

**Φυσική των αστέρων**  
**Μαθήματα 16**  
**Παλλόμενοι αστέρες**  
**(κεφ. 14 στην αγγλική έκδοση)**

**α.ε. 2024-25**

# Παλλόμενοι Αστέρες (pulsating stars)

ch. 14 (14.1-14.2-14.3) C&O (English edition)

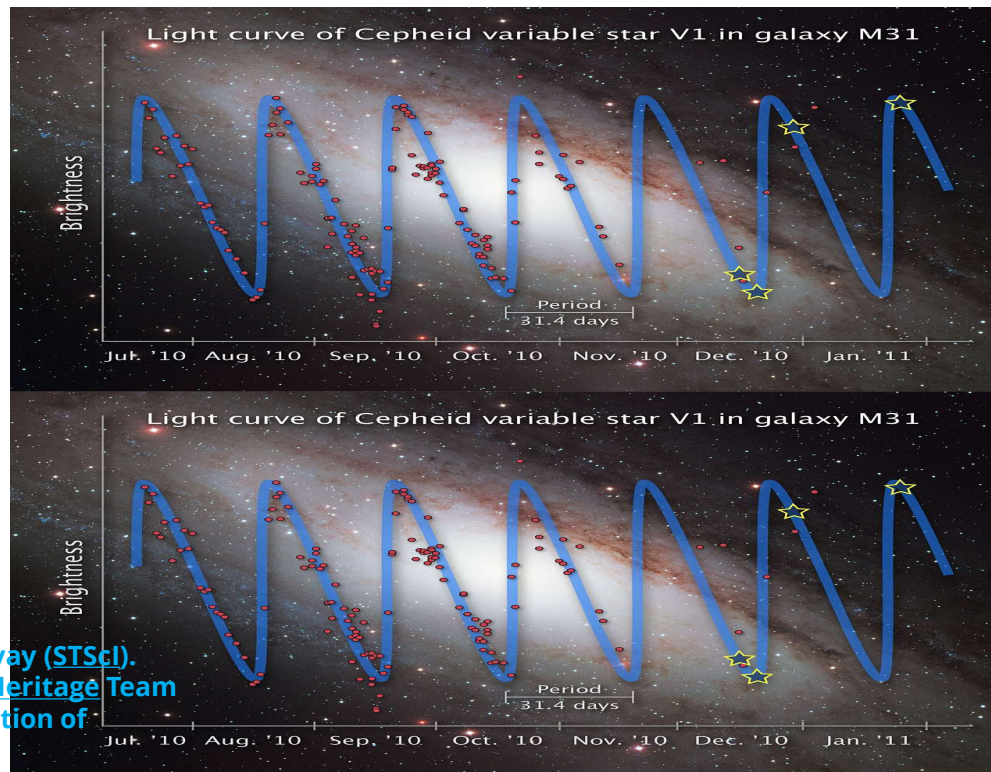


Illustration Credit: [NASA](#), [ESA](#) and [Z. Levay \(STScI\)](#).  
Science Credit: [NASA](#), [ESA](#), the [Hubble Heritage Team](#)  
([STScI/AURA](#)) and the [American Association of Variable Star Observers](#)

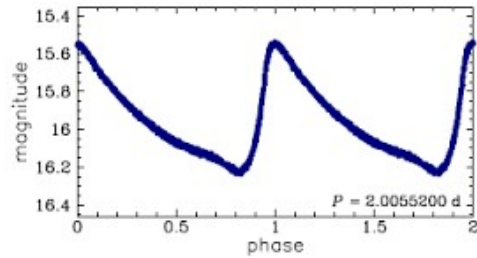
## Γενικά

- ✓ Όπως είδαμε, καθώς εξελίσσεται ένα άστρο αλλάζει η εσωτερική του δομή, αλλά και οι παρατηρήσιμες ποσότητες που το περιγράφουν όπως η φωτεινότητά του και η ενεργός θερμοκρασία του. Οι χρονικές κλίμακες με τις οποίες συμβαίνουν αυτές οι μεταβολές είναι η πυρηνική χρονική κλίμακα και η κλίμακα Kelvin-Helmholtz. Πρόκειται δηλαδή για πολύ αργές μεταβολές (είδαμε βέβαια ότι υπάρχουν εκρηκτικές καταστάσεις με πολύ γρήγορες μεταβολές όπως το helium flash. Αργότερα θα μιλήσουμε και για άλλες εκρηκτικές φάσεις της εξέλιξης, όπως οι εκρήξεις σουπερνόβα).
- ✓ Ωστόσο υπάρχουν άστρα που επιδεικνύουν ενδογενή μεταβλητή φωτεινότητα σε πολύ μικρές χρονικές κλίμακες (ωρών, ημερών, μηνών). Πρόκειται για τους λεγόμενους παλλόμενους αστέρες. Οι μεταβολές στη φωτεινότητα των άστρων αυτών οφείλεται σε μεταβολές στο εμβαδόν και στη θερμοκρασία των επιφανειακών στρωμάτων του άστρου.
- ✓ Σύμφωνα με πρόσφατες μελέτες, όλοι οι αστέρες πάλλονται σε κάποιο βαθμό (αστροσεισμολογία). Υπάρχουν όμως περιοχές στο διάγραμμα HR διάγραμμα όπου υπάρχουν συγκεντρωμένοι πληθυσμοί παλλόμενων αστέρων. Αυτό υποδεικνύει ότι οι αναπάσεις είναι πιο σημαντικές σε συγκεκριμένες φάσεις την αστρικής εξέλιξης.
- ✓ Οι αστρικές αναπάσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο των θεωριών αστρικής εξέλιξης και για τη μελέτη των μηχανισμών που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό των αστέρων.

