

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

1. Μια μοναδική διατηρητική δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα μεταβάλλεται ως $F(x) = -Ax + Bx^2$ όπου A και B είναι σταθερές, το x είναι σε m και η F σε N. (α) Υπολογίστε τη δυναμική ενέργεια U που συνδέεται με τη δύναμη αυτή, αν για $x=0$ είναι $U=0$. (β) Βρείτε τη μεταβολή στη δυναμική ενέργεια και τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια, καθώς το σώμα κινείται από τη θέση $x=2$ m στο $x=3$ m.

2. Πάνω σε ένα σώμα μάζας $1,0\text{kg}$ επενεργεί μια διατηρητική δύναμη που δίνεται από την σχέση $F = -3.0x - 5.0x^2$, όπου η F εκφράζεται σε N αν το x εκφράζεται σε m. (α) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του σώματος όταν $x=2.0\text{m}$; Θεωρείστε ότι στην θέση $x_0=0$ είναι $U(x_0)=0$. (β) Αν το σώμα έχει ταχύτητα $v=4.0\text{m/s}$ προς την αρνητική φορά του άξονα x , όταν αυτό βρίσκεται στο σημείο $x=5.0\text{m}$, να υπολογίσετε την ολική ενέργεια του σώματος και την ταχύτητά του στη θέση ισορροπίας $x_0=0$.

3. Σώματι μάζας m κινείται κάτω από την επίδραση μιας ελκτικής δύναμης που έχει μέτρο $F=k/r^2$ ($k = \text{σταθερά}$). Η τροχιά είναι κύκλος ακτίνας r . Να βρεθούν συναρτήσει των k, r, m : α) Η δυναμική ενέργεια, β) η ολική ενέργεια, γ) η ταχύτητα.

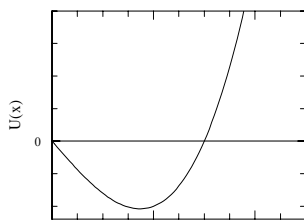
4. Η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος δίδεται από την σχέση: $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$ (στο SI). (α) Για ποιες τιμές του x είναι η $U(x) = 0$. (β) Βρείτε την δύναμη F_x ως συνάρτηση του x . (γ) Για ποιες τιμές του x είναι η δύναμη μηδέν; (δ) Βρείτε τα σημεία ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας.

5. Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σωμάτων περιγράφεται από τη σχέση $U(x) = x^4 - 8x^2$ όπου x η απόστασή τους. Να βρεθεί α) η δύναμη αλληλεπίδρασής τους β) οι θέσεις ισορροπίας γ) το είδος ισορροπίας.

6. Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σωμάτων περιγράφεται από τη σχέση:

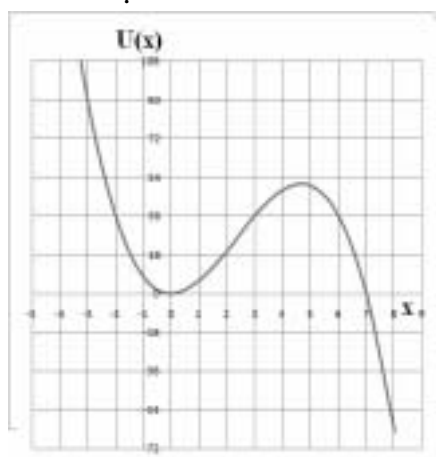
$$U(x) = x^3 - 9x \quad (x \geq 0)$$

όπου x η απόστασή τους. (μονάδες, x : m, $U(x)$: J). Να βρεθούν α) οι τιμές του x που μηδενίζεται η $U(x)$. β) η δύναμη αλληλεπίδρασής τους. γ) η θέση ισορροπίας. δ) το είδος ισορροπίας. ε) η τιμή της δυναμική ενέργειας στη θέση ισορροπίας.



7. Θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια ενός σώματος μάζας $M = 60\text{kg}$ που κινείται στον x άξονα είναι $U(x) = 7x^2 - x^3$ (J) (x σε μέτρα). Η γραφική παράσταση αυτής της δυναμικής ενέργειας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Α) Υπολογίστε τις θέσεις ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας. Β) Σε μια δεδομένη στιγμή το σώμα βρίσκεται στην θέση $x = 1\text{m}$, έχει ολική ενέργεια $E = 36\text{J}$ και κινείται προς τα θετικά. Υπολογίστε τα παρακάτω μεγέθη: κινητική ενέργεια, ταχύτητα, δύναμη (μέτρο και φορά), επιτάχυνση (μέτρο και φορά). Γ) Ορίστε τις περιοχές του x που η κίνηση

είναι εφικτή, αν αρχικά το σωματίδιο ήταν στο $x = 1m$ και η ολική του ενέργεια είναι $E = 36J$.



8. Μια συνάρτηση δυναμικής ενέργειας για μια δισδιάστατη δύναμη έχει τη μορφή $U(x, y) = 3x^3y - 7x$

Βρείτε τη δύναμη που ασκείται στο σημείο (x, y) καθώς και το μέτρο της..

9. Ένα σωματίδιο που κινείται στο χώρο υφίσταται μια διατηρητική δύναμη που περιγράφεται από την συνάρτηση δυναμικής ενέργειας: $U(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$. Να βρείτε την έκφραση της δύναμης και επιπλέον το μέτρο της. ($k = \text{σταθερά}$).

10. Μια συνάρτηση δυναμικής ενέργειας για μια μονοδιάστατη δύναμη έχει τη μορφή $U = e^{-ax}/x$. Να βρείτε την έκφραση της δύναμης που αντιστοιχεί στην ανωτέρω συνάρτηση δυναμικής ενέργειας. ($a = \text{σταθερά}$).

11. Μια πέτρα μάζας m προσδένεται σε σχοινί, ενώ το άλλο άκρο του σχοινοῦ διατηρείται στερεωμένο σε σταθερή θέση. Προσδίδουμε στη πέτρα μια αρχική εφαπτομενική ταχύτητα που τη θέτει σε περιστροφή κατά μήκος της περιφέρειας κατακόρυφου κύκλου. Να αποδειχτεί ότι η διαφορά τάσεων του σχοινοῦ στο κατώτατο και ανώτατο σημείο της τροχιάς της είναι ίση με $6mg$.

12. Ένα αμαξάκι σε λούνα-παρκ κυλάει χωρίς τριβές κατά μήκος κυκλικής κάθετης τροχιάς ακτίνας R . Ξεκινά από την ηρεμία σε ύψος H πάνω από το κατώτατο σημείο της τροχιάς. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή του H , ώστε το αμαξάκι να ολοκληρώσει την ανακύκλωση;

13. Μία σκιέρ ξεκινά από την ηρεμία από την κορυφή μιας πολύ μεγάλης ατριβούς χιονόσφαιρας και χιονοδρομεί προς τα κάτω ακολουθώντας τη συντομότερη διαδρομή. Σε ποιο σημείο της τροχιάς χάνει την επαφή της με τη χιονόσφαιρα και συνεχίζει τη κίνησή της στην κατεύθυνση της εφαπτομένης στο τόξο που έχει ήδη καλύψει; (Να βρεθεί δηλαδή η γωνία που σχηματίζει η ακτίνα με την κατακόρυφη.)