



Τμήμα Φυσικής

Δυναμικής Ατμόσφαιρας

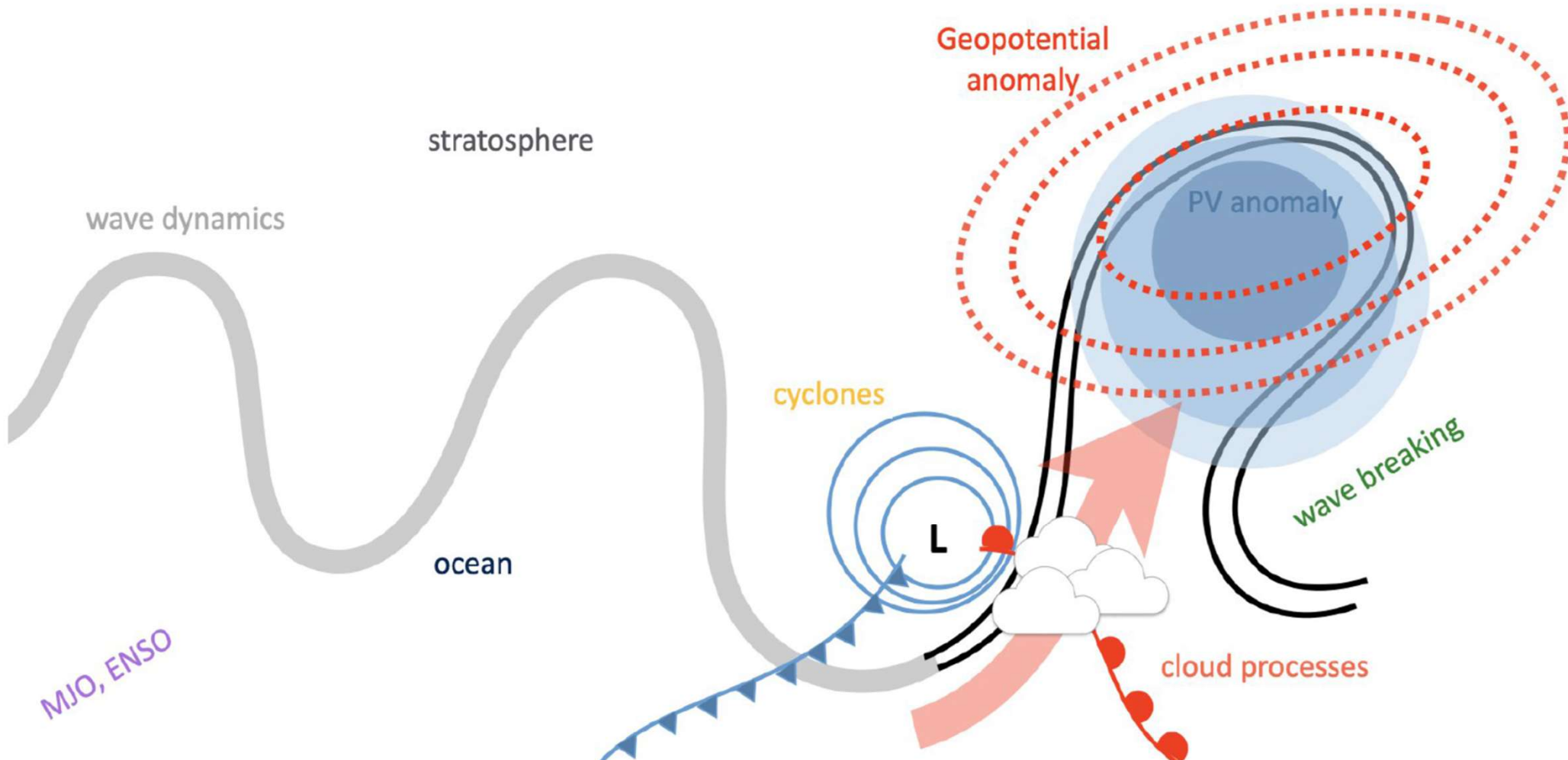
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

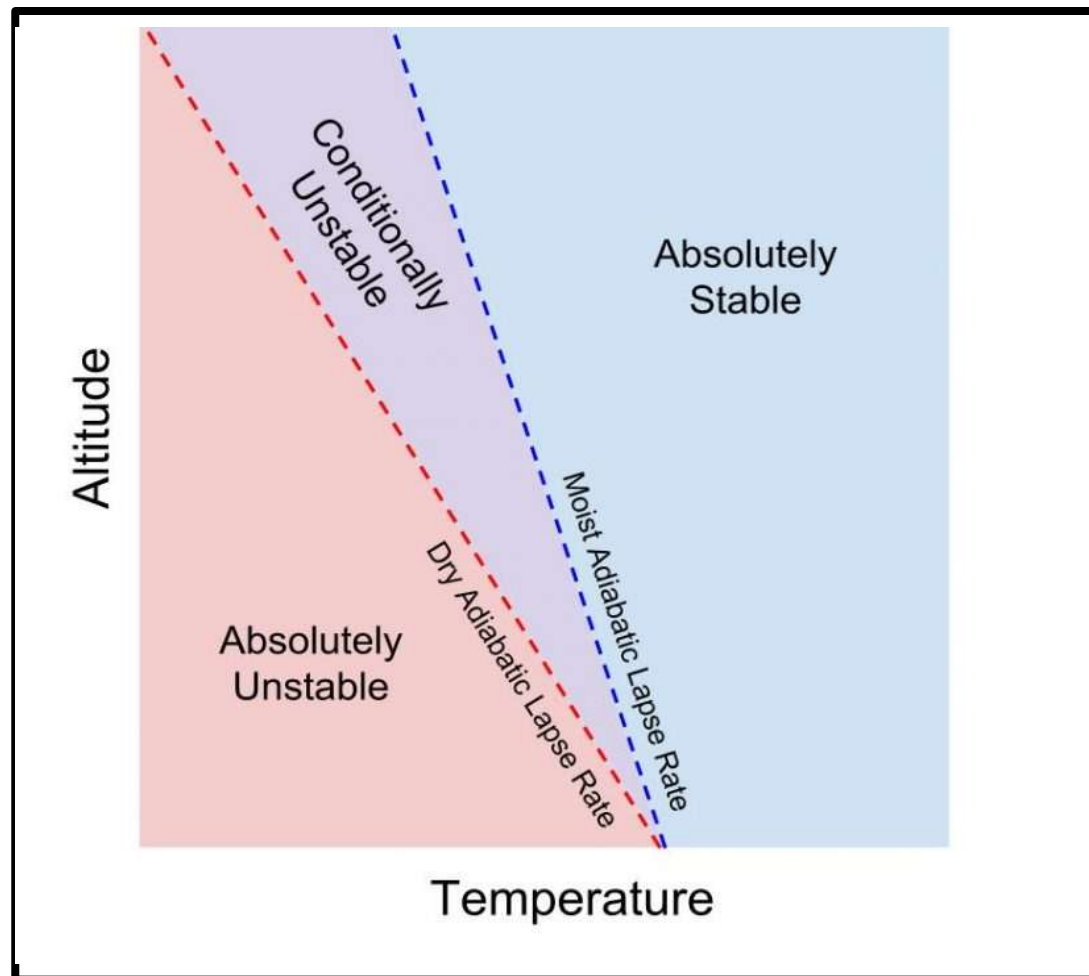
Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

Δυναμική Ατμόσφαιρας





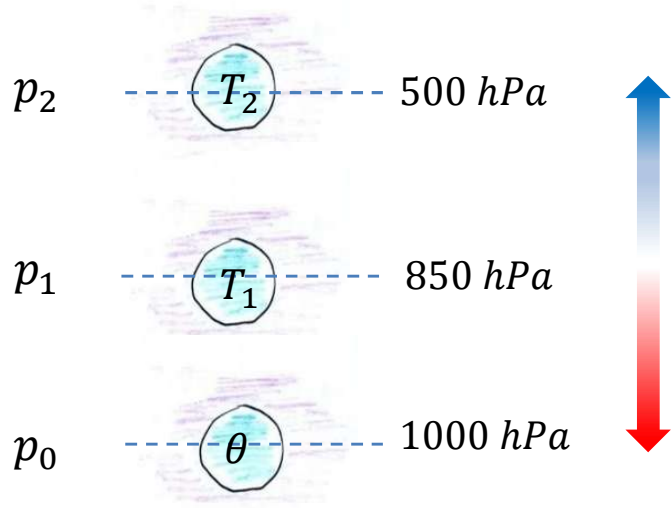
3. Ασκήσεις: Στατική Ευστάθεια



Άσκηση

Εφαρμογή

Δείγμα ξηρού αέρα κείται στην ισοβαρική επιφάνεια των $p_1 = 850 \text{ hPa}$ και έχει θερμοκρασία $T_1 = 15^\circ\text{C}$. Να βρεθεί η δυνητική του θερμοκρασία. Ποιά η θερμοκρασία του T_2 αν υποστεί αδιαβατική διεργασία (εκτόνωση) και βρεθεί σε πίεση $p_2 = 500 \text{ hPa}$;



$$\theta = T_1 \left(\frac{1000}{p_1} \right)^{0.286} = 288.15 \left(\frac{1000}{850} \right)^{0.286} = 301.86 \text{ Kelvin}$$

$$\theta = 28.7^\circ \text{ C}$$

Κατά την αδιαβατική εκτόνωση από $(T_1, p_1) \rightarrow (T_2, p_2)$ η δυνητική θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

Δηλαδή, η πίεση και η θερμοκρασία αλλάζουν ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση Poisson.

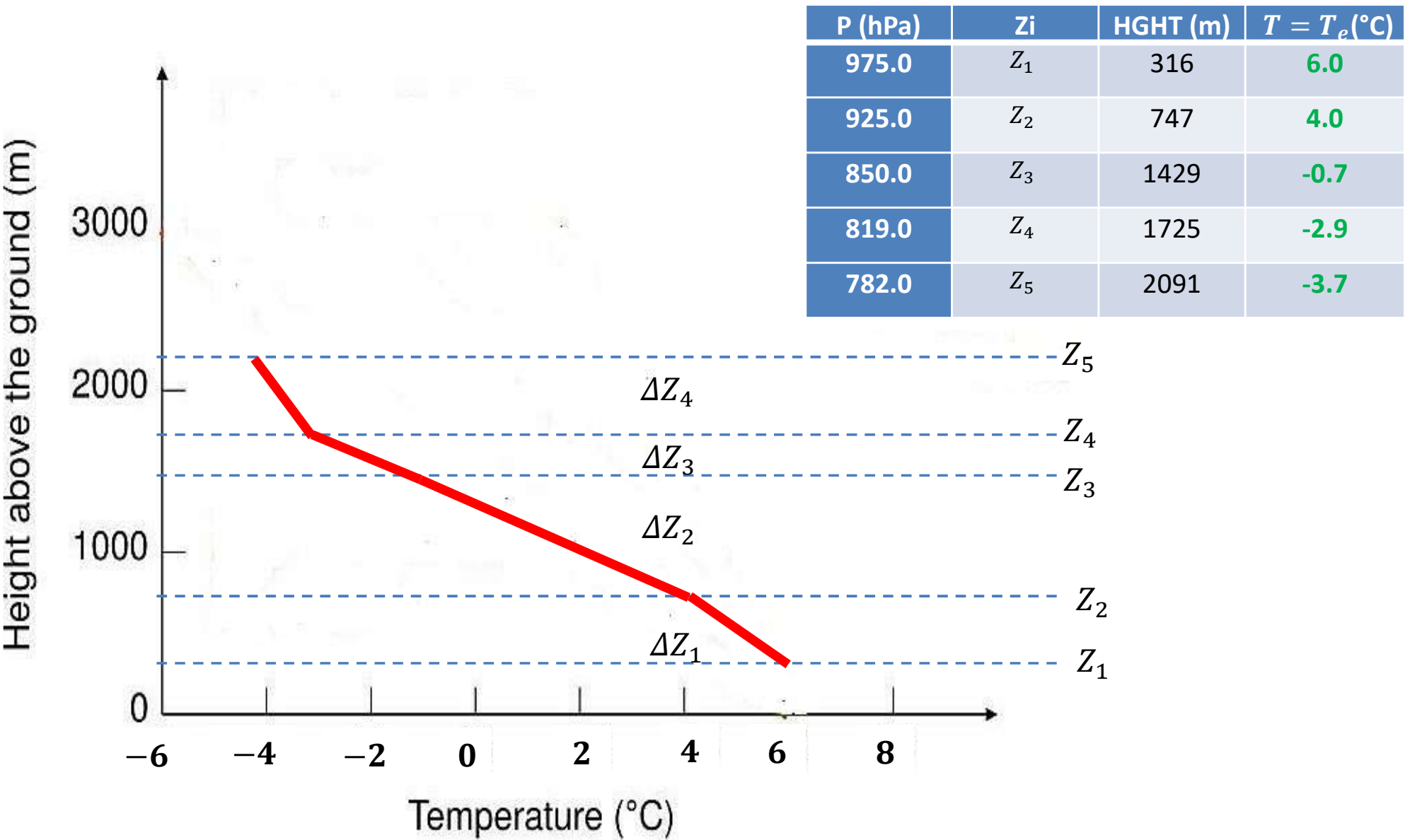
$$T_1 \left(\frac{1000}{p_1} \right)^{0.286} = \theta = T_2 \left(\frac{1000}{p_2} \right)^{0.286} \Rightarrow$$

$$T_1 \left(\frac{1000}{p_1} \right)^{0.286} = T_2 \left(\frac{1000}{p_2} \right)^{0.286} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{500}{850} \right)^{0.286} \Rightarrow T_2 = 247.6 \text{ Kelvin}$$

$$T_2 = -25.6^\circ \text{ C}$$

Εφαρμογή

Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at 00Z 04 Feb 2013. Συμπληρώστε τις τιμές της δυνητικής θερμοκρασίας θ . Ελέγξτε την ευστάθεια των στρωμάτων.



Άσκηση

Εφαρμογή

Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at 00Z 04 Feb 2013. Συμπληρώστε τις τιμές της δυνητικής θερμοκρασίας θ . Ελέγξτε την ευστάθεια των στρωμάτων (ξηρός αέρας).