# Παλλόμενοι αστέρες – χαρακτηριστικές καμπύλες φωτός

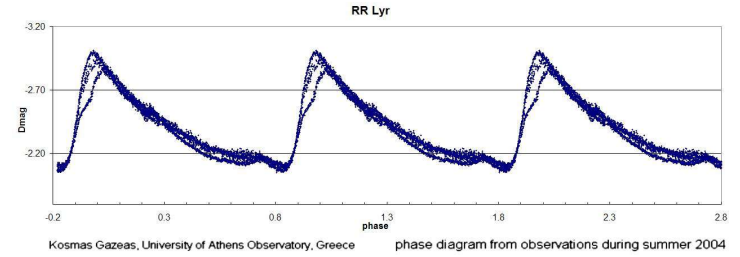
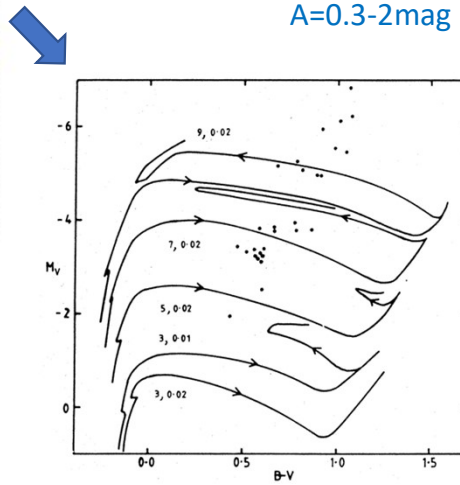
**Cepheids  
(H-shell burning)**

