ΦΥΣΙΚΗ ΤΩΝ ΑΣΤΕΡΩΝ
α.ε. 2024-25
ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
25/11/2024
Διάρκεια 2 ώρες
Επιλέγετε 4 από τα 5 θέματα
Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Θέμα 1

(α) Δείξτε ότι η ειδική ένταση (και η ένταση) ακτινοβολίας είναι ανεξάρτητη της απόστασης. Τι σημαίνει αυτό για την μέτρηση της έντασης μιας πηγής με κάποιο ανιχνευτή στη Γη; Συζητείστε τη διαφορά μεταξύ "resolved" και "unresolved" πηγών.
(β) Πότε είναι η μέση ένταση ακτινοβολίας ανεξάρτητη της απόστασης; Αιτιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.
(γ) Δείξτε ότι η πυκνότητα ενέργειας u συνδέεται άμεσα με τη μέση ένταση ακτινοβολίας.

Θέμα 2

(α) Θεωρείστε ένα σύστημα σωματιδίων που μπορούν να βρίσκονται σε δύο διακριτά ενεργειακά επίπεδα. Υποθέστε ότι το σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Θεωρήσετε τις διαδικασίες αυθόρμητης και εξαναγκασμένης εκπομπής, και απορρόφησης, για να καταλήξετε στις σχέσεις Einstein (συνθήκες λεπτομερούς ισορροπίας μεταξύ εκπομπής και απορρόφησης).
(β) Διατυπώστε την εξίσωση διάδοσης της ακτινοβολίας χρησιμοποιώντας τους συντελεστές του Einstein, και καταλήξτε στον γενικευμένο νόμο του Kirchhoff.

Θέμα 3

Αφού εξηγήσετε τι είναι το μοντέλο παραλληλεπίπεδης ατμόσφαιρας, δείξτε ότι στο μοντέλο αυτό μπορούμε να προσεγγίσουμε τη ροή ακτινοβολίας στην αστρική ατμόσφαιρα με τη σχέση Rosseland $f(z) = -\frac{16\sigma T^3}{3\bar{a}_R}\frac{\partial T}{\partial z}$, όπου $\frac{1}{\bar{a}_R} \equiv \frac{\int_0^\infty (\alpha_\nu+\sigma_\nu)^{-1}\frac{\partial B_\nu}{\partial T}d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T}d\nu}$

Θέμα 4

(α) Εξηγείστε (χρησιμοποιώντας την εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας) πώς δημιουργούνται οι γραμμές εκπομπής και απορρόφησης σε μία αστρική ατμόσφαιρα.
(β) Εξηγείστε πως προκύπτει το προφίλ Voigt μίας γραμμής απορρόφησης, και σχεδιάστε πρόχειρα τη μεταβολή του προφίλ με την αύξηση της αριθμητικής πυκνότητας των ατόμων τα οποία συμμετέχουν στη συγκεκριμένη μετάβαση.

Θέμα 5

(α) Θεωρείστε ότι η καταστατική εξίσωση της ύλης στο εσωτερικό ενός άστρου είναι ιδανικού αερίου. Γράψτε τη σχέση που περιγράφει τη καταστατική αυτή εξίσωση, χρησιμοποιώντας την έννοια του μέσου μοριακού βάρους.
(β) Γράψτε μία γενική σχέση για το μέσο μοριακό βάρος αν η ύλη του άστρου είναι πλήρως ιονισμένη και αποτελείται από υδρογόνο, ήλιο και βαρύτερα στοιχεία, Για τα βαρύτερα στοιχεία υποθέστε ότι κατά μέσο όρο έχουν ίσο αριθμό πρωτονίων και νετρονίων στον πυρήνα τους.

