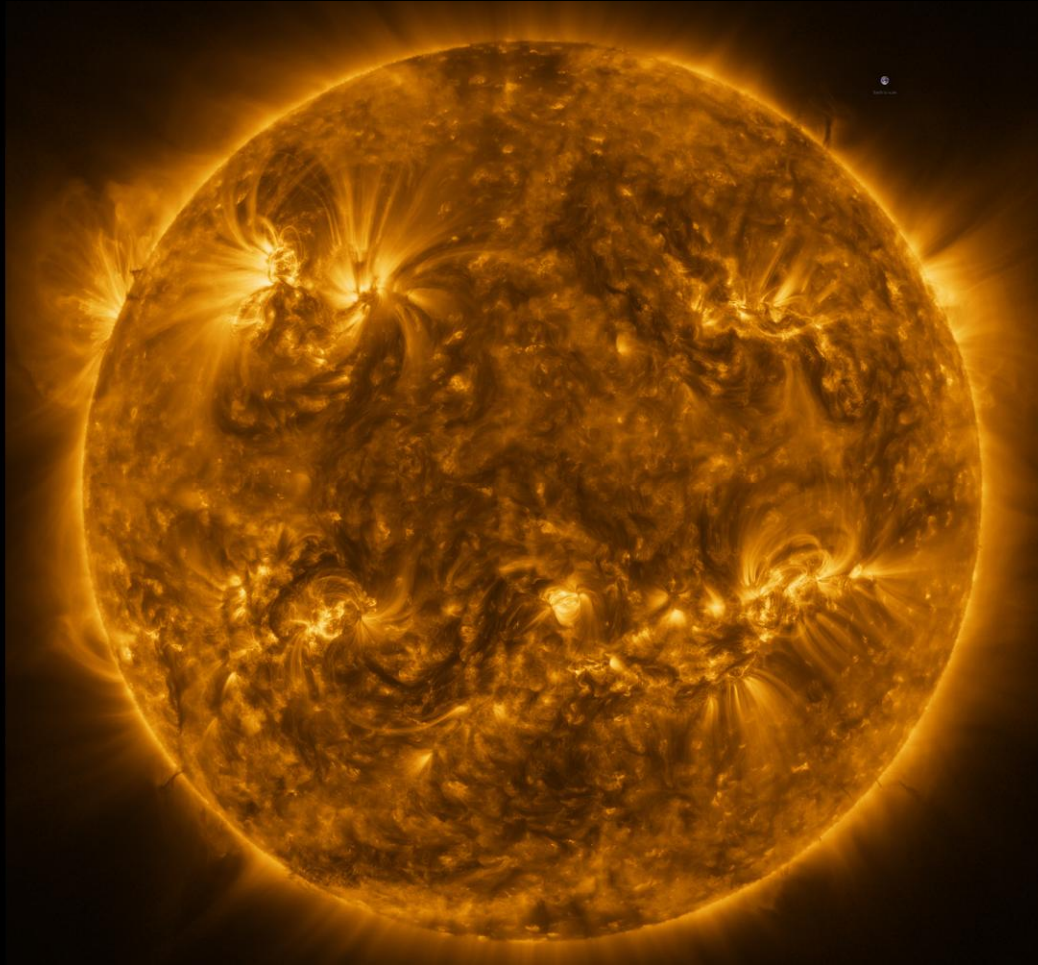




Φυσική των αστέρων

Μάθημα 1

α.ε. 2022-23



Sun with Solar Orbiter in extreme ultraviolet light



ESO-VLT Antares red supergiant

Λίγη ιστορία



Arthur Eddington
Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις
 $H \rightarrow He$ εξωθερμική
1930's

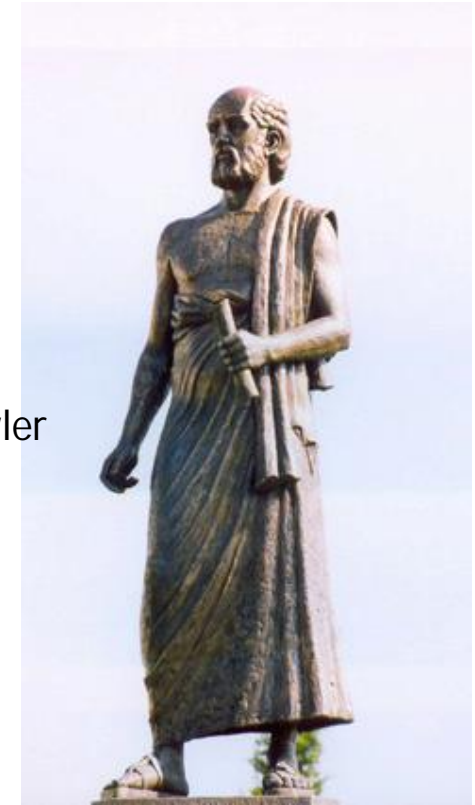
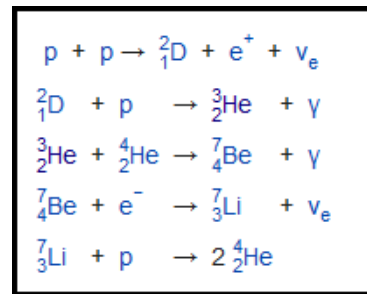