P (hPa)	HGHT (m)	$T = T_e(^{\circ}\text{C})$	θ (K)
975.0	316	6.0	281.2
925.0	747	4.0	283.4
850.0	1429	-0.7	285.4
819.0	1725	-2.9	286.1
782.0	2091	-3.7	289.1

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{0.286}$$

$$-\frac{\Delta T_e}{\Delta z} = \Gamma$$

$$\Gamma_d = 9.8 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{km}$$

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta z} = \gamma$$

ΔZ_i	ΔZ (m)	Γ ($^{\circ}\text{C}/\text{km}$)	$\Delta \theta$ (K)	γ (K/km)
ΔZ_1	431	4.64	2.2	5.1
ΔZ_2	682	6.90	2.0	2.9
ΔZ_3	296	7.43	0.7	2.4
ΔZ_4	366	2.20	3.0	8.2

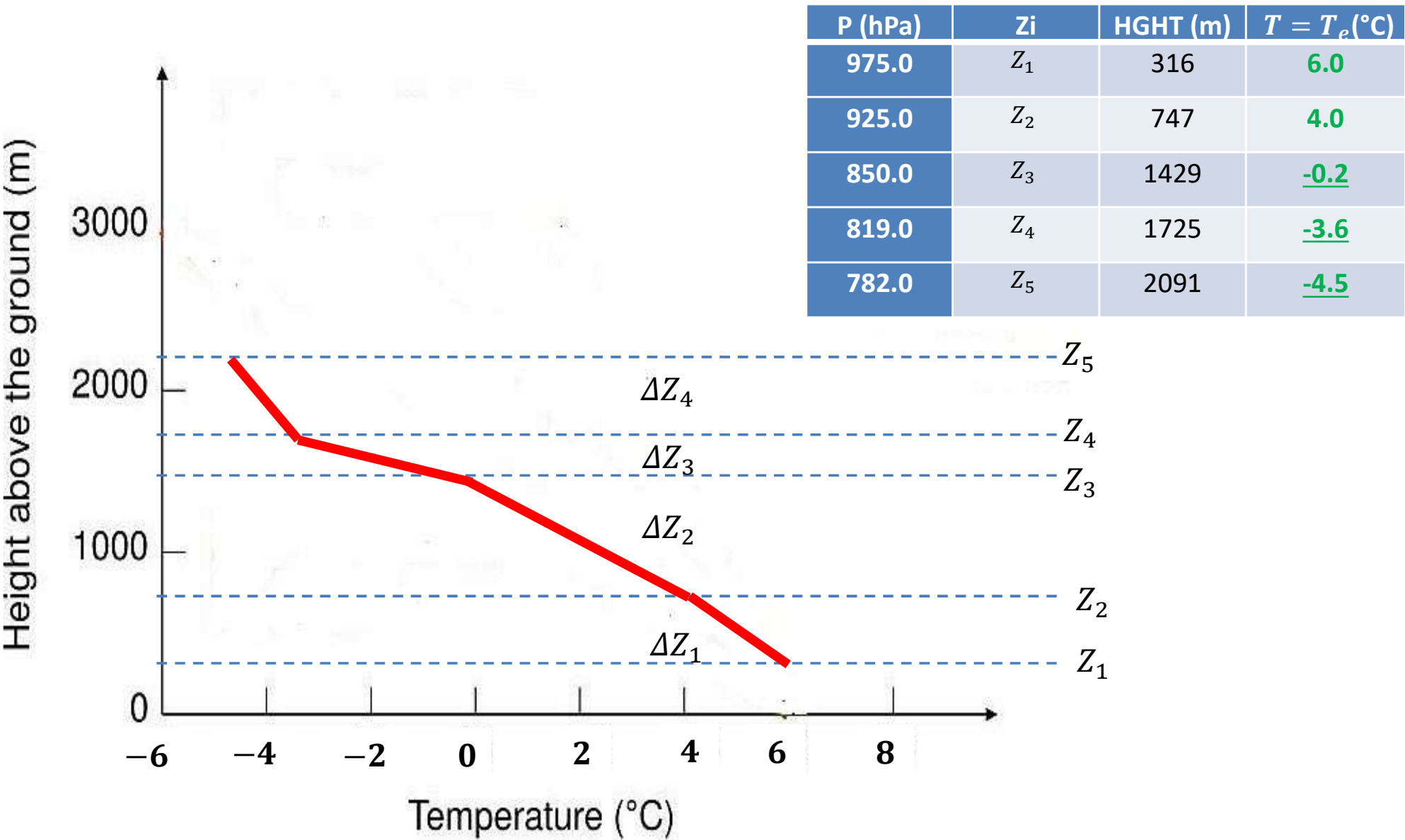
$$\Gamma < \Gamma_d \qquad \gamma > 0$$

Όλα τα στρώματα είναι ευσταθή

Το 3^ο στρώμα είναι το λιγότερο ευσταθές ενώ το 4^ο είναι το περισσότερο ευσταθές.

Εφαρμογή

Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at 00Z 04 Feb 2013. Συμπληρώστε τις τιμές της δυνητικής θερμοκρασίας θ . Ελέγξτε την ευστάθεια των στρωμάτων (ξηρός αέρας).



Άσκηση

Εφαρμογή

Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at ooZ 04 Feb 2013. Συμπληρώστε τις τιμές της δυνητικής θερμοκρασίας θ . Ελέγξτε την ευστάθεια των στρωμάτων (ξηρός αέρας).

P (hPa)	HGHT (m)	$T = T_e(^{\circ}\text{C})$	θ (K)
975.0	316	6.0	281.2
925.0	747	4.0	283.4
850.0	1429	-0.2	285.9
819.0	1725	-3.6	285.4
782.0	2091	-4.5	288.2

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{0.286}$$

$$-\frac{\Delta T_e}{\Delta z} = \Gamma$$

$$\Gamma_d = 9.8 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{km}$$

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta z} = \gamma$$

ΔZ_i	ΔZ (m)	Γ ($^{\circ}\text{C}/\text{km}$)	$\Delta \theta$ (K)	γ (K/km)
ΔZ_1	431	4.64	2.2	5.1
ΔZ_2	682	6.16	2.5	3.7
ΔZ_3	296	11.47	-0.5	-1.7
ΔZ_4	366	2.46	2.8	7.7

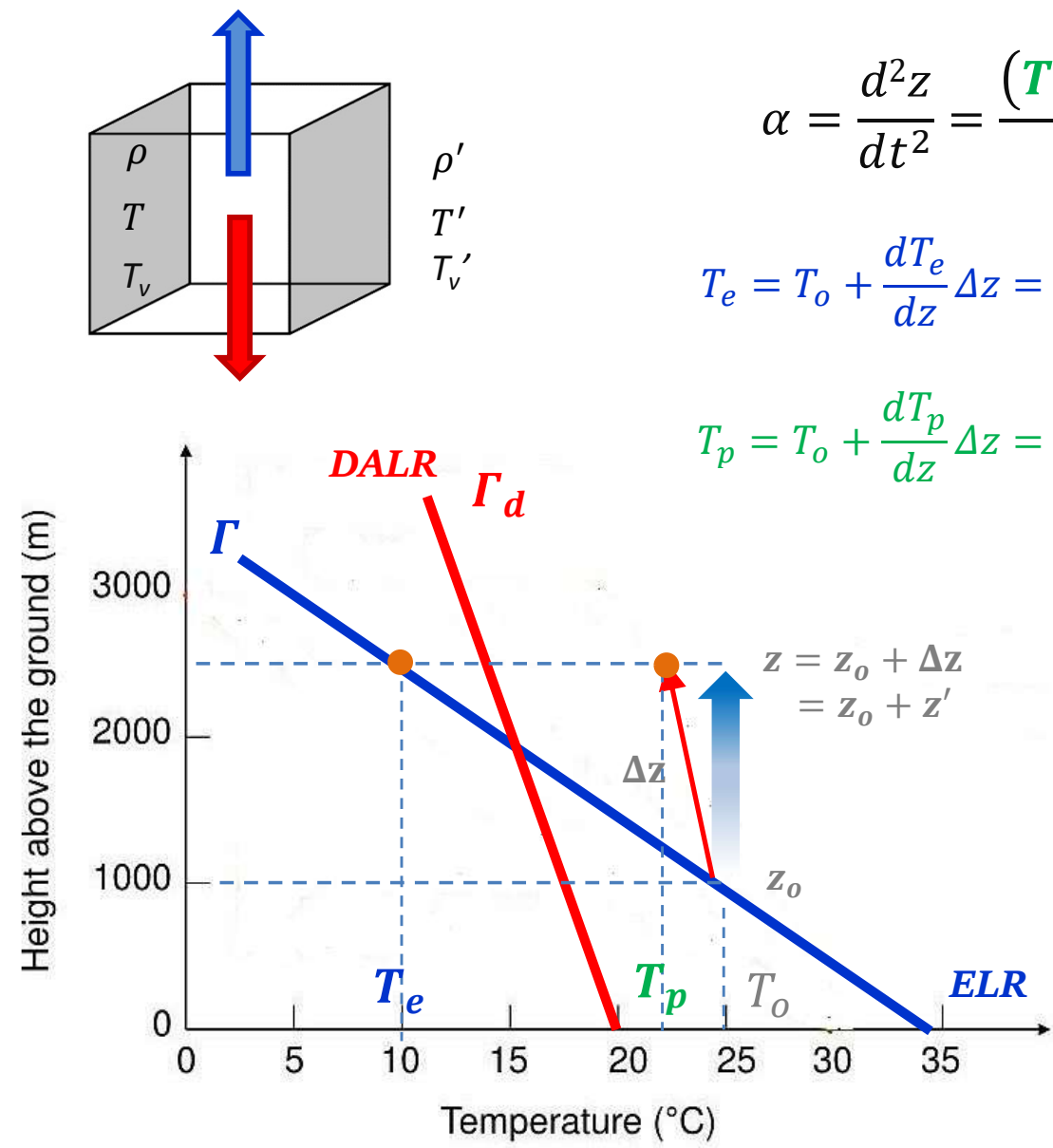
Δεν είναι όλα τα στρώματα είναι ευσταθή

$$\Gamma > \Gamma_d \qquad \gamma < 0$$

Το 3^ο στρώμα είναι ασταθές.

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος

Εφαρμογή
Να μελετηθεί η κίνηση ενός δείγματος ξηρού αέρα το οποίο υπόκειται σε κατακόρυφη μετακίνηση.



$$\alpha = \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{(T_p - T_e)g}{T_e} \quad (9) \quad \text{Δύναμη ανά μονάδα μάζας δείγματος} \equiv \text{επιτάχυνση}$$

$$T_e = T_o + \frac{dT_e}{dz} \Delta z = T_o - \left(-\frac{dT_e}{dz} \right) \Delta z = T_o - \left(-\frac{dT_e}{dz} \right) \Delta z = T_o - \Gamma \Delta z$$

$$T_p = T_o + \frac{dT_p}{dz} \Delta z = T_o - \left(-\frac{dT_p}{dz} \right) \Delta z = T_o - \left(-\frac{dT_p}{dz} \right) \Delta z = T_o - \Gamma_d \Delta z$$

Το δείγμα αέρα είχε αρχικά στο επίπεδο z_o θερμοκρασία T_o , όπως μας πληροφορεί το προφίλ της ραδιοβόλισης.

Εκτός και αν το στρώμα της ατμόσφαιρας βρίσκεται σε κατάσταση ουδέτερης ισορροπίας, το δείγμα που μετατοπίζεται στο επίπεδο $z_o + \Delta z$ θα έχει θερμοκρασία T_p , η οποία είναι διαφορετική από την θερμοκρασία περιβάλλοντος T_e .

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος

$$(9) \Rightarrow \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} (z_o + \Delta z) = \frac{d^2(\Delta z)}{dt^2} = \frac{(T_p - T_e)g}{T_e} = -g \frac{(\Gamma_d - \Gamma) \Delta z}{T_e} \Rightarrow$$

$$\frac{d^2(\Delta z)}{dt^2} = -g \frac{(\Gamma_d - \Gamma)}{T_e} \Delta z \Rightarrow \frac{d^2 z'}{dt^2} + g \frac{(\Gamma_d - \Gamma)}{T_e} z' = 0 \Rightarrow \frac{d^2 z'}{dt^2} + N^2 z' = 0 \quad (10a)$$

Ομογενής διαφορική εξίσωση 2^{ου} βαθμού
με σταθερούς συντελεστές

$$N^2 = g \frac{(\Gamma_d - \Gamma)}{T_e} \quad \text{Brunt-Väisälä frequency}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + N^2 y = 0 \quad y(t) = z'(t) \quad (10b)$$

Αναζητούμε λύση της μορφής

$$y(t) = e^{rt}$$

r μια οποιαδήποτε σταθερά

$$(10b) \Rightarrow \cancel{r^2 e^{rt}} + N^2 \cancel{e^{rt}} = 0 \Rightarrow r^2 + N^2 = 0 \quad (11)$$

Η εξίσωση (10b) έχει λύση αν και μόνο αν
η αλγεβρική εξίσωση (11) έχει λύση

$$ar^2 + \beta r + \gamma = 0$$

Βοηθητική ή χαρακτηριστική εξίσωση.

Η εξίσωση (11) αποτελεί τη χαρακτηριστική εξίσωση για τιμές:

$$a = 1$$

$$\beta = 0$$

$$\gamma = N^2$$

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος

Αποτελεί δευτεροβάθμια εξίσωση με ρίζες

$$r_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad \& \quad r_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

$$ar^2 + \beta r + \gamma = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

Διακρίνουσα

Ανάλογα με την τιμή της Δ διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

$$\Delta = -4N^2$$

Περίπτωση 1 : $\Delta > 0$

Οι ρίζες της βοηθητικής εξίσωσης r_1 & r_2 είναι πραγματικές και άνισες

$$y_1 = e^{r_1 t} \quad \& \quad y_2 = e^{r_2 t}$$

Αποτελούν **γραμμικές και ανεξάρτητες λύσεις** της εξίσωσης

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + N^2 y = 0$$

Γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης (αρχή επαλληλίας)

$$y = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}$$

Όπου c_1 & c_2 οποιεδήποτε σταθερές

Στην περίπτωση της βοηθητικής εξίσωσης (11)

$$r^2 + N^2 = 0$$

$$\Delta = -4N^2 > 0$$

$$r_1 = +\sqrt{-N^2} \quad \& \quad r_2 = -\sqrt{-N^2}$$

Λύσεις της βοηθητικής εξίσωσης

$$y = z' = c_1 e^{-|N|t} + c_2 e^{|N|t}$$

Γενική λύση της αρχικής διαφορικής εξίσωσης

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος

Αποτελεί δευτεροβάθμια εξίσωση με ρίζες

$$ar^2 + \beta r + \gamma = 0$$

$$r_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad \& \quad r_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

Διακρίνουσα

Ανάλογα με την τιμή της Δ διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

$$\Delta = -4N^2$$

Περίπτωση 2 : $\Delta=0$

Οι ρίζες της βοηθητικής εξίσωσης r_1 & r_2 είναι πραγματικές αλλά ίσες $r = r_1 = r_2 = \frac{-\beta}{2\alpha}$

$$y_1 = e^{rt} \quad \& \quad y_2 = te^{rt}$$

Αποτελούν **γραμμικές και ανεξάρτητες λύσεις** της εξίσωσης

$$\frac{d^2y}{dt^2} + N^2y = 0$$

Γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y = c_1 e^{rt} + c_2 te^{rt}$$

Όπου c_1 & c_2 οποιεδήποτε σταθερές

Στην περίπτωση της βοηθητικής εξίσωσης (11)

$$r^2 + N^2 = 0$$

$$\Delta = -4N^2 = 0$$

$$r = r_1 = r_2 = 0$$

Μοναδική λύση της βοηθητικής εξίσωσης

$$y = z' = c_1 + c_2 t$$

Λύση της αρχικής διαφορικής εξίσωσης

$$c_1 = y_{(t=0)} \quad c_2 = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{(t=0)}$$

Οι σταθερές c_1 & c_2 υπολογίζονται από την αρχική τιμή της μετατόπισης z και του ρυθμού μεταβολής της μετατόπισης με το χρόνο t

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος

Αποτελεί δευτεροβάθμια εξίσωση με ρίζες

$$ar^2 + \beta r + \gamma = 0$$

$$r_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad \& \quad r_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\Delta = -4N^2$$

Περίπτωση 3 : $\Delta < 0$

Οι ρίζες της βοηθητικής εξίσωσης r_1 & r_2 είναι μιγαδικές

$$r_1 = \frac{-\beta + \sqrt{-(4\alpha\gamma - \beta^2)}}{2\alpha} = \frac{-\beta}{2\alpha} + \frac{\sqrt{-1} \sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}{2\alpha} = \frac{-\beta}{2\alpha} + \frac{\sqrt{-1} \sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}{2\alpha} = A + i B$$

Λύσεις της
βοηθητικής
εξίσωσης

$$r_2 = \frac{-\beta - \sqrt{-(4\alpha\gamma - \beta^2)}}{2\alpha} = \frac{-\beta}{2\alpha} - \frac{\sqrt{-1} \sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}{2\alpha} = \frac{-\beta}{2\alpha} - \frac{\sqrt{-1} \sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}{2\alpha} = A - i B$$

$$y_1 = e^{(A+iB)t} = e^{At} (\cos(Bt) + i \sin(Bt))$$

$$y_2 = e^{(A-iB)t} = e^{At} (\cos(Bt) - i \sin(Bt))$$

Οι μιγαδικές ρίζες r_1 & r_2 της χαρακτηριστικής εξίσωσης παράγουν δυο γραμμικά ανεξάρτητες **μιγαδικές** λύσεις της διαφορικής εξίσωσης y_1 & y_2

Με τη χρήση της αρχής της επαλληλίας παράγουμε δυο **πραγματικές** λύσεις της αρχικής διαφορικής εξίσωσης

