης με φιλμ.

# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY

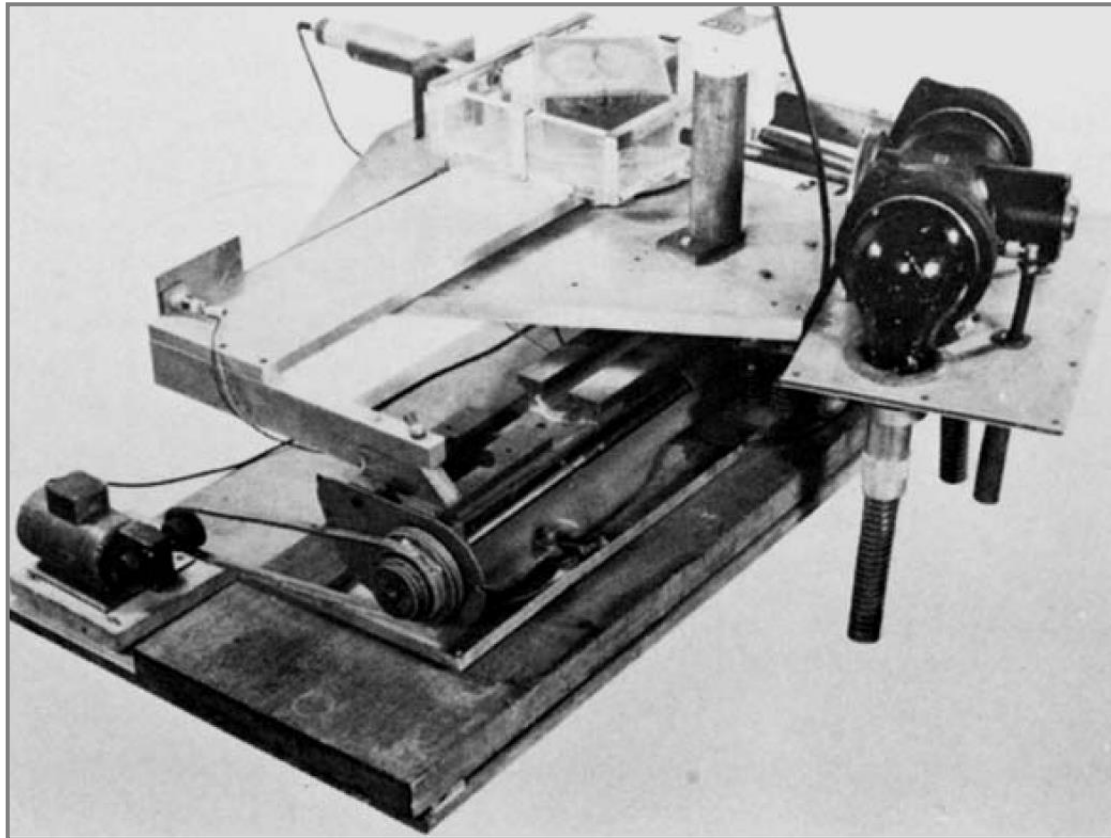
Parallel-Beam  
Geometry



Fan-Beam  
Geometry



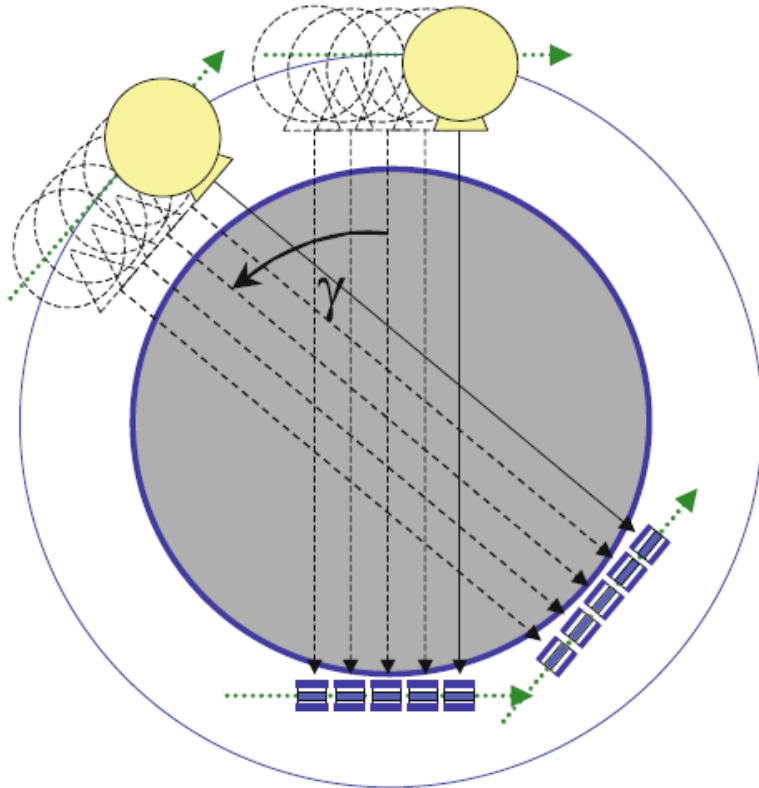
# ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΤΟΜΟΓΡΑΦΩΝ



Ο πρώτος πειραματικός Αξονικός Τομογράφος κατασκευασμένος από τον Hounsfield στη δεκαετία του 1960 μαζί με την πρώτη ιστορική απεικόνιση του εγκεφάλου. (**Hounsfield & Cormack, Βραβείο Nobel Ιατρικής 1979**).

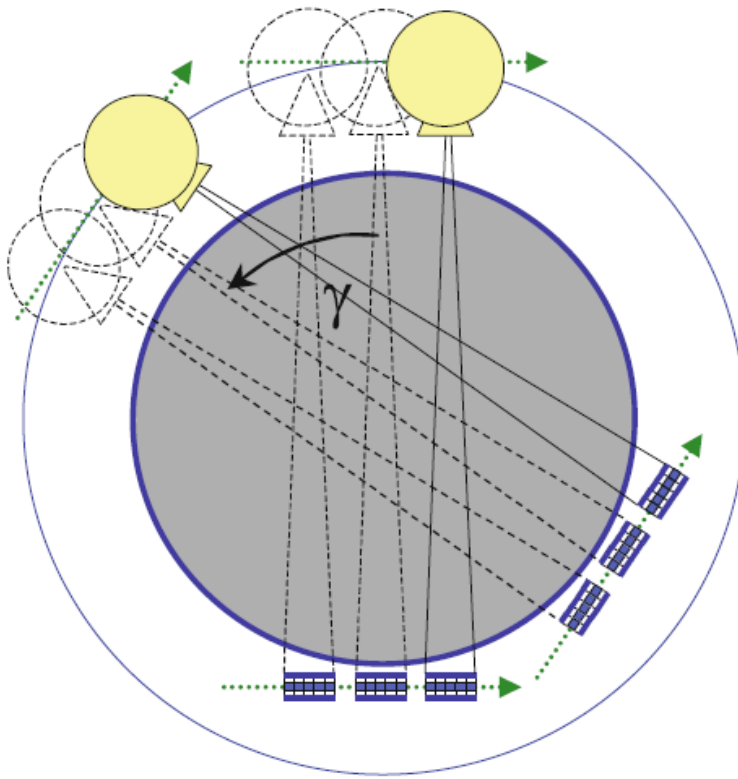


# ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΤΟΜΟΓΡΑΦΩΝ



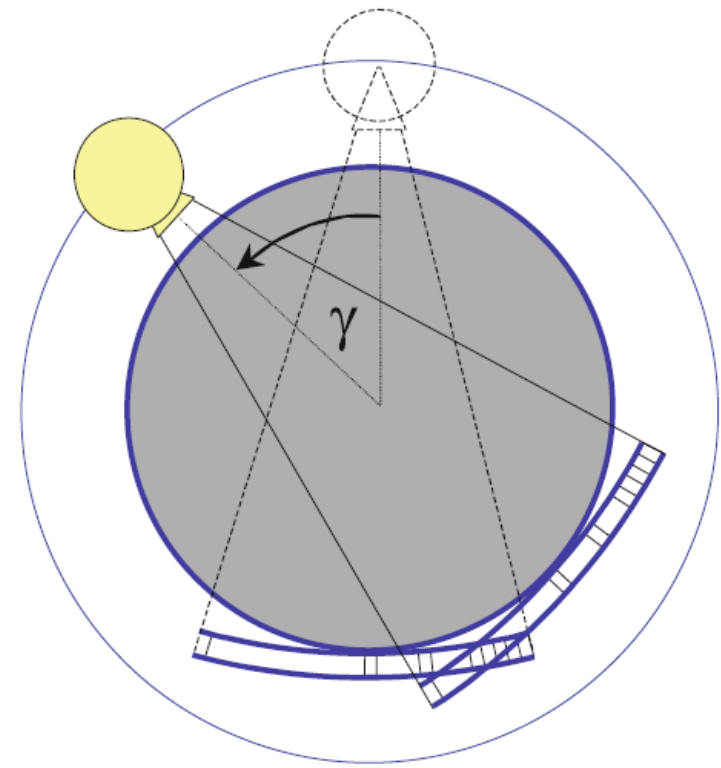
**Αξονικοί Τομογράφοι Πρώτης Γενιάς:** Παράλληλη δέσμη (pencil beam) από την πηγή των ακτίνων X με έναν μόνο ανιχνευτή. Σε κάθε γωνία, το σύστημα σαρώνει με μετατόπιση τον υπό εξέταση χώρο. **Δεξιά:** Ο πρώτος κλινικός τομογράφος (EMI Central Research Laboratories, London, 1972).

# ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΤΟΜΟΓΡΑΦΩΝ



## 2<sup>η</sup> ΓΕΝΙΑ

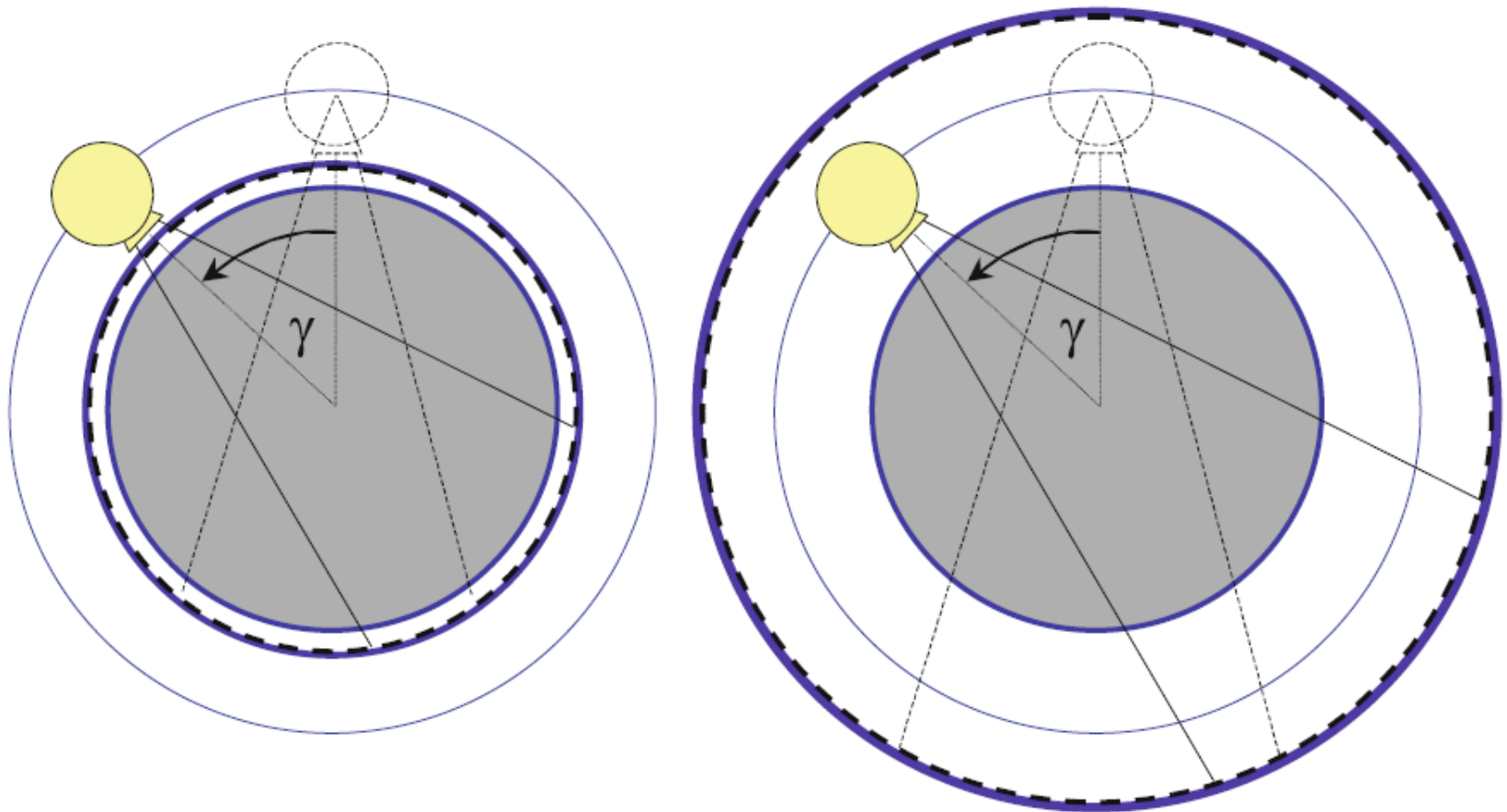
Η πηγή των ακτίνων X κινείται κυκλικά αλλά και με μετατόπιση, η δέσμη είναι κωνικά αποκλίνουσα με άνοιγμα  $\sim 10^\circ$ , ενώ ο ανιχνευτής αποτελείται από 10 περίπου στοιχεία.



## 3<sup>η</sup> ΓΕΝΙΑ

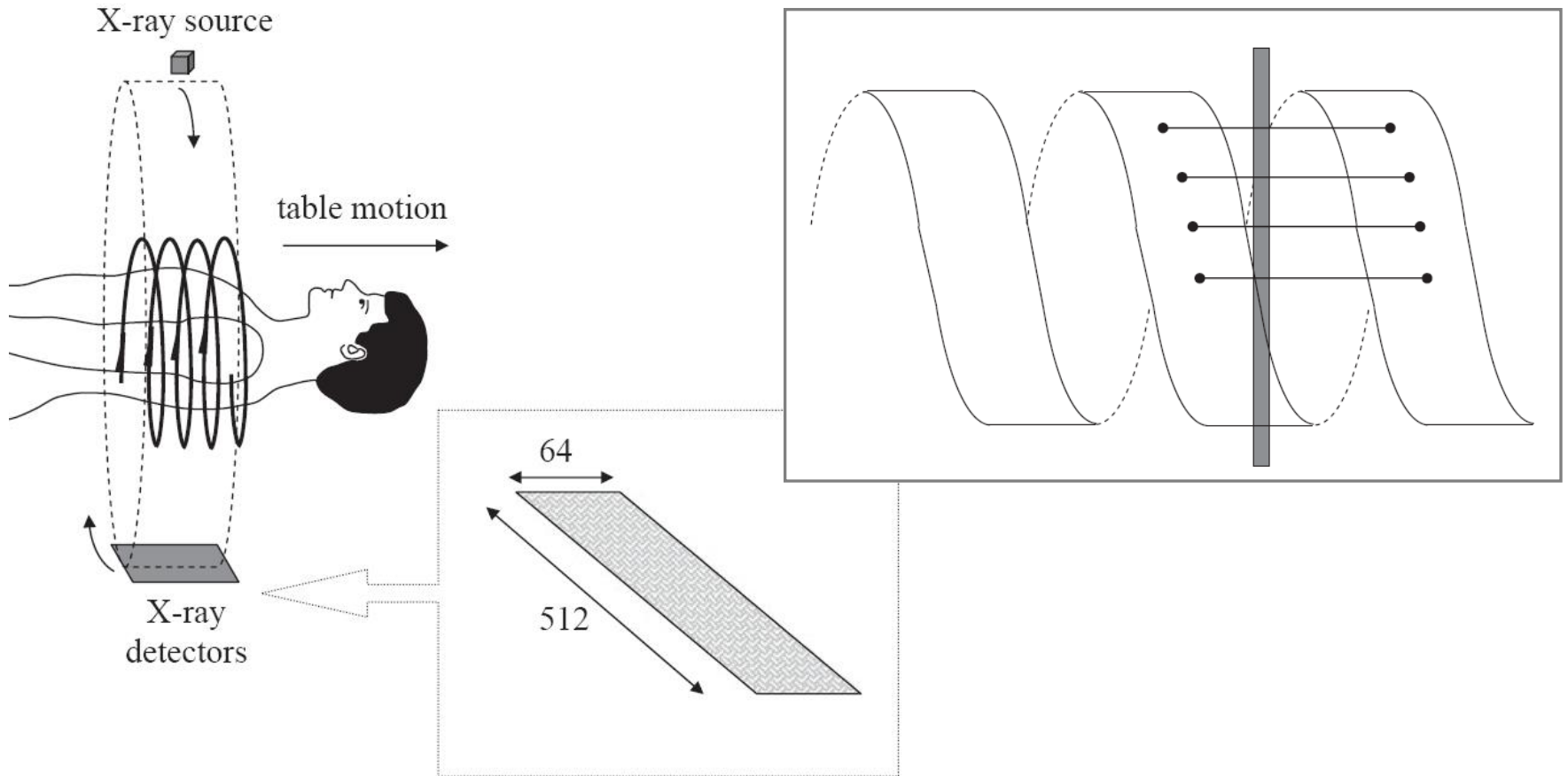
Η πηγή των ακτίνων X κινείται κυκλικά χωρίς μετατόπιση, η δέσμη είναι αποκλίνουσα (fan beam) με αισθητά μεγαλύτερο άνοιγμα ( $40^\circ-60^\circ$ ), ενώ ο ανιχνευτής αποτελείται από 1000 περίπου στοιχεία.

# ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΞΟΝΙΚΩΝ ΤΟΜΟΓΡΑΦΩΝ



**Αξονικοί Τομογράφοι Τέταρτης Γενιάς:** Η πηγή των ακτίνων X κινείται κυκλικά χωρίς μετατόπιση, η δέσμη είναι αποκλίνουσα (fan beam), ενώ υπάρχει σταθερός δακτύλιος ανιχνευτών (~5000 στοιχεία) εσωτερικά ή εξωτερικά της πηγής.