Hans Bethe B. Nobel 1967
Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις
 $H \rightarrow He$ εξωθερμική
1930's

electrons. The nucleus of the helium atom, for example, consists of four hydrogen atoms bound with two electrons. But Aston has further shown conclusively that the mass of the helium atom is less than the sum of the masses of the four hydrogen atoms which enter into it; and in this, at any rate, the chemists agree with him. There is a loss of mass in the synthesis amounting to about 1 part in 120, the atomic weight of hydrogen being 1.008 and that of helium just 4. I will not dwell on his beautiful proof of this, as you will, no doubt, be able to hear it from himself. Now mass cannot be annihilated, and the deficit can only represent the mass of the electrical energy set free in the transmutation. We can therefore at once calculate the quantity of energy liberated when helium is made out of hydrogen. If 5 per cent. of a star's mass consists initially of hydrogen atoms, which are gradually being combined to form more complex elements, the total heat liberated will more than suffice for our demands, and we need look no further for the source of a star's energy.



S. Chandrasekhar/W. Fowler
B. Nobel 1983
Αστρική δομή και εξέλιξη



Αρίσταρχος ο Σάμιος
Τα άστρα είναι σαν τον ήλιο
αλλά σε μεγάλες αποστάσεις

Περιεχόμενο του μαθήματος

- **Εισαγωγή** – υπενθύμιση βασικών εννοιών. HR διάγραμμα
- **Διάδοση ακτινοβολίας**: Ειδική ένταση, ροή, πίεση, εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας, λύση σε απλές περιπτώσεις, οπτικό βάθος, σκεδασμός, μέσες ελεύθερες διαδρομές, ιδιότητες μελανού σώματος, θερμοδυναμική ισορροπία, συντελεστές Einstein.
- **Αστρική δημιουργία**. Πρωτοαστέρες. Hayashi track.
- **Εσωτερικό αστέρων**. Καταστατική εξίσωση. Διάδοση ενέργειας. Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Εξισώσεις αστρικής δομής
- **Αστρική εξέλιξη**. Κύρια ακολουθία. Εξέλιξη μετά την κύρια ακολουθία για αστέρες μικρής και μεγάλης μάζας
- **Αστρικές ατμόσφαιρες**. Μοντέλο παρ/πίπεδης ατμόσφαιρας, προφίλ φασματικών γραμμών
- **Μεταβλητοί αστέρες**. Ακτινικές αναπάλσεις. Ζώνη αστάθειας στο HR διάγραμμα.
- **Συμπαγείς αστέρες**: Τα τελικά στάδια αστρικής εξέλιξης: Λευκοί νάνοι, αστέρες νετρονίων, πάλσαρ, εσωτερικό και μαγνητόσφαιρες, εκρήξεις και υπολείμματα υπερκαινοφανών, μελανές οπές
- **Διπλοί αστέρες**: Προσδιορισμός μαζών και εξέλιξη, ενδιαφέρουσες περιπτώσεις διπλών συστημάτων εξελιγμένων αστέρων.

Φωτεινότητα (Luminosity)

- Η φωτεινότητα (luminosity), L , ενός αντικειμένου είναι ο ρυθμός με τον οποίο το αντικείμενο αυτό εκπέμπει προς τα έξω την ενέργειά του.

$$dE = Ldt$$

- Μονάδες ισχύος

CGS: erg s^{-1}

SI : Watts

- Η φωτεινότητα είναι εγγενής ιδιότητα του αντικειμένου και δεν εξαρτάται από τον παρατηρητή (την απόστασή του ή την γωνία υπό την οποία παρατηρεί το αντικείμενο)

- Οποιοδήποτε αντικείμενο, ανεξάρτητα από το σχήμα του μπορεί να περιγραφεί από τη φωτεινότητά του.