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + N^2 y = 0$$

$$y_3 = \frac{1}{2} y_1 + \frac{1}{2} y_2 = e^{At} \cos(Bt)$$

$$y_4 = \frac{1}{2i} y_1 - \frac{1}{2i} y_2 = e^{At} \sin(Bt)$$

$$y(t) = e^{At} (c_1 \cos(Bt) + c_2 \sin(Bt))$$

Γενική λύση της αρχικής διαφορικής εξίσωσης

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος: Brunt-Väisälä frequency

Αποτελεί δευτεροβάθμια εξίσωση με ρίζες

$$ar^2 + \beta r + \gamma = 0$$

$$r_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad \& \quad r_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

Περίπτωση 3 : $\Delta < 0$

$$y(t) = e^{At} (c_1 \cos(Bt) + c_2 \sin(Bt)) \quad A = \frac{-\beta}{2\alpha} \quad B = \frac{\sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}{2\alpha}$$

Στην περίπτωση της βοηθητικής εξίσωσης (11)

$$r^2 + N^2 = 0$$

$$\Delta = -4N^2 < 0$$

$$A = 0 \quad B = N$$

$$y(t) = c_1 \cos(Nt) + c_2 \sin(Nt)$$

Οι σταθερές c_1 & c_2 υπολογίζονται από τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος

Όταν απομακρύνουμε το δείγμα από τη θέση ισορροπίας στην κατακόρυφη διεύθυνση αυτό **ταλαντώνεται** με συχνότητα N (Brunt-Väisälä frequency).

$$\text{Περίοδος ταλάντωσης:} \quad T = \frac{2\pi}{N}$$

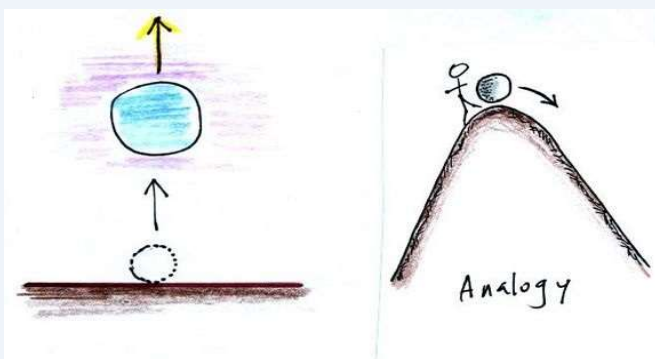
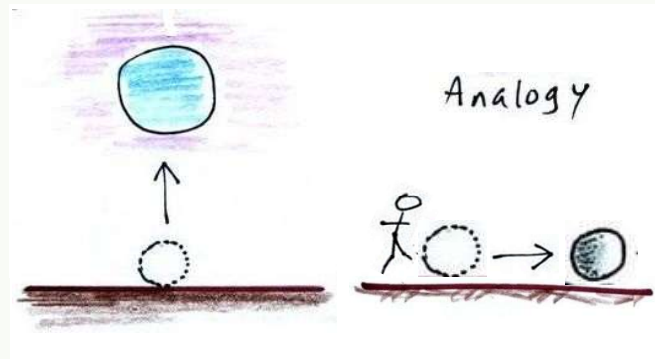
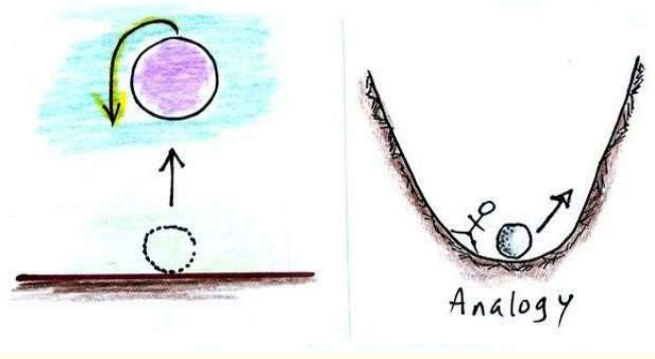
Κατάσταση ευστάθειας: Η κατακόρυφη μετατόπιση δεν αυξάνεται με το χρόνο t .

Μαθηματική μελέτη κίνησης ακόρεστου δείγματος: Σύνοψη

$$\frac{d^2y}{dt^2} + N^2y = 0$$

$$N^2 = g \frac{(\Gamma_d - \Gamma)}{T_e}$$

$$\frac{T}{\theta} \frac{d\theta}{dz} = \Gamma_d - \Gamma$$

Στατική Αστάθεια	Ουδέτερη Ισορροπία	Στατική Ευστάθεια
$\Delta = -N^2 > 0$ $\Gamma_d < \Gamma$ $N^2 < 0$ $\frac{d\theta}{dz} < 0$	$\Delta = -N^2 = 0$ $\Gamma_d = \Gamma$ $N^2 = 0$ $\frac{d\theta}{dz} = 0$	$\Delta = -N^2 < 0$ $\Gamma_d > \Gamma$ $N^2 > 0$ $\frac{d\theta}{dz} > 0$
$y(t) = c_1 e^{- N t} + c_2 e^{ N t}$ $t \rightarrow \infty \Rightarrow y(t) \rightarrow \infty$ Run away parcel: Μικρή μετατόπιση του δείγματος από τη θέση ισορροπίας οδηγεί σε ταχύτατη και μη αναστρέψιμη απομάκρυνση από την αρχική θέση.	$y(t) = c_1 + c_2 t$ Καθώς μετατοπίζεται το δείγμα, η θερμοκρασία του παραμένει ίδια σε σχέση με το περιβάλλον του. Η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική. Το δείγμα αργά μετατοπίζεται σε μια γειτονική όμοια θέση ισορροπίας.	$y(t) = c_1 \cos(Nt) + c_2 \sin(Nt)$ $N = 1.2 \times 10^{-2} s^{-1}$ <i>Μέσες</i> $T = \frac{2\pi}{N} \sim 8 \text{ min}$ <i>τροποσφαιρικές συνθήκες</i> Το πακέτο αέρα ταλαντώνεται γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας με συχνότητα N. Αν υπάρχει τριβή το δείγμα τελικά θα επιστρέψει στην αρχική θέση.
		

Εναλλακτική μορφή *Brunt-Väisälä frequency*

Όπως το εναλλακτικό κριτήριο ευστάθειας χρησιμοποιεί δυνητική θερμοκρασία αντί για θερμοκρασία πειρβάλλοντος, μπορούμε να καταλήξουμε σε εναλλακτική έκφραση για τη συχνότητα *Brunt-Väisälä*.

$$N^2 = g \frac{(\Gamma_d - \Gamma)}{T_e}$$

$$N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz}$$

Buoyancy oscillations αναπτύσσονται σε περιβάλλον στατικής ευστάθειας

$$\frac{d\theta}{dz} > 0 \quad \text{ή} \quad N^2 > 0$$

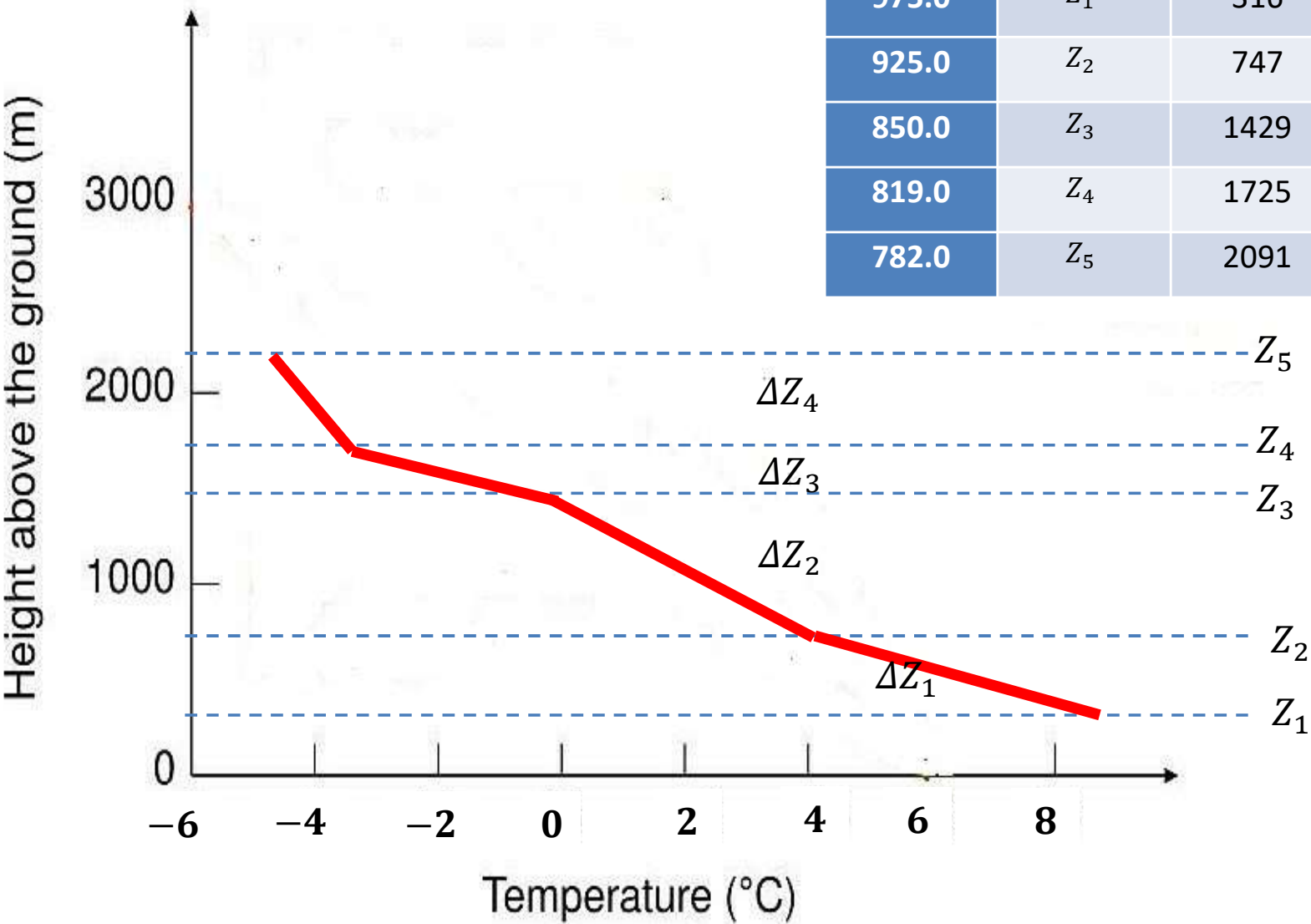
Buoyancy Oscillation with Advection



Εφαρμογή

Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at 00Z 04 Feb 2013. Να υπολογίσετε την τιμή της συχνότητας Brunt-Väisälä και την περίοδο της ταλάντωσης στην περίπτωση ευστάθειας (ξηρός αέρας).

P (hPa)	Zi	HGHT (m)	$T = T_e(^{\circ}\text{C})$
975.0	Z_1	316	8.23
925.0	Z_2	747	4.0
850.0	Z_3	1429	-0.2
819.0	Z_4	1725	-3.6
782.0	Z_5	2091	-4.5



Άσκηση

Εφαρμογή
Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at 00Z 04 Feb 2013. Για το μέσο κάθε στρώματος να υπολογίσετε την τιμή της συχνότητας Brunt-Väisälä και την περίοδο της ταλάντωσης στην περίπτωση ευστάθειας (ξηρός αέρας).

P (hPa)	HGHT (m)	$T = T_e(^{\circ}\text{C})$	θ (K)
975.0	316	8.23	283.4
925.0	747	4.0	283.4
850.0	1429	-0.2	285.9
819.0	1725	-3.6	285.4
782.0	2091	-4.5	288.2

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{0.286}$$

$$N^2 = \frac{g}{\theta_m} \frac{d\theta}{dz} = \frac{g}{\theta_m} \gamma$$

Δυνητική θερμοκρασία στη μέση κάθε στρώματος

$$-\frac{\Delta T_e}{\Delta z} = \Gamma$$

$$\Gamma_d = 9.8 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{km}$$

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta z} = \gamma$$

$$P = \frac{2\pi}{N}$$

Περίοδος ταλάντωσης

ΔZ_i	ΔZ (m)	$\Gamma (^{\circ}\text{C}/\text{km})$	$\Delta \theta$ (K)	γ (K/km)	θ_m (K)	$N^2 (10^{-4} \text{s}^{-2})$	P(min)
ΔZ_1	431	9.8	0.0	0.0	283.4	0	-
ΔZ_2	682	6.16	2.5	3.7	284.65	1.3	9.2
ΔZ_3	296	11.47	-0.5	-1.7	285.65	-0.6	-
ΔZ_4	366	2.46	2.8	7.7	286.8	2.6	6.5

$$\Gamma = \Gamma_d \quad \gamma = 0 \quad \text{Μετατόπιση}$$

$$\Gamma < \Gamma_d \quad \gamma > 0 \quad \text{Ευστάθεια}$$

$$\Gamma > \Gamma_d \quad \gamma < 0 \quad \text{Αστάθεια}$$

$$\Gamma < \Gamma_d \quad \gamma > 0 \quad \text{Ευστάθεια}$$

Άσκηση

Εφαρμογή

Δίνεται η ραδιοβόλιση: 16320 LIBR Brindisi Observations at 00Z 04 Feb 2013. Για το μέσο κάθε στρώματος να υπολογίσετε την τιμή της συχνότητας Brunt-Väisälä και την περίοδο της ταλάντωσης στην περίπτωση ευστάθειας (ξηρός αέρας)..

ΔZ_i	ΔZ (m)	Γ (°C /km)	$\Delta \theta$ (K)	γ (K/km)	θ_m (K)	N^2 ($10^{-4} s^{-2}$)	P(min)
ΔZ_1	431	9.8	0.0	0.0	283.4	0	-
ΔZ_2	682	6.16	2.5	3.7	284.65	1.3	9.2
ΔZ_3	296	11.47	-0.5	-1.7	285.65	-0.6	-
ΔZ_4	366	2.46	2.8	7.7	286.8	2.6	6.5

$\Gamma = \Gamma_d$

$\gamma = 0$

Μετατόπιση

$\Gamma < \Gamma_d$

$\gamma > 0$

Ευστάθεια

$\Gamma > \Gamma_d$

$\gamma < 0$

Αστάθεια

$\Gamma < \Gamma_d$

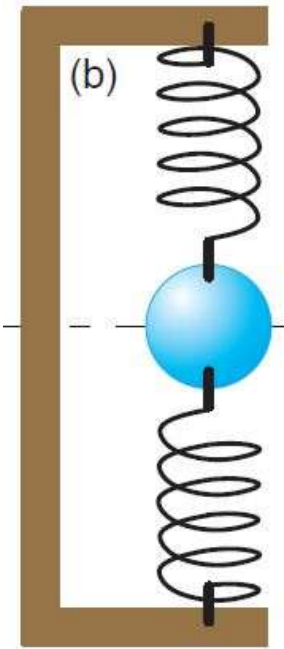
$\gamma > 0$

Ευστάθεια

Όσο αυξάνεται η ευστάθεια τόσο μειώνεται το Γ σε σχέση με το Γ_d .

Κατάσταση ευστάθειας: Όσο αυξάνεται η ευστάθεια μεγαλώνει η συχνότητα Brunt-Väisälä και μειώνεται ο χρόνος της ταλάντωσης που εκτελεί το δείγμα του αέρα γύρω από την κατάσταση ισορροπίας.