$P=1-70d$   
 $A=0.1-2mag$



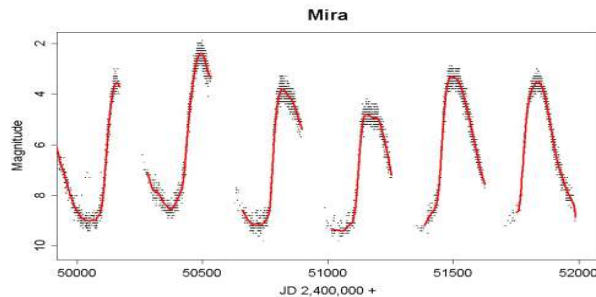
**RR-Lyrae  
(HB)**

$P=0.05-1.2 d$   
 $A=0.3-2mag$



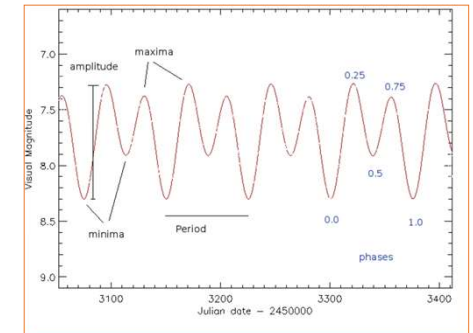
**Miras (AGB)**

$P>100 d$   
 $A \text{ several mag}$



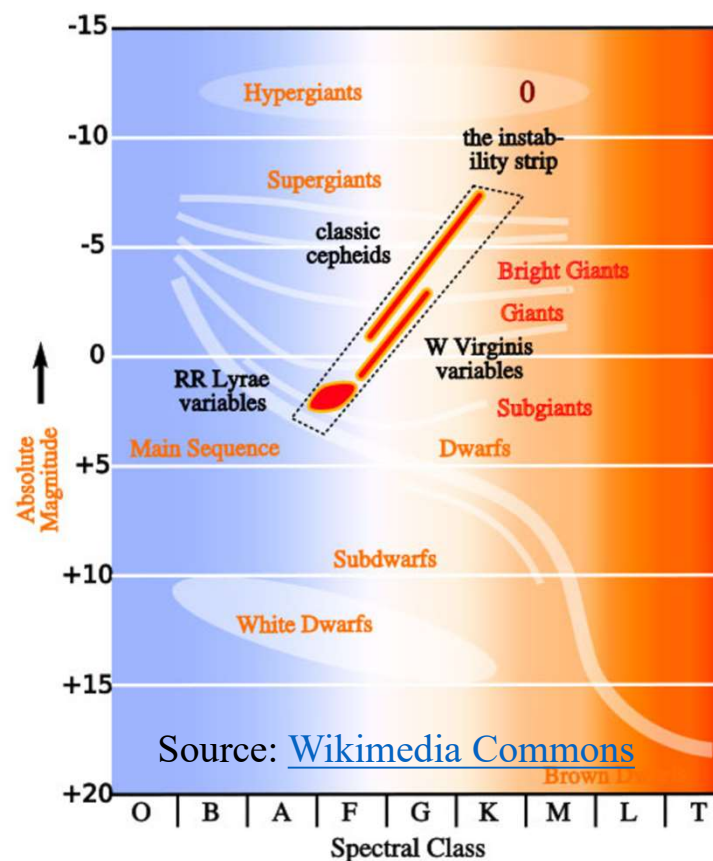
**RV Tauri stars  
(post AGB)**

$P=30-150 d$   
 $A \text{ up to } 3mag$



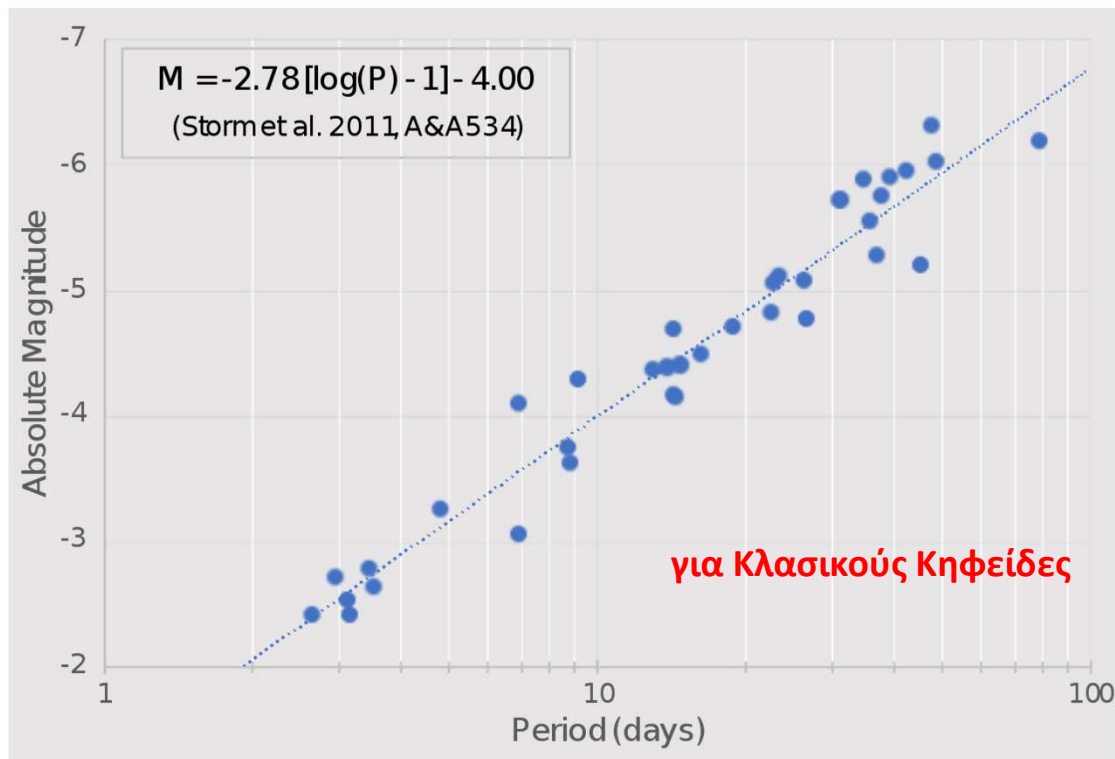
Αστέρες με ενδογενή μεταβλητότητα → αστέρες με τακτικές (regular) αναπάλσεις (regular pulsators)

Τύπος	Περίοδος (d)
RR Lyrae	0.3-0.9
Cepheids	1-50
W Virginis	2-50
RV Tauri	60-200
β Cep	0.2
δ Scuti	0.2
LPV	100-700
Semi-regulars	100-200
Mira's	150-700



→ Οι παλλόμενοι αστέρες βρίσκονται σε καλά ορισμένες περιοχές του διαγράμματος HR – στενή περιοχή θερμοκρασιών

→Συσχέτιση περιόδου των αναπάσεων και της φωτεινότητας



## Ζώνη ανατάσεων – instability strip

- ✓ Η ζώνη ανατάσεων στο διάγραμμα HR αντιστοιχεί σε μία στενή περιοχή ενεργών θερμοκρασιών, αλλά σε αρκετές τάξεις μεγέθους σε φωτεινότητα.
- ✓ Οποτεδήποτε ένας αστέρας, κατά την εξέλιξή του, «περάσει» από τη ζώνη αυτή εμφανίζει αστάθεια ανατάσεων.
- ✓ Οι αστρικές ανατάσεις είναι (συνήθως) ηχητικά κύματα (κύματα πίεσης) σε συντονισμό στο εσωτερικό των άστρων. Οι αστρικές ανατάσεις εξαρτώνται από την αστρική δομή (θα το δούμε αμέσως μετά)

# Ακτινικές αναπάλσεις

## Προσέγγιση «μηδενικής τάξης»

Ανάπαυση → διαταραχή πυκνότητας με μήκος κύματος ίσο με την αστρική διάμετρο → κανονική ανάπαυση → στάσιμο κύμα

Ένα ρευστό (το άστρο) με ακτίνα  $R$  έχει μία θεμελιώδη περίοδο ανάπαυσης

$$\Pi \approx \frac{2R}{v_s}$$

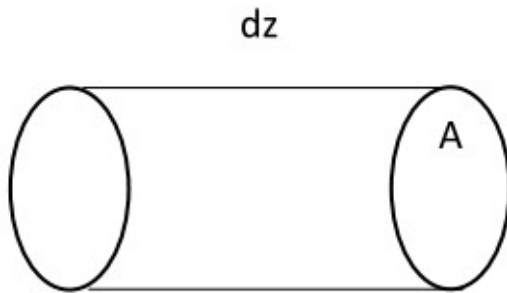
όπου  $R$  η ακτίνα του άστρου και  $v_s$  η ταχύτητα του ήχου στο ρευστό.

Αυτή η περίοδος είναι στην ουσία ο χρόνος που κάνει ένα κύμα πίεσης να διατρέξει την διάμετρο του άστρου.

Αλλά, γενικά σε ένα ρευστό,  $v_s^2 = \frac{dP}{d\rho}$



Πρόχειρη απόδειξη: Έστω ένα ηχητικό κύμα που διαδίδεται μέσα στο ρευστό. Σε χρόνο  $dt$  διανύει απόσταση  $dz=udt$ .



Εφόσον η ροή μάζας είναι σταθερή, δηλ.  $\dot{m} = \rho v A = \text{σταθ} \Rightarrow \rho v = \text{σταθ} \Rightarrow v d\rho = -\rho dv$

Από τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα

$$(\rho A dz) \frac{dv}{dt} = -A dP \Rightarrow dP = (-\rho dv) \frac{dz}{dt} = v d\rho \frac{dz}{dt} \Rightarrow v^2 = v_s^2 = \frac{dP}{d\rho}$$