# ΕΛΙΚΟΕΙΔΗΣ ΑΞΟΝΙΚΟΣ ΤΟΜΟΓΡΑΦΟΣ



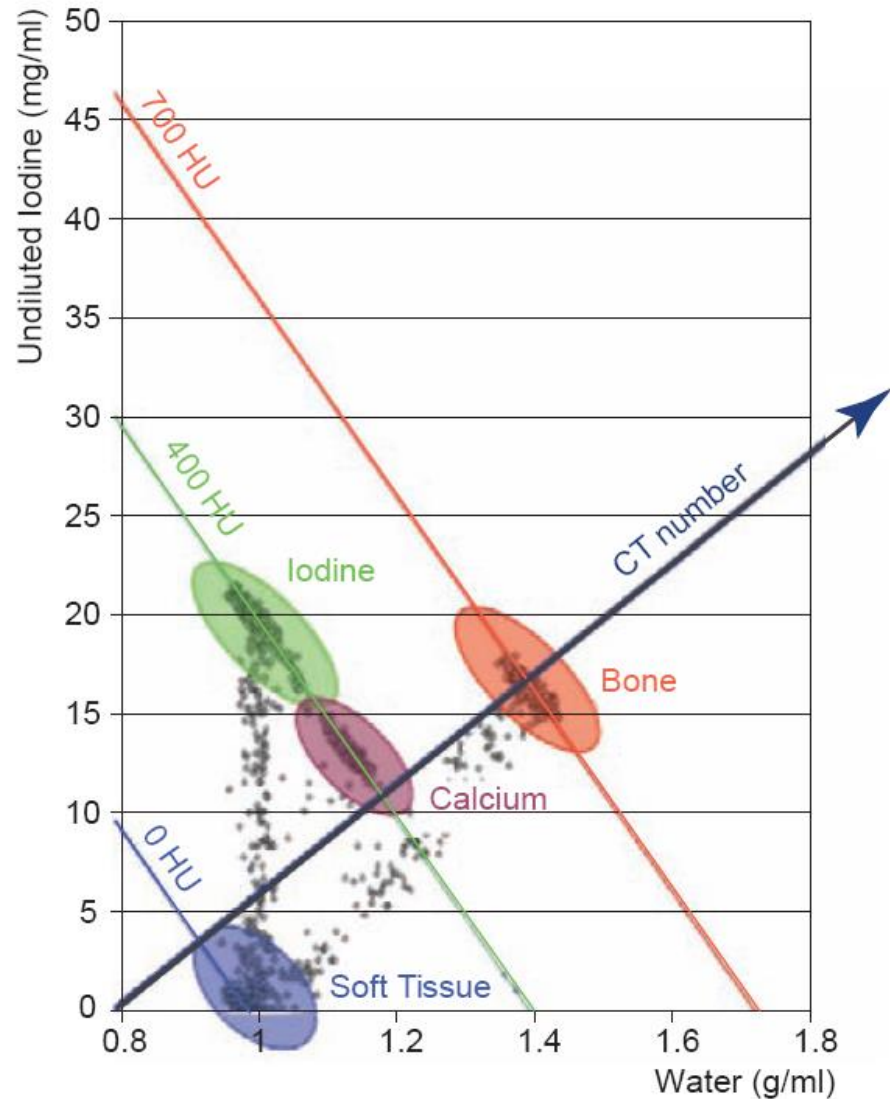
**Ελικοειδής Αξονικός Τομογράφος:** Η πηγή των ακτίνων X κινείται κυκλικά ενώ υπάρχει ταυτόχρονη ομαλή γραμμική μετακίνηση του εδράνου. Η σύνθετη κίνηση ισοδυναμεί με ελικοειδή κίνηση καταγραφής.

# ΑΡΙΘΜΟΣ CT (Hounsfield Number)

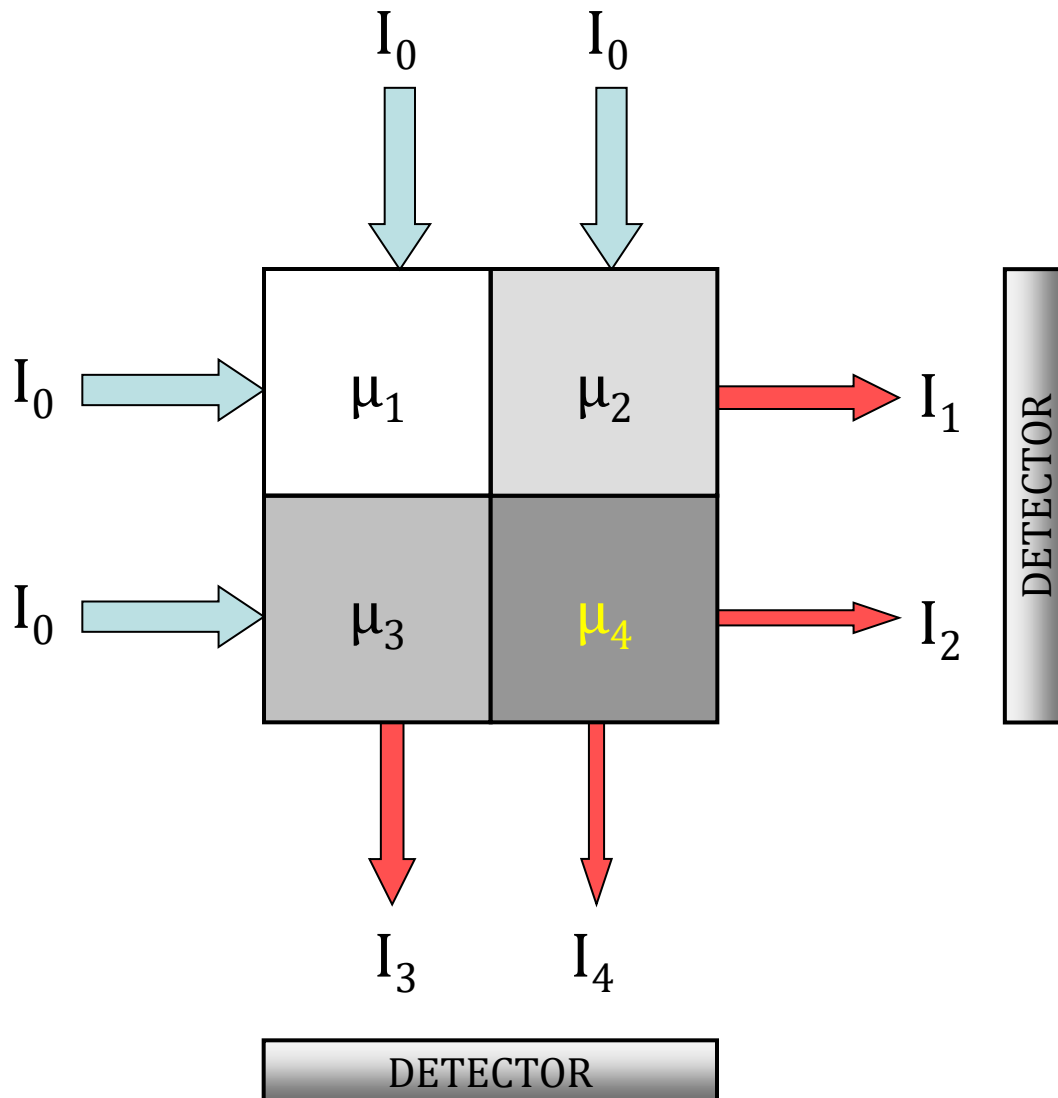
$$CT_o = 1000 \frac{\mu_o - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}}$$

Tissue	CT number (Hounsfield units)
Bone	1000–3000
Muscle	10–40
Water	0
Lipid	–50 to –100
Air	–1000
Brain (white matter)	20 to 30
Brain (grey matter)	35 to 45
Blood	40

# ΑΡΙΘΜΟΣ CT (Hounsfield Number)



# ΑΡΙΘΜΟΣ CT (Hounsfield Number)

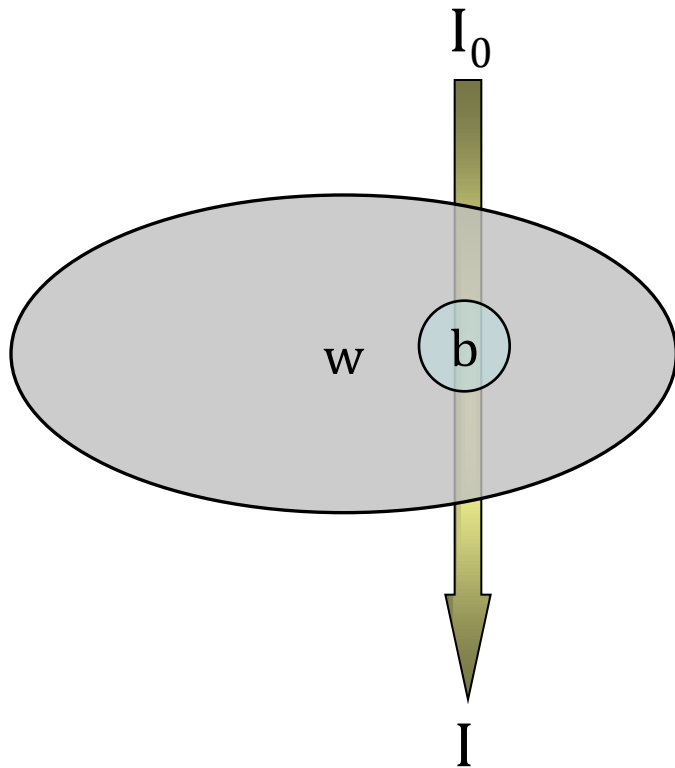


$$I_j = I_0 e^{-\sum_{i=1}^N \mu_i x}$$

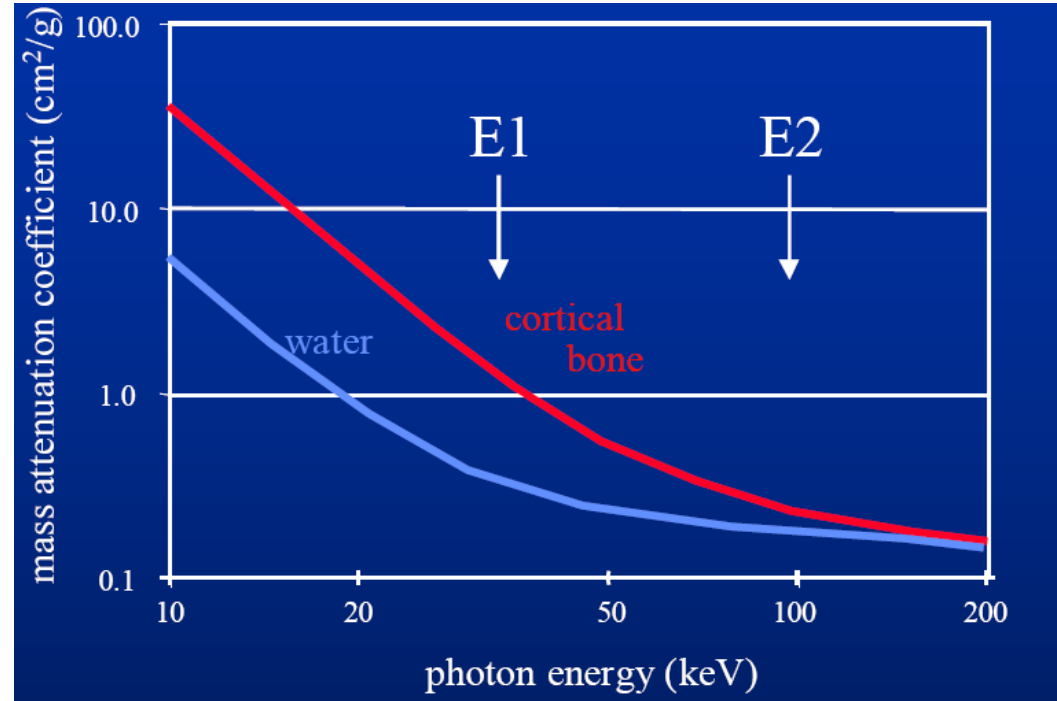
$$\begin{cases} I_1 = I_0 e^{-(\mu_1 + \mu_2)x} \\ I_1 = I_0 e^{-(\mu_3 + \mu_4)x} \\ I_1 = I_0 e^{-(\mu_1 + \mu_3)x} \\ I_1 = I_0 e^{-(\mu_2 + \mu_4)x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_1 + \mu_2 = \ln(I_0 / I_1) / x \\ \mu_3 + \mu_4 = \ln(I_0 / I_2) / x \\ \mu_1 + \mu_3 = \ln(I_0 / I_3) / x \\ \mu_2 + \mu_4 = \ln(I_0 / I_4) / x \end{cases}$$

# ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



## Dual Energy CT



$$\begin{cases} I_1 = I_0 e^{-w_1 x_1 - b_1 x_2} \\ I_2 = I_0 e^{-w_2 x_1 - b_2 x_2} \end{cases}$$



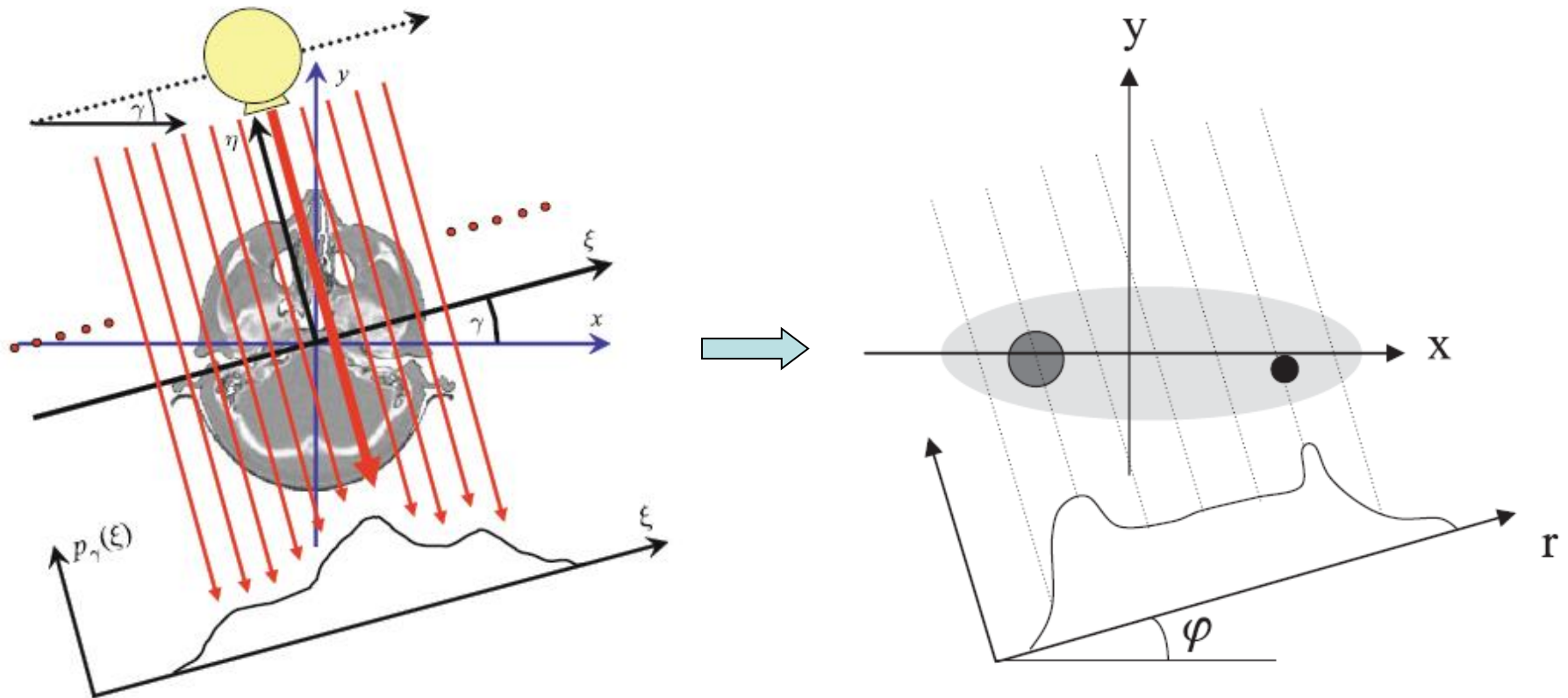
$$\begin{cases} w_1 x_1 + b_1 x_2 = \ln(I_0 / I_1) \\ w_2 x_1 + b_2 x_2 = \ln(I_0 / I_2) \end{cases}$$

Οι συντελεστές απορρόφησης  $w_i$ ,  $b_i$  είναι εξαρτώμενοι από την ενέργεια  $E_i$ .



# COMPUTED TOMOGRAPHY

## Τομογραφική Ανακατασκευή Εικόνας από Προβολικά Δεδομένα



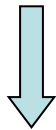
# COMPUTED TOMOGRAPHY

## Parallel-Beam Geometry

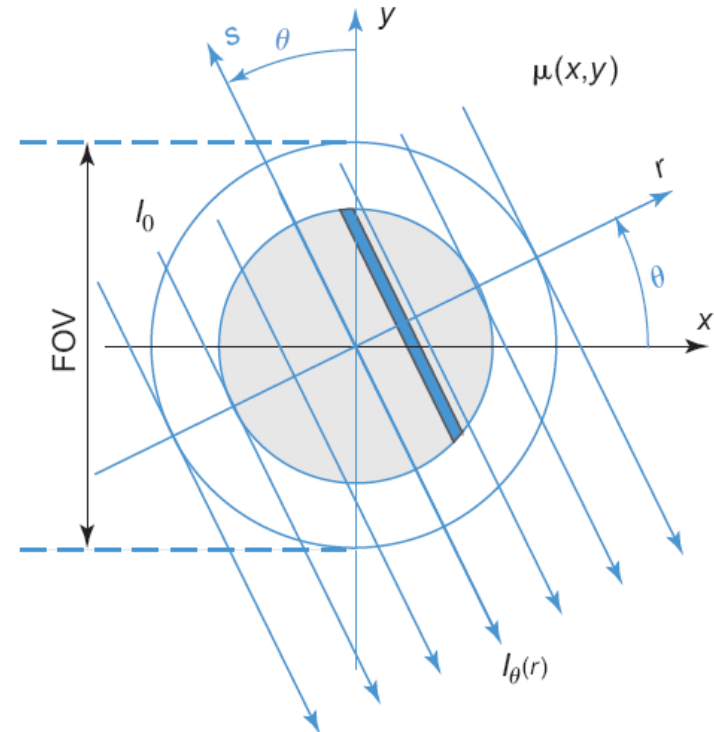
$$\begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix}$$

$$I_{\theta}(r) = I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(x,y) ds}$$



$$I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(r \cdot \cos \theta - s \cdot \sin \theta, r \cdot \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds}$$



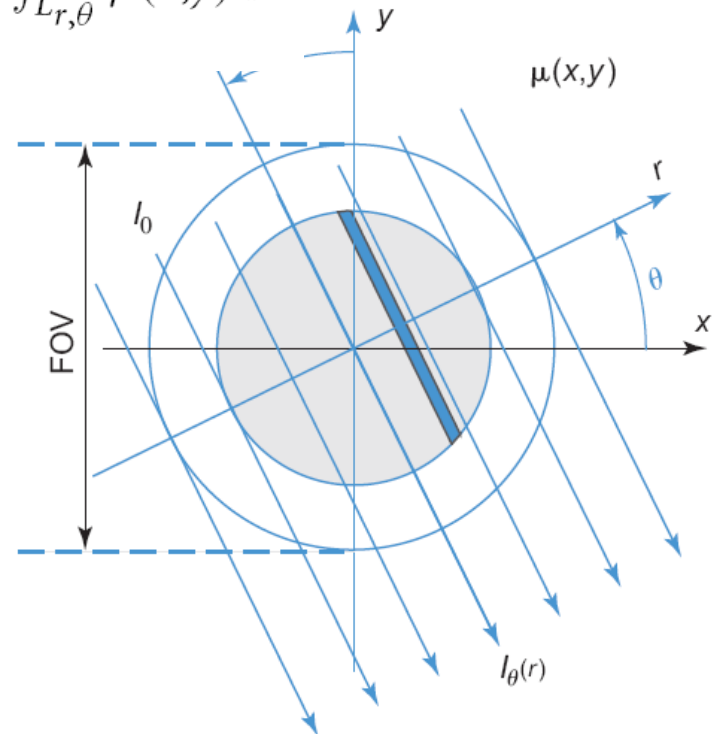
# COMPUTED TOMOGRAPHY

## The Sinogram

$$I_{\theta}(r) = I_0 \cdot e^{-\int_{L_{r,\theta}} \mu(x,y) ds}$$



Sinogram



The usual solution: **Inverse Radon Transform**

$$p(r, \theta) = \mathcal{R}\{f(x, y)\}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(r \cdot \cos \theta - s \cdot \sin \theta, r \cdot \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds.$$

## Tomographic Reconstruction

### 101 Years of the Radon Transform

SITZUNG VOM 30. APRIL 1917.

On the Determination of Functions from their Integrals  
along Certain Manifolds

Von

JOHANN RADON.

