

1. Παράρτημα. Θερμοδυναμικής της ατμόσφαιρας

Αδιαβατικές μεταβολές στην ατμόσφαιρα

Ο ατμοσφαιρικός αέρας μπορεί να θεωρηθεί ως μίγμα δύο αερίων, του ξηρού αέρα ο οποίος αποτελεί ιδανικό αέριο, με την γνωστή σύσταση και με μέσο μοριακό βάρος $\bar{m} = 28.9 \text{ g/mole}$, και των υδρατμών που όταν είναι ακόρεστοι επίσης θεωρούνται ως ιδανικό αέριο. Το μίγμα αυτό είναι ο υγρός ακόρεστος αέρας, που προφανώς με όσα θεωρήσαμε αποτελεί και αυτός ιδανικό αέριο, με αποτέλεσμα να ισχύει σε όλες αυτές τις περιπτώσεις η καταστατική εξίσωση των τελείων αερίων, η οποία κατά περίπτωση μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Για τον ξηρό αέρα:

$$1.1 \quad P = \rho \frac{R^*}{\bar{m}} T = \rho R_d T$$

όπου P η πίεση, ρ η πυκνότητα, T η θερμοκρασία, R^* η παγκόσμια σταθερά, και R_d η ειδική σταθερά του ξηρού αέρα ίση με το λόγο της παγκόσμιας σταθεράς R^* δια του μοριακού βάρους του. Η τιμή της ειδικής σταθεράς είναι $2.87 \cdot 10^6 \text{ erg/g}\cdot\text{K}$. Αν αντί της πυκνότητας χρησιμοποιήσουμε τον όγκο που καταλαμβάνει η μονάδα της μάζας τον οποίο καλούμε ειδικό όγκο α (cm^3/g) και για τον οποίο ισχύει η σχέση $\alpha \cdot \rho = 1$, η 1.1) γράφεται:

$$1.2 \quad P\alpha = R_d T$$

Για τους ακόρεστους υδρατμούς ισχύει αντίστοιχα:

$$1.3 \quad e = \rho_v R_v T$$

όπου P_e η μερική πίεση των ακόρεστων υδρατμών, ρ_v η πυκνότητά τους και R_v η ειδική σταθερά των υδρατμών.

Η μερική πίεση των υδρατμών e σχετίζεται με την απόλυτη υγρασία (βλ. άσκηση 3). Αν η μάζα των υδρατμών είναι κεκορεσμένη, τότε η τάση αυτή είναι η μέγιστη δυνατή, συμβολίζεται με e_s και δίνεται από την εξίσωση Clausius-Clapeyron ως συνάρτηση της θερμοκρασίας:

$$1.4 \quad \ln \frac{e_s}{e_{s0}} = \frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

όπου $e_{s0} = 6.11 \text{ hPa}$, $T_0 = 273.16 \text{ K}$ και L η λανθάνουσα θερμότητα εξάτμισης.

Αντίστοιχα μπορούμε να ορίσουμε καταστατική εξίσωση για τον υγρό αέρα:

$$1.5 \quad P = \rho_m R_m T_v$$

όπου P η πίεση, ρ_m η πυκνότητα του υγρού αέρα, R_m η ειδική σταθερά του υγρού αέρα και T_v μία "αντίστοιχη" θερμοκρασία, η οποία δίνεται από τη σχέση $T_v = T(1 + 0.6w)$ όπου w η αναλογία μίγματος σε gr/Kgr και η οποία διαφέρει της T το πολύ κατά 3%.

Όταν μια μάζα αέρα ανεβαίνει προς τα πάνω (δηλαδή σε περιοχή με μικρότερη πίεση) διαστέλλεται, ενώ όταν κατεβαίνει (σε περιοχές με μεγαλύτερη πίεση) συστέλλεται. Για να διασταλεί μια μάζα ατμοσφαιρικού αέρα καθώς ανεβαίνει σε μεγαλύτερο ύψος, πρέπει να χρησιμοποιήσει ενέργεια. Πηγή ενέργειας της μάζας αυτής είναι η κινητική ενέργεια των μορίων της, έκφραση της οποίας είναι η θερμοκρασία. Καθώς λοιπόν μια μάζα αέρα κινείται προς τα πάνω, παράγει έργο σε βάρος της εσωτερικής της ενέργειας και μειώνεται η θερμοκρασία της. Αντίστοιχα, όταν η μάζα αέρα κινηθεί προς τα κάτω αυξάνει τη θερμοκρασία της. Οι κατακόρυφες κινήσεις μαζών αέρα είναι αρκετά γρήγορες ώστε να μην γίνεται ανταλλαγή θερμότητας, με ακτινοβολία ή μεταφορά μεταξύ της μάζας και του αέρα που την περιβάλλει. Οι μεταβολές επομένως μπορούν κάλλιστα να θεωρηθούν αδιαβατικές.