---

Για ισοθερμικό αέριο  $P = \rho^\gamma$  (ή ισοδύναμα  $PV^\gamma = \text{σταθ}$ )

$$\text{Οπότε } v_s^2 = \gamma \frac{P}{\rho}$$

$$\text{Από το θεώρημα Virial: } U = 2K \Rightarrow \frac{GM^2}{R} = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{M}{\mu_H} kT$$

$$\text{Από νόμο ιδανικών αερίων: } PV = NkT \Rightarrow P \frac{M}{\rho} = \frac{M}{\mu_H} kT \Rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{kT}{\mu_H}$$

$$\text{Άρα } \frac{GM^2}{R} = 3M \frac{P}{\rho} = 3M \frac{v_s^2}{\gamma} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{GM\gamma}{3R}}$$

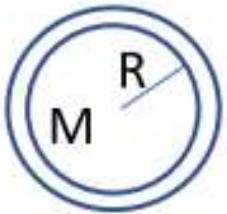
$$\Pi \approx \frac{2R}{v_s} = \sqrt{\frac{4R^3}{5GM}} \sim \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad \text{για } \gamma=5/3$$

$$\text{Σε μονάδες ηλιακής μάζας και ακτίνας, } \Pi \sim 1600 \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{3/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2} \text{ (days)}$$

Π.χ. για ένα ισοθερμικό άστρο 100 ηλιακών ακτίνων και 10 ηλιακών μαζών η περίοδος είναι  $\sim 5.8$  μέρες ( $\sim$  παρατηρούμενη).

## Μοντέλο μίας ζώνης – One zone model

Ας θεωρήσουμε ένα σφαιρικό φλοιό μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$ . Έστω η μάζα του άστρου που περικλείεται από την ακτίνα  $R$  είναι  $M_R$ , και ότι η πίεση που ασκείται στον φλοιό από το εσωτερικό του άστρου είναι  $P$ . Η βαρυτική έλξη που ασκεί η μάζα  $M_R$  στη μάζα του φλοιού  $m$  είναι ίση με  $GmM_R/R^2$ . Οπότε η εξίσωση κίνησης του φλοιού είναι η:



$$m \frac{d^2 R}{dt^2} = - \frac{GMm}{R^2} + 4\pi R^2 P$$

Έστω τώρα ότι οι τιμές σε κατάσταση ισορροπίας των  $R$  και  $P$  είναι  $R_0$  και  $P_0$  αντίστοιχα, οπότε

$$- \frac{GMm}{R_0^2} + 4\pi R_0^2 P_0 = 0$$

Ας υποθέσουμε ότι για κάποιο λόγο προκαλείται μία μετατόπιση κατά  $\delta R$  με αντίστοιχη μεταβολή της πίεσης κατά  $\delta P$ ,

$$R = R_0 + \delta R$$

$$P = P_0 + \delta P$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση κίνησης και διατηρώντας μόνο όρους πρώτης τάξης, προκύπτει ότι:

$$m \frac{d^2(R_0 + \delta R)}{dt^2} = -\frac{GMm}{(R_0 + \delta R)^2} + 4\pi(R_0 + \delta R)^2(P_0 + \delta P) \Rightarrow$$

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} \cong -\frac{GMm}{R_0^2} + \frac{2GMm}{R_0^3} \delta R + 4\pi R_0^2 P_0 + 8\pi R_0 P_0 \delta R + 4\pi R_0^2 \delta P \Rightarrow$$

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} \cong \frac{2GMm}{R_0^3} \delta R + 8\pi R_0 P_0 \delta R + 4\pi R_0^2 \delta P$$

$$\text{διότι } -\frac{GMm}{R_0^2} + 4\pi R_0^2 P_0 = 0$$

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} \cong \frac{2GMm}{R_0^3} \delta R + 8\pi R_0 P_0 \delta R + 4\pi R_0^2 \delta P$$

$$\text{αν } PV^\gamma = \text{σταθερό} \Rightarrow \frac{\delta P}{P} = -3\gamma \frac{\delta R}{R} \Rightarrow \delta P \cong -3\gamma \frac{P_0}{R_0} \delta R$$

$$\frac{GMm}{R_0^2} = 4\pi R_0^2 P_0$$

$$\frac{d^2(\delta R)}{dt^2} + \underbrace{(3\gamma-4) \frac{GM}{R_0^3}}_{\omega^2} \delta R = 0$$

αν  $\gamma > 4/3$  έχω ταλάντωση  
γύρω από τη θέση ισορροπίας

με περίοδο ταλάντωσης

$$\Pi = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\left[(3\gamma-4) \frac{GM}{R_0^3}\right]^{1/2}} \propto R^{3/2} M^{1/2}$$

## Σχέση περιόδου – φωτεινότητας

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα δείγμα από άστρα περίπου ίδιας μάζας και θερμοκρασίας (θυμηθείτε ότι η ζώνη αστάθειας είναι πολύ στενή – περίπου ίδια θερμοκρασία), τότε η φωτεινότητα  $L \propto R^2 \Rightarrow R \propto L^{1/2}$

Οπότε η περίοδος θα είναι  $\Pi \propto R^{3/2} \propto L^{3/4}$

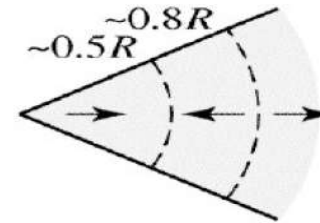
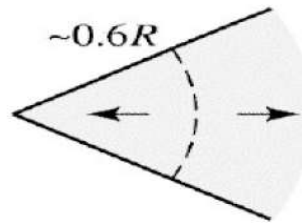
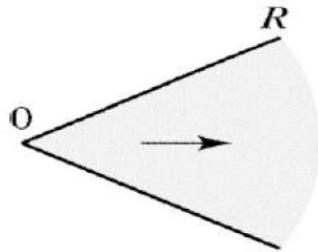
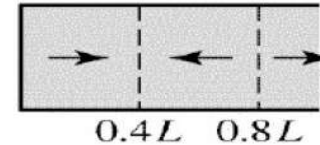
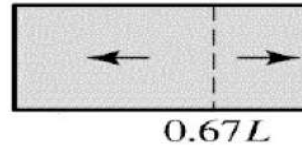
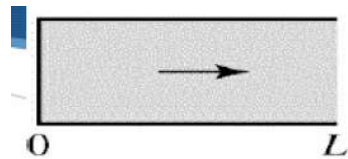
$$\Rightarrow \log \Pi = \frac{3}{4} \log L = -\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} M + \text{σταθ} = -0.3M + \text{σταθ} \Rightarrow M = -3 \log \Pi + \text{σταθ}$$