(γ) Βρείτε τη πίεση των φωτονίων αν είναι σε ΘΙ με την ύλη. Γράψτε μία έκφραση για τη συνολική πίεση στο εσωτερικό του άστρου.. Αν η πίεση αερίου είναι ένα σταθερό ποσοστό της συνολικής πίεσης, δείξτε ότι η συνολική πίεση είναι μπορεί να γραφεί σαν $P = K\rho^{4/3}$ (όπου θα πρέπει να προσδιορίσετε τη σταθερά αναλογίας K)

(δ) Εξηγείστε τους όρους στη σχέση που δίνει το ρυθμό θερμοπυρηνικών αντιδράσεων μεταξύ σωματιδίων α και X, και εξηγείστε ποιοτικά την προέλευσή τους: $r_{aX} = \frac{1}{1+\delta_{\alpha X}} n_a n_X \langle\sigma\upsilon\rangle = \left(\frac{2}{kT}\right)^{3/2} \frac{1}{1+\delta_{\alpha X}} \frac{n_\alpha n_x}{(\mu\pi)^{1/2}} \int_0^\infty S(E) e^{-bE^{-1/2}} e^{-E/kT} dE$

Δείξτε με ένα πρόχειρο διάγραμμα τη κορυφή Gamow, και βρείτε την τιμή της ενέργειας στη κορυφή (μέγιστο).

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$L_\odot = 3.85 \times 10^{33} \mathrm{ergs}^{-1}$

$f_\odot \equiv S = 1.367 \times 10^6 \mathrm{ergs}^{-1}\mathrm{cm}^{-2}$ (ηλιακή σταθερά)

$M_\odot = 1.9891\mathrm{x}10^{30}$ kg

$R_\odot = 6.957 \times 10^8 m$

$R_\oplus = 6.371 \times 10^6 m$

$r_\oplus = 1AU = 1.496 \times 10^{11} m$

$1\mathrm{Jy} = 10^{-26} \mathrm{Wm}^{-2}\mathrm{Hz}^{-1}$

1 Parsec = 3.0857×10^{16} m

h = $6.62607015 \times 10^{-34} \mathrm{m}^2\mathrm{kg/s}$

$k_B = 8.6\ 10 - 5eV\ K^{-1}$

$m_e = 9.1093837 \times 10^{-31}$ kg

$m_p = 1{,}67262158\ \times 10^{-27}$ kg

$e = 1.60217663 \times 10^{-19}\mathrm{Cb}$

$G = 6.6743\ \times\ 10^{-1}\ \ \mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{s}^{-2}$

$\frac{dI_\nu}{ds} = -I_\nu(\alpha_\nu + \sigma_\nu) + \alpha_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu$ (για μέσο που εκπέμπει θερμικά, και για ελαστική σκέδαση)

$\tau_\nu(s) = \int_{s_o}^{s} a_\nu\,(s')ds'$

$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3/c^2}{\exp(h\nu/k_BT)-1}$

$x = 3(1-e^{-x}) \Rightarrow x = 2.82$, $y = 5(1-e^{-y}) \Rightarrow y = 4.97$, $\int_0^\infty \frac{x^3dx}{e^x-1} = \pi^4/15$

$g_1B_{12} = g_2B_{21} \qquad A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2}B_{21}$

$j_\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi}n_2A_{21}\phi(\nu) \qquad \alpha_\nu = \frac{h\nu}{4\pi}\phi(\nu)(n_1B_{12} - n_2B_{21}) \qquad S_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\left(\frac{g_2n_1}{g_1n_2} - 1\right)^{-1}$

$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1\exp\,(-E/k_BT)}{g_2\exp\,[-(E+h\nu_0)/k_BT]} = \frac{g_1}{g_2}\exp\,(h\nu_0/k_BT)$

$n_\upsilon d\upsilon = n\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{3/2} e^{-m\upsilon^2/2k_BT}4\pi\upsilon^2 d\upsilon$

$\frac{N_{i+1}n_e}{N_i} = \frac{Z_eZ_{i+1}}{Z_i}\left(\frac{2\pi m_ek_BT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\chi_i/k_BT}$

$\frac{1}{\alpha_R} \equiv \frac{\int_0^\infty (\alpha_\nu+\sigma_\nu)^{-1}\frac{\partial B_\nu}{\partial T}d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T}d\nu}$

$\alpha_{bf} = \frac{64\pi^4me^{10}}{3\sqrt{3}c^4h^6}z'^4\frac{g_{bf}}{n^5}\lambda^3 \propto \lambda^3\ n^{-5}\ (\lambda < \lambda_n)$ όπου $\lambda_n = \frac{ch^3n^2}{2\pi^2me^4z'^2}$

