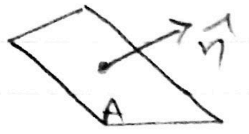
Ηλεκτρική ροή



Διάνυσμα επιφάνειας / μέτρο και κατεύθυνση

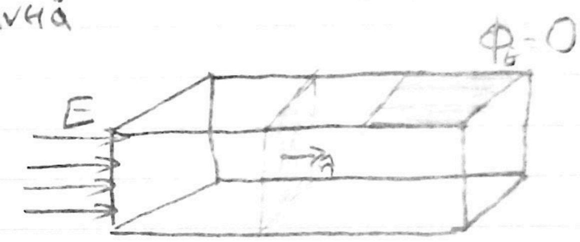
$$\boxed{\vec{A} = A\,\hat{n}}$$

το $\hat{n}$ είναι το μοναδιαίο και ορίζει την κατεύθυνση

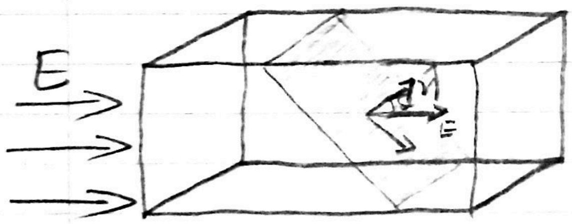
$\hat{n} \perp$ επιφάνεια

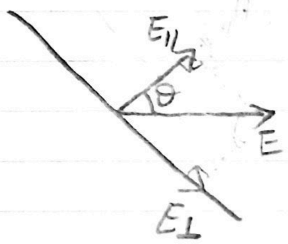
Ηλεκτρική ροή είναι το πλήθος των δυναμικών γραμμών που περνούν από την επιφάνεια

$$\Phi_E = \begin{cases} E\cdot A & \text{όταν } \hat{n} \parallel \vec{E} \\ 0 & \text{όταν } \hat{n} \perp E \end{cases}$$



$\Phi_E = EA$





$E_{\parallel} = E\cos\theta$

$E_{\perp} = E\sin\theta$

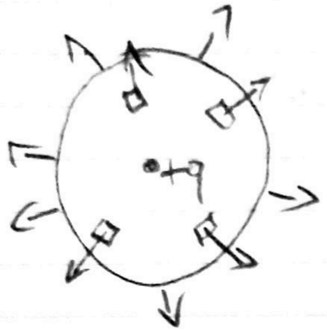
Γενικά $\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A}$

$\Phi_E = EA\cos\theta$

$$\boxed{\Phi_E = \int E\cos\theta\, dA = \int E_{\perp}\, dA = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}}$$

Ηλεκτρική ροή · Νόμος Gauss

ηλεκτρική ροή μέσω σφαίρας στο κέντρο της οποίας υπάρχει ένα +q



Το ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

Το $\vec{E}$ είναι παντού ⊥ στην σφαίρα και έχει την ίδια τιμή (μέτρο)

$$\Phi_E = \int E\,dA = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\,dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\int dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}4\pi R^2 =$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Νόμος Gauss

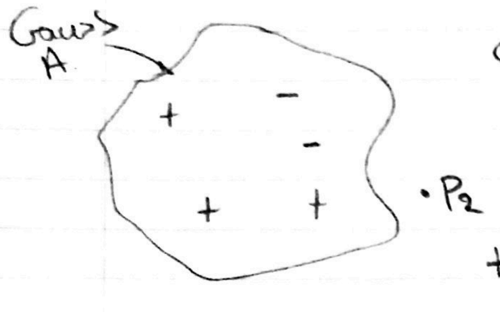
Ισχύει ότι από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια (επιφάνεια Gauss) που περικλείει συνολικό φορτίο Q_{enc} $\boxed{\Phi_E = \oint \vec{E}\,d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}}$

Παράδειγμα: όπως είδαμε πιο πάνω η ηλεκτρική ροή σφαίρας είναι $\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$. Εάν το φορτίο ΔΕΝ είναι στο κέντρο τότε $\Phi_E = \oint \vec{E}\,d\vec{A} = \oint E\cos\theta\,dA$

