

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Άσκηση ΜΓΔΣ για Τρίτη 15/3

Θεωρήστε τη γραμμική διαφορική εξίσωση

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} + m^2 u = 0$$

που είναι γνωστή ως εξίσωση Klein-Gordon, με $u = u(t, x)$.

1. Να βρεθεί η σχέση διασποράς $\omega(k)$.
2. Να σχεδιασθεί το διάγραμμα της παραπάνω σχέσης. Εντοπίστε τις μπάντες διέλευσης και το χάσμα (μη-διέλευσης).
3. Να βρεθούν οι v_p, v_g καθώς και το γινόμενο τους.
4. Να λυθεί η παραπάνω διαφορική εξίσωση με αρχικές συνθήκες $u(x, 0) = f(x), u_t(x, 0) = g(x)$.
5. Ειδικά αν $f(x) = \delta(x), g(x) = 0$, δείξτε ότι

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(kx) \cos(\omega(k)t) dk .$$