A. Bestimmung einer Punktfunktion in der Ebene aus ihren  
geradlinigen Integralwerten.

1. Es sei  $f(x, y)$  eine für alle reellen Punkte  $P = [x, y]$  er-  
klärte reelle Funktion, die folgende Regularitätsbedingungen erfülle:

a<sub>1</sub>)  $f(x, y)$  sei stetig.

b<sub>1</sub>) Es konvergiere das über die ganze Ebene zu erstreckende  
Doppelintegral

$$\iint \frac{|f(x, y)|}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy.$$

c<sub>1</sub>) Wird für einen beliebigen Punkt  $P = [x, y]$  und jedes  $r \geq 0$

$$f_P(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x + r \cos \varphi, y + r \sin \varphi) d\varphi$$



*J. Radon*

Johann Radon (1887-1956)



# COMPUTED TOMOGRAPHY

## Tomographic Reconstruction

What is a Sinogram?

Object  $\rightarrow$  Projections

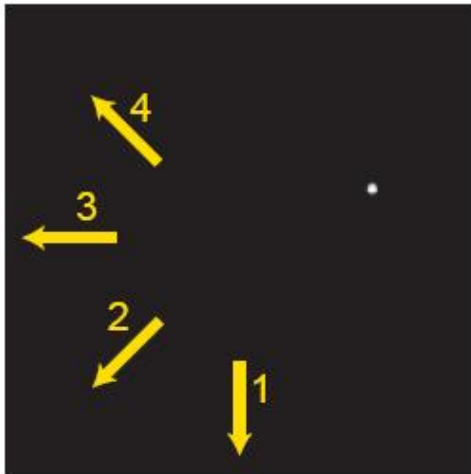
# COMPUTED TOMOGRAPHY

## Tomographic Reconstruction

**Back-Projection**

Sinogram  $\rightarrow$  Object

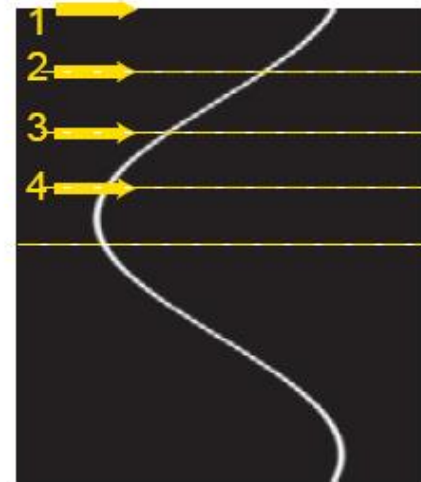
# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY



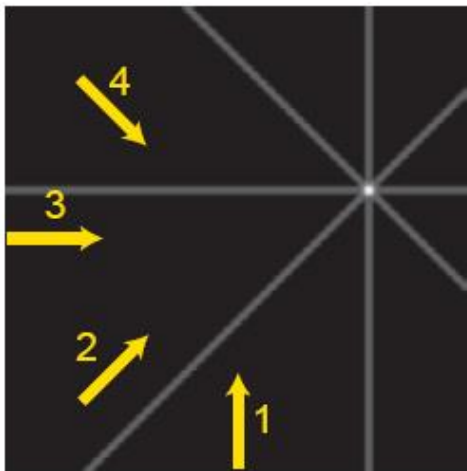
(a)



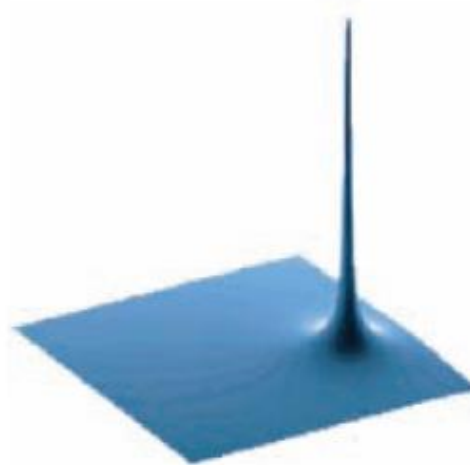
(b)



(c)



(d)



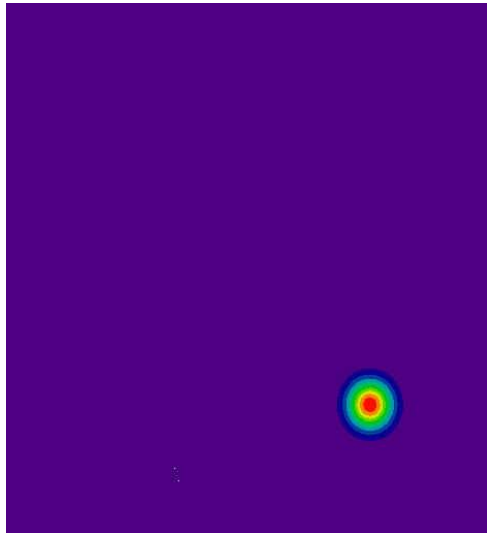
(e)



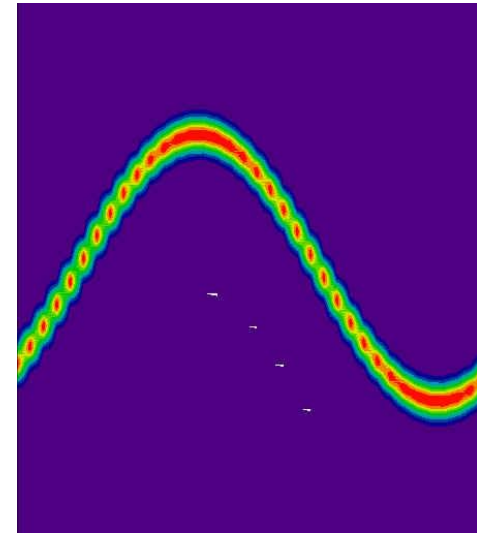
(f)

# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY

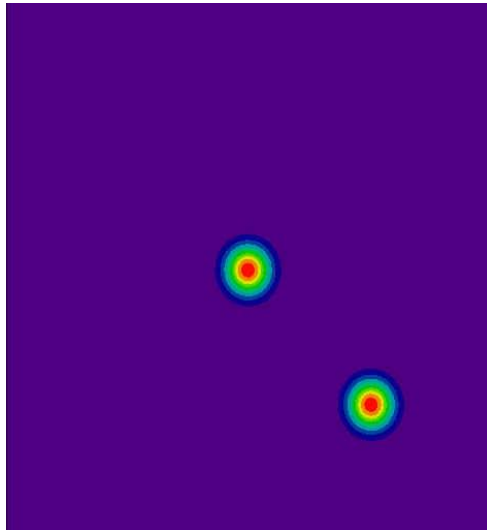
ΑΡΧΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ



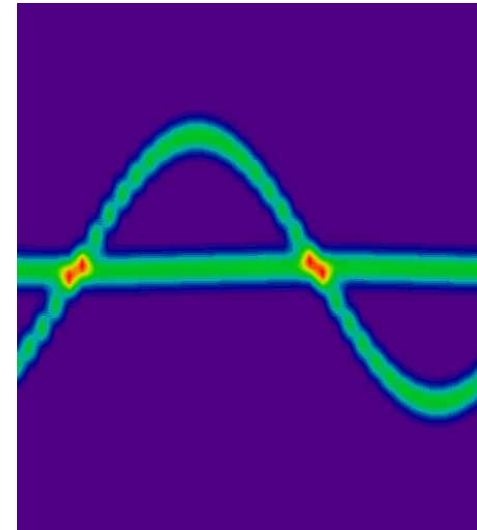
1 Hot Spot



ΗΜΙΤΟΝΟΓΡΑΜΜΑ

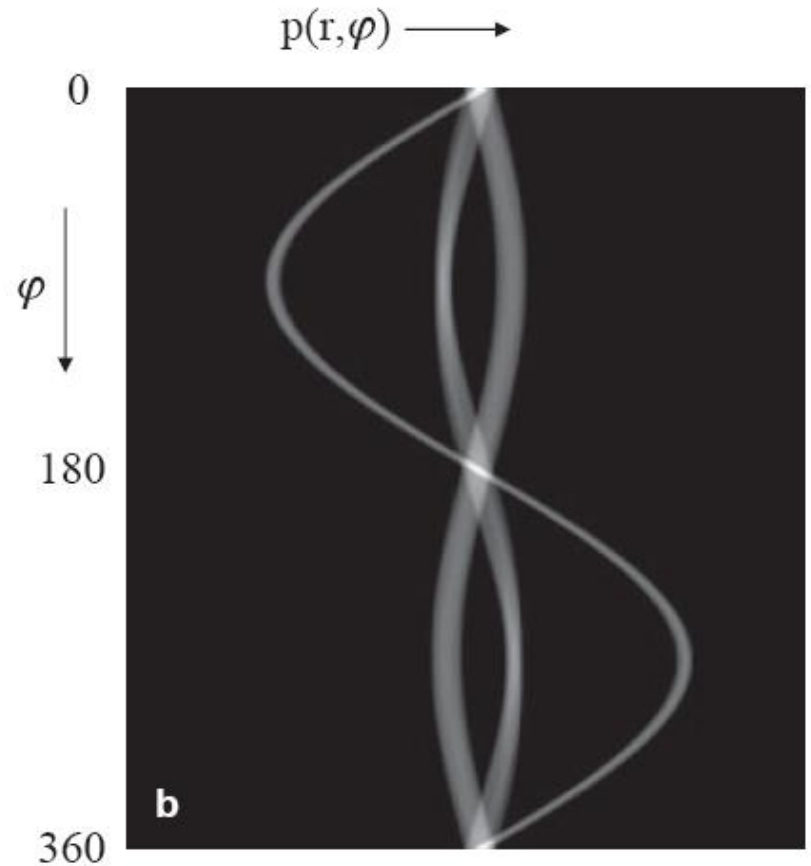
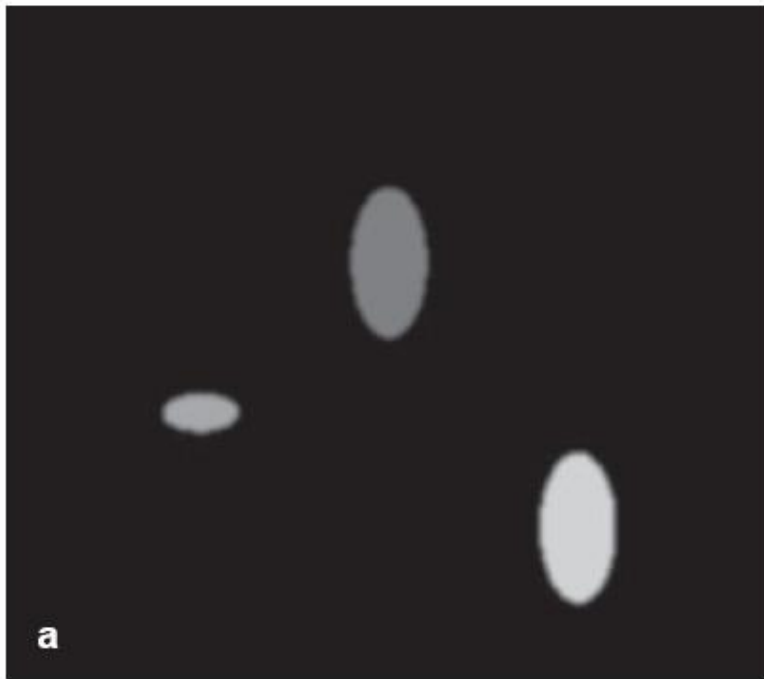


