Τρίτη 23 Μαρτίου

$$\dot{x} = x + 2 \qquad x(0) = 0$$

$$\dot{x} = \alpha x + \beta(t) \qquad x(0) = x_0$$

$$x = e^{\alpha t} x_0 + \int_0^t \underbrace{e^{\alpha(t-s)}}_{G(t-s)} \beta(s)\,ds$$

επιβεβαίωση ότι αυτή
είναι λύση

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + f(t) \qquad \dot{x} = y$$

$$\dot{y} = -\omega^2 x$$

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ f(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = e^{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix} t} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \int_0^t e^{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}(t-s)} \begin{bmatrix} 0 \\ f(s) \end{bmatrix} ds$$

<u>Gompertz</u>

$$\dot{x} = \begin{cases} -x \overset{\alpha}{\log x} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$x = x_0^{e^t} = e^{\log x_0 e^t}$$

υπερεκθετική
εξάρτηση

Lipschitz είναι
ικανή αλλά όχι

αγαγκαδια

$$dt = -\frac{dx}{x\log x}$$

$$t = \int \frac{dx}{x\log x} = \int \frac{dy}{y}$$

$$y = \log x \qquad = \log(\log x)$$

$x > 0$

$$\dot{x} = x(1-x) - h \qquad h < 1/4$$

$h \qquad x_0(h)$

$h \qquad x > x_c(h)$ ψᾶρκβε.

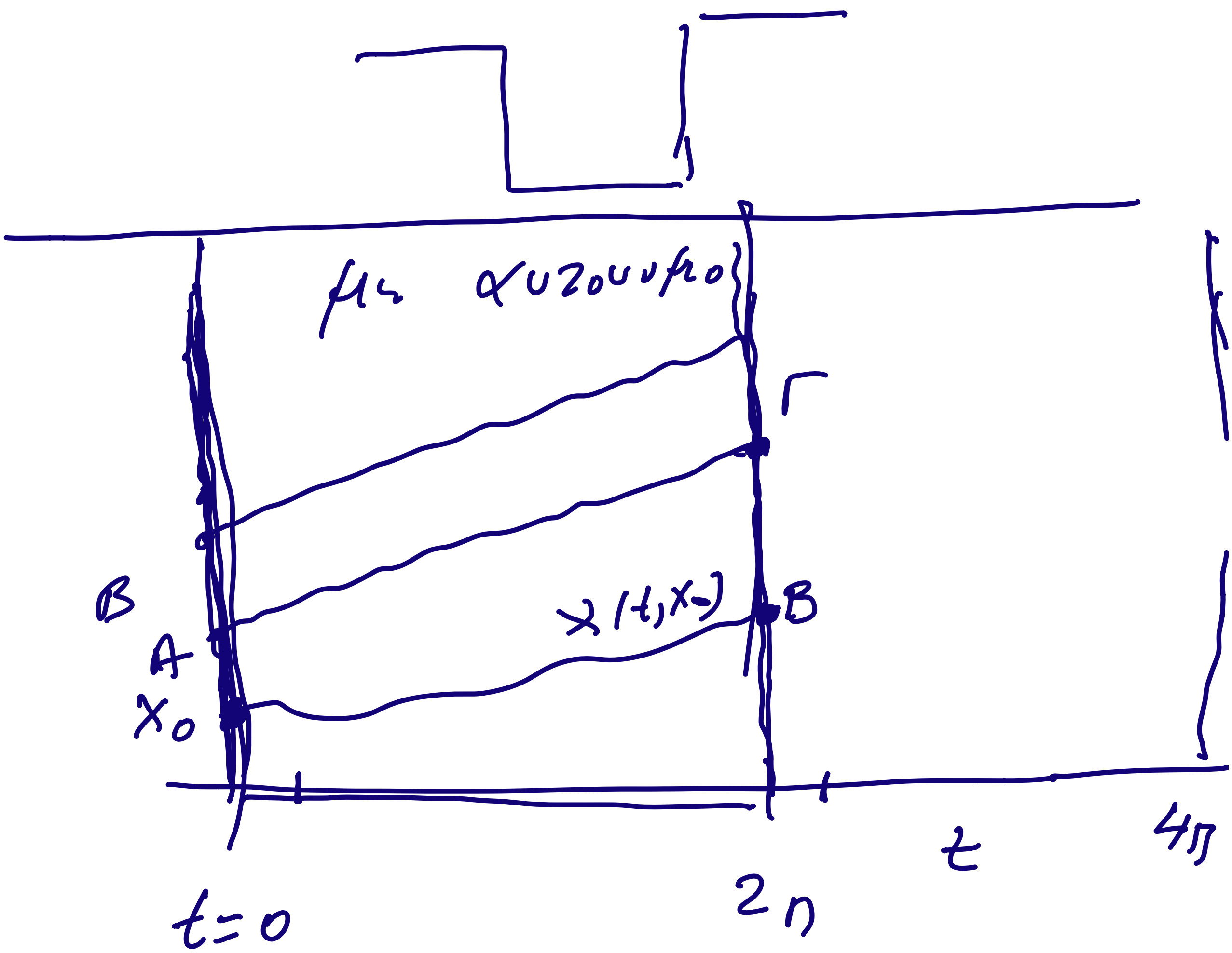
$$\left.\begin{array}{l} \dot{x} = x(1-x) - h(t) \\ \qquad h(t) \end{array}\right\}$$