Το E δεν είναι ⊥ και ούτε σταθ. παντού αλλά η αριθμητική τιμή του είναι $\frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

Νόμος Gauss

- Παραδείγματα → Γενικά ο νόμος του Gauss μας βοηθά να βρούμε E



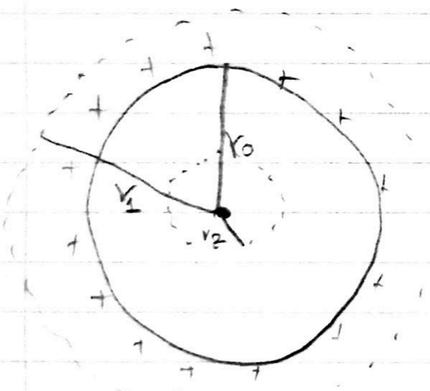
$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Το φορτίο μετράει αλγεβρικά.

Εαν $Q_{enc} = 0 \rightarrow \Phi_E = 0$

Εαν στο προηγούμενο προσθέσουμε ένα φορτίο $+Q$ εκτός επιφάνειας Gauss, στο σημείο P_1. Ποια η τιμή του πεδίου στο σημείο P_2;

Τα εξωτερικά φορτία δεν συνεισφέρουν στη Φ_E αλλά συνεισφέρουν στο πεδίο



Έστω λεπτός σφαιρικός φλοιός με ακτίνα r_0 και συνολικό φορτίο Q ομοιόμορφα κατανεμημένο

A) Ποιο είναι το ηλ πεδίο εκτός φλοιού
B) Ποιο είναι το ηλ πεδίο εντός φλοιού

(A) Το $\vec{E}$ ακτινικά προς τα έξω (εαν $Q>0$)
Θεωρούμε επιφάνεια Gauss, σφαιρική με $r_1 > r_0$

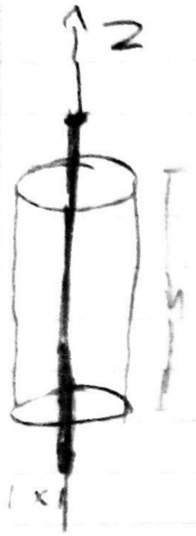
$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\, 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

Σαν να ήταν το φορτίο όλο στο κέντρο

(B) Θεωρούμε επιφάνεια A_2 $r_2 < r_0$

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \underline{\underline{E = 0}}$$

Νόμος Gauss
Παραδείγματα



Πεδίο από μακρύ ευθύγραμμο σύρμα με πυκνότητα φορτίου $\rho\left(\frac{C}{m}\right)$

Επιλέγουμε επιφάνεια Gauss, κύλινδρο με κεντρικό άξονα το ευθύγραμμο σύρμα με ακτίνα r και ύψος h

Το πεδίο είναι ακτινικό προς το ευθύγραμμο σύρμα

Στην καμπύλη επιφάνεια A

$\vec{E} \parallel \hat{n}$ $\quad \cos\theta = 1$

$$\int_A E\cos\theta\, dA = \int_A E\cdot dA = E\, 2\pi r h$$

και ο Gauss → $\int_A E\cos\theta\, dA = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$ | Το φορτίο που περικλείει το σύρμα είναι $Q_{enc} = \rho\cdot h$

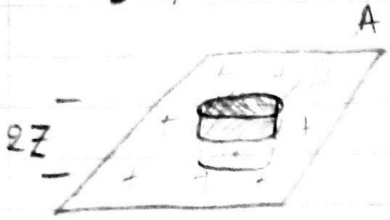
Άρα $E 2\pi r h = \frac{\rho h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho h}{2\pi r h} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\rho}{r}}$

Στα 2 κυκλικά τμήματα το $\hat{n} \perp E$ και $\cos\theta = 0$

άρα $\int E\cos\theta\cdot dA = 0$

Παραδείγματα

Πεδίο από μεγάλο επίπεδο φύλλο με πυκνότητα φορτίου $\rho\left[\frac{C}{m^2}\right]$



Επιλέγουμε κύλινδρο με ύψος 2Z $\left(\begin{matrix} Z \text{ πάνω} \\ Z \text{ κάτω} \end{matrix}\right)$ εμβαδού βάσης A.