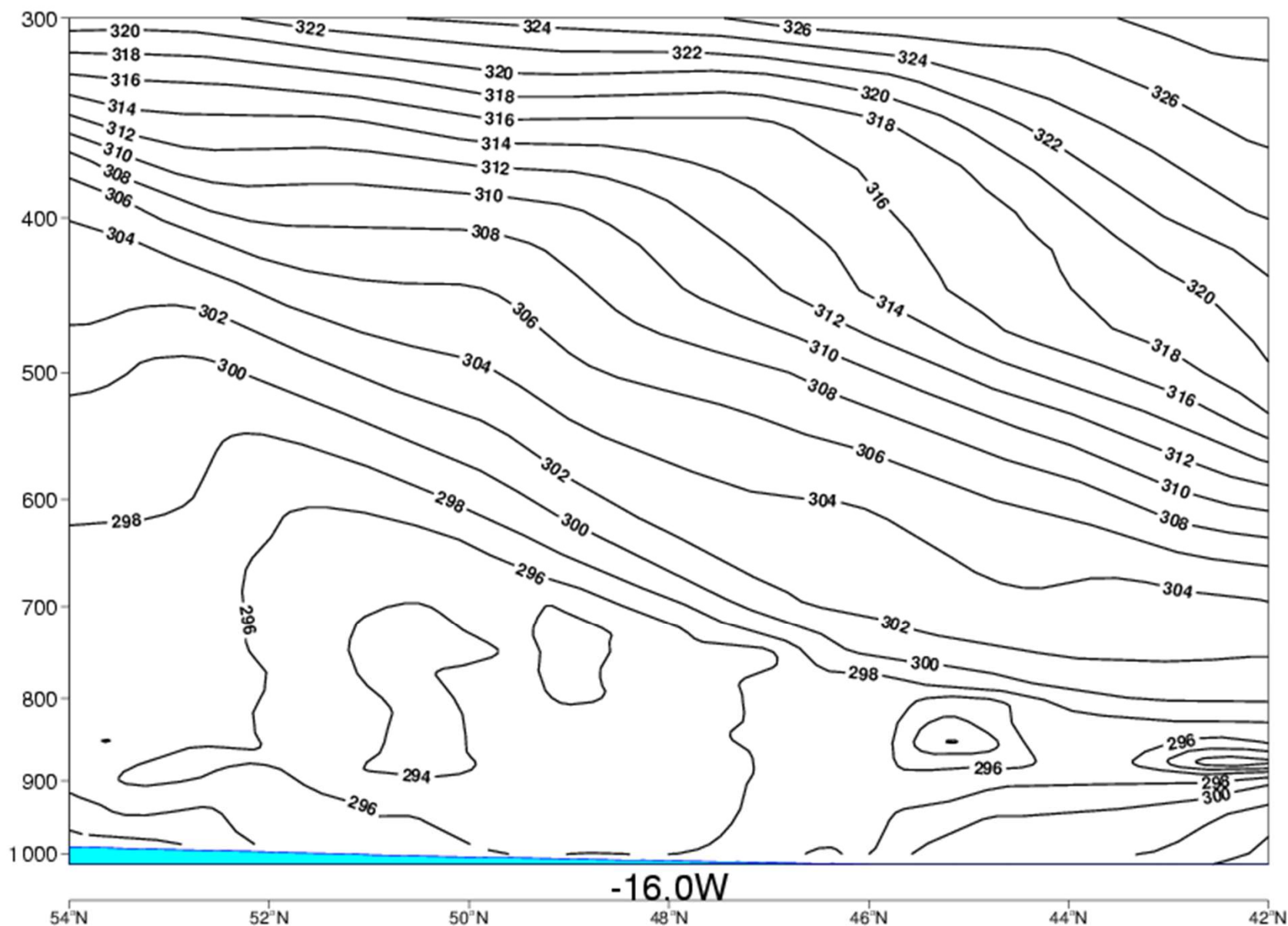
Κατάσταση ευστάθειας: Η ευστάθεια (ιδιότητα ατμοσφαιρικού στρώματος) επηρεάζει τις ιδιότητες του ελατηρίου και τη συχνότητα/περίοδο της ταλάντωσης.



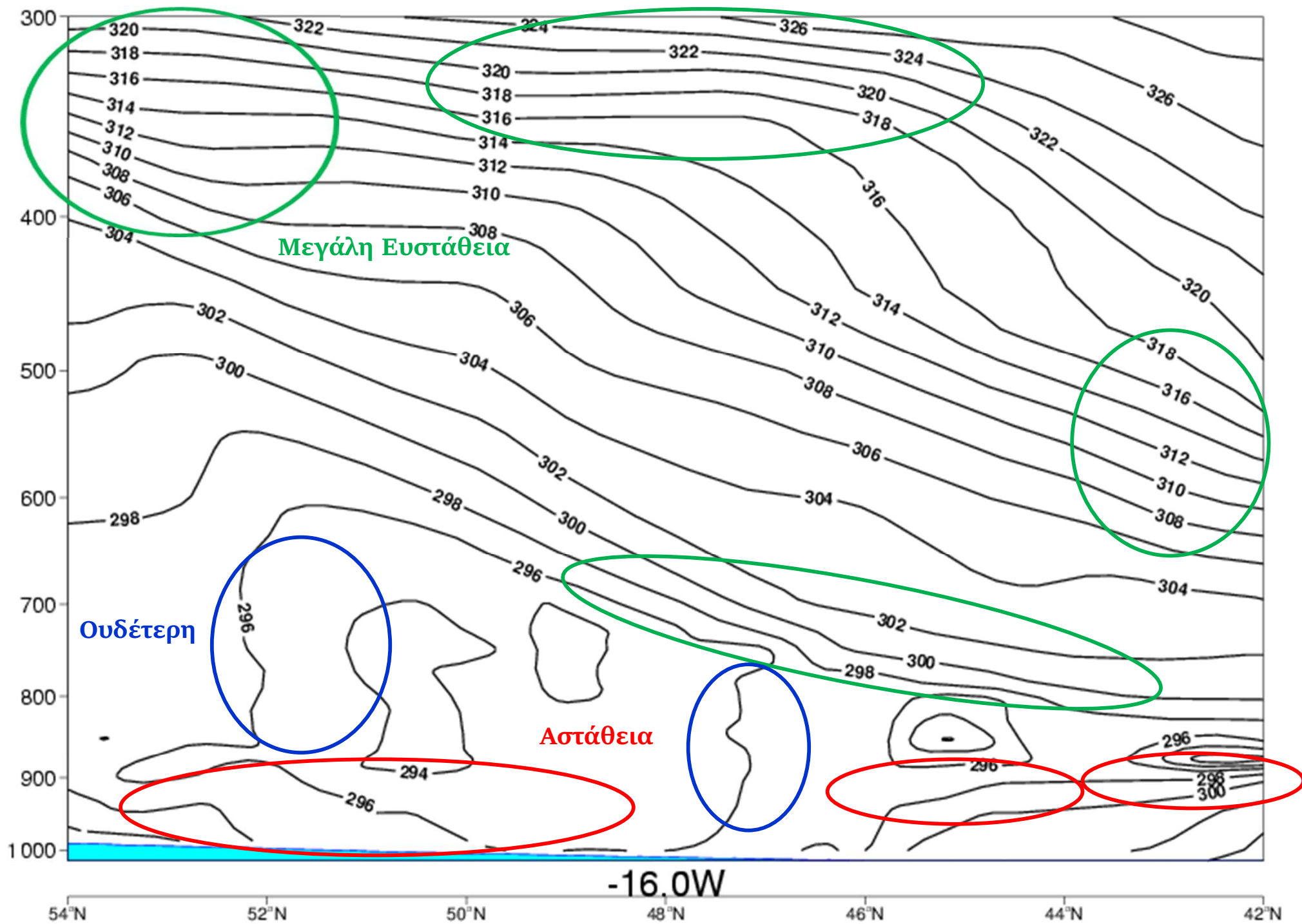
Άσκηση

Εφαρμογή

Το γράφημα απεικονίζει σε μια κατακόρυφη κατατομή (vertical cross section) κατά μήκος του μεσημβρινού $16^{\circ}W$ τη μεταβολή της δυνητικής θερμοκρασίας (Kelvin). Να επισημανθούν περιοχές στατικής αστάθειας/ουδέτερης ευστάθειας και περιοχές μεγάλης ευστάθειας (ξηρός αέρας).



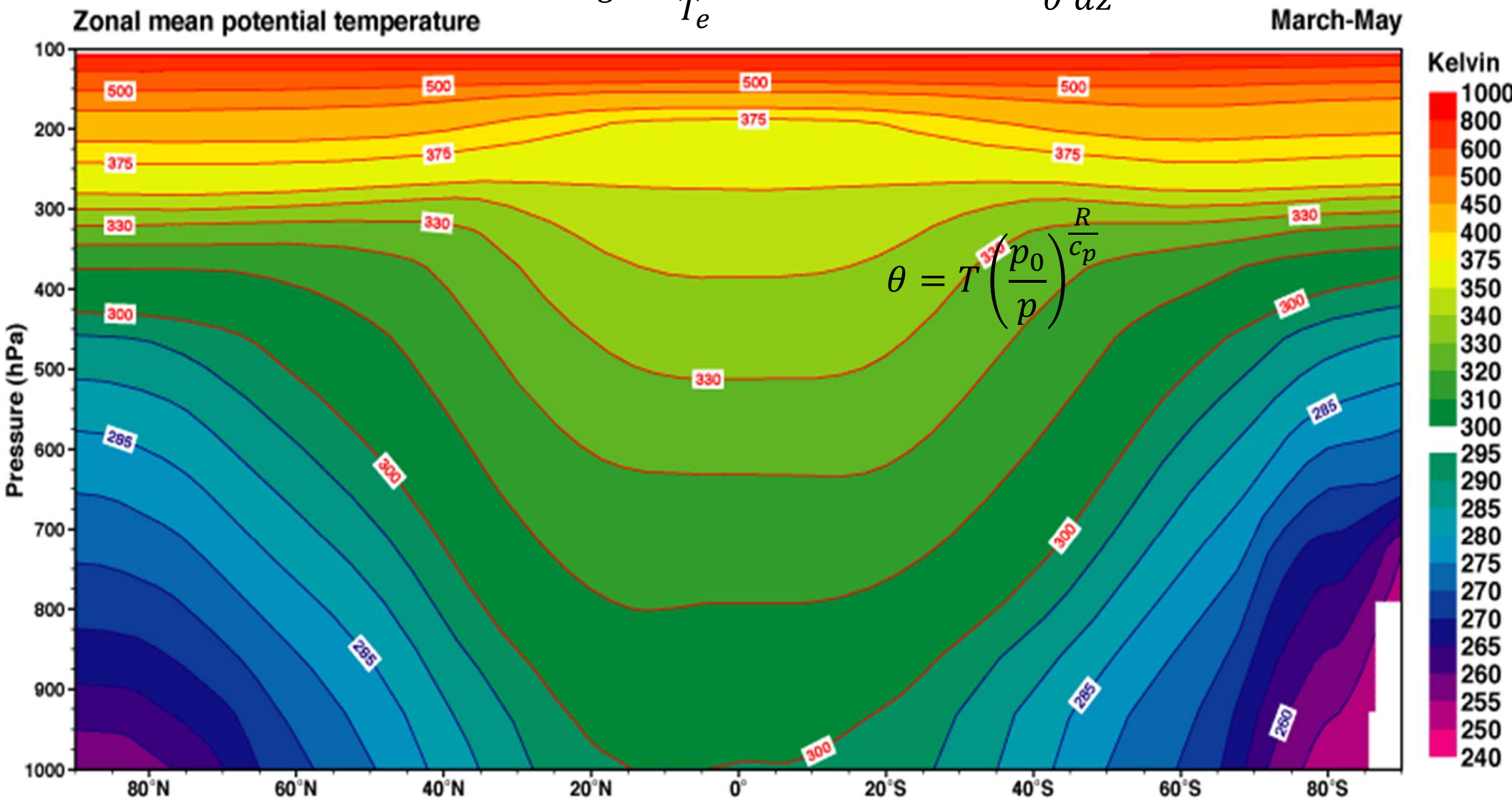
Άσκηση



Δυναμική θερμοκρασία – potential temperature θ

$$N^2 = g \frac{(\Gamma_d - \Gamma)}{T_e}$$

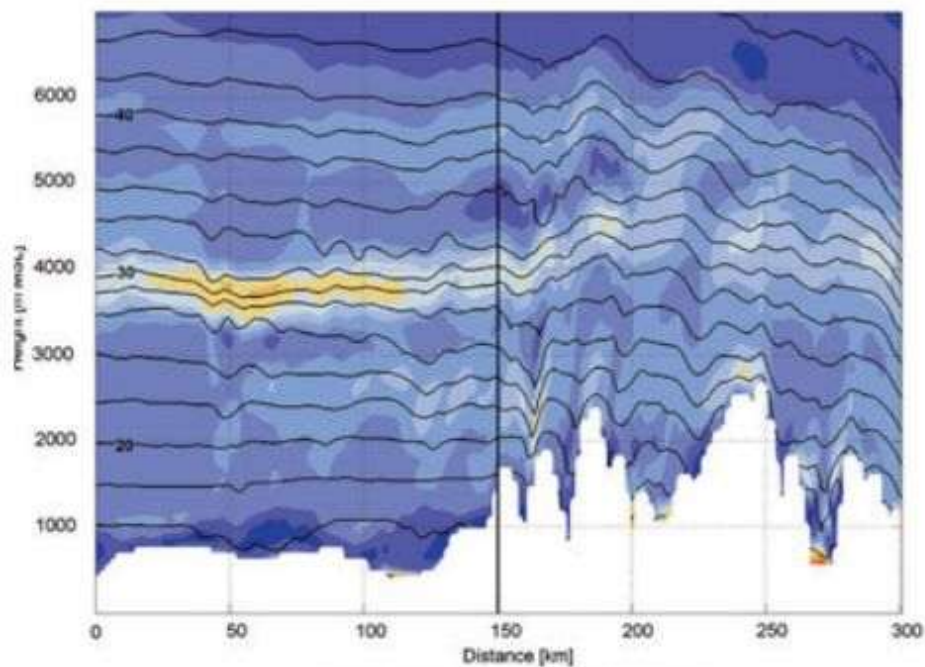
$$N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz}$$



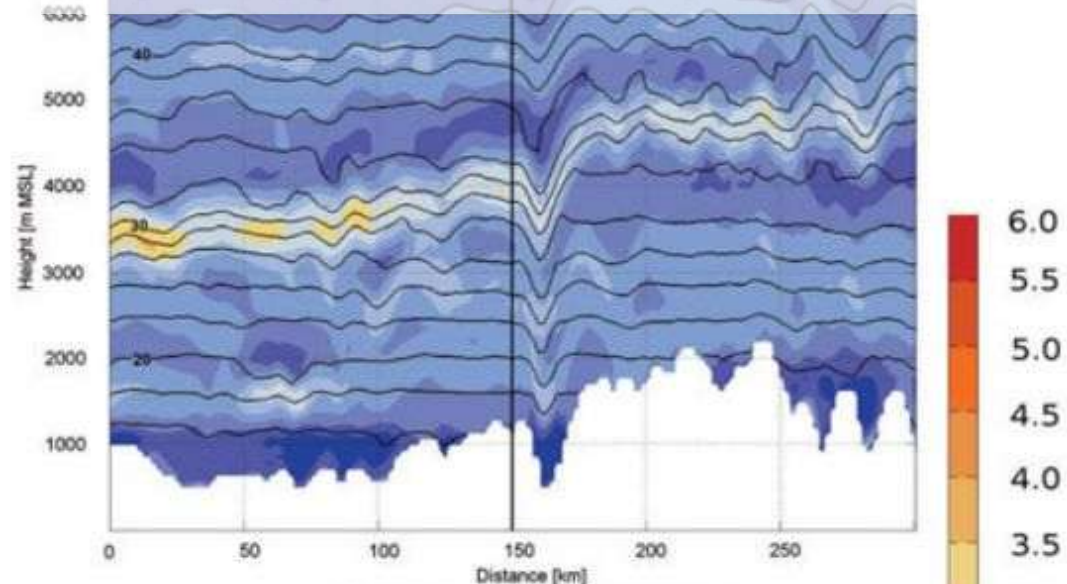
Κατά κανόνα η Γήινη Ατμόσφαιρα είναι ευσταθής (λιγότερο στους Τροπικούς). Περιοχές στατικής αστάθειας είναι δυνατόν να εμφανιστούν αλλά η ίδια η εκδήλωση αστάθειας τελικά οδηγεί σε κατακόρυφες κινήσεις αερίων μαζών οι οποίες τελικά αποκαθιστούν την στατική ευστάθεια.