2 Hot Spots





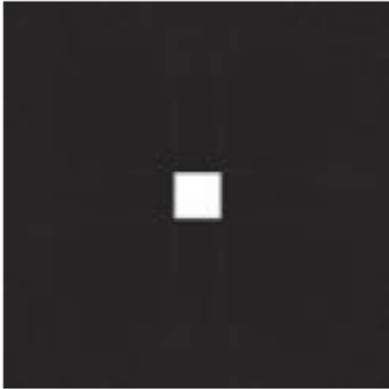
# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY



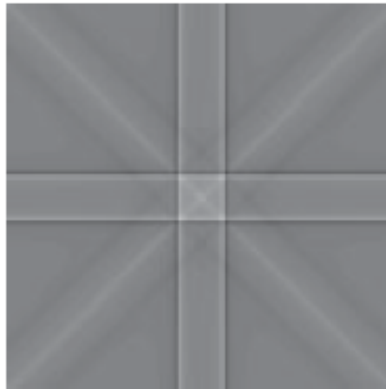
Γιατί το ημιτονόγραμμα b (δεξιά) δεν αντιστοιχεί σε προβολικές λήψεις της εικόνας a;

# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY

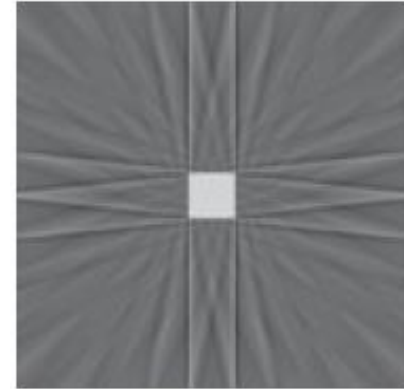
Original



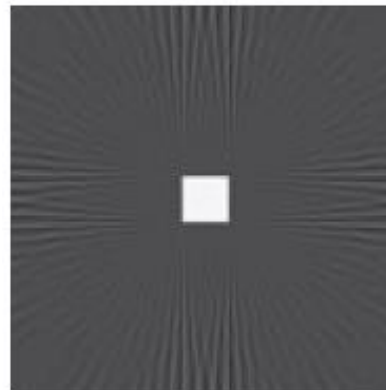
N=8



N=30



N=90



N=360

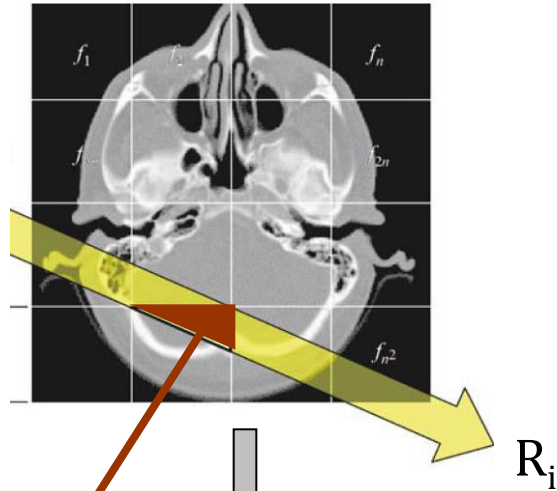


Εξάρτηση της ποιότητας ανακατασκευής από τον αριθμό  $N$  των προβολικών λήψεων.

# Tomographic Reconstruction

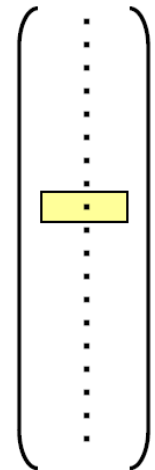
## Algebraic Reconstruction Methods

$$R_i = \sum_{j=1}^{N^2} P_{ij} \times Q_j$$



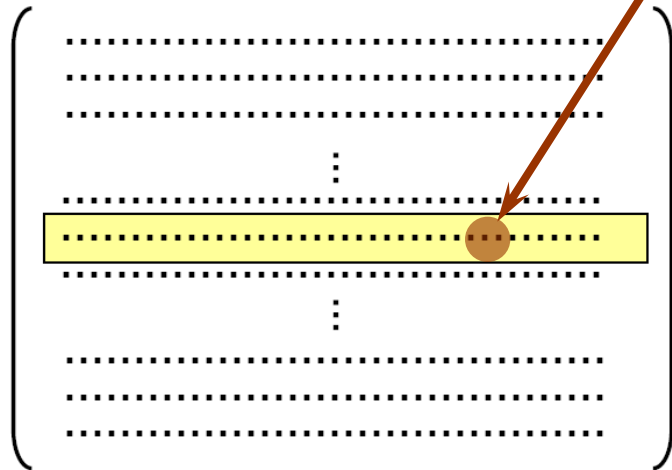
NP: Number of Projections (Angles)  
NR: Number of Rays