*→ απόλυτα μέγεθος, όχι μάζα!*

χρησιμοποιώντας το ότι  $M = -2.5 \log L + \text{σταθ}$

Για Κηφείδες, έχει βρεθεί ότι  $M = -2.8 \log \Pi^d - 1.43$

# Ρυθμοί ταλάντωσης



## Βασικός ρυθμός

- Δεσμός στο κέντρο του άστρου – κοιλία στην επιφάνεια
- Το αέριο κινείται προς την ίδια κατεύθυνση παντού

## Πρώτη αρμονική

- Δεσμός στο κέντρο και σε ένα ακόμα σημείο του άστρου – κοιλία στην επιφάνεια
- Το αέριο κινείται σε αντίθετες κατευθύνσεις στον ενδιάμεσο δεσμό

## Δεύτερη αρμονική

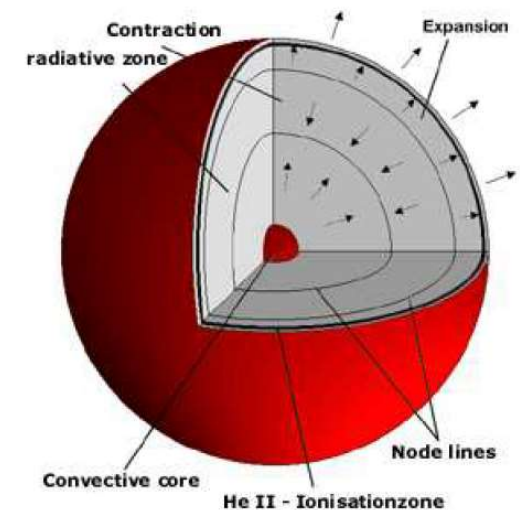
- Δεσμός στο κέντρο και σε δύο ακόμα σημεία του άστρου – κοιλία στην επιφάνεια
- Το αέριο κινείται σε αντίθετες κατευθύνσεις στους ενδιάμεσους δεσμούς

# Ποιος είναι ο φυσικός μηχανισμός της ακτινικής ανάπαλσης

- Ο μηχανισμός  $\kappa - \eta$  βαλβίδα του Eddington

Όπως είδαμε οι αναπάλσεις είναι ταλαντώσεις γύρω από μία θέση ισορροπίας

- 1) Θεωρούμε ένα στρώμα στο άστρο, που χάνει για κάποιο λόγο πρόσκαιρα την υδροστατική υποστήριξη και καταρρέει
- 2) Το στρώμα αυτό συμπιέζεται και θερμαίνεται
- 3) Η αδιαφάνεια αυξάνεται (δες στην επόμενη διαφάνεια γιατί συμβαίνει αυτό) , παρεμποδίζοντας την ακτινοβολία που προέρχεται από το εσωτερικό του άστρου κάτω από το θεωρούμενο στρώμα, να διαδοθεί προς τα έξω
- 4) Η θερμοκρασία και η πίεση θα αυξηθούν κάτω από το στρώμα
- 5) όταν η πίεση αυξηθεί αρκετά, το στρώμα θα ωθηθεί πάλι προς τα έξω θα διασταλεί, θα ψυχθεί και θα γίνει πιο διαφανές στην ακτινοβολία
- 6) Η ακτινοβολία μπορεί τώρα να «αποδράσει» προς τα έξω
- 7) Ο κύκλος ξεκινά πάλι





## Ο ρόλος της αδιαφάνειας

➤ Αδιαφάνεια Kramer  $\kappa \propto \rho/T^{3.5}$

➤ Με την κατάρρευση του στρώματος αυξάνεται η θερμοκρασία και η πυκνότητα, αλλά η θερμοκρασία, είναι στον παρανομαστή με εκθέτη 3.5 ενώ η πυκνότητα στον αριθμητή έχει εκθέτη 1, οπότε η αδιαφάνεια μειώνεται συνήθως.

→ Αυτό δεν συμβαίνει στις ζώνες **μερικού ιονισμού**:

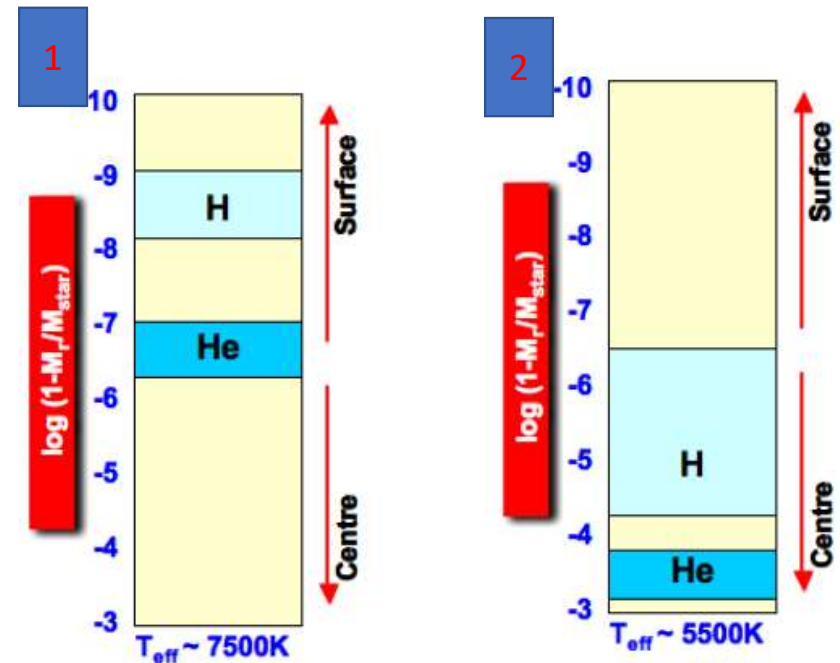
- Μία ζώνη μερικού ιονισμού υδρογόνου, π.χ., σε κάποιο βάθος του άστρου είναι ανάμεσα από μία περιοχή πλήρως ιονισμένη (από «κάτω») και μια περιοχή ουδέτερη (από πάνω). Μέσα στην ίδια τη ζώνη μερικού ιονισμού υπάρχουν και ιονισμένα και ουδέτερα άτομα, και ο λόγος τους είναι ευαίσθητη συνάρτηση της θερμοκρασίας (εξ. Saha).
- Όταν το ρευστό συμπιέζεται, μέρος της εσωτερικής ενέργειας αποθηκεύεται στην αύξηση του ιονισμού (οπότε δεν αυξάνεται η θερμοκρασία) οπότε σε συνδυασμό με την αύξηση της πυκνότητας καταλήγουμε στην αύξηση της αδιαφάνειας.
- Κατά την διαστολή, η αποθηκευμένη εσωτερική ενέργεια (ιονισμός) απελευθερώνεται (επανασύνδεση) και η μείωση της πυκνότητας οδηγεί σε μείωση της αδιαφάνειας (η θερμοκρασία μεταβάλλεται λίγο)

## Πότε οι ζώνες μερικού ιονισμού ευνοούν αναπάλσεις

**1.** Αν οι ζώνες μερικού ιονισμού (ZMI) είναι κοντά στην επιφάνεια, **δεν συμβαίνουν αναπάλσεις**, διότι δεν υπάρχει αρκετή μάζα πάνω από τη ZMI. Αυτό συμβαίνει για άστρα με  $T_{\text{eff}} > \sim 7500\text{K}$

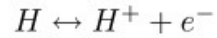
**2.** Αν οι ζώνες είναι πολύ βαθιά μέσα στο άστρο, οι ταλαντώσεις απορροφώνται (στην ουσία η μεταφορά ενέργειας γίνεται με convection κυρίως και όχι με ακτινοβολία)  $\rightarrow$  **δεν ευνοούνται οι αναπάλσεις**

Αυτό συμβαίνει για άστρα με  $T_{\text{eff}} < \sim 5500\text{K}$



## Τρεις (κύριες) ζώνες μερικού ιονισμού

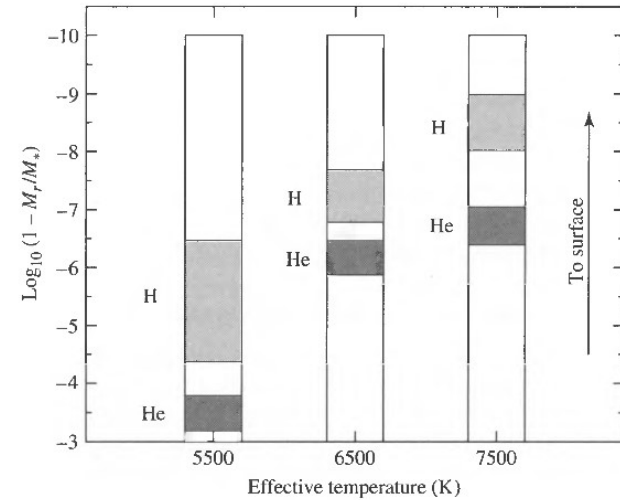
- H I, He I 10.000-15.000K



- He II 40.000K



- Fe-peak 200.000K  
(π.χ. β-Cephei)



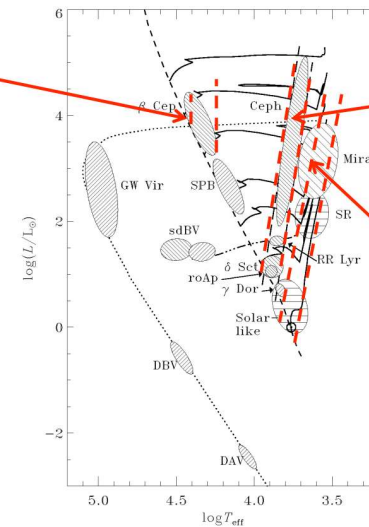
iron ionization

He II ionization

Red edge due to location of partial ionization zone

Blue edge due to convection reaching this zone

H I & He I ionization



# Άλλοι μηχανισμοί ακτινικών αναπάλλσεων

## ➤ Ο μηχανισμός $\gamma$ (μαζί με τον $\kappa$ )

Στη ZMI ο μηχανισμός  $\kappa$  ενισχύεται από την τάση της θερμότητας να εισρέει στη ZMI κατά τη διάρκεια της συμπίεσης λόγω του ότι η θερμοκρασία στη ZMI είναι χαμηλότερη από τις γειτονικές περιοχές, οπότε αυξάνεται ο ιονισμός μέσα στη ZMI. Αυτός είναι ο μηχανισμός  $\gamma$ .

## ➤ Ο μηχανισμός $\epsilon$

Ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας στον πυρήνα ενός άστρου ( $\epsilon$ ) είναι πολύ ευαίσθητος σε μεταβολές της θερμοκρασίας

→ οπότε μπορεί να υποθέσει κανείς ότι μικρές μεταβολές (ακόμα και τυχαίες/στατιστικής φύσεως αυξομειώσεις) στη  $T$  θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε σημαντικές μεταβολές στο  $\epsilon$

Μαθηματικά μοντέλα έδειξαν ότι αυτός ο μηχανισμός θα μπορούσε να δώσει κάποια μορφή αναπάλλσεων μόνο σε fully convective άστρα (π.χ. ψυχρά άστρα τύπου M) ή σε άστρα πολύ μεγάλης μάζας  $M > 60M_{\odot}$ .