Vertical cross section of Brunt-Väisälä frequency

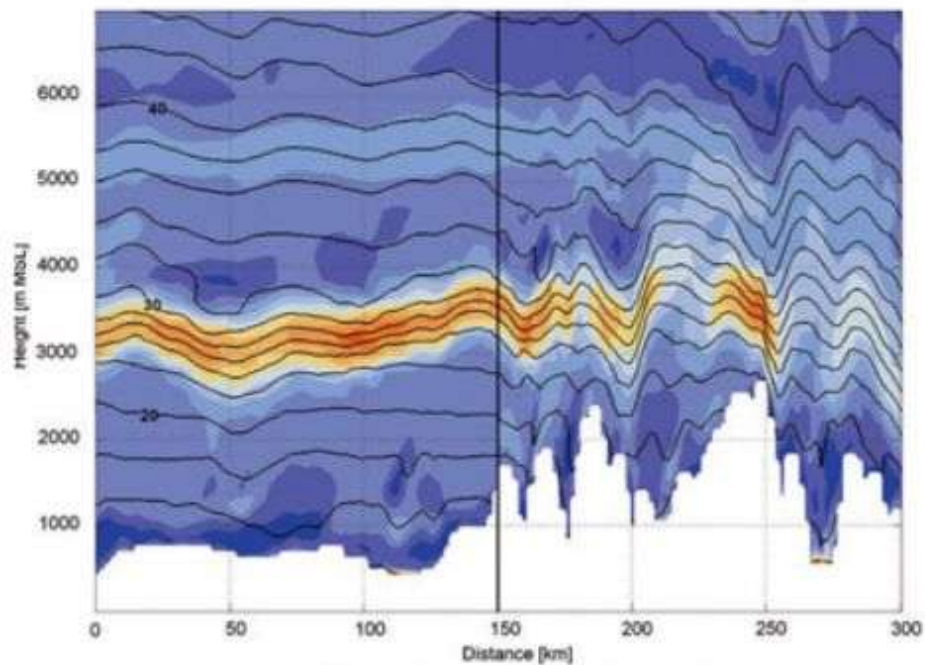
https://www.schweizerbart.de/papers/metz/detail/27/88250/The_La_seyer_wind_storm_case_studies_and_a_climato?af=crossref



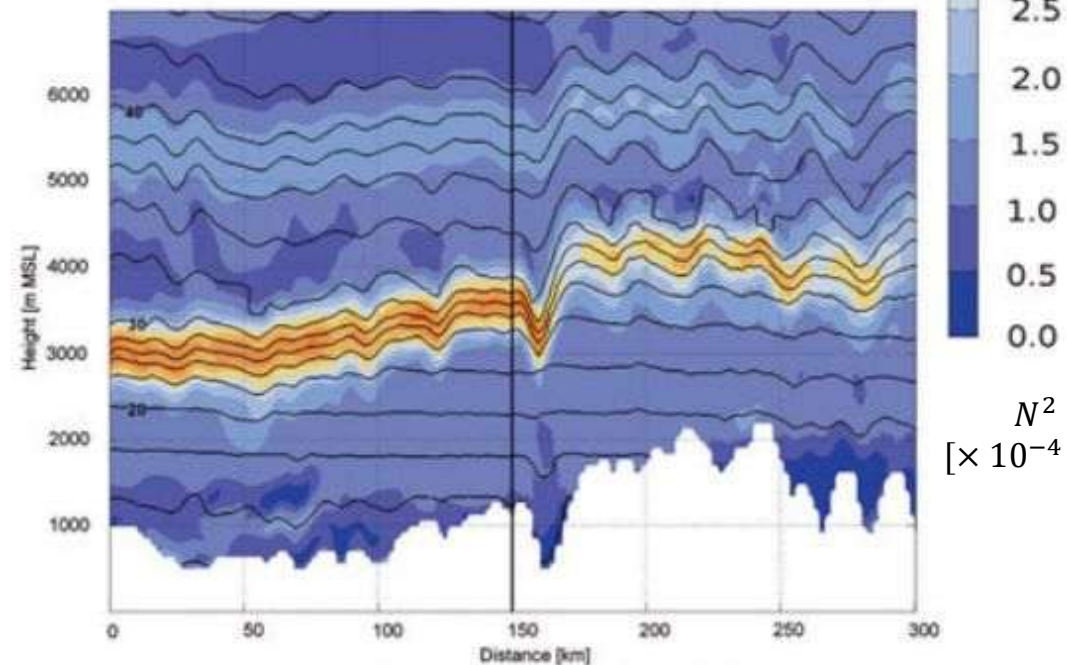
(a) N-S profile at 9 UTC



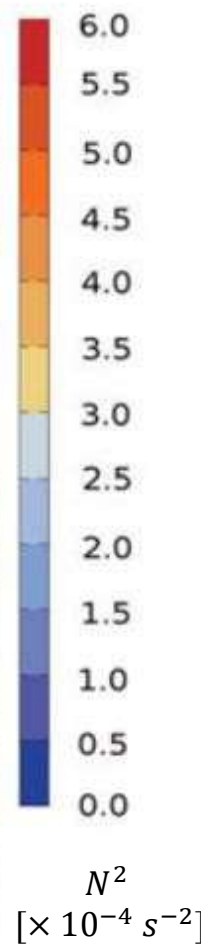
(b) W-E profile at 9 UTC



(c) N-S profile at 13 UTC



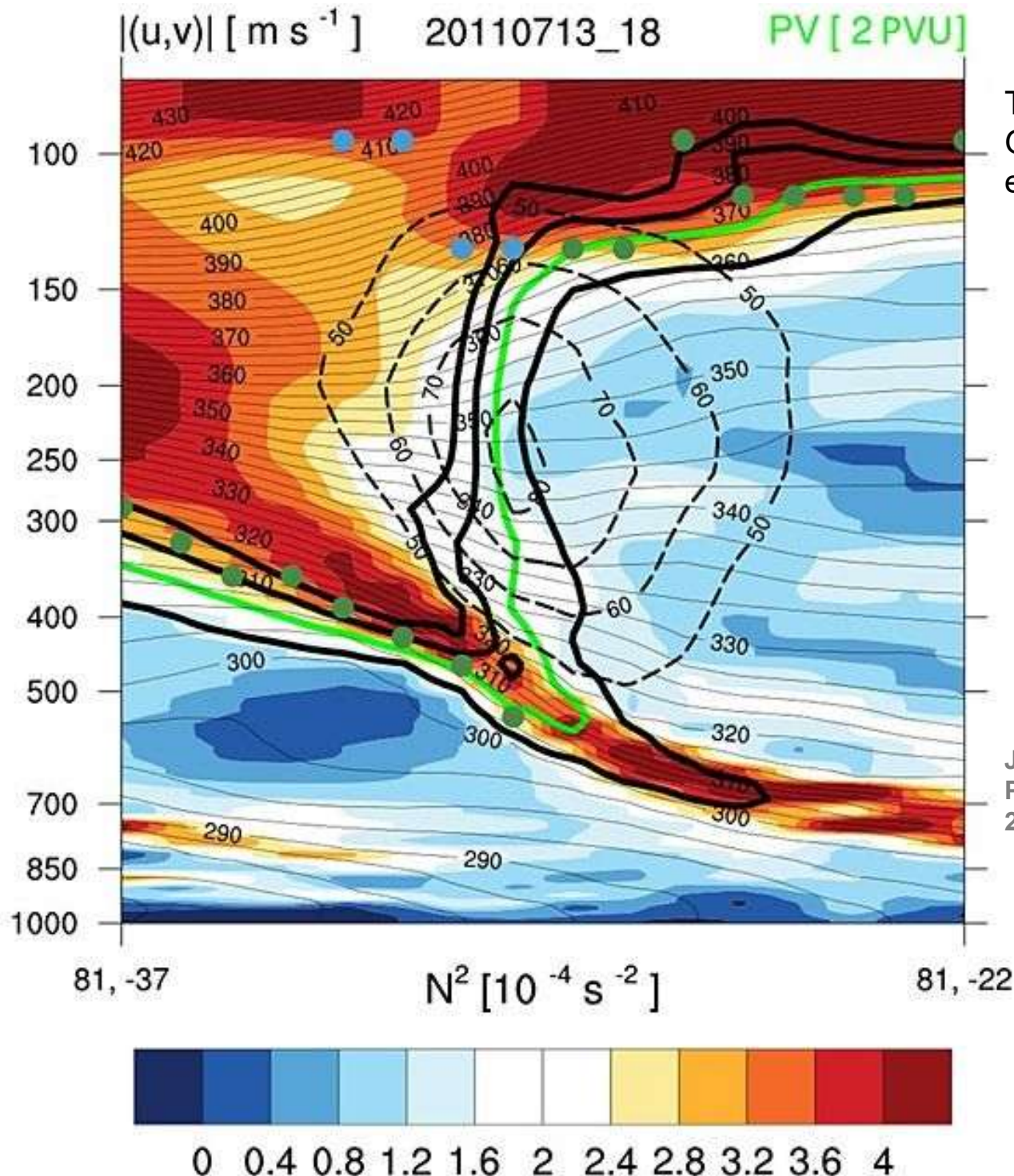
(d) W-E profile at 13 UTC



Vertical cross section of Brunt-Väisälä frequency

a)

Pressure [hPa]



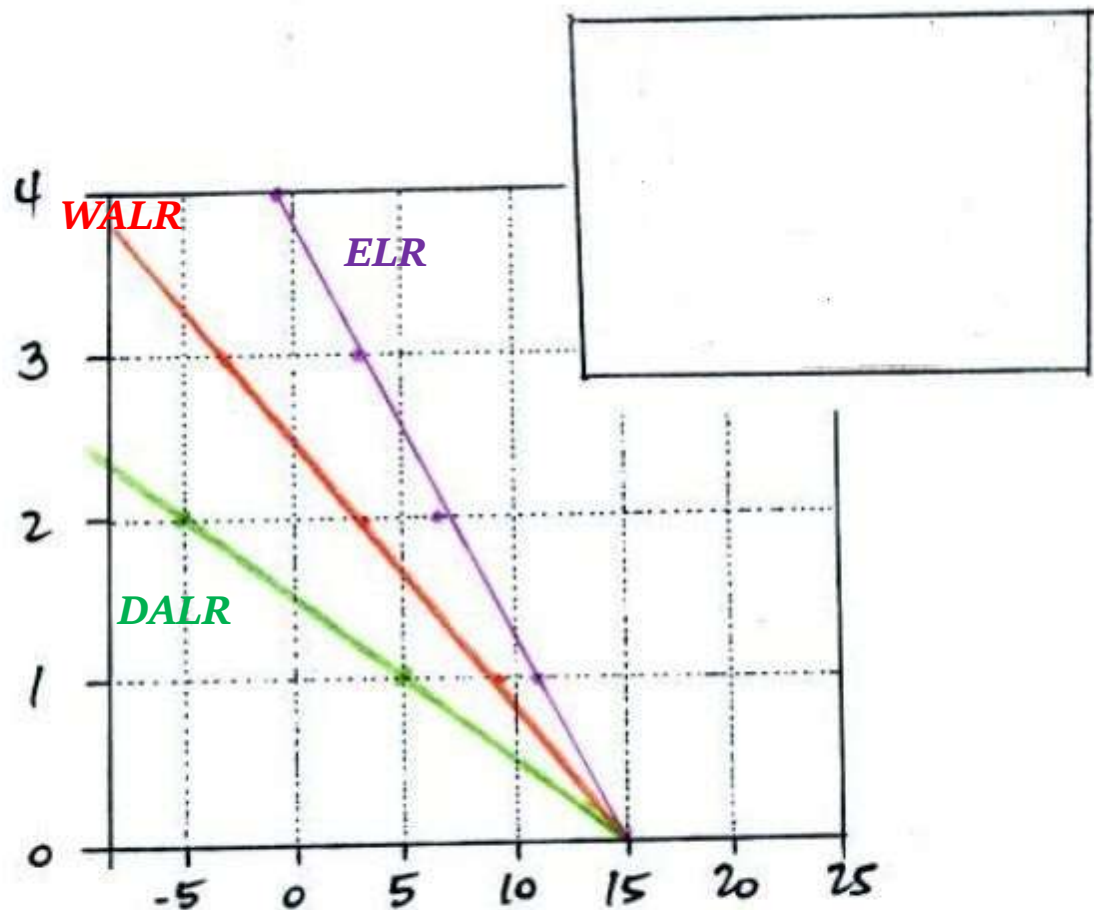
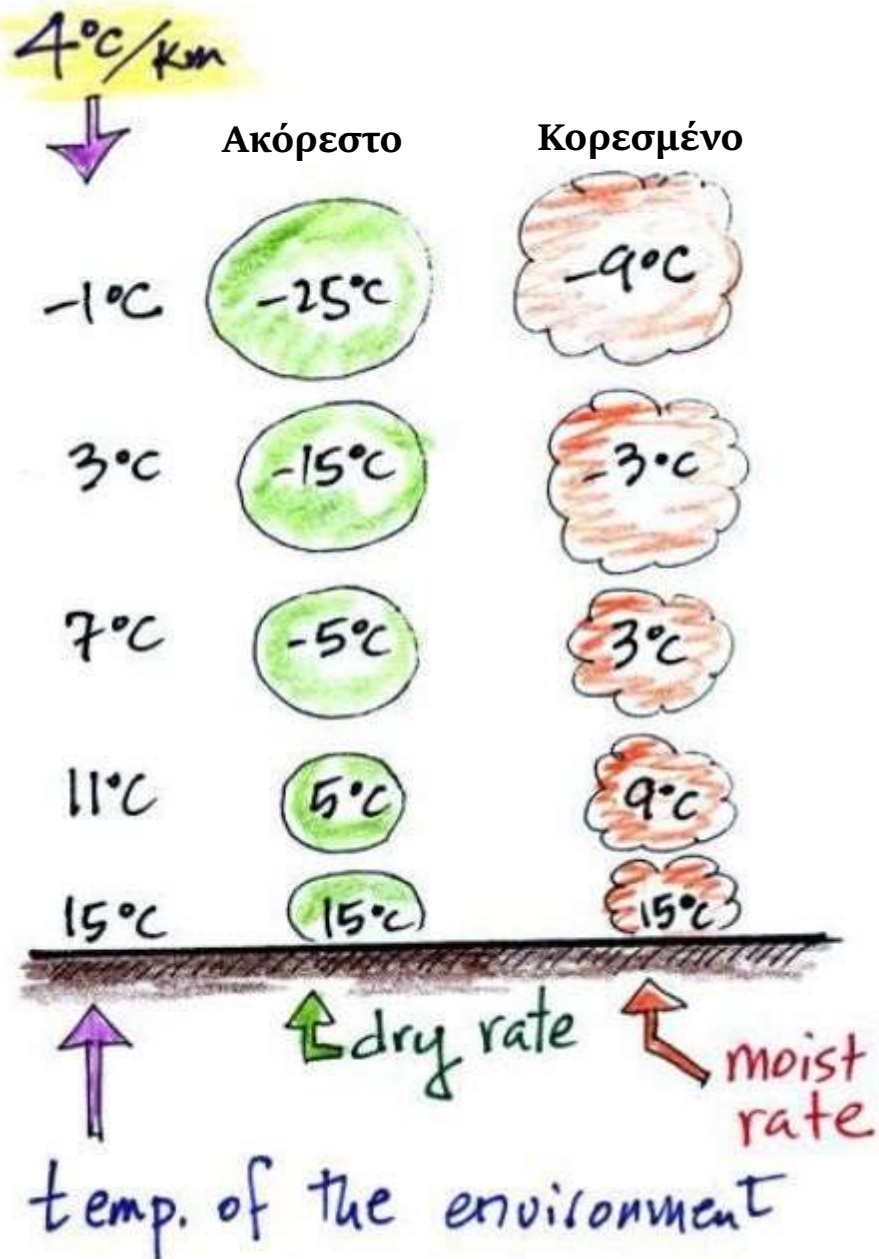
Tropopause folds in ERA-Interim:
Global climatology and relation to
extreme weather events

JGR Atmospheres, Volume: 120, Issue: 10,
Pages: 4860-4877, First published: 29 April
2015, DOI: (10.1002/2014JD022787)