Ο ήλιος για παράδειγμα έχει φωτεινότητα $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{33} \text{ergs}^{-1}$, από την οποία ένα μικρό μόνο ποσοστό φτάνει στη Γη.

Παράδειγμα 1

Βρείτε το ποσοστό της ηλιακής φωτεινότητας που φτάνει στη Γη. Σε τι φωτεινότητα αντιστοιχεί αυτό το ποσοστό;

$$f = \frac{\pi R_{\oplus}^2}{4\pi r_{\oplus}^2}$$

$R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 m$ η ακτίνα της γης

$r_{\oplus} = 1AU = 1.496 \times 10^{11} m$ η απόσταση Γης-Ήλιου

$L_{\odot} = 3.85 \times 10^{33} \text{ergs}^{-1}$

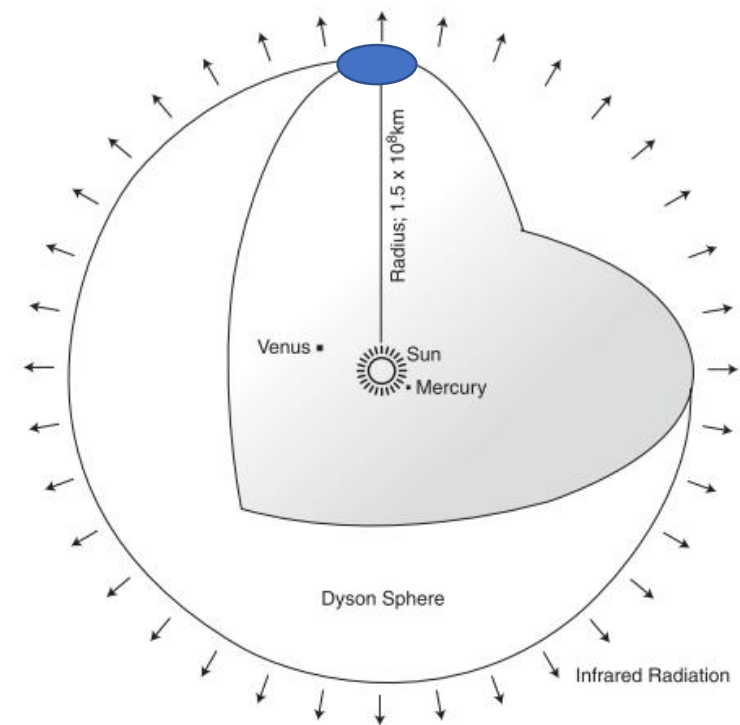
Υποθέσεις:

Η τροχιά της Γης είναι κυκλική ($e = 0.0167$)

Η απόσταση Γης ήλιου είναι αρκετά μεγάλη ώστε να θεωρούμε ότι οι ακτίνες του ήλιου που φτάνουν στη Γη είναι παράλληλες μεταξύ τους

Επομένως $f = 4.5 \times 10^{-10}$

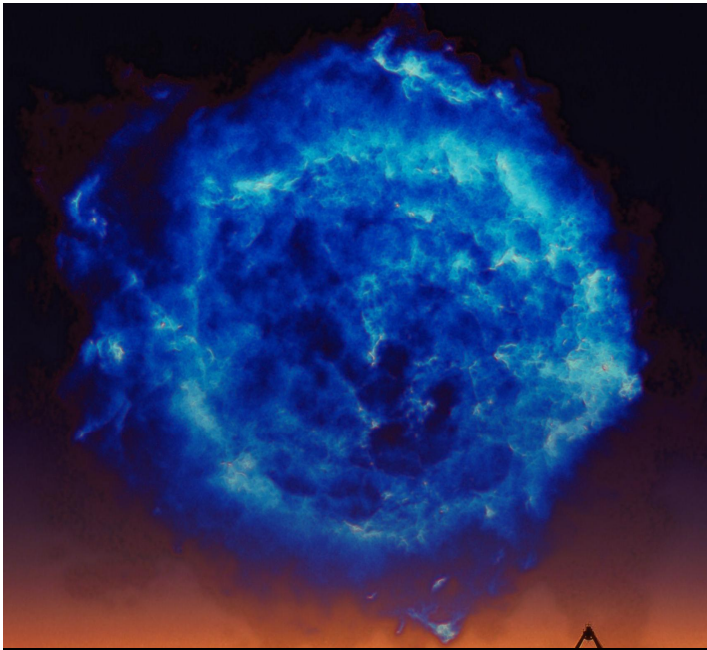
και $L_{\text{intercepted}} = fL_{\odot} = 1.73 \times 10^{24} \text{ergs}^{-1}$



