Φυσική των Αστέρων 2023-2024

3ο φυλλάδιο ασκήσεων

Παράδοση μέχρι 14/1/2024. Οι ασκήσεις θα επιλυθούν τη 15/1/2024, 17:00 (σε διαδικτυακή συνάντηση).

Απορίες: dh@phys.uoa.gr, stboula@phys.uoa.gr

Για την εργασία σας μπορείτε να επιλύσετε οποιεσδήποτε 8 από τις παρακάτω 10 ασκήσεις

Ασκήσεις

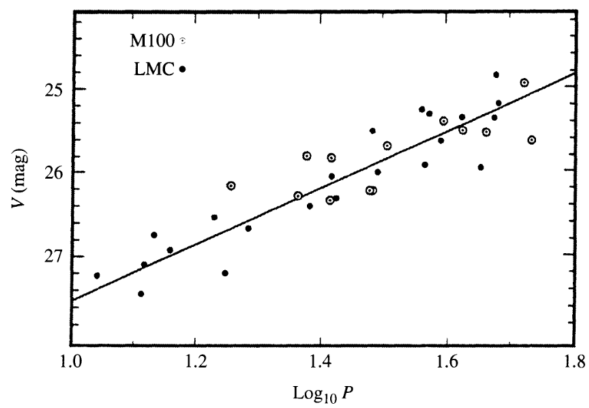
1. Αρκετοί απομακρυσμένοι κλασικοί Κηφείδες ανακαλύφθηκαν το 1994 με το Διαστημικό Τηλεσκόπιο Hubble στον γαλαξία M100[1]. Το Σχήμα 1 δείχνει τη σχέση περιόδου-φωτεινότητας για αυτούς τους Κηφείδες. Χρησιμοποιήστε τους δύο Κηφείδες που βρίσκονται πλησιέστερα στη γραμμή βέλτιστης προσαρμογής των δεδομένων για να εκτιμήσετε την απόσταση προς τον γαλαξία M100. Η μέση τιμή της μεσοαστρικής απορρόφησης για τους Κηφείδες αυτούς για είναι $A_V = 0.15 \pm 0.17$mag. Συγκρίνετε το αποτέλεσμά σας με την απόσταση των 17.1 ± 1.8 Mpc που υπολογίστηκε από τη Wendy Freedman και τους συνεργάτες της.

2. (α) Να γραμμικοποιηθεί η εξίσωση Stefan-Boltzmann $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ και να δείξετε ότι

$$\frac{\delta L}{L_0} = 2\frac{\delta R}{R_0} + 4\frac{\delta T}{T_0}.$$

(β) Να γραμμικοποιηθεί η αδιαβατική σχέση $TV^{\gamma-1}$ και να βρεθεί μια σχέση μεταξύ των $\frac{\delta L}{L_0}$ και $\frac{\delta R}{Ro}$ για ένα σφαιρικό μοντέλο αστέρα που εκπέμπει ως μέλαν σώμα (υποθέστε ιδανικό μονοατομικό αέριο).

[1] Ο γαλαξίας M100 είναι μέλος του σμήνους της Παρθένου, ένα πλούσιο σμήνος γαλαξιών.



Σχήμα 1: Σχέση περιόδου-φωτεινότητας για τους Κηφείδες(από Carrol & Ostlie).

3. (α) Κατά τη διάρκεια της έκρηξης του η Car, το φαινόμενο μέγεθός του έφτασε στη τιμή $m_V \simeq 0$. Υποθέστε ότι η μεσοαστρική απορρόφηση για το η Car είναι 1.7 mag, ότι η βολομετρική διόρθωση είναι πρακτικά μηδενική και ότι η απόσταση του είναι 2330pc.
(i) Εκτιμήστε τη φωτεινότητα του η Car κατά τη διάρκεια της έκρηξης. Πως συγκρίνεται η τιμή αυτή με τη φωτεινότητα Eddington για αστέρα μάζας $\simeq 100M\odot$; Σχολιάστε.
(ii) Καθορίστε το συνολικό ποσό της ενέργειας των φωτονίων που απελευθερώθηκε κατά τη διάρκεια των είκοσι ετών της έκρηξης.
(iii) Αν εκτοξεύτηκαν 3 $M_\odot$ υλικού με ταχύτητα 650 kms^{-1}, πόση ενέργεια μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του εκπεμπόμενου υλικού;
(ς) Η γωνιακή έκταση ενός από τους λοβούς του η Car είναι περίπου 8,5¨. Υποθέτοντας σταθερή ταχύτητα διαστολής των λοβών, 650 kms^{-1}, εκτιμήστε πόσος χρόνος έχει περάσει από την έκρηξη που παρήγαγε τους λοβούς. Πρόκειται για υπερεκτίμηση ή υποεκτίμηση; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