# Σχόλια

Έχουμε υποθέσει ότι οι αναπάλσεις είναι αδιαβατικές και γραμμικές (δηλ. μικρού πλάτους – το οποίο δεν ισχύει π.χ. στους Κηφείδες)

- μη αδιαβατικά μοντέλα
- μη αδιαβατικά και μη γραμμικά μοντέλα
- Άλλοι παράγοντες που δεν λαμβάνονται υπόψη και μπορούν να επηρεάσουν τις αναπάλσεις: μαγνητικά πεδία, διαφορική περιστροφή, convection κλπ.

# Μη ακτινικές αναπάλσεις (non-radial pulsation)

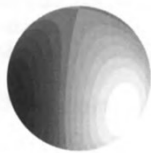


Μέχρι τώρα μιλήσαμε για ακτινικές αναπάλσεις

Αν δεν έχουμε κίνηση κατά μήκος της ακτίνας, αλλά κάποια τμήματα της αστρικής επιφάνειας διαστέλλονται και άλλα συστέλλονται, ή το άστρο αλλάζει σχήμα διατηρώντας τον όγκο του σταθερό, τότε έχουμε μη ακτινικές αναπάλσεις



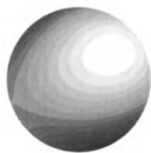
$\ell = 0, m = 0$  (radial)



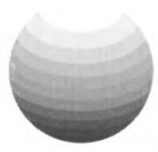
$\ell = 2, m = \pm 2$



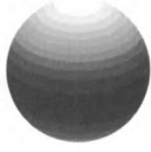
$\ell = 1, m = \pm 1$



$\ell = 2, m = \pm 1$



$\ell = 1, m = 0$



$\ell = 2, m = 0$

Οι μη ακτινικές αναπάλσεις περιγράφονται μαθηματικά από σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις  $Y_l^m$

$l$  : αριθμός επιφανειακών κόμβων (ακίνητων γραμμών)  
 $m$  : ο αριθμός αυτών των γραμμών που διέρχονται από τους πόλους (relevant for rotating stars)

Ακτινικές και μη ακτινικές αναπάλσεις μπορεί να συνυπάρχουν

## Υπάρχουν δύο κύρια είδη μη ακτινικών αναπάλσεων

- **p-modes**: ηχητικά κύματα που διαδίδονται και οριζόντια στην επιφάνεια του άστρου (και όχι μόνο ακτινικά όπως συμβαίνει στις ακτινικές αναπάλσεις) → η πίεση παίζει τον ρόλο της δύναμης επαναφοράς

### Ακουστική συχνότητα

Μήκος κύματος =  $2\pi r / \sqrt{l(l+1)}$ , όπου  $r$  η ακτίνα του άστρου

Ακουστική συχνότητα =  $2\pi/T = 2\pi[v_s/\lambda] = 2\pi[v_s / (2\pi r / \sqrt{l(l+1)})]$

όπου  $v_s = \sqrt{\gamma P / \rho}$  η αδιαβατική ταχύτητα του ήχου

- **g-modes**: κύματα βαρύτητας - άνωση

### Συχνότητα άνωσης (buoyancy frequency)

$N = \sqrt{-Ag}$ , όπου  $-A = \frac{1}{\gamma P} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr}$  → απόδειξη στην επόμενη διαφάνεια...

## Η συχνότητα Brunt-Vaisala (buoyancy frequency)

Έστω μία φυσαλίδα αστρικού υλικού που μετατοπίζεται προς τα πάνω από τη θέση ισορροπίας κατά  $dr$ .

Υποθέτουμε ότι η κίνηση της φυσαλίδας είναι αρκετά αργή ώστε η πίεση στο εσωτερικό της να είναι πάντα ίση με την πίεση του περιβάλλοντος, αλλά και αρκετά γρήγορη ώστε να μην υπάρχει ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον (αδιαβατική διαστολή και συστολή της φυσαλίδας αερίου).

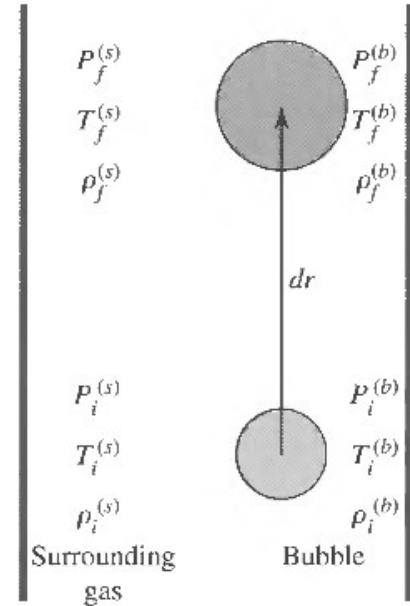
Αν η πυκνότητα της φυσαλίδας είναι μεγαλύτερη από την πυκνότητα του νέου περιβάλλοντός της, θα επανέλθει στην αρχική της θέση. Η συνολική δύναμη επαναφοράς (ανά μονάδα όγκου) στη τελική θέση της φυσαλίδας, είναι σύμφωνα με τον νόμο της άνωσης:

$$f_{\text{net}} = (\rho_f^{(s)} - \rho_f^{(b)}) g \quad \text{όπου} \quad g = GM_r / r^2$$

Χρησιμοποιώντας ανάπτυγμα Taylor για τη πυκνότητα και κρατώντας όρους πρώτης τάξης, προκύπτει:

$$f_{\text{net}} = \left[ \left( \cancel{\rho_f^{(s)}} + \frac{d\rho_f^{(s)}}{dr} dr \right) - \left( \cancel{\rho_f^{(b)}} + \frac{d\rho_f^{(b)}}{dr} dr \right) \right] g \rightarrow f_{\text{net}} = \left( \frac{d\rho_f^{(s)}}{dr} - \frac{d\rho_f^{(b)}}{dr} \right) g dr$$

(s: surroundings b: bubble)





Αλλά, αφού υποθέσαμε ότι η διεργασία είναι αδιαβατική, έχουμε ότι:

$$P = K\rho^\gamma \quad \rightarrow \quad \frac{dP}{dr} = \gamma \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dr}.$$

οπότε

$$f_{\text{net}} = \left( \frac{d\rho^{(s)}}{dr} - \frac{\rho_i^{(b)}}{\gamma P_i^{(b)}} \frac{dP^{(b)}}{dr} \right) g dr$$

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε το (b) με το (s) αφού οι πυκνότητες στην αρχική θέση ήταν ίσες, και οι πιέσεις από υπόθεση είναι πάντα ίδιες (μεταξύ b και s).