2 βάσεις $\quad \int_{βάση} E\cos\theta\, dA = \int_{βασ} E\, dA = E\, 2A \quad$ 2 βάσεις πάνω κάτω

Κυλινδρικό τμήμα $\quad \theta = 90 \quad \int_{κυλ} E\cos\theta\, dA = 0 \quad \hat{n} \perp E$

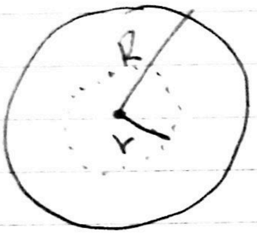
Άρα $E2A = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$, $Q_{enc} = \rho A$ $\Rightarrow E2A = \frac{\rho A}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}}$

Παράδειγμα

Πεδίο σε διηλεκτρική σφαίρα

Σφαίρα ακτίνας R περιέχει ολικό φορτίο ομοιόμορφα κατανεμημένο σε όλο τον όγκο.

A) Ποιο είναι το ηλ πεδίο στο εσωτερικό;
B) Ποιο είναι το ηλ πεδίο στο εξωτερικό;



Πυκνότητα φορτίου $\frac{Q_{ολικό}}{όγκος} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$

(A) Επιλέγουμε σφαίρα (Gauss) ακτίνας $r<R$

$$\int_A E\cos\theta \, dA = \int_A E\, dA = E\, 4\pi r^2 \quad (1)$$

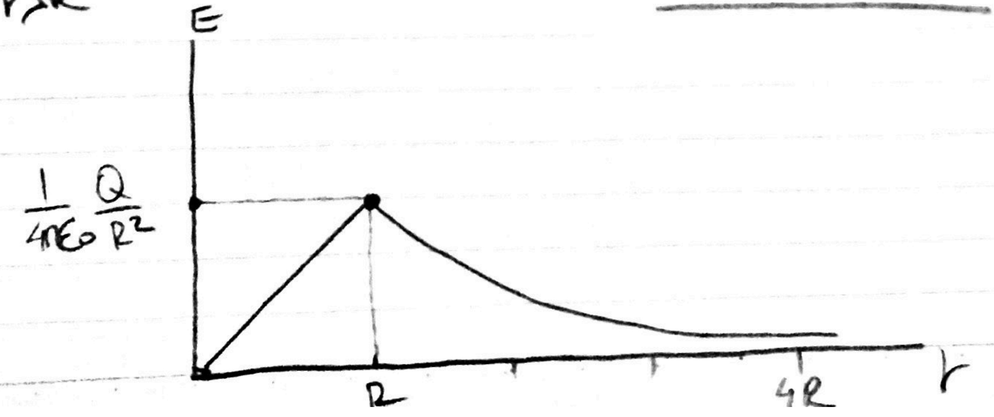
Το φορτίο που περιέχεται στη σφαίρα ακτίνας r είναι (ii)

$$Q_{enc} = \text{πυκνότητα} \cdot \text{όγκος} = \frac{3Q}{4\pi R^3}\,\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow Q_{enc} = Q\frac{r^3}{R^3}$$

Από Gauss: (1) $E\,4\pi r^2 = \frac{Q r^3}{\varepsilon_0 R^3} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q r}{R^3}}$

(B) I $E\,4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}$ $r>R$

$r>R$



Αγωγοί - Μονωτές (Χαρακτηριστικά)

Μονωτές (Διηλεκτρικά) **ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ** ελεύθερα ηλεκτρόνια

- Το ηλεκτρικό φορτίο παραμένει εκεί που ~~θα~~ τοποθετηθεί

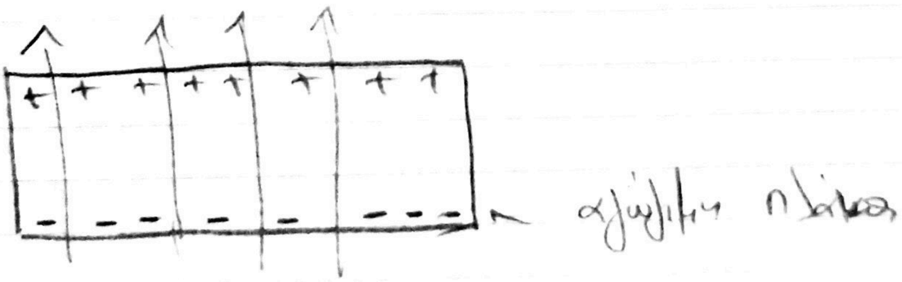
πχ. γυαλί, νάιλον, καουτσούκ, πολυμερή-πλαστικά