Εικόνα από βιβλίο J. Irwin, *Astrophysics, Decoding the Cosmos*

Βολομετρική Φωτεινότητα – Φασματική ισχύς

Όταν λέμε «φωτεινότητα» εννοούμε τη συνολική φωτεινή ισχύ της πηγής σε όλα τα μήκη κύματος → βολομετρική φωτεινότητα (bolometric luminosity)



Φασματική φωτεινότητα (spectral luminosity) ή φασματική ισχύς (spectral power) είναι η φωτεινότητα ανά μονάδα μήκους κύματος, L_λ (μονάδες στο CGS of $\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-1}$), ή ανά μονάδα συχνότητας L_ν ($\text{ergs}^{-1}\text{Hz}^{-1}$),

$$\text{όπου } dL = L_\lambda d\lambda = L_\nu d\nu \Rightarrow L = \int L_\lambda d\lambda = \int L_\nu d\nu$$

$$[\text{Σημ. } \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu]$$

π.χ. Το SNR Cas A έχει φωτεινότητα

$$L_{\text{radio}} = 3 \times 10^{35} \text{ergs}^{-1},$$

$$\text{από } \nu_1 = 2 \times 10^7 \text{Hz} \text{ μέχρι } \nu_2 = 2 \times 10^{10} \text{Hz}$$

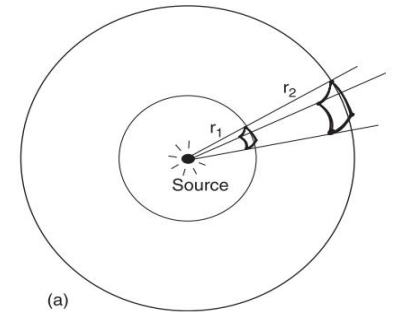
$$\text{και } L_{X\text{-ray}} = 3 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1} \text{ από } 0.3 \text{ μέχρι } 10 \text{ keV}$$

$$L_{\text{bol}} = L_{X\text{-ray}} + L_{\text{radio}} + L_{\text{optical}} + L_{\text{UV}} + \dots$$

https://chandra.harvard.edu/photo/2017/casa_life/

<https://www.nrao.edu/archives/files/original/76e39ad77c96b357c827b63a5dfc175e.jpg>

Φως μέσα από επιφάνεια – ροή (flux) και πυκνότητα ροής (flux density)



- Η **ροή** μίας πηγής, f ($\text{erg s}^{-1}\text{cm}^{-2}$), είναι η ακτινοβολούμενη ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που περνά από μία μοναδιαία επιφάνεια δηλ. $dL = f dA$
- Όπως με τη φωτεινότητα, μπορούμε να ορίσουμε τη ροή ανά μοναδιαία φασματική περιοχή (είτε σε μήκος κύματος, είτε σε συχνότητα).
 - Φασματική πυκνότητα ροής (spectral flux density) f_ν σε μονάδες $\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$ ή f_λ σε μονάδες $\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{cm}^{-1}$ ορίζεται αντίστοιχα ως
$$dL_\nu = f_\nu dA \quad dL_\lambda = f_\lambda dA$$
$$df = f_\nu d\nu \quad df = f_\lambda d\lambda$$
- Σχέση φωτεινότητας – ροής $L = \int f dA = 4\pi r^2 f$, όπου r η απόσταση από το κέντρο της πηγής μέχρι το σημείο στο οποίο μετρείται η ροή. Η ισότητα $= 4\pi r^2 f$ ισχύει μόνο όταν η ενέργεια ακτινοβολείται από τη πηγή ισοτροπικά.
- Ειδική μονάδα μέτρησης ροής (radio, IR) $1\text{Jy} = 10^{-26}\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1} = 10^{-23}\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$

Αστροφυσική ροή ακτινοβολίας (ροή στην αστρική επιφάνεια)

➤ Ορίζουμε τη ροή F στην επιφάνεια ενός άστρου φωτεινότητας L_* και ακτίνας R_* , ως εξής