4. Υποθέστε ότι ο πυρήνας μάζας 1 $M_\odot$ ενός αστέρα μάζας 10 $M_\odot$ καταρρέει για να παράγει έναν υπερκαινοφανή τύπου II. Υποθέστε επίσης ότι το 99 % της ενέργειας που απελευθερώνεται από τον πυρήνα που καταρρέει μετατρέπεται σε νετρίνα και ότι το 1 % των νετρίνων απορροφάται από τον εξωτερικό φλοιό για να τροφοδοτήσει την εκπομπή του υπολείμματος του υπερκαινοφανή. Εκτιμήστε την τελική ακτίνα του υπολείμματος αν απελευθερωθεί ακριβώς τόση ενέργεια όση απαιτείται για να (μόλις) εκτοξευθεί η υπολειπόμενη μάζα των 9 $M_\odot$ προς το άπειρο. Δηλώστε σαφώς οποιεσδήποτε επιπρόσθετες υποθέσεις κάνετε για τον προσδιορισμό της εκτίμησης της τελικής ακτίνας του υπολείμματος.

5. Αν η γραμμική μείωση της καμπύλης φωτός ενός υπερκαινοφανούς οφείλεται στη ραδιενεργή διάσπαση του εκπεμπόμενου υλικού, βρείτε τον ρυθμό μείωσης του απολυτου βολομετρικού μεγέθους του υπερκαινοφανούς (σε $mag\ d^{-1}$) που παράγεται από τη διάσπαση του ${}^{59}_{27}Co$ σε ${}^{56}_{26}Fe$ με χρόνο ημιζωής 77.7 ημέρες.

6. (α) Η ροή νετρίνων που φτάνει στη Γη από τον SN 1987 A (που βρίσκεται στον γαλαξία LMC σε απόσταση περίπου 52 kpc) εκτιμήθηκε ότι ήταν $1,3 \times 10^{14} m^{-2}$. Αν η μέση ενέργεια ανά νετρίνο ήταν περίπου 4,2 MeV, εκτιμήστε το ποσό της ενέργειας που απελευθέρωθηκε μέσω νετρίνων κατά τη διάρκεια της έκρηξης του υπερκαινοφανούς.
(β) Χρησιμοποιώντας την σχέση $U_g \sim -\frac{3GM^2}{5R}$, εκτιμήστε την ενέργεια σύδεσης ενός αστέρα νετρονίων με μάζα 1.4 $M_\odot$ και ακτίνα 10 km. Συγκρίνετε την απάντησή σας με το ποσό ενέργειας που απελευθερώθηκε σε νετρίνα κατά την κατάρρευση του πυρήνα σιδήρου του Sk -69 202 (δηλ. του προγεννήτορα του SN 1987 A).

7. Η κρυστάλλωση θα συμβεί σε ένα ψυχρό λευκό νάνο όταν η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια μεταξύ γειτονικών πυρήνων, $\dfrac{Z^2e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, υπερισχύσει της χαρακτηριστικής θερμικής ενέργειας kT. Ο λόγος των δύο ορίζεται ως $\Gamma = \frac{Z^2e^2}{4\pi\epsilon_0 rkT}$. Σε αυτή την έκφραση, η απόσταση r μεταξύ γειτονικών πυρήνων ορίζεται ως η ακτίνα μιας σφαίρας της οποίας ο όγκος είναι ίσος με τον όγκο κάθε πυρήνα. Ειδικότερα, αφού ο μέσος όγκος ανά πυρήνα είναι $\frac{Am_H}{\rho}$, η r υπολογίζεται από $\dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{Am_H}{\rho}$.