Άσκηση

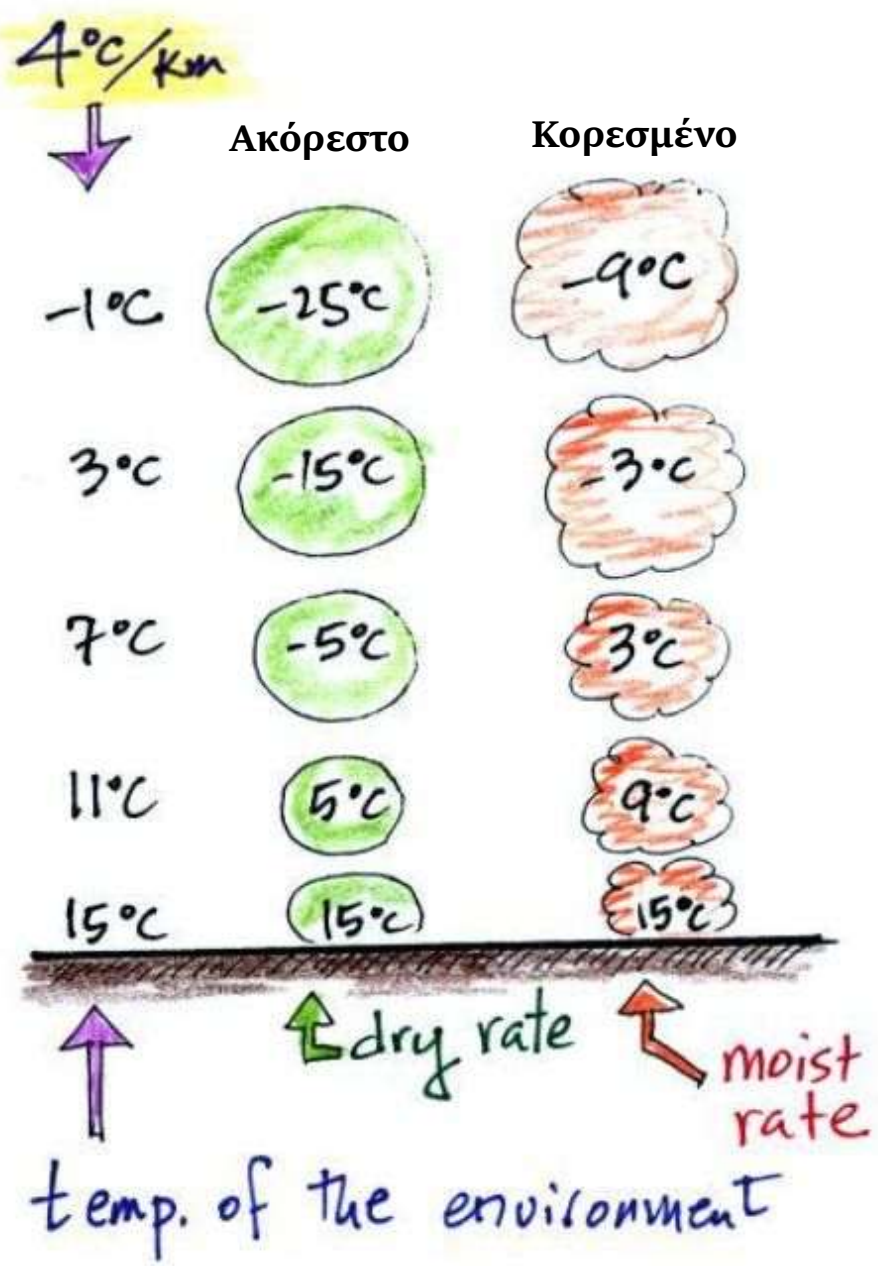
Εφαρμογή

Να χαρακτηριστεί ως προς την ευστάθεια το παρακάτω ατμοσφαιρικό στρώμα.

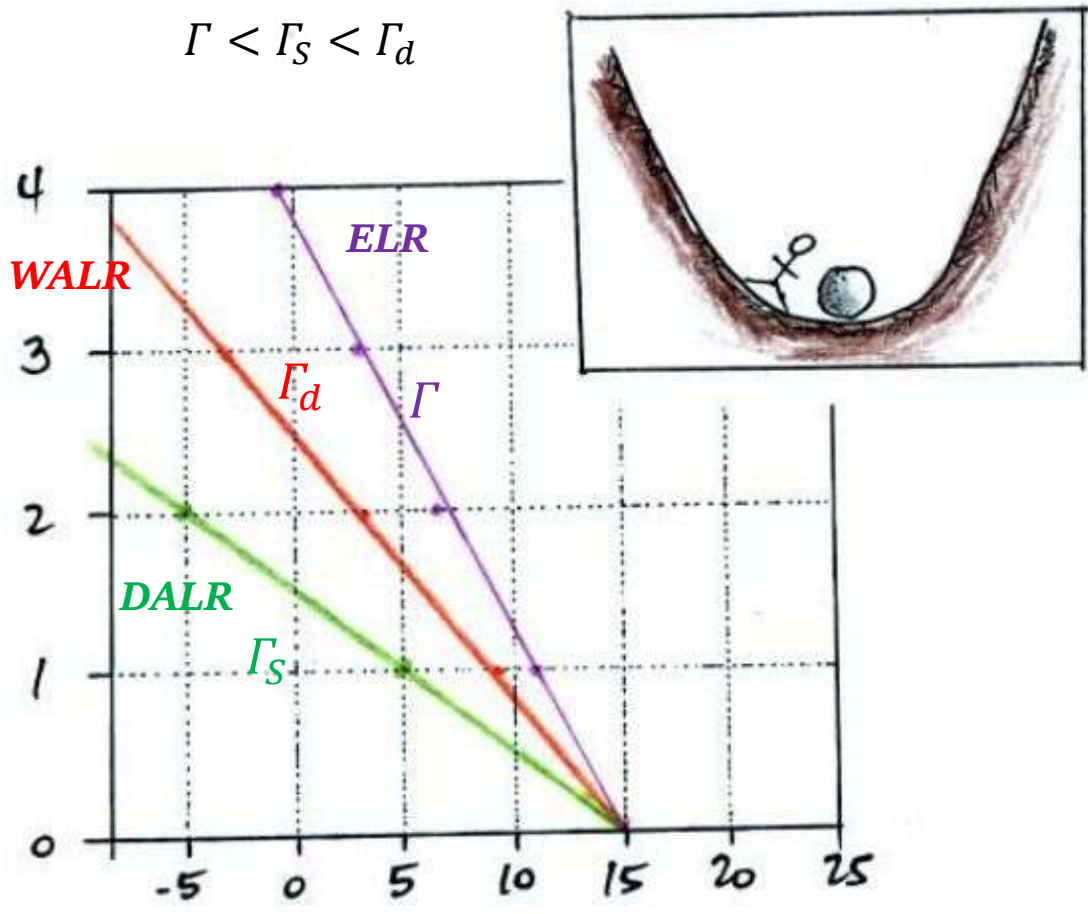


Άσκηση

Εφαρμογή
Να χαρακτηριστεί ως προς την ευστάθεια το παρακάτω ατμοσφαιρικό στρώμα.



Απόλυτη ευστάθεια (I)

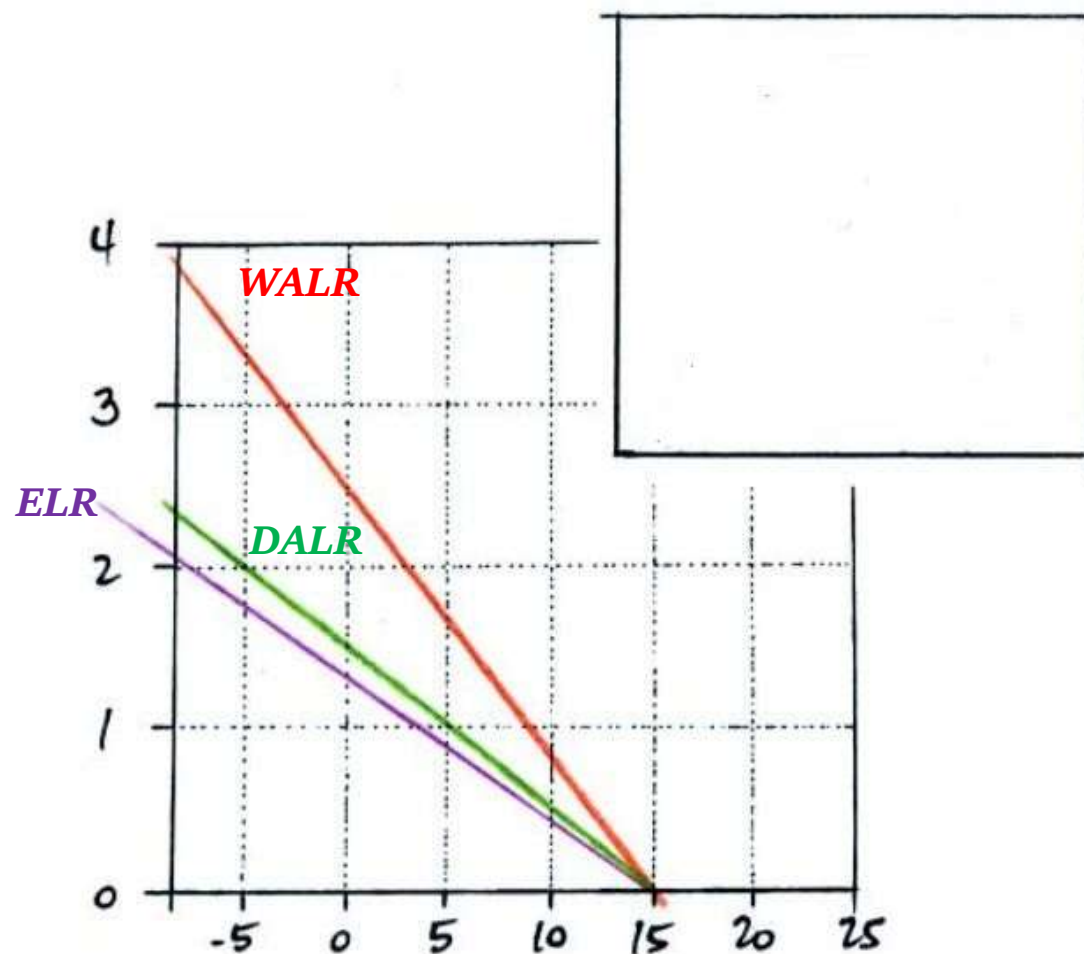
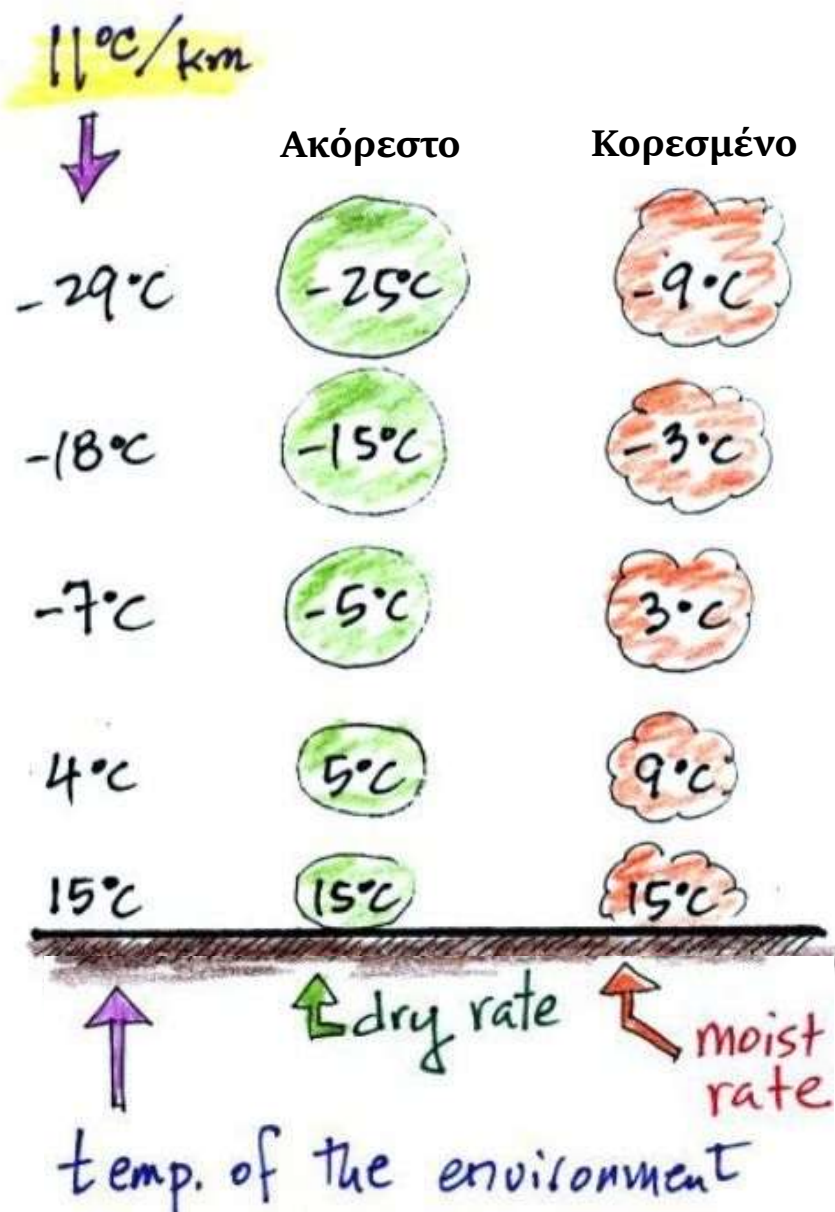


Ανερχόμενα πακέτα ακόρεστου ή κορεσμένου αέρα θα καταλήξουν και τα δύο πιο ψυχρά και πιο πυκνά από τον περιβάλλοντα αέρα. Εάν ανυψωθούν και απελευθερωθούν, θα βυθιστούν πίσω στο έδαφος. Η ατμόσφαιρα είναι **απολύτως ευσταθής** σε αυτή την κατάσταση.

Άσκηση

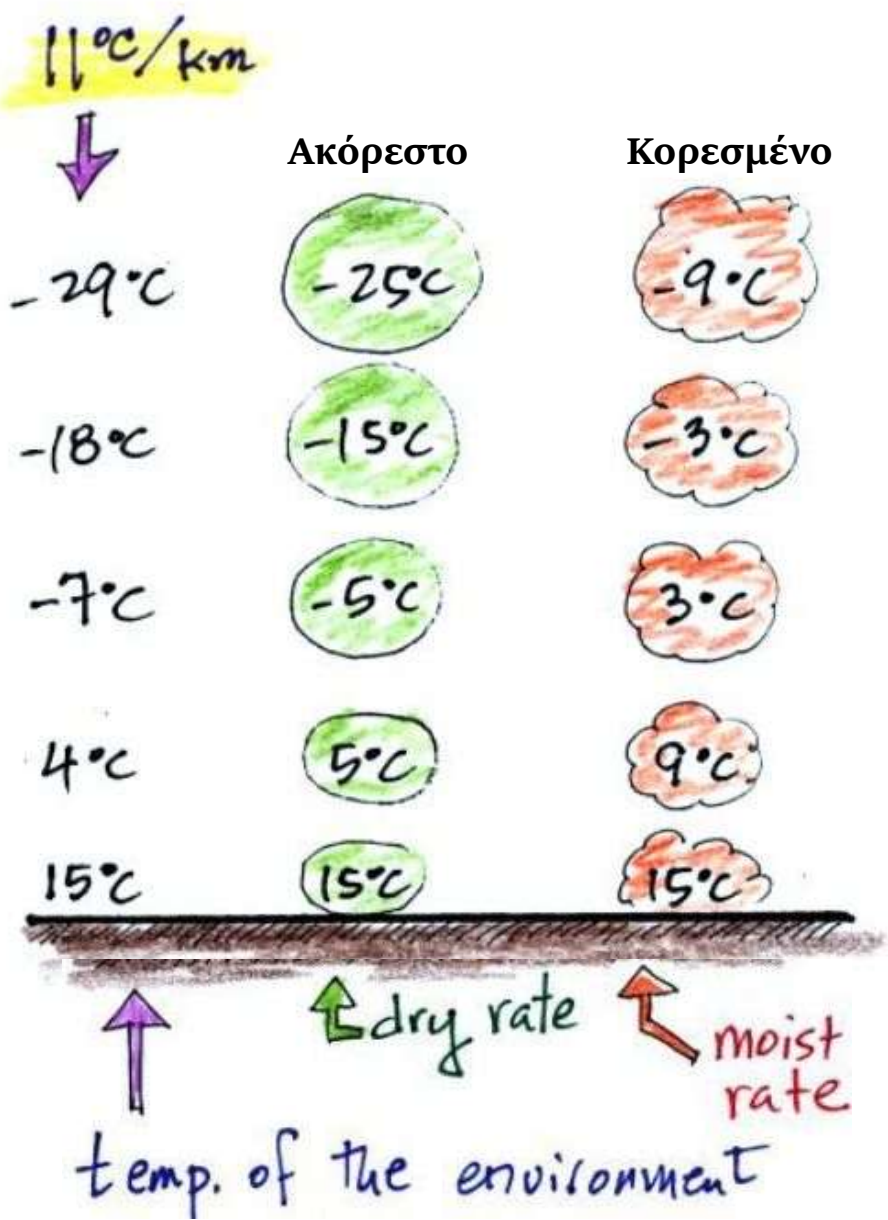
Εφαρμογή

Να χαρακτηριστεί ως προς την ευστάθεια το παρακάτω ατμοσφαιρικό στρώμα.