$R(NP \times NR)$



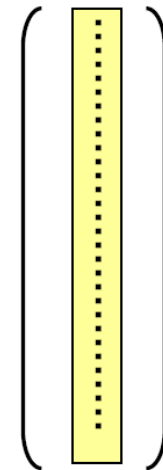
Calculated Rays

$P(NP \times NR, N^2)$

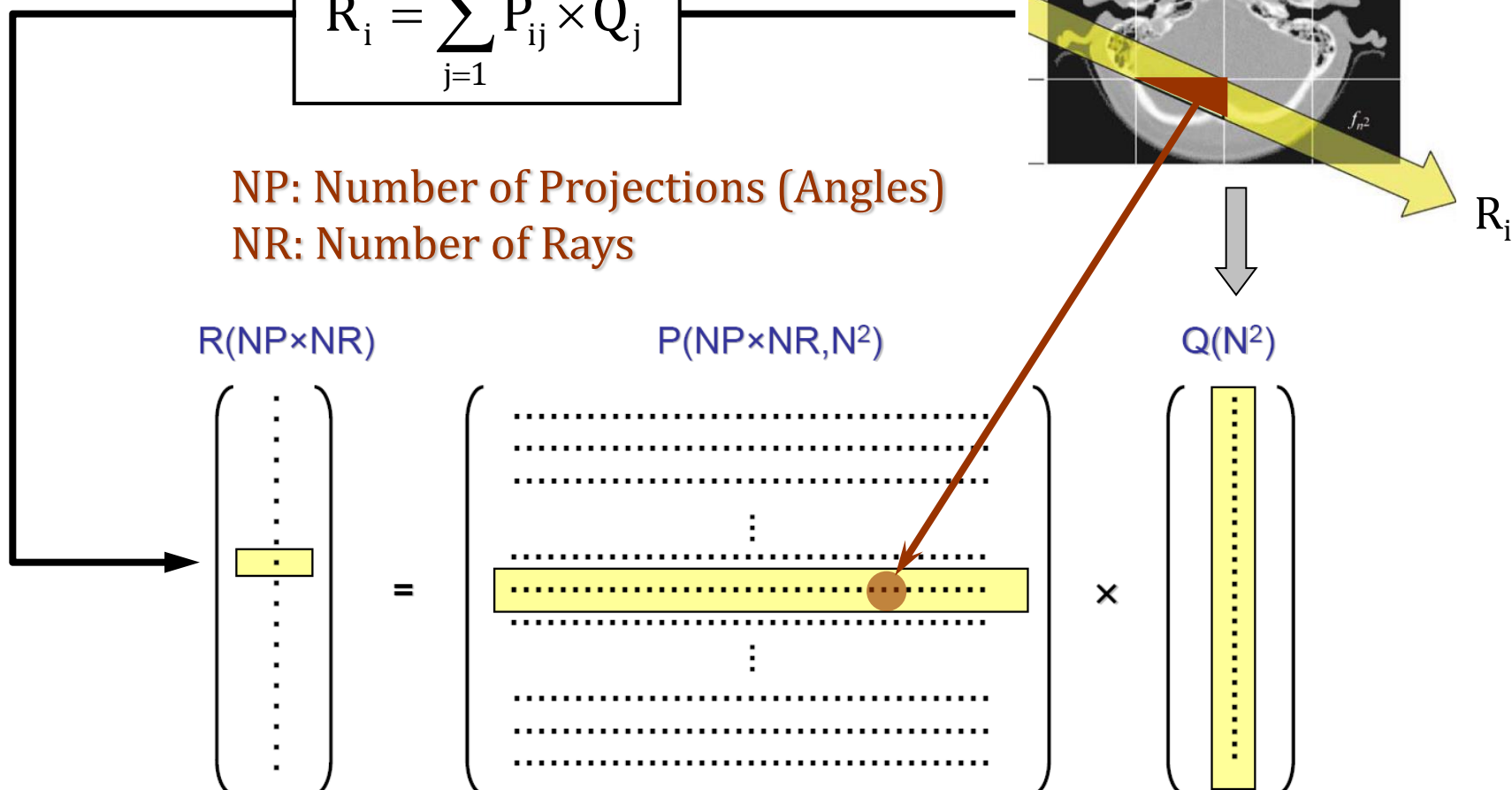


Projection Matrix

$Q(N^2)$



Reconstructed Matrix



# COMPUTED TOMOGRAPHY

## Algebraic Reconstruction Technique (ART)

### Iterative solution of the linear system of equations

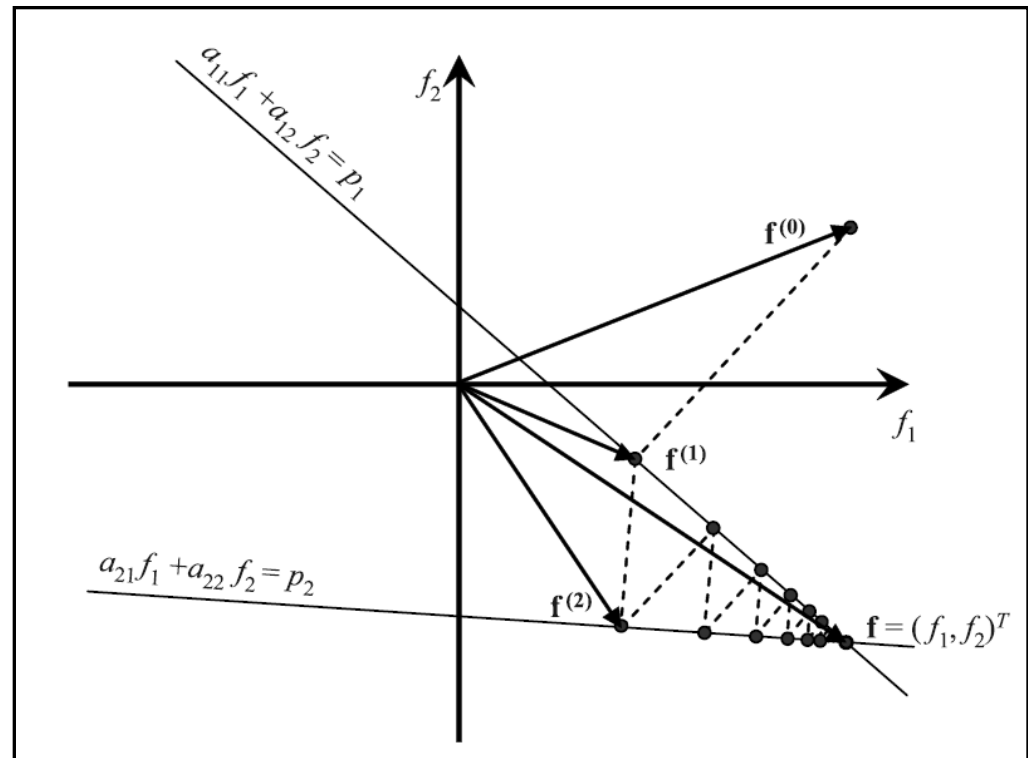
R. Gordon, R. Bender and G.T. Herman: "*Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography*"

Journal of Theoretical Biology 29 (1970) 471-481

### Back-Projection

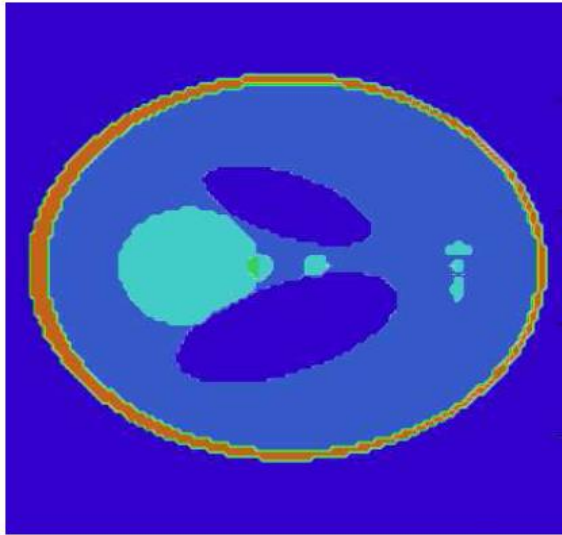
$$Q_j^{k+1} = Q_j^k + \frac{S_i - R_i^k}{\sum_{j=1}^N P_{ij} P_{ij}} P_{ij}$$

Equivalent graphical solution for the two-dimensional problem as adapted by Rosenfeld and Kak (1982).

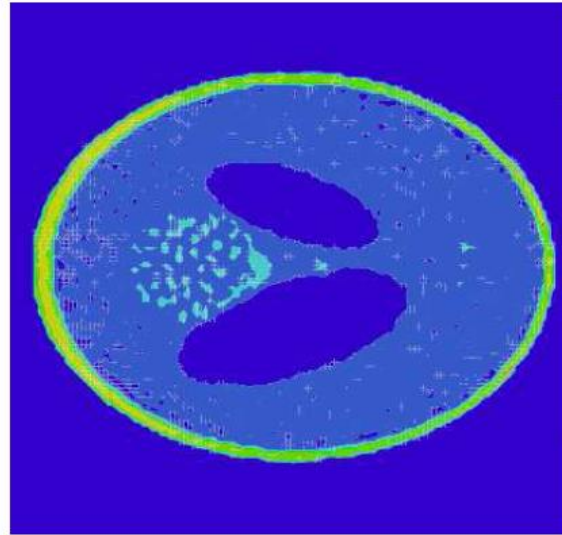


# COMPUTED TOMOGRAPHY

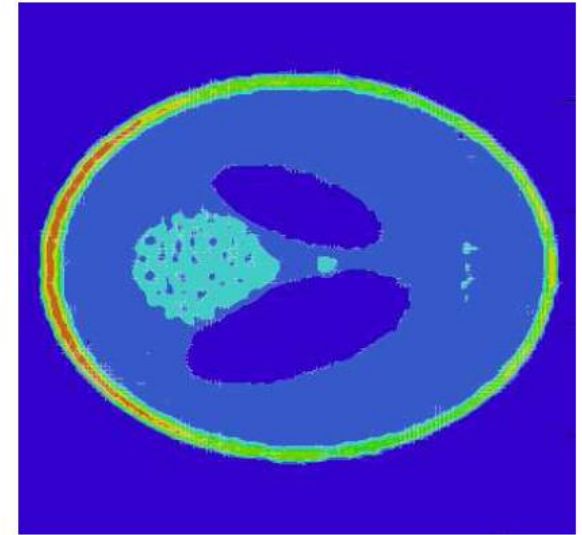
## The Shepp-Logan Head Phantom



Original Phantom



Traditional ART



NR-ART + ALL

**Matrix Dimension:**  $N \times N = 128 \times 128$

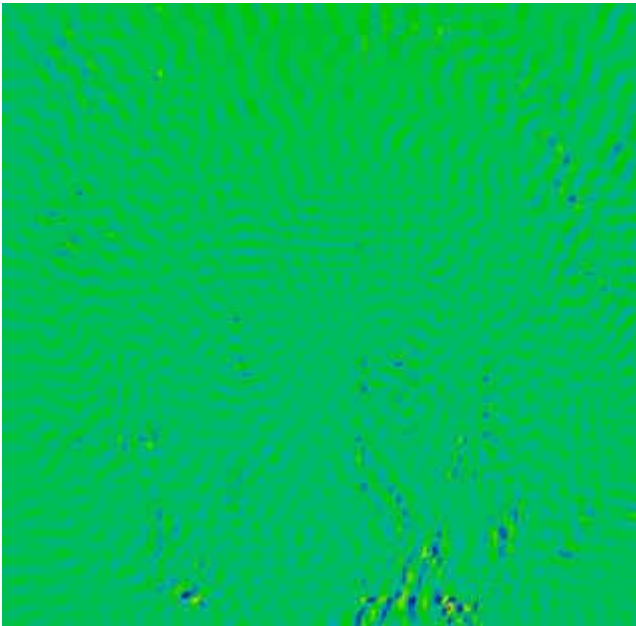
**Number of Projections:**  $NP = 36$  in the angle range  $(0^{\circ} \dots 180^{\circ})$

S. Angeli and E. Stiliaris: "An Accelerated Algebraic Reconstruction Technique based on the Newton-Raphson Scheme" IEEE NSS-MIC (2009) 3382-3387

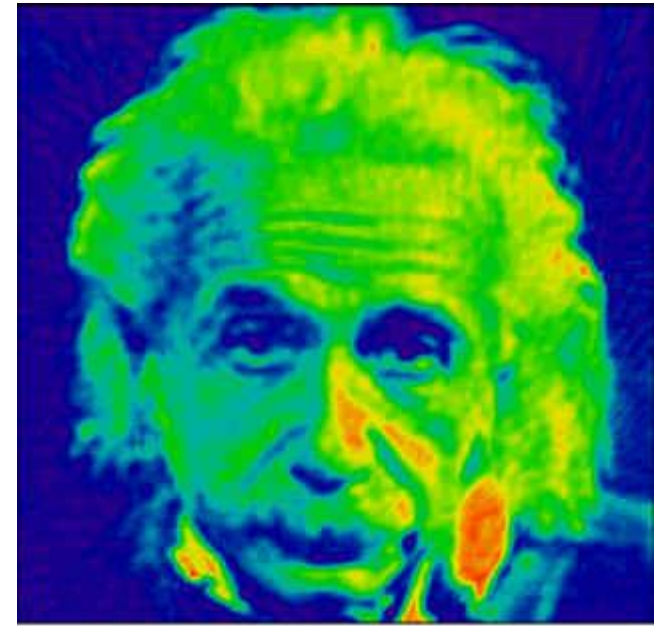
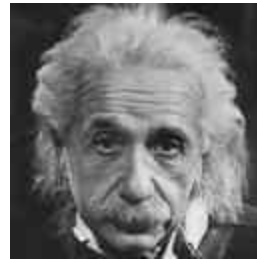
# COMPUTED TOMOGRAPHY

