

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α

Αλληλεπίδραση φωτονίων και φορτισμένων σωματιδίων με την ύλη

A1. Ο μαζικός συντελεστής απορρόφησης του Αλουμινίου (Al) για φωτόνια ενέργειας 100 keV είναι $\mu_p(\text{Al}) = 0.17 \text{ cm}^2/\text{g}$. Τι ποσοστό λεπτής δέσμης 100 keV φωτονίων διέρχεται από φύλλο Al πάχους 2 cm; Η πυκνότητα του Αλουμινίου είναι $\rho_{\text{Al}} = 2.7 \text{ g/cm}^3$.

A2. Εάν στο προηγούμενο ερώτημα χρησιμοποιηθεί φύλλο Μολύβδου (Pb) με μαζικό συντελεστή απορρόφησης $\mu_p(\text{Pb}) = 5.46 \text{ cm}^2/\text{g}$, πόσο πρέπει να είναι το πάχος του φύλλου Pb ώστε να έχουμε την ίδια απορρόφηση για τα φωτόνια των 100 keV; Η πυκνότητα του Μολύβδου είναι $\rho_{\text{Pb}} = 11.4 \text{ g/cm}^3$.

A3. Η κατά Compton ενέργεια σκεδαζόμενου φωτονίου σε γωνία θ δίνεται από τη σχέση:

$$E(\theta) = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$$

Για δοσμένη ενέργεια E_0 , σε ποιά γωνία η ενέργεια σκεδαζόμενου φωτονίου και ηλεκτρονίου γίνονται ίσες; Ποιά είναι η γωνία αυτή όταν $E_0 = 511 \text{ keV}$, $E_0 = 1022 \text{ keV}$ και $E_0 = 140 \text{ keV}$;

A4. (Γενίκευση της A3) Φωτόνια ενέργειας E_0 υφίστανται Compton σκέδαση. Να υπολογισθεί η γωνία σκέδασης θ όπου τα σκεδαζόμενα φωτόνια έχουν ενέργεια ίση με το μισό της αρχικής. Να αποδοθεί γραφικά το αποτέλεσμα σε διάγραμμα (θ, E_0) .

A5. Αποδείξτε πως, ασχέτως της αρχικής ενέργειας, φωτόνιο σκεδαζόμενο κατά Compton σε γωνία μεγαλύτερη των 60° είναι αδύνατον να δημιουργήσει φαινόμενο διδύμου γένεσης.

A6. Λεπτή δέσμη ακτινοβολίας φωτονίων προσπίπτει σε ανομοιογενές υλικό πάχους D , του οποίου ο γραμμικός συντελεστής απορρόφησης δίνεται από τη σχέση $\mu(x) = \mu_0 \left(\lambda + \frac{x}{D} \right)$, όπου λ θετική σταθερά. Να υπολογισθεί το λ , εάν είναι γνωστό πως ομογενές υλικό με συντελεστή απορρόφησης μ_0 και πάχος $3D$ απορροφά ισοδύναμα με το προηγούμενο ανομοιογενές.

A7. Δύο διαφορετικά υλικά (1) και (2) με μαζικούς συντελεστές απορρόφησης μ_{p1} και μ_{p2} αντίστοιχα χρησιμοποιούνται υπό μορφή ορθογώνιων πλακών σε θωράκιση γ-ακτινοβολίας. Εάν έχουν την ίδια επιφάνεια και επιφέρουν το ίδιο ποσοστό απορρόφησης, ποιος είναι ο λόγος των μαζών m_1/m_2 των δύο αυτών πλακών;

A8. Να εξεταστεί εάν φορτισμένο σωματίδιο αρχικής ενέργειας $E_0 = 5 \text{ MeV}$ μπορεί να διέλθει από υλικό πάχους 4 cm , εάν η αλληλεπίδρασή του με το υλικό αυτό προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τη γραμμική ανασχετική ισχύ που δίνεται από τη σχέση

$$S(E) = -dE/dx = 2 E^{-1} ,$$

όταν η ενέργεια E μετράται σε MeV και η διαδρομή x σε cm .