$$\bar{h} = h_0$$

$h(t+2\pi)$

$h = h_0(1 + \alpha \sin t + \beta \sin 2t + \dots)$

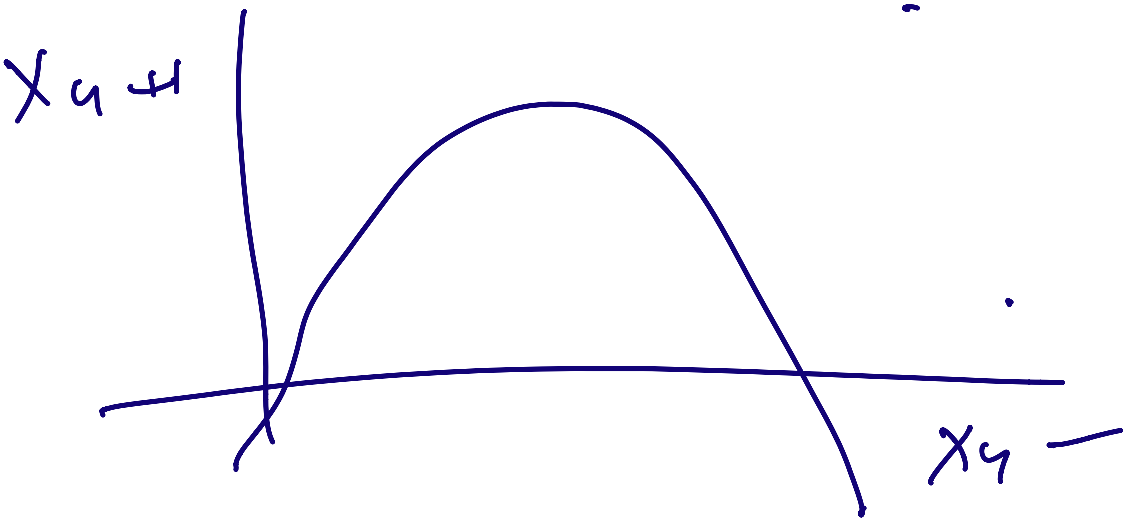
$h = h_0(1 + \varepsilon \sin t)$



$A \to B$

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