(α) Υπολογίστε την τιμή του μέσου διαχωρισμού r για ένα λευκό νάνο με πυρήνα καθαρού άνθρακα μάζας 0.6 MeV και ακτίνας 0.012 $R_\odot$.
(β) Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει για ακριβείς αριθμητικούς υπολογισμούς του Γ προκειμένου να προσεγγίσουν ακριβέστερα τις πραγματικές καμπύλες ψύξης. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν μια τιμή περίπου $\Gamma = 160$ για την έναρξη της κρυστάλλωσης. Εκτιμήστε την εσωτερική θερμοκρασία, T_c, στην οποία συμβαίνει αυτό.

8. (α) Καθορίστε την ελάχιστη περίοδο περιστροφής για έναν αστέρα νετρονίων μάζας 1.4 $M_\odot$ (το γρηγορότερο που μπορεί να περιστραφεί χωρίς να διασπαστεί). Για ευκολία, υποθέστε ότι ο αστέρας παραμένει σφαιρικός με ακτίνα 10 km.
(β) Ο Νεύτωνας μελέτησε την ισημερινή πάχυνση ενός ομογενούς ρευστού μάζας M που περιστρέφεται αργά με γωνιακή ταχύτητα Ω. Απέδειξε ότι η διαφορά μεταξύ της ισημερινής του ακτίνας (E) και της πολικής του ακτίνας (P) σχετίζεται με τη μέση του ακτίνα (R) μέσω του τύπου
$$\frac{E-P}{R} = \frac{5\Omega^2R^3}{4GM}.$$

Χρησιμοποιήστε αυτή τη σχέση για να εκτιμήσετε τις ισημερινές και πολικές ακτίνες για έναν αστέρα νετρονίων μάζας 1.4 $M_\odot$ που περιστρέφεται με περίοδο διπλάσια από την ελάχιστη τιμή που βρήκατε στο (α).

9. (α) Θεωρήστε έναν pulsar που έχει μια περίοδο P_0 και μια παράγωγο περιόδου $\dot{P}_0$ στο $t = 0$. Υποθέστε ότι το γινόμενο $P \cdot \dot{P}$ παραμένει σταθερό για τον pulsar $(-\frac{32\pi^5 B^2 R^6 \sin^2(\theta)}{3\mu_0 c^3 P^4} = -\frac{4\pi^2 I\dot{P}}{P^3})$.
(α) Ολοκληρώστε για να πάρετε μια έκφραση για την περίοδο P του pulsar στο χρόνο τ.
(β) Φανταστείτε ότι έχετε κατασκευάσει ένα ρολόι που κρατάει τον χρόνο μέσω μετρήσεων από ραδιοπαλμούς που λαμβάνονται από αυτό το pulsar. Θα το ονομάσουμε ρολόι του πυλσαρ. Υποθέστε επίσης ένα τέλειο ρολόι ($\dot{P} = 0$) που συγχρονίζεται αρχικά με το ρολόι του pulsar όταν αμφότερα δείχνουν μηδέν. Δείξτε ότι όταν το τέλειο ρολόι δείξει το χαρακτηριστικό χρόνο ζωής $\frac{P_0}{\dot{P}_0}$, ο χρόνος που δείχνει το ρολόι του pulsar είναι $(\sqrt{3} - 1)P_0/\dot{P}_0$.

10. (α) Εκτιμήστε την ακτίνα καμπυλότητας ενός φωτονίου που ταξιδεύει οριζόντια στην επιφάνεια ενός αστέρα νετρονίων μάζας $1.4\ M_\odot$, και συγκρίνετε το αποτέλεσμα με την ακτίνα 10 χιλιομέτρων του αστέρα. Μπορεί η γενική σχετικότητα να παραβλεφθεί κατά τη μελέτη των αστέρων νετρονίων;
(β) Αν περάσει μία ώρα στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων, πόσος χρόνος περνάει σε πολύ μεγάλη απόσταση από αυτόν; Συγκρίνετε τους χρόνους που προκύπτουν από τις ακριβείς και προσεγγιστικές εκφράσεις, $\frac{\Delta t_0}{\Delta t_\infty} = \frac{\nu_\infty}{\nu_0} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{r_0 c^2}}$ και $\frac{\Delta t_0}{\Delta t_\infty} \simeq 1 - \frac{GM}{r_0 c^2}$ αντίστοιχα.