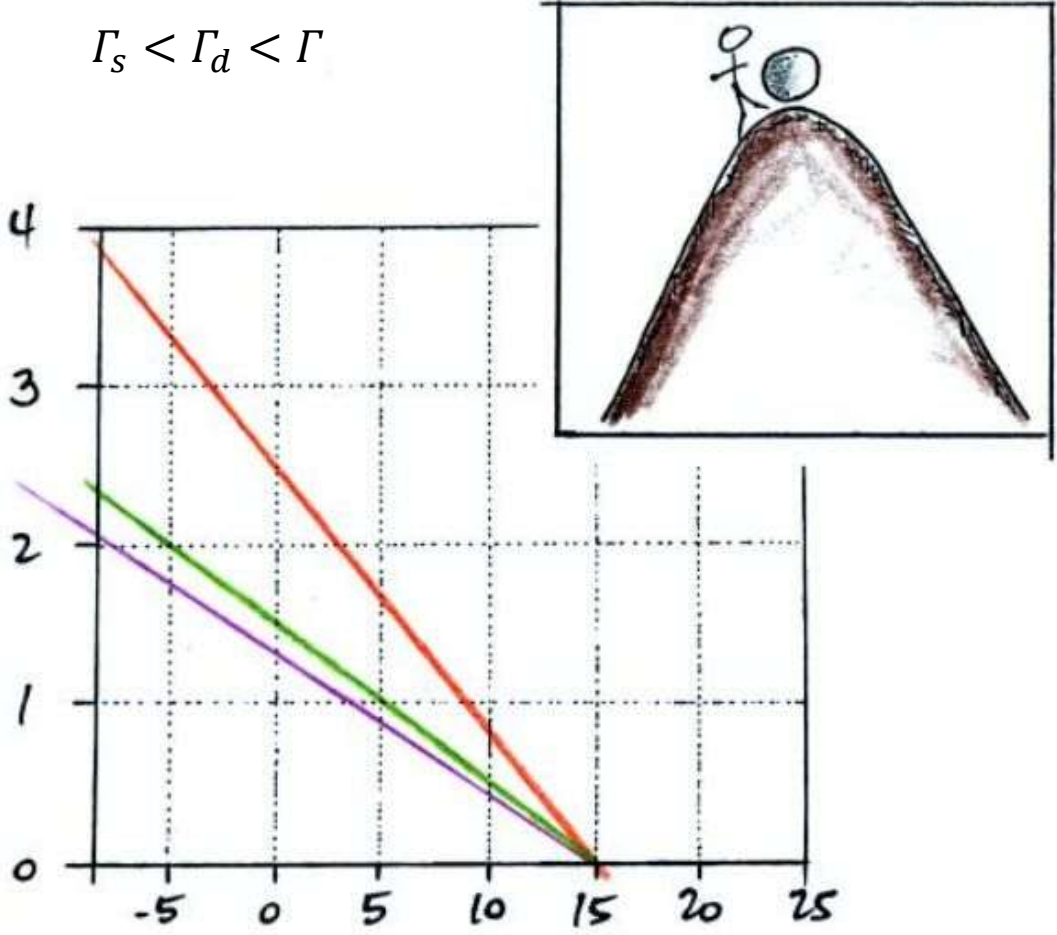
Άσκηση

Εφαρμογή
Να χαρακτηριστεί ως προς την ευστάθεια το παρακάτω ατμοσφαιρικό στρώμα.



Απόλυτη αστάθεια (III)

$\Gamma_s < \Gamma_d < \Gamma$

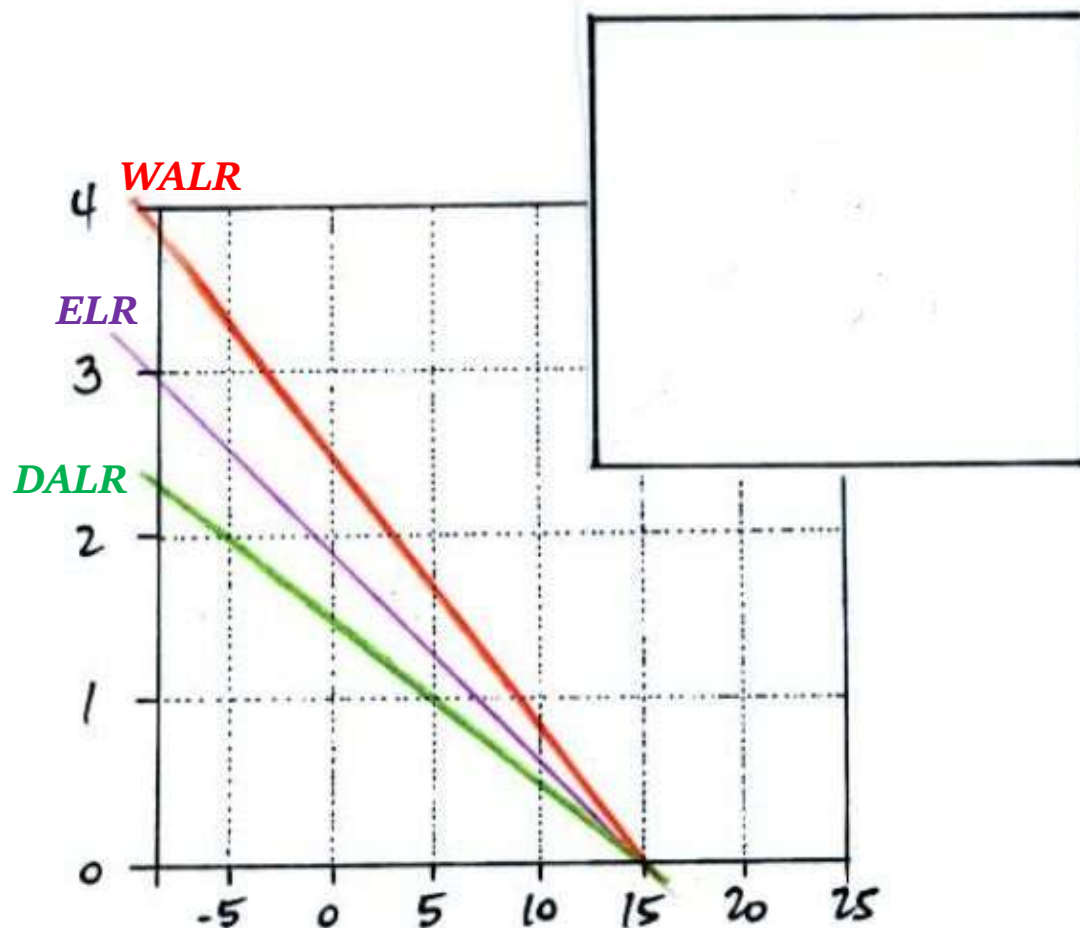
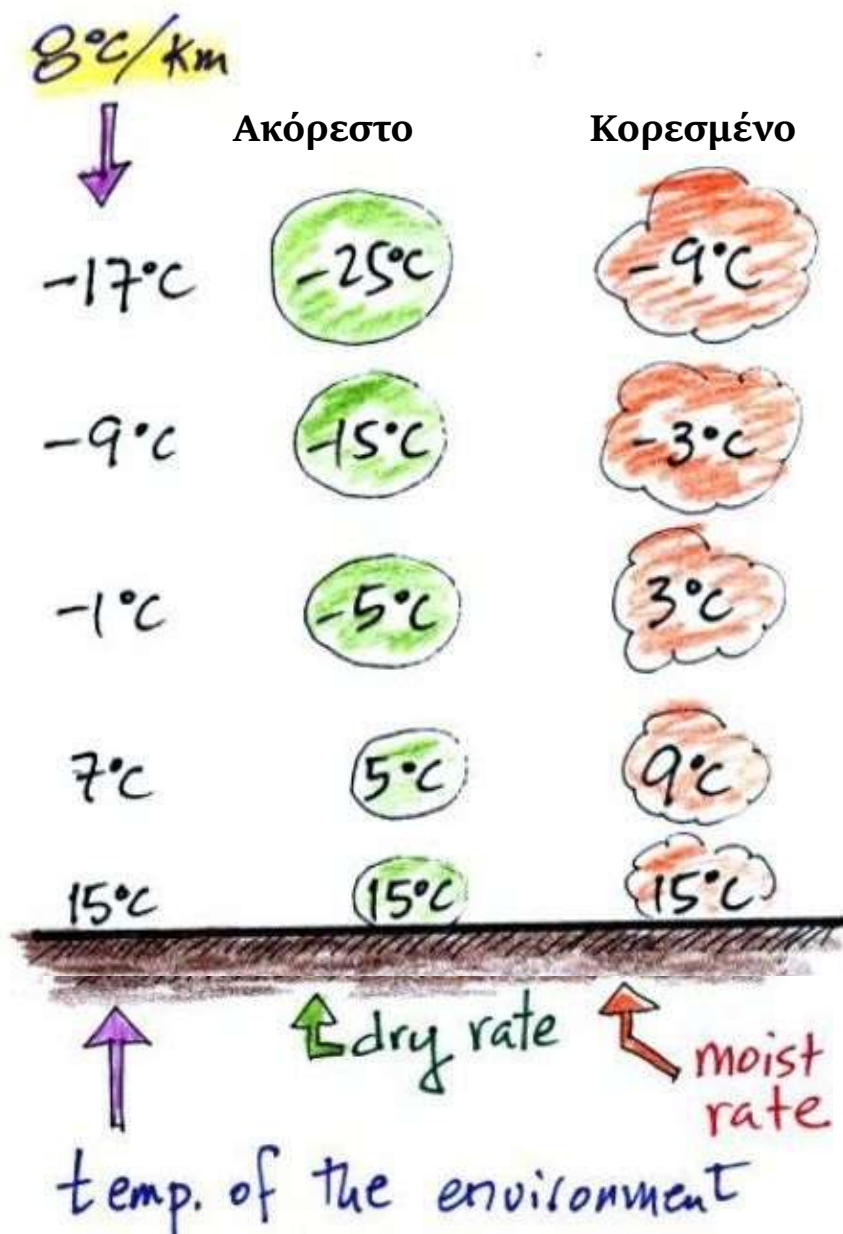


Ανερχόμενα πακέτα ακόρεστο ή κορεσμένο αέρα θα καταλήξουν και τα δύο πιο θερμά και λιγότερα πυκνά από τον περιβάλλοντα αέρα. Εάν ανυψωθούν και απελευθερωθούν, θα συνεχίσουν να ανεβαίνουν μόνο τους. Η ατμόσφαιρα είναι **απολύτως ασταθής** σε αυτή την κατάσταση.

Άσκηση

Εφαρμογή

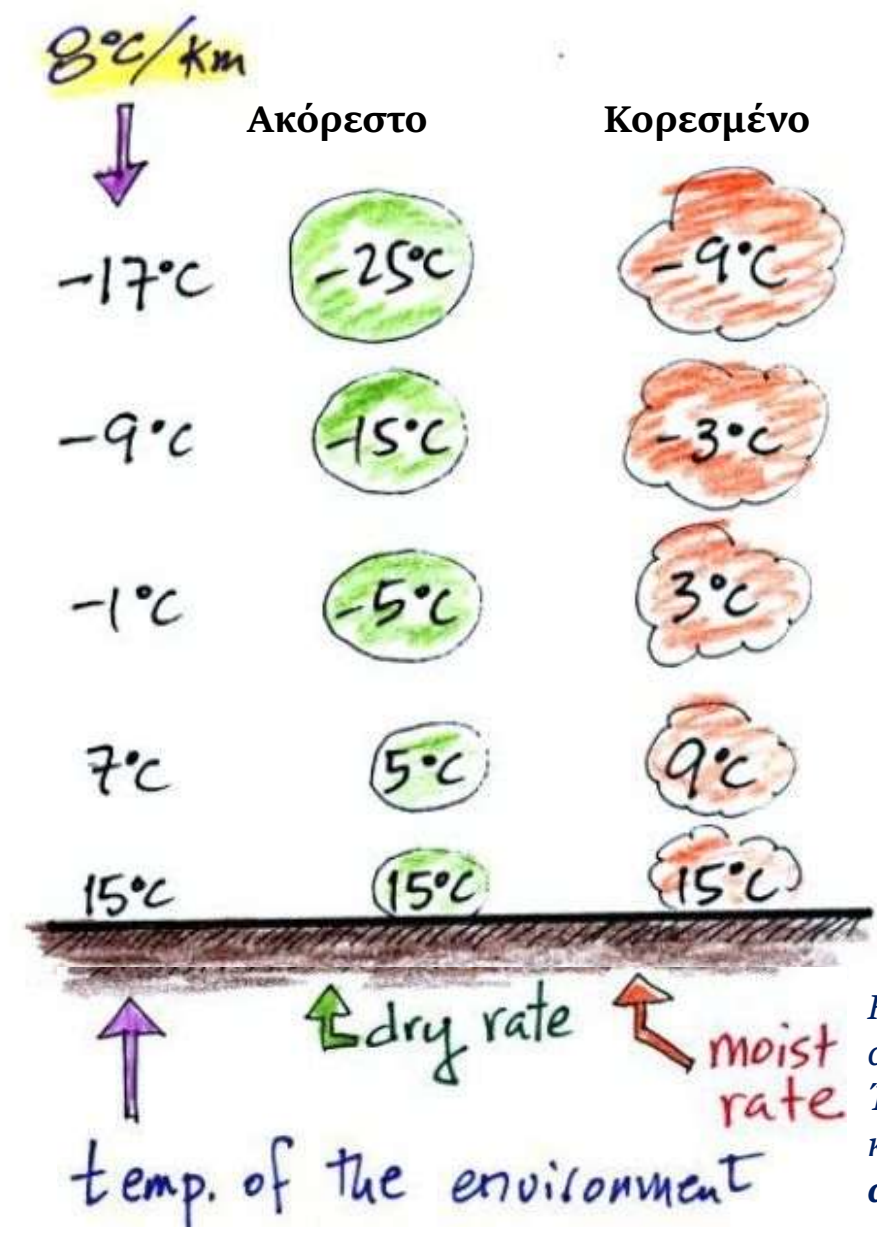
Να χαρακτηριστεί ως προς την ευστάθεια το παρακάτω ατμοσφαιρικό στρώμα.