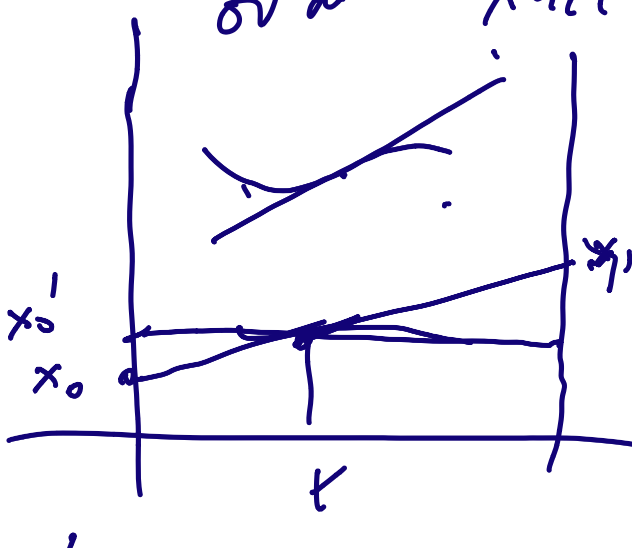
απεικόνιση Poincaré



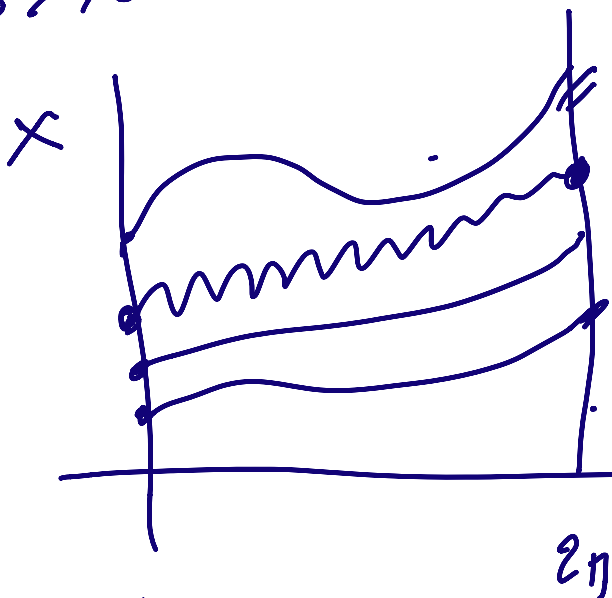
Σε μονοδιάστατα

όχι $x_{n+1} = f(x_n)$

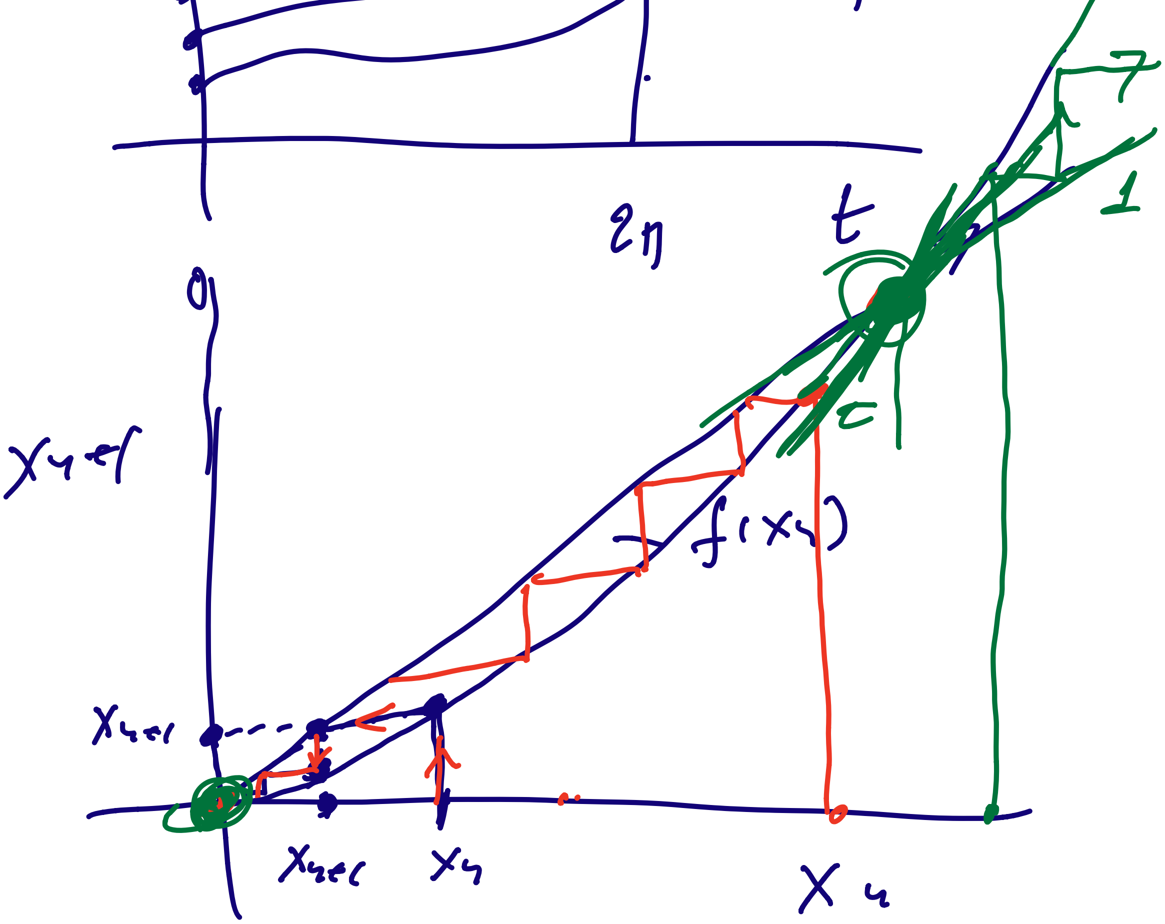
$$\dot{x} = \underbrace{x(x-c) - h(t)}$$