- Στην περίπτωση που διέρχεται, να υπολογιστεί η εναπομένουσα ενέργεια του σωματιδίου.
- Στην περίπτωση που δεν διέρχεται, να βρεθεί η διαδρομή (εμβέλεια) R που διανύει εντός του υλικού.

A9. Σωματίδιο α αρχικής ενέργειας $E_0 = 5.5 \text{ MeV}$ εκπέμπεται από σημειακή πηγή ^{241}Am στον αέρα. Η αλληλεπίδρασή του με τα μόρια του αέρα προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τη σχέση που δίνει την γραμμική ανασχετική ισχύ

$$S(E) = -\frac{dE}{dx} = \frac{\lambda}{\sqrt{E}}$$

όταν η ενέργεια E μετράται σε MeV και η διαδρομή x σε cm . Να υπολογιστεί ο συντελεστής λ , εάν γνωρίζουμε πως 4 cm αέρα είναι ικανά να σταματήσουν την ακτινοβολία αυτή.

A10. Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος ενεργειών δύο διαφορετικών δεσμών πρωτονίων p και σωματιδίων α (πυρήνων ^4He) ώστε να έχουν την ίδια εμβέλεια σε δοσμένο υλικό;

A11. Φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε ομογενές υλικό με αρχική ενέργεια E_0 και σταματά ακριβώς στο μέσο του πάχους του. Εάν η γραμμική ανασχετική του ισχύς περιγράφεται ποσοτικά από τη σχέση

$$S(E) = -dE/dx = 2E^{-1/2} , \quad ([E]=\text{MeV}, [x]=\text{cm})$$

να υπολογιστεί η ελάχιστη απαιτούμενη ενέργεια (συναρτήσει της E_0) ώστε το σωματίδιο να εξέλθει του υλικού.

X-Ray CT - Γενικές Έννοιες Τομογραφίας

A12. Το διακριτό φάσμα λυχνίας ακτίνων-X παρουσιάζει τις χαρακτηριστικές γραμμές K_α και K_β αντίστοιχα στις ενέργειες $K_\alpha = 60 \text{ keV}$ και $K_\beta = 73 \text{ keV}$. Οι γραμμές αυτές εξαφανίζονται όταν η ανοδική τάση γίνει μικρότερη των 78 kV . Να υπολογισθούν οι ενέργειες σύνδεσης των ηλεκτρονίων του ανοδικού στοιχείου της λυχνίας στις πρώτες στοιβάδες K, L και M.

A13. Άγνωστο αντικείμενο διαστάσεων 5×5 με συντελεστές απορρόφησης περιγραφόμενους από τον τετραγωνικό πίνακα $f(i,j)$ του παρακάτω σχήματος, υποβάλλεται σε τομογραφική ανάλυση ακτίνων X.

ΑΓΝΩΣΤΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ $f(i,j)$					
0	4	30	6	0	40
0	12	100	18	0	130
0	4	10	6	0	20
0	0	10	0	0	10
0	0	0	0	0	0
0	20	150	30	0	

$P(\theta=0^\circ)$

$P(\theta=90^\circ)$

Εάν οι δύο προβολικές μετρήσεις $P(\theta)$ για τις γωνίες $\theta=0^\circ$ και $\theta=90^\circ$ παρουσιάζουν τις αναγραφόμενες τιμές, να γίνει ανασύσταση του πίνακα $f(i,j)$ με τη μέθοδο της οπισθοπροβολής. Πλησιάζει η ευρεθείσα κατανομή των συντελεστών απορρόφησης την πραγματική;

A14. Εάν στο προηγούμενο πρόβλημα εφαρμόσετε την Αλγεβρική Μέθοδο Ανακατασκευής (Algebraic Reconstruction Technique - ART) για μια πλήρη επανάληψη, ποιο θα είναι το αποτέλεσμα. Σχολιάστε τη διαφορά. Υπάρχει δυνατότητα βελτίωσης και με ποιον τρόπο;

A15. Να αποδοθεί το αναμενόμενο ημιτονόγραμμα (sinogram) σε τομογραφία εκπομπής για γωνίες $0^\circ < \phi < 360^\circ$ του ομοιώματος που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, εάν υποθεθεί πως οι σκιασμένες περιοχές αποτελούν ομοιόμορφη κατανομή ραδιοφαρμάκου.

