

# Φυσική των Αστέρων 2022-2023

3η ομάδα ασκήσεων  
Παράδοση Τετάρτη 11/01/2023

Απορίες: stboula@phys.uoa.gr

## Ασκήσεις

- (α) Ποια η βασική πυρηνική αντίδραση στα κέντρα των αστέρων της Κύριας Ακολουθίας; Παίζει ρόλο η μάζα τους και, εάν ναι, πώς; Ποιά περίπου η θερμοκρασία που απαιτείται για την παραπάνω καύση; Πώς προκύπτει αυτή;  
(β) Τι θα περιμένατε να συμβαίνει ως προς την απαιτούμενη θερμοκρασία στους πυρήνες των αστέρων του οριζόντιου κλάδου και γιατί; Τι είδους καύση έχουμε εκεί;  
(γ). Έστω ότι μπορούσαμε να πάρουμε το φάσμα της ακτινοβολίας από τον πυρήνα του Ήλιου. Τι θα παρατηρούσαμε και πώς θα το συγκρίναμε με αυτό που παρατηρούμε από την επιφάνειά του; Πού οφείλονται τυχόν διαφορές;
- Ένας πυρήνας αστέρα μάζας  $M_c$ , ακτίνας  $R_1$  και θερμοκρασίας  $T_1$  βρίσκεται σε υδροστατική ισορροπία με τα υπερκείμενα στρώματα ενώ ισχύει  $P_{αερ} : P_{εκφ} = 10 : 1$ , όπου  $P_{αερ}$  η πίεση ιδανικού αέριου και  $P_{εκφ}$  η πίεση εκφυλισμού. Κάποια στιγμή αυτός καταρρέει και ισορροπεί σε μια νέα κατάσταση με  $R_2 = 0.1R_1$  και  $T_2 = 10T_1$ . Πώς μεταβάλλεται η σχέση των πιέσεων; Ποια είναι η κυρίαρχη πίεση στη νέα κατάσταση; Θεωρήστε ότι η μάζα δε μεταβάλλεται και ότι ο εκφυλισμός παραμένει μη σχετικιστικός. Ποια αστροφυσική κατάσταση θα μπορούσε το παραπάνω να περιγράψει κατά προσέγγιση;
- Να συγκρίνετε δύο αστέρες της Κύριας Ακολουθίας. Ο ένας είναι φασματικού τύπου  $B5$  ενώ ο άλλος  $G5$ . Έστω ότι και οι δύο βρίσκονται στο μέσο της ζωής τους. Αναφέρατε όσες περισσότερες διαφορές μπορείτε να βρείτε. Για κάθε μία από αυτές αναφέρατε εάν αυτή προκύπτει απευθείας από παρατηρήσεις ή με βάση ένα θεωρητικό μοντέλο.
- (α) Ξεκινώντας από την εξίσωση:

$$P_{ic} = \frac{3}{4\pi R_{ic}^3} \left( \frac{M_{ic} k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} - \frac{1}{5} \frac{GM_{ic}^2}{R_{ic}} \right)$$

δείξτε ότι η ακτίνα ενός ισόθερμου πυρήνα για τον οποίο η πίεση αερίου είναι μέγιστη δίνεται από τη σχέση:

$$R_{ic} = \frac{2}{5} \frac{GM_{ic}\mu_{ic}m_H}{kT_{ic}}$$

(β) Με βάση το ερώτημα (α), δείξτε ότι η μέγιστη πίεση στην επιφάνεια του ισόθερμου πυρήνα δίνεται από την εξίσωση:

$$P_{ic,max} = \frac{375}{64} \frac{1}{G^3 M_{ic}^2} \left( \frac{kT_{ic}}{\mu_{ic}m_H} \right)^4.$$

5. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

$$T_{quantum} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4 \mu_m}{12\pi^2 \epsilon_0^2 h^2 k}$$

αποδείξτε ότι η διαδικασία ανάφλεξης της διαδικασίας 3α στην κορυφή του κλάδου των ερυθρών γιγάντων θα πρέπει να συμβαίνει σε θερμοκρασία άνω των  $10^8 K$ .

6. Σε μία προσπάθεια ταυτοποίησης των σημαντικών συνιστωσών της ΑΓΒ απώλειας μάζας, οι ερευνητές προσπάθησαν μέσω εμπειρικών σχέσεων που περιλαμβάνουν παρατηρούμενες ποσότητες να εκτιμήσουν τον ρυθμό απώλειας μάζας. Μία από τις πιο γνωστές εξισώσεις παρουσιάστηκε από τον D. Reimers και είναι η παρακάτω:

$$\dot{M} = -4 \times 10^{-13} \eta \frac{L}{gR} M_{\odot} yr^{-1}$$

(α) Να γράψετε την παραπάνω εξίσωση στη μορφή:

$$\dot{M} = -4 \times 10^{-13} \eta \frac{LR}{M} M_{\odot} yr^{-1}$$

όπου  $L$ ,  $R$  και  $M$  σε ηλιακές μονάδες.

(β) Υποθέτοντας λανθασμένα ότι τα  $L$ ,  $R$  παραμένουν σταθερά στον χρόνο, εξάγετε την έκφραση για τη μάζα ενός αστέρα ως συναρτήση του χρόνου. Αρχική συνθήκη για την απώλεια μάζας:  $M = M_{\odot}$ .

(γ) Με δεδομένα τα στοιχεία  $L = 7000L_{\odot}$ ,  $R = 310R_{\odot}$ ,  $M = 1M_{\odot}$ ,  $\eta = 1$ , φτιάξτε το διάγραμμα της μάζας του αστέρα συναρτήση του χρόνου.

(δ) Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα αστέρι αρχικής μάζας  $1M_{\odot}$  να μειώσει τη μάζα του σε αυτή τον εκφυλισμένου πυρήνα άνθρακα-οξυγόνου ( $0.6M_{\odot}$ );

7. Από την εξίσωση  $\Pi \simeq \sqrt{\frac{3\pi}{2\gamma G\rho}}$  να εκτιμήσετε την περίοδο ανάπαλσης του Ήλιου, αν θεωρήσουμε ακτινική ταλάντωση.

8. Εκτιμήστε την πίεση ιδανικού αερίου και την πίεση ακτινοβολίας στο κέντρο του Σείριου Β, όταν η θερμοκρασία στο κέντρο είναι  $T = 3 \times 10^7 K$ . Συγκρίνετε αυτές τις τιμές με την εκτιμώμενη πίεση στο κέντρο του αστεριού που δίνεται από την εξίσωση:

$$P_c \simeq \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{wd}^2 \simeq 3.8 \times 10^{22} Nm^{-2}.$$