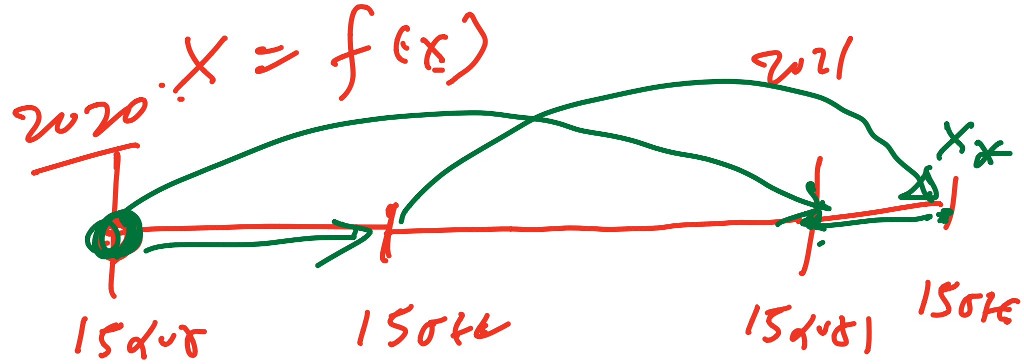


$x_0' > x_0$



Είναι Αονίζοτες αναγκαστικά ή απεικόνιση Poincare





x_0 $\quad$ x_* $\quad$ x_0

$$\dot{x} = x(1-x) - h(t)$$

δεν υπάρχει
σημείο ισορροπίας

φυσιολογικά πάει σε ένα ευσταθές
σημείο

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

x_* $\quad$ $x_* = f(x_*)$

$x_* + x'$ $\quad$ x'

$$x_{n+1} = \underline{x_*} + y_{n+1}$$

$$x_* + y_{n+1} = f(x_* + y_n)$$

y_n μικρό $\quad$ $= f(x_*) + y_n f'(x_*) + \dots$

$$y_{n+1} = f'(x_*)\, y_1$$

σε πρώτη τάξη

$$f'(x_*) \neq 0$$

πότε είναι ευσταθής

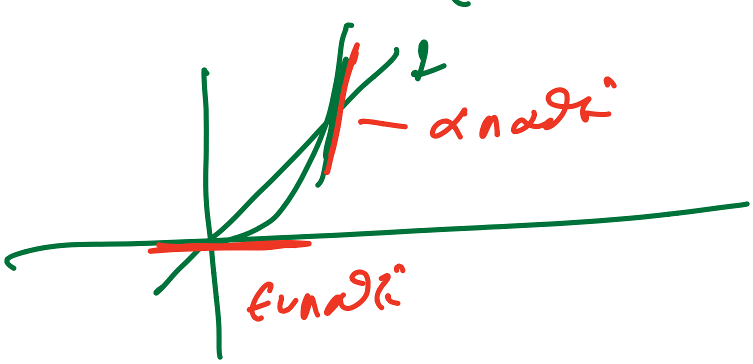
$$y_N = \left(f'(x_*)\right)^{N-1} y_1$$