Αγωγοί **ΕΧΟΥΝ** ελεύθερα ηλεκτρόνια

Το ηλεκτρικό φορτίο που θα τοποθετηθεί στον αγωγό θα κινηθεί έως ότου φτάσει σε κατάσταση ισορροπίας. Το φορτίο θα "απλώσει" σε όλη την επιφάνειά του.

πχ. Μέταλλα

Εάν βρεθεί ένας αγωγός μέσα σε ηλ. πεδίο τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του θα κινηθούν υπό την επίδραση του πεδίου έως φτάσουν στην επιφάνειά του, (όριο).
Η κίνηση των e θα επιφέρει έλλειψη e άρα θετικό φορτίο εκεί που λείπουν.



ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΑΓΩΓΟΥ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ

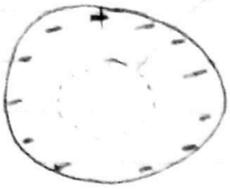
Εάν δεν ήταν 0 τότε θα συνέχιζαν να κινούνται τα φορτία.

Άρα όχι ισορροπία

Παραδείγματα

Συνέχεια από 7

A(Gauss)

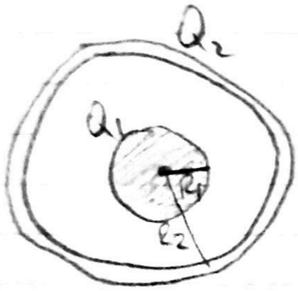


Αγωγός

A κλειστή επιφάνεια Gauss στο εσωτερικό του αγωγού

$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$ Αφού $\vec{E}=0$ τότε $Q_{enc}=0$

Επιβεβαίωση ότι το φορτίο πάει στην επ.



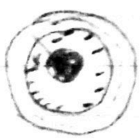
Αγώγιμη σφαίρα με Q_1
Αγώγιμος φλοιός με Q_2

$Q_2 = -3Q_1$

(A) Πως κατανέμεται το φορτίο στη σφαίρα, στο φλοιό
(B)
(Γ) Ποιά είναι η τιμή του ηλ. πεδίου $r<R_1$, $R_1<r<R_2$, $r>R_2$

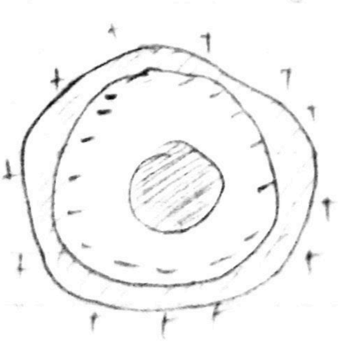
(A) 

(B) Εαν ορίσουμε σφαίρα (επιφάνεια Gauss) μέσα στο φλοιό με ακτίνα



$E_{φλοιού}=0$ αγωγός άρα $Q_{enc}=0$. $Q_{enc} = 3Q - Q_{εσωτ. φλοιού}$ $(-3Q)$

$Q_{enc}=0$



Άρα
$-Q$ ολικό
$-3Q_{in}$
$2Q_{out}$

Αφού $Q_{ολικό\ φλοιού} = -Q$

$Q_{ολικό} = Q_{in} + Q_{out}$

$Q_{out} = Q_{ολ.} - Q_{in} = -Q + 3Q \Rightarrow$ $\boxed{Q_{out} = 2Q}$

Γ) $E = ;$ για ① $r < R_1$
② $R_1 < r < R_2$
③ $r > R_2$

Γ1 Για $r < R_1$ $\vec{E} = 0$ γιατί η σφαίρα είναι αγωγός (σε ισορροπία)

Γ2 Για $R_1 < r < R_2$ $\vec{E} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

Γ3 Για $r > R_2$ $\vec{E} = \frac{Q_{enc}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} = \frac{-2Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$