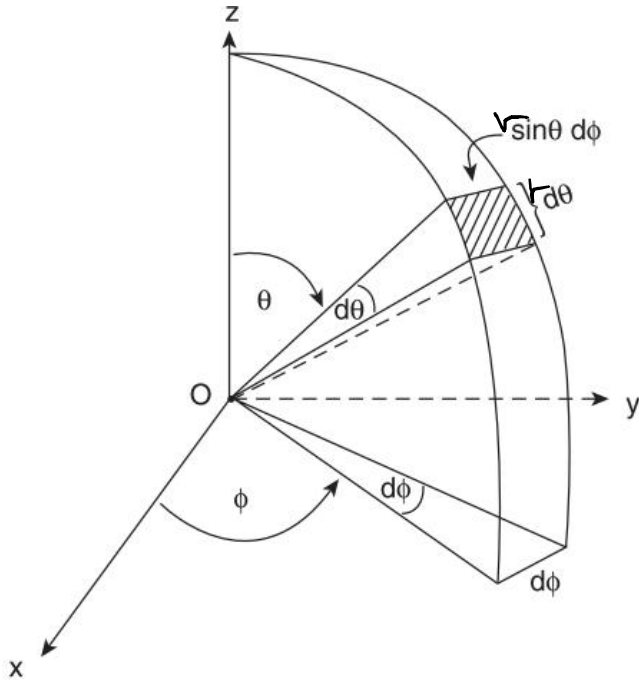
$$L_* = 4\pi R_*^2 F = 4\pi r^2 f \Rightarrow f = \left(\frac{R_*}{r}\right)^2 F \quad (f \text{ η ροή σε απόσταση } r)$$

π.χ. για τον Ήλιο: $F_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^2} = 6.33 \times 10^{10} \text{ergs}^{-1} \text{cm}^{-2}$ και

$f_{\odot} \equiv S = 1.367 \times 10^6 \text{ergs}^{-1} \text{cm}^{-2}$ είναι η λεγόμενη **ηλιακή σταθερά** (r η απόσταση γης-Ήλιου).

Η ροή μιας πηγής σε μία συγκεκριμένη περιοχή μηκών κύματος (ή συχνοτήτων) είναι μία μετρήσιμη ποσότητα, φτάνει να λάβουμε υπόψη μας τις διορθώσεις για την απόκριση της γήινης ατμόσφαιρας, του τηλεσκοπίου και του ανιχνευτή μας. Αν ξέρουμε και την απόσταση της πηγής, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίστοιχη φωτεινότητα.

Η έννοια της στερεάς γωνίας

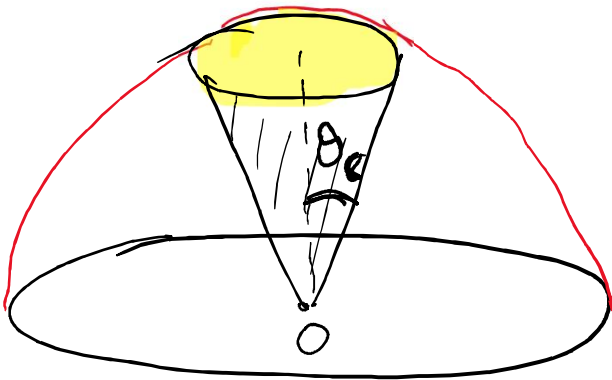


dA πάνω στην επιφάνεια της σφαίρας $dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} d\Omega &= \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \right] d\phi = \int_0^{2\pi} [-\cos \pi + \cos 0] d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} 2 d\phi = 4\pi \end{aligned}$$

Παράδειγμα – η στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται ο ηλιακός δίσκος



$$\text{➤ } \int_{\Omega_{\odot}} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\int_0^{\theta_c} \sin\theta d\theta \right] = 2\pi(1 - \cos\theta_c)$$

$$\text{➤ } \text{Ανάπτυγμα Taylor } \cos\theta_c = 1 - \frac{\theta_c^2}{2} + \dots$$

$$\text{➤ } \text{Άρα } \Omega_{\odot} = 2\pi \frac{\theta_c^2}{2} = \pi \theta_c^2 \text{ (η } \theta_c \text{ σε ακτίνια)}$$