$$|f'(x_*)| < 1$$

είναι ευσταθής

$$|f'(x_*)| > 1$$

είναι ασταθής



$x_* = f(x_*)$

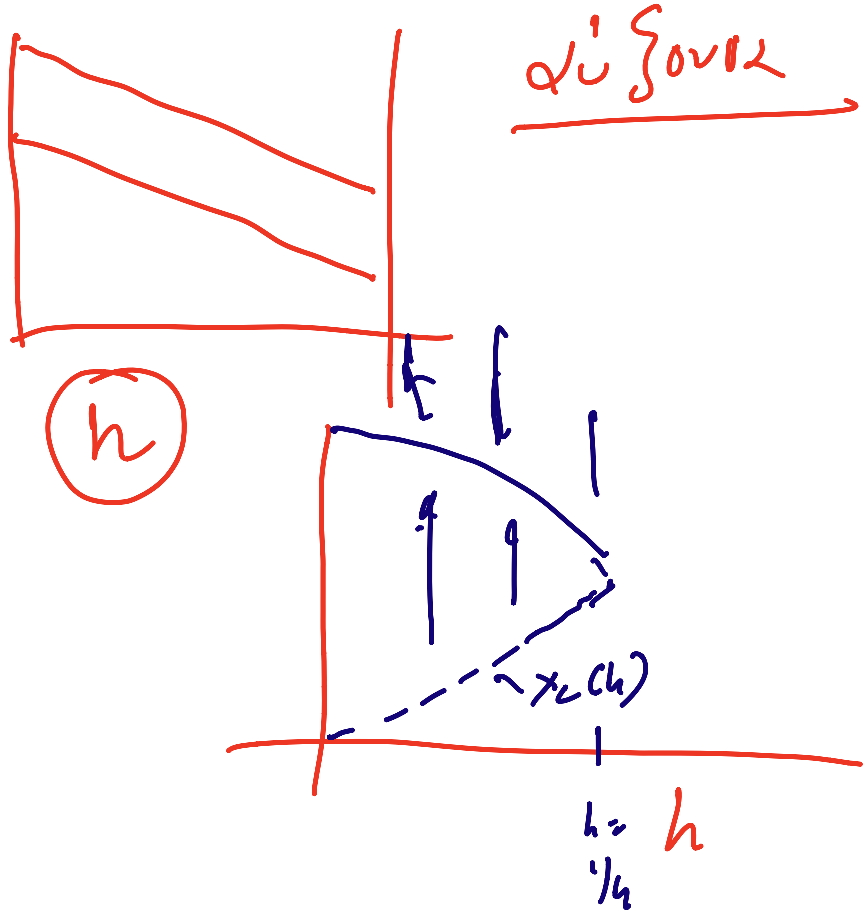
σημεία
σταθερά
περιόδου 1

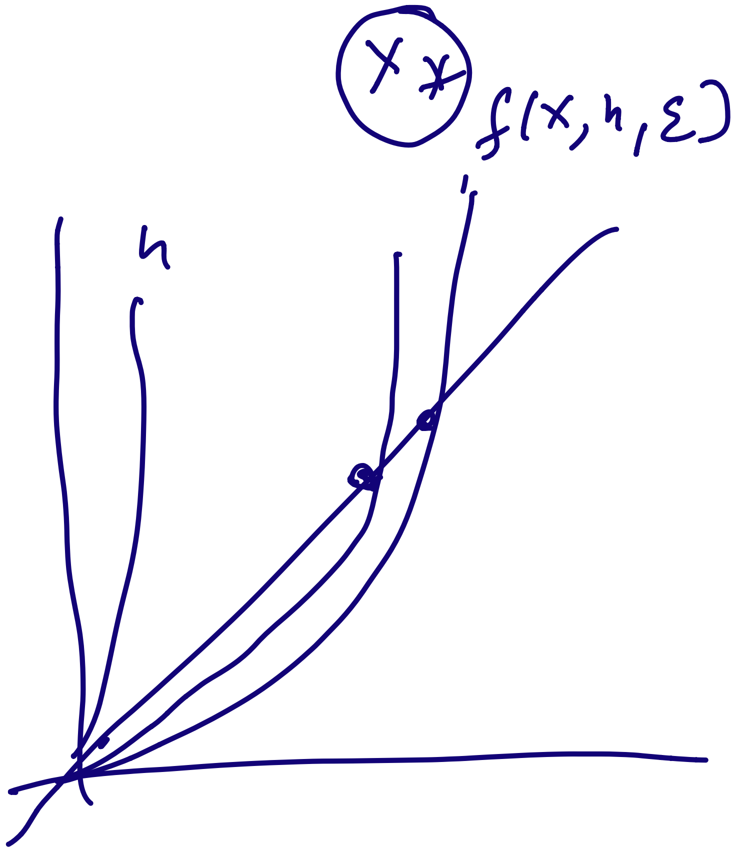
$x_* = f(f(x_*))$

περιόδου 2

$x_* = f(f(\cdots f(x_*)))$

αύξονται




x*
f(x, h, ε)
h