Οπότε:

$$f_{\text{net}} = \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} - \frac{1}{\gamma P} \frac{dP}{dr} \right) \rho g dr.$$

Θέτουμε  $A \equiv \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} - \frac{1}{\gamma P} \frac{dP}{dr}$  οπότε  $f_{\text{net}} = \rho A g dr.$

$A > 0$ : συνθήκη για μεταφορά θερμότητας με συναγωγή (convection) condition for convective instability

$A < 0$ :  $\rightarrow$  δύναμη επαναφοράς στην αρχική θέση

## Για την περίπτωση που $A < 0$

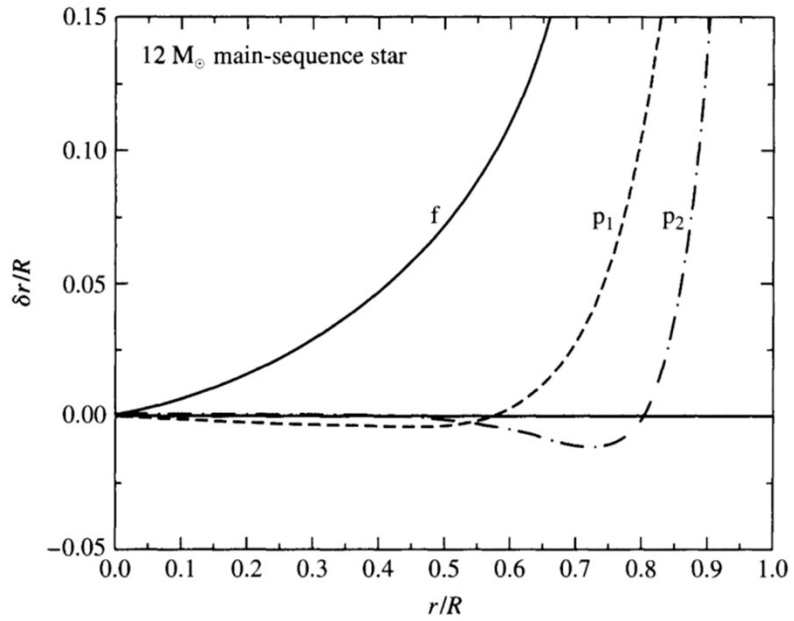
Η επιτάχυνση είναι ίση με  $a = f_{\text{net}}/\rho = Ag dr$  (θυμηθείτε ότι  $f_{\text{net}}$  είναι η δύναμη ανά μονάδα όγκου)

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης  $N$  δίνεται από τη σχέση  $N^2 = -Ag$ , οπότε

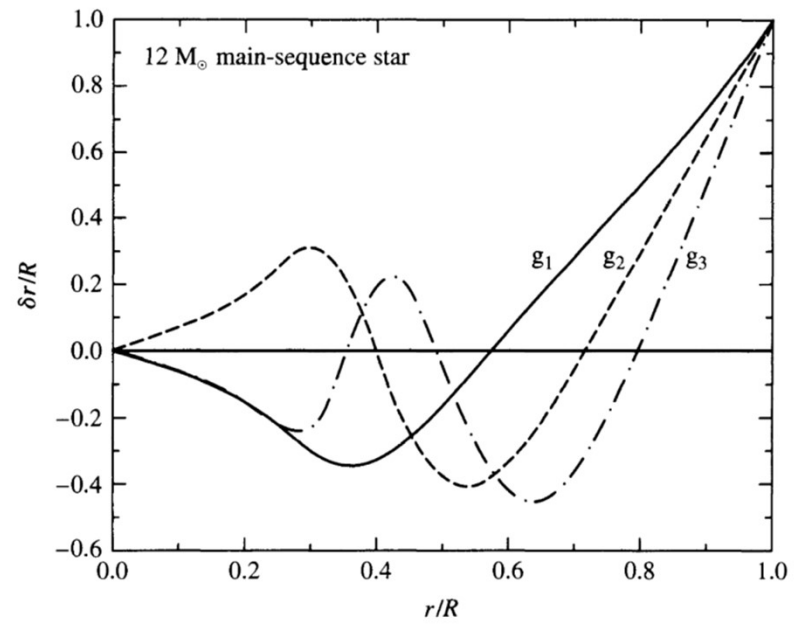
$$N = \sqrt{-Ag} = \sqrt{\left(\frac{1}{\gamma P} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr}\right) g}.$$

Η συχνότητα αυτή είναι μηδενική στο κέντρο του άστρου ( $g=0$ ) και στις άκρες των ζωνών μεταφοράς με συναγωγή (convection zones), όπου  $A=0$ .

Επίσης, δεν ορίζεται σε περιοχές με μεταφορά θερμότητας με συναγωγή ( $A > 0$ )



Nonradial p-modes with  $l = 2$



Nonradial g-modes with  $l = 2$

Τα g-modes περιλαμβάνουν σημαντικές κινήσεις μέχρι το κέντρο του άστρου, ενώ τα p modes κοντά στην επιφάνεια.



αστεροσεισμολογία