Σύμφωνα με το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα για αέρια, ανηγμένο στη μονάδα της μάζας ισχύει:

$$1.6 \quad dq = du + dw = du + Pd\alpha = c_v dT + Pd\alpha$$

όπου c_v η ειδική θερμότητα του αέρα υπό σταθερό όγκο, $c_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{V=ct}$, ενώ για ισόχωρες μεταβολές $du = c_v dT$. Χρησιμοποιώντας την καταστατική εξίσωση 1.2) η 1.6) γίνεται:

$$1.7 \quad dq = c_v dT + Rdt - \alpha dP$$

και επειδή $c_p - c_v = R$, αντικαθιστώντας στην 1.7), παίρνουμε:

$$1.8 \quad dq = c_p dT - \alpha dP$$

Εφόσον θεωρούμε αδιαβατικές μεταβολές, $dq=0$ και η εξίσωση 1.8) μέσω και της 1.2), γίνεται:

$$1.9 \quad c_p dT = \alpha dP \Leftrightarrow c_p \frac{dT}{T} = R_d \frac{dP}{P}$$

Αν υποθέσουμε ότι σε επίπεδο πίεσης P_0 η θερμοκρασία του ξηρού ατμοσφαιρικού αέρα είναι T_0 , τότε ολοκληρώνοντας την 1.9) μέχρι την πίεση P όπου η θερμοκρασία είναι αντιστοίχως T , έχουμε:

$$1.10 \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{R_d}{c_p}}$$

Αν $P_0=1000\text{hPa}$ (1000mb), τότε η T_0 ορίζεται ως δυνητική θερμοκρασία και είναι η θερμοκρασία που θα αποκτήσει μια αέρια μάζα αν την συμπίεσουμε (κατεβάσουμε) από την όποια πίεση και θερμοκρασία βρίσκεται, μέχρι τα 1000mb αδιαβατικά, δηλαδή:

$$1.11 \quad \theta = T \left(\frac{1000\text{hPa}}{P} \right)^{\frac{R_d}{c_p}}$$

1.1. Ξηρή αδιαβατική θερμοβαθμίδα

Είδαμε ότι για μια αδιαβατικά μετακινούμενη μάζα αέρα ισχύει η εξίσωση 1.9). Παράλληλα, για τον περιβάλλοντα αέρα ισχύουν τόσο η υδροστατική εξίσωση, όσο και η καταστατική εξίσωση των τελείων αερίων. Αν με δείκτη (E) συμβολίσουμε ότι αντιστοιχεί στον περιβάλλοντα αέρα τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$1.12 \quad dp_E = -\rho_E g dz$$

και

$$1.13 \quad P_E = \rho_E R_d T_E$$

Όμως σε κάθε στιγμή η πίεση της μετακινούμενη αέριας μάζας εξισώνεται με του περιβάλλοντος, άρα $P=P_E$ και $dP=dP_E$, οπότε από τις 1.12) και 1.13) προκύπτει:

$$1.14 \quad dP = -\frac{P g}{R_d T_E} dz$$

και η 1.9) γίνεται:

$$1.15 \quad c_p \frac{dT}{T} = R_d \frac{-\frac{P g}{R_d T_E} dz}{P} \Leftrightarrow c_p \frac{dT}{T} = -\frac{g}{T_E} dz \Leftrightarrow \frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p T_E}$$

και θεωρώντας ότι $\frac{T}{T_E} \approx 1$, προκύπτει

$$1.16 \quad \Gamma_d = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p}$$

που ορίζεται ως ξηρή αδιαβατική θερμοβαθμίδα και ισούται με $0.98^\circ\text{C}/100\text{m}$, που αντιστοιχεί σε μείωση της θερμοκρασίας μιας ανερχόμενης μάζας και αντίστοιχα αύξησης τη θερμοκρασίας μιας κατερχόμενης και είναι σταθερή. Προφανώς αν

$\Gamma = -\frac{dT_E}{dz}$ η θερμοβαθμίδα του περιβάλλοντος, αυτή μεταβάλλεται διαρκώς και βρίσκεται από ραδιοβολήσεις.