$a_{\mathrm{ff}}(\lambda, z', \upsilon) = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\frac{e^6}{c^4hm^2}z'^2\frac{g_{\mathrm{ff}}}{\upsilon}\lambda^3$

$\alpha_e = \frac{8}{3}\pi\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 = 6.654\ \times 10^{-29}m^2$

κ_R (ή σ_R) $= \kappa_e\left(\frac{\lambda_L}{\lambda}\right)^4$, λ_L=1026A

$\bar{\kappa}_{\text{ff}} = 3.68 \times 10^{18}\overline{g_{\text{ff}}}\,(1-Z)(1+X)\frac{\rho}{T^{3.5}}\,\text{m}^2\text{kg}^{-1}$
$\bar{\kappa}_{\text{H}^-} \approx 7.9 \times 10^{-34}(Z/0.02)\rho^{1/2}T^9\text{m}^2\text{kg}^{-1}$
$\bar{\kappa}_{\text{es}} = 0.02(1+X)\text{m}^2\text{kg}^{-1}$
Balmer series: $\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ *for* $m = 3,4,5, \ldots, R_H = 1.09677583 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$

$2\Delta\lambda_{1/2} = \frac{2}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}ln2}\,\lambda_o$

$\alpha_\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma_{\text{rad}}+\Gamma_{\text{coll}}}{4\pi^2} \frac{1}{\{\nu-[\nu_0+\nu_0(v_l/c)]\}^2+[(\Gamma_{\text{rad}}+\Gamma_{\text{coll}})/4\pi]^2}$

$t_{\text{ff}} = \left(\frac{3\pi}{32}\frac{1}{G\rho_0}\right)^{1/2}$

$M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{3/2}\left(\frac{3}{4\pi\rho_0}\right)^{1/2}$

$\frac{\text{dP}_{\text{rad}}}{\text{dr}} = -\frac{\bar{\kappa}\rho}{\text{c}}\text{F}_{\text{rad}}$

$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M_r\rho}{r^2} \qquad \frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2\rho \qquad \frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2\rho\varepsilon$

$$\begin{aligned}\frac{dT}{dr} &= -\frac{3}{4ac}\frac{\bar{\kappa}\rho}{T^3}\frac{L_r}{4\pi r^2} \quad \text{για} \quad \frac{dlnP}{dlnT} < \frac{\gamma}{\gamma-1}\\ &= -\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\frac{\mu m_H}{k}\frac{GM_r}{r^2} \quad \text{για} \quad \frac{dlnP}{dlnT} > \frac{\gamma}{\gamma-1}\end{aligned}$$

$\text{t}_{\text{KA}} \sim \text{M}^{-(\beta+7)/(\beta+1)}$
$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3}aT^4$
$P_{ic} = \frac{3}{4\pi R_{ic}^3}\left(\frac{M_{ic}kT_{ic}}{\mu_{ic}m_H} - \frac{1}{5}\frac{GM_{ic}^2}{R_{ic}}\right)$
$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{\text{SC}} \simeq 0.37\left(\frac{\mu_{\text{env}}}{\mu_{ic}}\right)^2$

$\mu = \frac{\sum_j N_j A_j}{\sum_j N_j}, \quad \mu = \frac{\sum_j N_j A_j}{\sum_j N_j(\text{Z}_j+1)}$

$r_{ix} = \left(\frac{2}{kT}\right)^{3/2}\frac{n_i n_x}{(\mu_m\pi)^{1/2}}\int_0^\infty S(E)e^{-bE^{-1/2}}e^{-E/kT}dE\ , b \equiv \frac{\pi\mu_m^{1/2}Z_1Z_2e^2}{2^{1/2}\epsilon_0 h}$

$\varepsilon_{pp} \simeq \varepsilon'_{0,pp}\rho X^2 f_{pp}\psi_{pp}C_{pp}T_6^4$
$\varepsilon_{\text{CNO}} \simeq \varepsilon'_{0,\text{CNO}}\rho XX_{\text{CNO}}T_6^{19.9}$
$\varepsilon_{3\alpha} \simeq \varepsilon'_{0,3\alpha}\rho^2Y^3f_{3\alpha}T_8^{41.0}$

$E_b = \Delta mc^2 = \left[Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{nucleus}}\right]c^2$