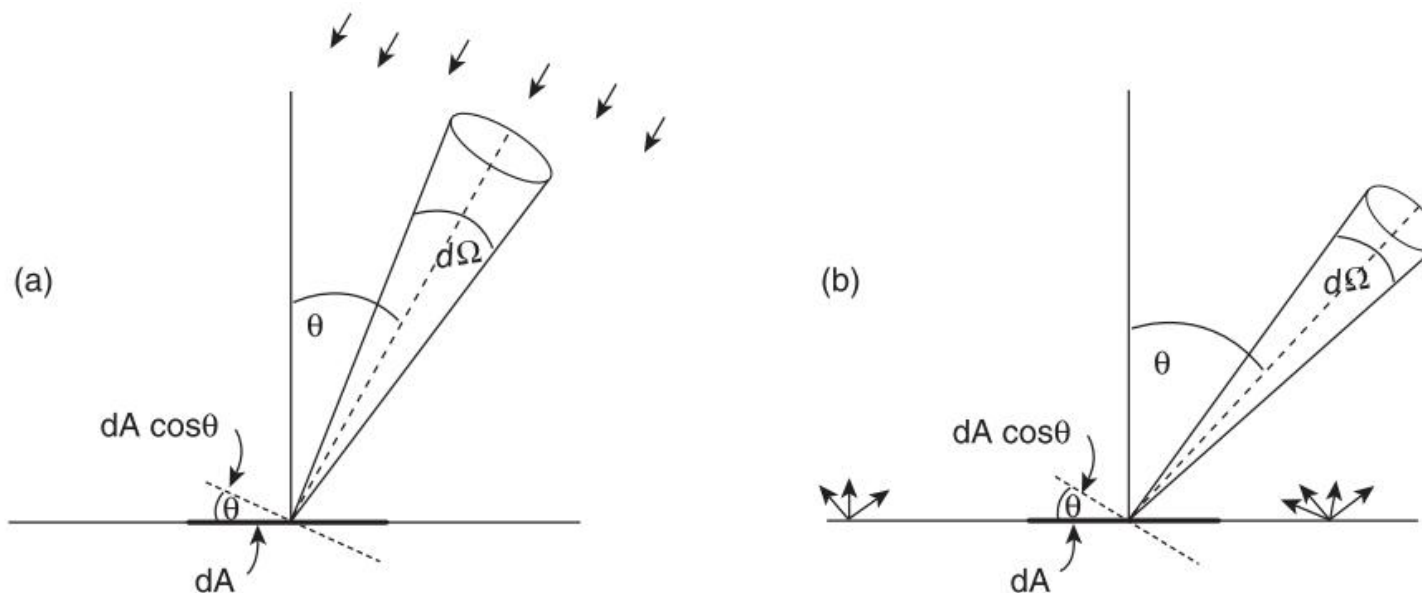
Ένταση (intensity) και ειδική ένταση (specific intensity) του φωτός

- **Ένταση**, I ($\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{sr}^{-1}$) είναι η ακτινοβολούμενη ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μοναδιαία στερεά γωνία που περνά από στοιχειώδη επιφάνεια κάθετη στη κατεύθυνση της εκπομπής.
- **Ειδική ένταση**, I_λ ή I_ν ($\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{cm}^{-1}$ ή $\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}$) είναι η ακτινοβολούμενη ενέργεια ανά μονάδα χρόνου, ανά μοναδιαία στερεά γωνία και ανά μοναδιαίο εύρος μήκους κύματος ή συχνότητας, που περνά από στοιχειώδη επιφάνεια κάθετη στη κατεύθυνση της εκπομπής.

$$dE = I_\nu \cos \theta \, d\nu \, d\Omega \, dA \, dt$$

- **Σχέση έντασης - ροής**

$$df = I \cos \theta d\Omega \quad \text{και} \quad f_\nu = I_\nu \cos \theta d\Omega$$



(α) Εδώ το dA μπορεί να είναι ένα στοιχείο ανιχνευτή στην επιφάνεια της γης. Η κάθετος στην επιφάνεια αυτή (κατακόρυφη) σχηματίζει γωνία θ με τη κατεύθυνση από την οποία έρχεται η ακτινοβολία (την κατεύθυνση της πηγής). $d\Omega$ είναι η στοιχειώδης στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται η πηγή. (β) Σε αυτό το παράδειγμα η επιφάνεια dA είναι τοποθετημένη στην επιφάνεια ενός άστρου. Η ένταση θα συμπεριλαμβάνει μόνο τα φωτόνια που εμπεριέχονται στη συγκεκριμένη στοιχειώδη στερεά γωνία $d\Omega$.