## Photographic Image Reconstruction!

Number of Projections NP = 72



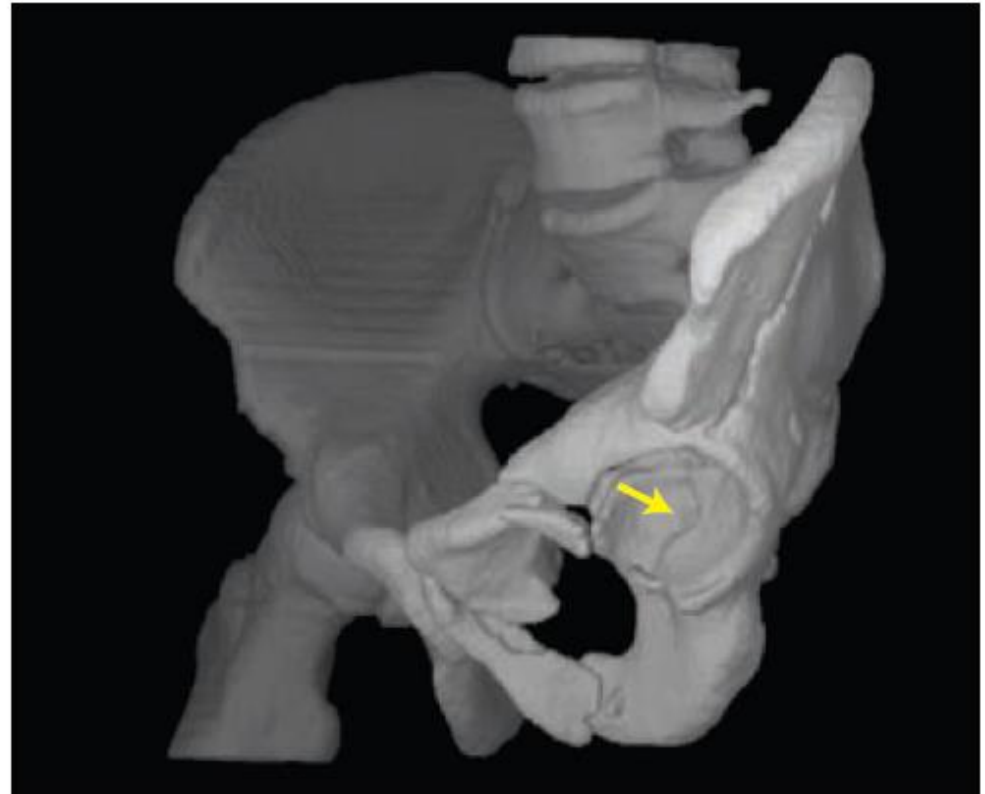
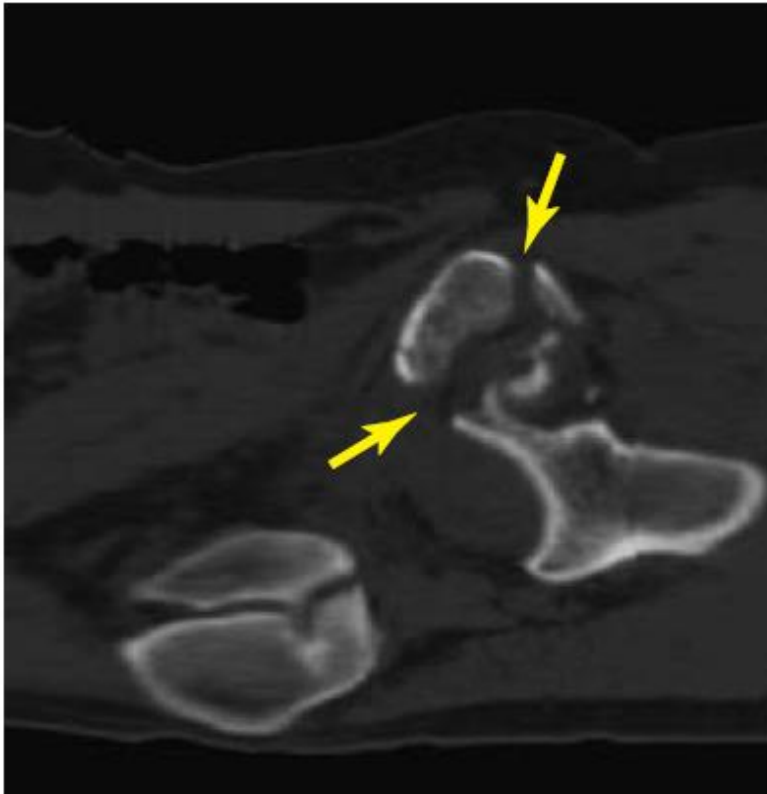
Difference Matrix



ART-NR Reconstructed  
8 Iterations

Reconstruction quality in the case of a photographic image (128×128).

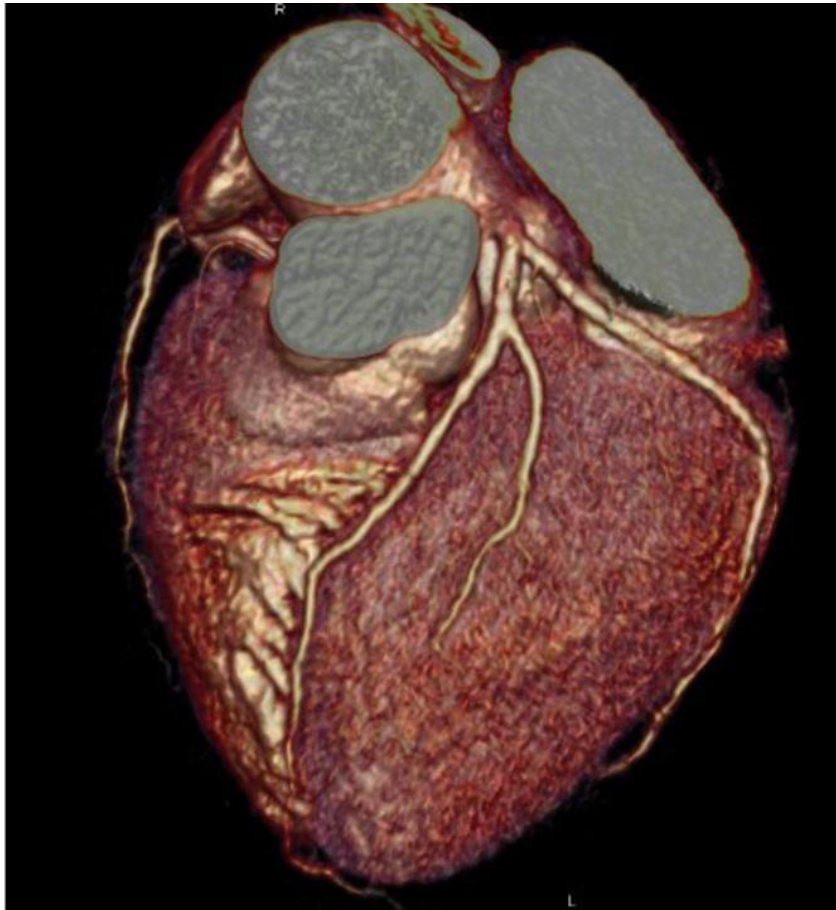
# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY



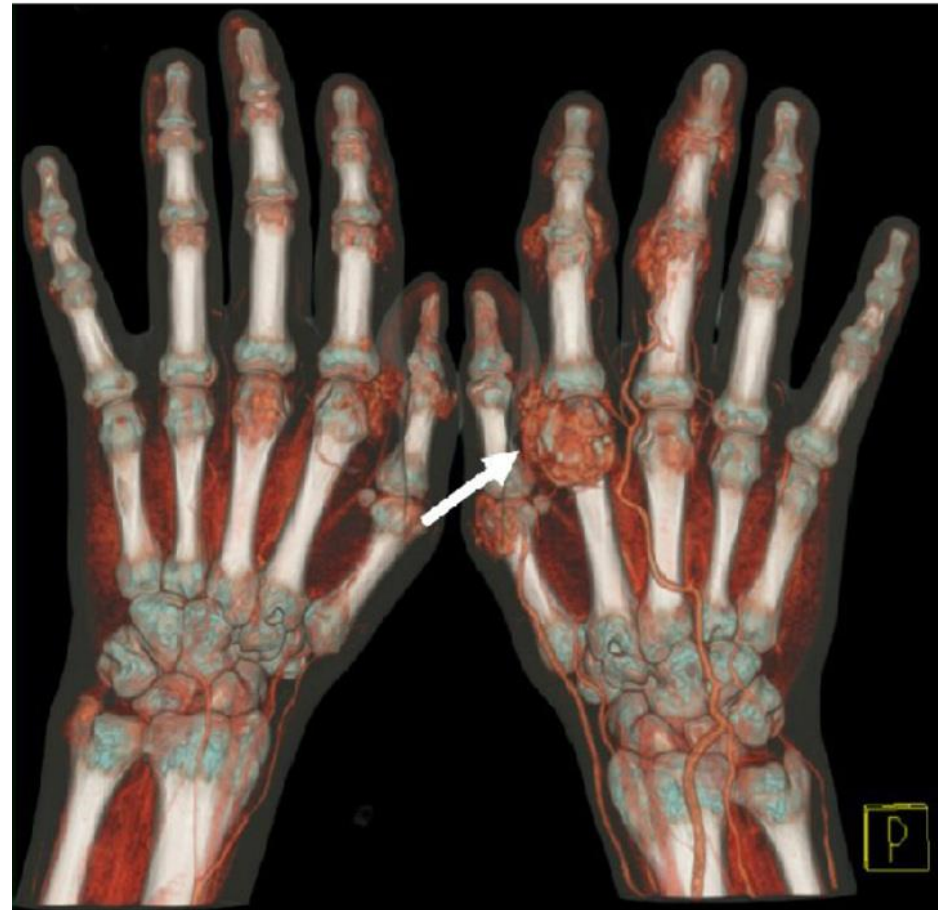
Εικόνα αξονικής Τομογραφίας (X-Ray CT): Ένα ορατό **κάταγμα κοτύλης** όπως προσδιορίζεται με την τρισδιάστατη ανακατασκευή (δεξιά).



# COMPUTED X-RAY TOMOGRAPHY



Καρδιακή απεικόνιση διπλής ενέργειας (Dual Source CT) με εμφανείς **στενώσεις** των κεντρικών αρτηριών.



Σπειροειδής σάρωση διπλής ενέργειας (Dual Source CT), όπου απεικονίζεται σύμπτωμα **ουρικής αρθρίτιδας** στον δείκτη του δεξιού χεριού.