1.2. Υγρή αδιαβατική θερμοβαθμίδα

Καθώς μια μάζα αέρα ανέρχεται η θερμοκρασία της πέφτει και αντίστοιχα αυξάνει η σχετική της υγρασία. Όταν η ανερχόμενη μάζα φτάσει σε κάποιο ύψος κι η θερμοκρασία της έχει πέσει αρκετά χαμηλά, τότε πιθανόν να γίνει κορεσμένη και στη συνέχεια να λάβει χώρα υγροποίηση μέρους των υδρατμών που υπάρχουν μέσα στη μάζα. Γνωρίζουμε ότι όταν οι υδρατμοί υγροποιούνται δίνουν στο περιβάλλον ένα ποσό θερμότητας, τη λανθάνουσα θερμότητα υγροποίησης L . Στην περίπτωση αυτή, η εν λόγω μάζα αέρα, ναι μεν δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον αλλά κερδίζει την ενέργεια που της αποδίδουν οι συμπυκνούμενοι υδρατμοί.

Αν dw_s η μεταβολή της αναλογίας μίγματος κόρου των (κορεσμένων ήδη) υδρατμών της αέριας μάζας, τότε το ποσό θερμότητας που αυτή κερδίζει (ανά χιλιόγραμμο ξηρής αέριας μάζας) θα είναι:

$$1.17 \quad dq = -L dw_s$$

όπου το (-) οφείλεται στο γεγονός ότι μείωση του w_s οδηγεί σε προσφορά θερμότητας στην αέρια μάζα που μετακινείται. Έτσι η εξίσωση 1.8) γίνεται:

$$1.18 \quad -L dw_s = c_p dT - \alpha dP$$

Επιπλέον της αρχικής παραδοχής περί μη ανταλλαγής θερμότητας με το περιβάλλον κάνουμε και τις ακόλουθες. Το ποσό της υγρής φάσης του νερού είναι πολύ μικρό σε σχέση με την αέρια μάζα ή αποβάλλεται συνεχώς, απομακρυνόμενο από αυτήν και επίσης το c_p του υγρού αέρα ισούται με αυτό του ξηρού. Αυτό είναι αρκετά ορθόν καθώς η διαφορά τους είναι της τάξης του 1%.

Έτσι από την 1.18) και την 1.14) παίρνουμε (όπως προηγουμένως):

$$1.19 \quad -L dw_s = c_p dT + \alpha \frac{P g}{R_d T_E} dz \Leftrightarrow -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} + \frac{L}{c_p} \frac{dw_s}{dz} = \frac{g}{c_p} + \frac{L}{c_p} \frac{dw_s}{dT} \frac{dT}{dz}$$

και τελικά

$$1.20 \quad \Gamma_s = -\frac{dT}{dz} = \frac{\frac{g}{c_p}}{\left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{dw_s}{dT}\right)}$$

Εφόσον $dw_s/dT > 0$, ο παρονομαστής είναι μεγαλύτερος της μονάδος, άρα $\Gamma_s < \Gamma_d$.

Ο ρυθμός με τον οποίο ψύχεται ο κεκορεσμένος αέρας λέγεται υγρή αδιαβατική ή ψευδοαδιαβατική θερμοβαθμίδα. Η τιμή της δεν είναι σταθερή όπως της ξηρής αδιαβατικής αλλά μεταβάλλεται. Συγκεκριμένα εξαρτάται από την ποσότητα των υδρατμών που υγροποιούνται. Όσο περισσότεροι υδρατμοί υγροποιούνται, τόσο περισσότερη θερμότητα αποδίδεται στην αέρια μάζα, άρα τόσο πιο μικρός είναι ο ρυθμός ψύξης της. Στην κατώτερη τροπόσφαιρα η υγρή αδιαβατική θερμοβαθμίδα είναι περίπου 1.5°C ανά 300m. Η διαφορά των δύο θερμοβαθμίδων, υγρής και ξηρής, είναι μεγαλύτερη στις υψηλότερες θερμοκρασίες του αέρα, όπου μπορεί να είναι $\Gamma_s = \Gamma_d/3$, γιατί σε αυτές τις θερμοκρασίες ο αέρας μπορεί να συγκρατεί περισσότερους υδρατμούς, ενώ στις χαμηλές θερμοκρασίες η διαφορά τους είναι μικρότερη.