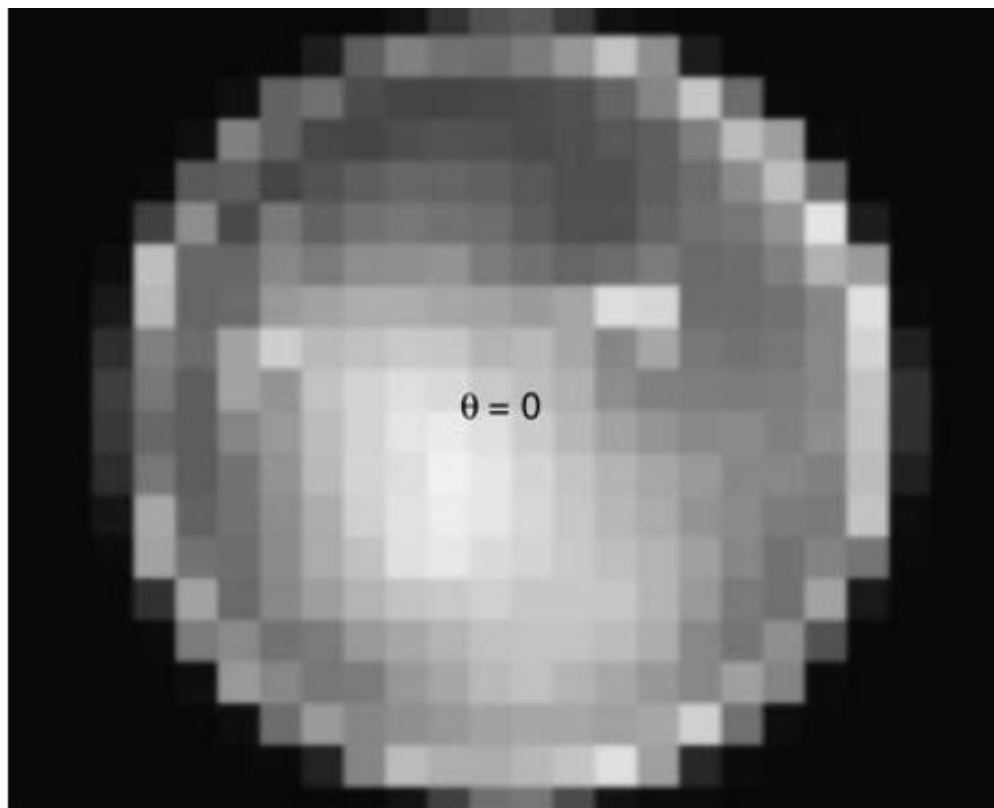
Παράδειγμα 2

α. Πόση ροή θα καταγράψει ένας ανιχνευτής που κοιτάζει κατευθείαν προς μία πηγή ομοιόμορφης έντασης, υπό μία μικρή στερεά γωνία Ω ;

$$df = I \cos \theta d\Omega \Rightarrow f = \int_{\Omega} I \cos \theta d\Omega \approx I\Omega$$

β. Βρείτε την ροή στην επιφάνεια ενός ουράνιου αντικειμένου (π.χ. άστρου) όταν η ακτινοβολία φεύγει ελεύθερα προς όλες τις γωνίες προς τα έξω (δηλ. σε 2π sr)

$$F = \int I \cos \theta d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi = \pi I$$



Ας υποθέσουμε ότι ο ανιχνευτής μας είναι στραμμένος κατευθείαν ($\theta=0$) προς μια πηγή που φαίνεται υπό μια μικρή στερεά γωνία Ω . Η γωνία αυτή είναι αρκετά μικρή ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\theta=0$ σε οποιαδήποτε θέση. Σε αυτό το παράδειγμα η λαμπρότητα δεν είναι ομοιογενής. Μπορούμε να χωρίσουμε την Ω σε μικρές γωνίες Ω_i . Σε καθεμιά από αυτές η ένταση είναι I_i . Η ροή μπορεί να προσεγγιστεί ως $f = \int I \cos \theta d\Omega \approx \sum I_i \Omega_i$.

Η ειδική ένταση (και η ένταση) είναι ανεξάρτητες της απόστασης

➤ Μία σημαντική ιδιότητα της ειδικής έντασης (και της έντασης) είναι ότι δεν εξαρτάται από την απόσταση της πηγής.

➤ Ας θεωρήσουμε μία πηγή με φασματική φωτεινότητα L_ν (σε $\text{erg s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$), σε απόσταση D από τον παρατηρητή. Τότε η φασματική πυκνότητα ροής θα είναι

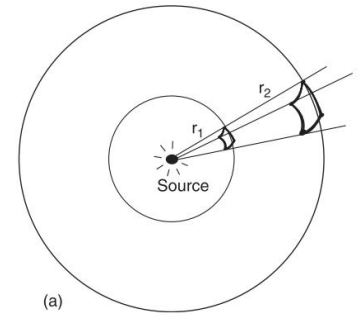
$$f_\nu = L_\nu / 4\pi D^2$$

➤ Έστω ότι η προβαλλόμενη επιφάνεια της πηγής είναι A . Τότε αυτή φαίνεται υπό στερεά γωνία

$$\Delta\Omega = A/D^2$$

➤ Τότε η ειδική ένταση της πηγής είναι

$$I_\nu = \frac{f_\nu}{\Delta\Omega} = \frac{L_\nu}{4\pi D^2} \frac{1}{A/D^2} = \frac{L_\nu}{4\pi A} \text{ που είναι ανεξάρτητη της απόστασης } D.$$



Η ειδική ένταση (και η ένταση, που είναι το ολοκλήρωμα της ειδικής έντασης σε όλες τις συχνότητες) αποτελεί μια εγγενή ιδιότητα της πηγής.

Ακτινοβολία από όλες τις γωνίες – πυκνότητα ενέργειας (energy density) και μέση ένταση (mean intensity)

➤ Η πυκνότητα ενέργειας (energy density), u (erg cm^{-3}), είναι η ενέργεια ακτινοβολίας (radiative energy) ανά μονάδα όγκου $du = \frac{dE}{dV}$

➤ Η ειδική πυκνότητα ενέργειας (specific energy density) είναι η πυκνότητα ενέργειας ανά μοναδιαία περιοχή συχνότητας, u_ν , ή μήκους κύματος, u_λ και ορίζεται ως

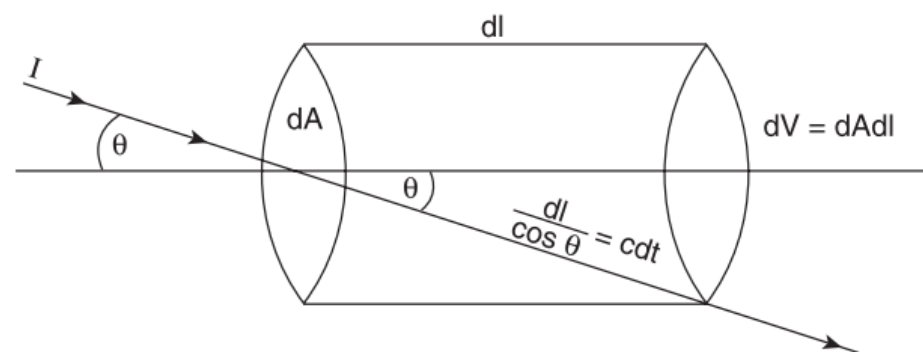
$$u = \int u_\nu d\nu = \int u_\lambda d\lambda$$

➤ Η πυκνότητα ενέργειας σχετίζεται με την ένταση ακτινοβολίας I ως εξής

$$u = \frac{1}{c} \int I d\Omega = \frac{4\pi}{c} J, \text{ όπου } J \text{ η μέση ένταση } J \equiv \frac{1}{4\pi} \int I d\Omega$$

Απόδειξη $dE = I_\nu \cos \theta d\nu d\Omega dA dt$

$$\begin{aligned} du &= \frac{dE}{dV} = \frac{I_\nu \cos \theta d\nu d\Omega dA dt}{dA dl} = \frac{I_\nu d\nu d\Omega dA dl}{c dA dl} \\ &= \frac{I_\nu d\nu d\Omega}{c} \Rightarrow u = \frac{1}{c} \iint I_\nu d\nu d\Omega = \frac{1}{c} \int I d\Omega \end{aligned}$$



Σύγκριση J και I – σχόλια

- Η μέση ένταση προκύπτει από τη μέση τιμή της έντασης της ακτινοβολίας από όλες τις κατευθύνσεις.
- Για ένα ισοτροπικό πεδίο $J = I$
- Γενικά τα πεδία ακτινοβολίας δεν είναι ισοτροπικά, μερικά όμως είναι κατά προσέγγιση ισοτροπικά, όπως στα κέντρα των άστρων και η μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου (Cosmic Microwave Background radiation - 2.7K)
- Σε ένα ανισοτροπικό πεδίο ακτινοβολίας το J δεν είναι ανεξάρτητο της απόστασης, ενώ το I είναι.

Πως αντιλαμβανόμαστε τη ροή που φτάνει στη Γη – Φαινόμενο μέγεθος

$$m_{\lambda} - m_{\lambda_0} = -2.5 \log \left(\frac{f_{\lambda}}{f_{\lambda_0}} \right)$$

$$m_{\nu} - m_{\nu_0} = -2.5 \log \left(\frac{f_{\nu}}{f_{\nu_0}} \right)$$

(ο δείκτης 0 αφορά στο μήκος κύματος αναφοράς)

(έξω από την ατμόσφαιρα της γης, ή διορθωμένα για την επίδρασή της)

Απόλυτο μέγεθος

$$m - M = -2.5 \log \left(\frac{f}{f_{10\text{pc}}} \right) = -5 + 5 \log \left(\frac{d}{\text{pc}} \right)$$

Φίλτρα στο οπτικό και το κοντινό υπέρυθρο