Άσκηση

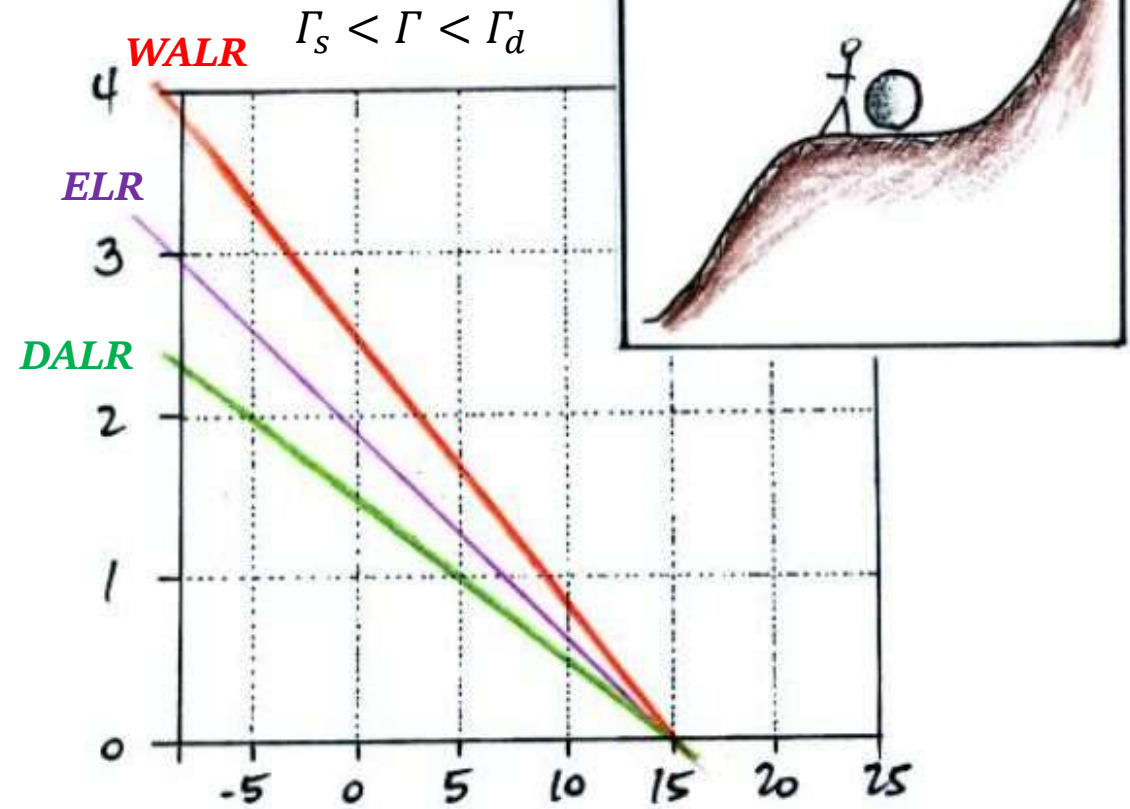
Εφαρμογή

Να χαρακτηριστεί ως προς την ευστάθεια το παρακάτω ατμοσφαιρικό στρώμα.



Η προϋπόθεση για την αστάθεια είναι η κατεύθυνση της αρχικής ώθησης στο βράχο.

Σχετική αστάθεια (II)

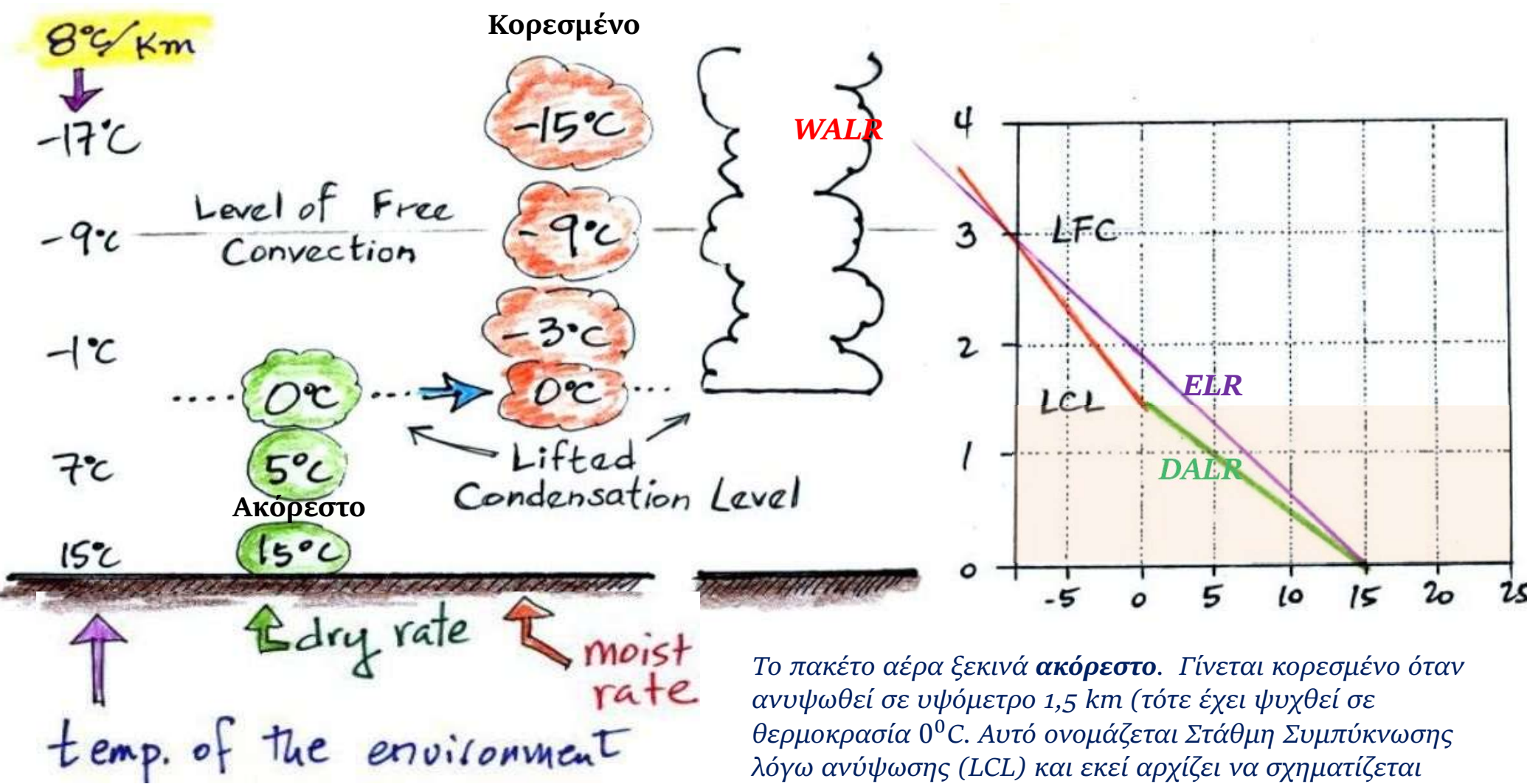


Η ατμόσφαιρα είναι **υπό όρους ασταθής**. Ένα ανερχόμενο πακέτο ακόρεστου αέρα καταλήγει πιο δροσερό και πιο πυκνό από το περιβάλλον. Ένα πακέτο κορεσμένου αέρα, το οποίο ψύχεται με βραδύτερο ρυθμό, καταλήγει θερμότερο από τον αέρα γύρω του. Η προϋπόθεση για την αστάθεια είναι ότι ο αέρας πρέπει να είναι κορεσμένος.

Άσκηση

Εφαρμογή

Σπάνια ένα πακέτο αέρα παραμένει μόνο ακόρεστο ή κορεσμένο όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Συνήθως ξεκινά ως ακόρεστο κοντά στην επιφάνεια της Γης και απαιτεί κάποια βοήθεια να ανυψωθεί και μετέπειτα καθίσταται κορεσμένο. Να μελετηθεί η συμπεριφορά του.

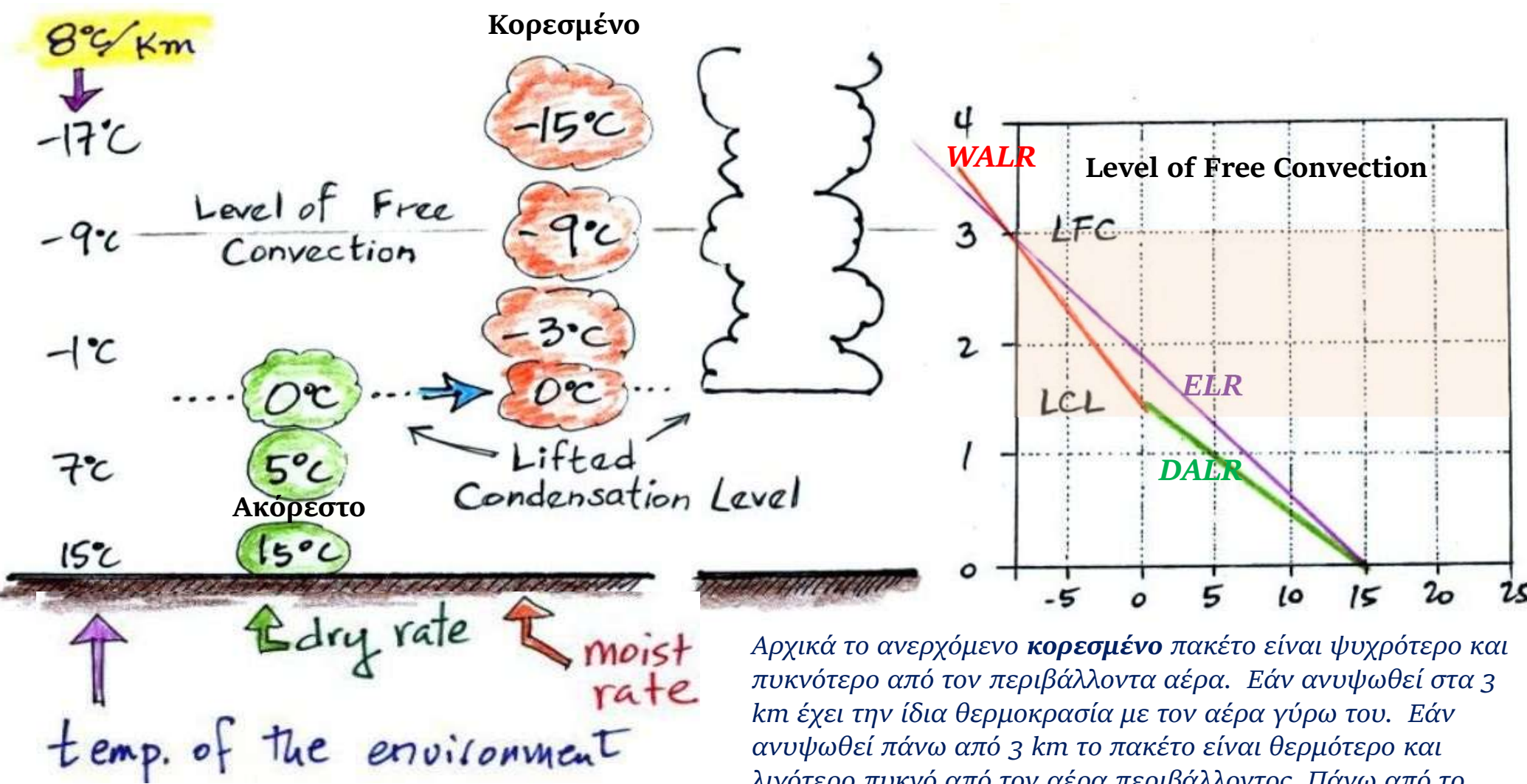


Το πακέτο αέρα ξεκινά **ακόρεστο**. Γίνεται κορεσμένο όταν ανυψωθεί σε υψόμετρο 1,5 km (τότε έχει ψυχθεί σε θερμοκρασία 0°C. Αυτό ονομάζεται Στάθμη Συμπύκνωσης λόγω ανύψωσης (LCL) και εκεί αρχίζει να σχηματίζεται νέφος. Έπειτα το ανυψούμενο πακέτο θα ψύχεται ακολουθώντας την υγρή αδιαβατική θερμοβαθμίδα.

Άσκηση

Εφαρμογή

Σπάνια ένα πακέτο αέρα παραμένει μόνο ακόρεστο ή κορεσμένο όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Συνήθως ξεκινά ως ακόρεστο κοντά στην επιφάνεια της Γης και απαιτεί κάποια βοήθεια να ανυψωθεί και μετέπειτα καθίσταται κορεσμένο. Να μελετηθεί η συμπεριφορά του.

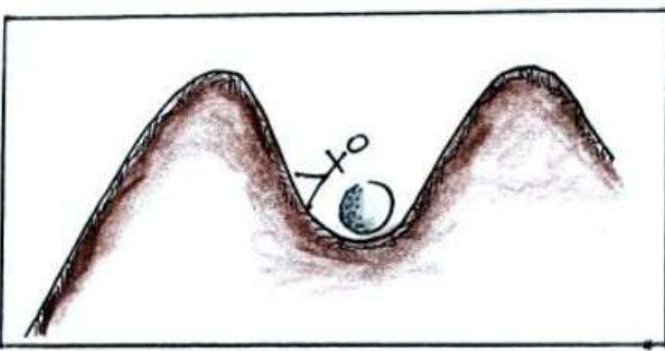
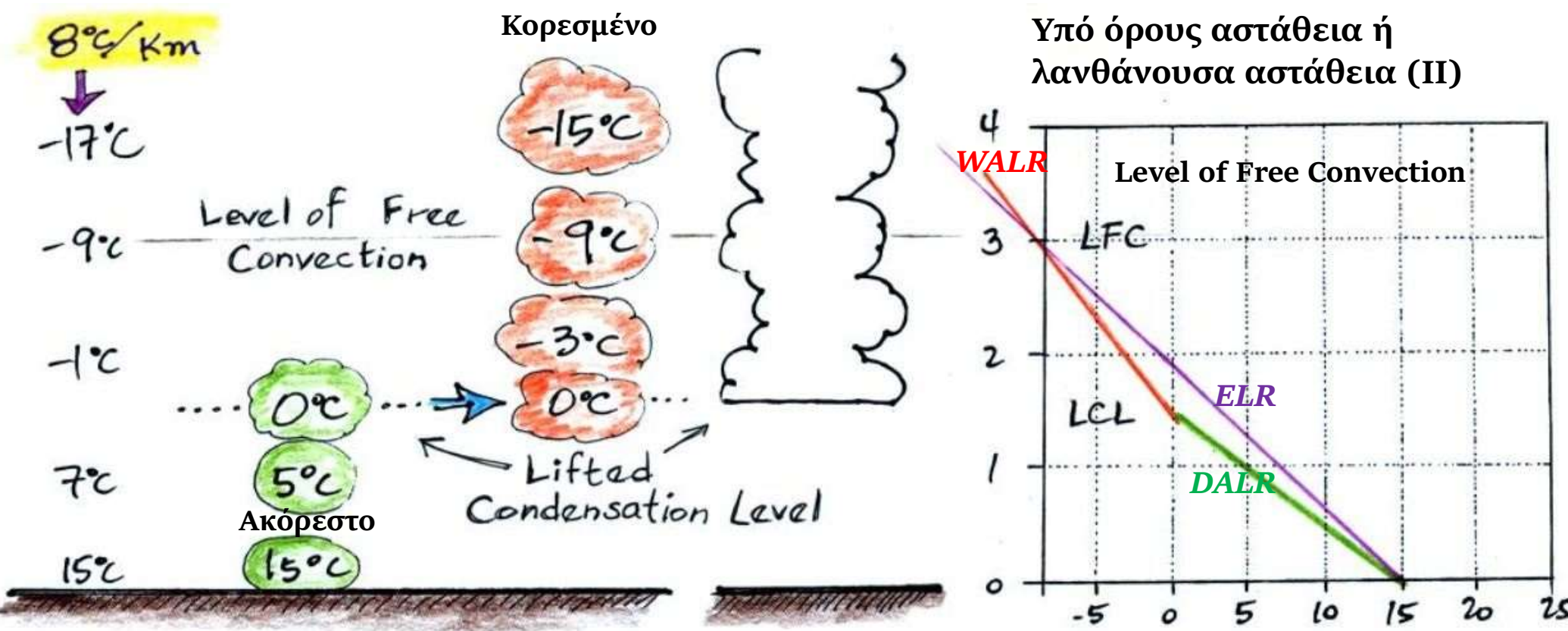


Αρχικά το ανερχόμενο **κορεσμένο** πακέτο είναι ψυχρότερο και πυκνότερο από τον περιβάλλοντα αέρα. Εάν ανυψωθεί στα 3 km έχει την ίδια θερμοκρασία με τον αέρα γύρω του. Εάν ανυψωθεί πάνω από 3 km το πακέτο είναι θερμότερο και λιγότερο πυκνό από τον αέρα περιβάλλοντος. Πάνω από το ύψος των 3 km το δέμα θα μπορέσει να συνεχίσει να ανεβαίνει μόνο του. Τα 3 km σε αυτή την περίπτωση είναι το **Στάθμη Ελεύθερης άνω μεταφοράς (LFC)**.

Άσκηση

Εφαρμογή

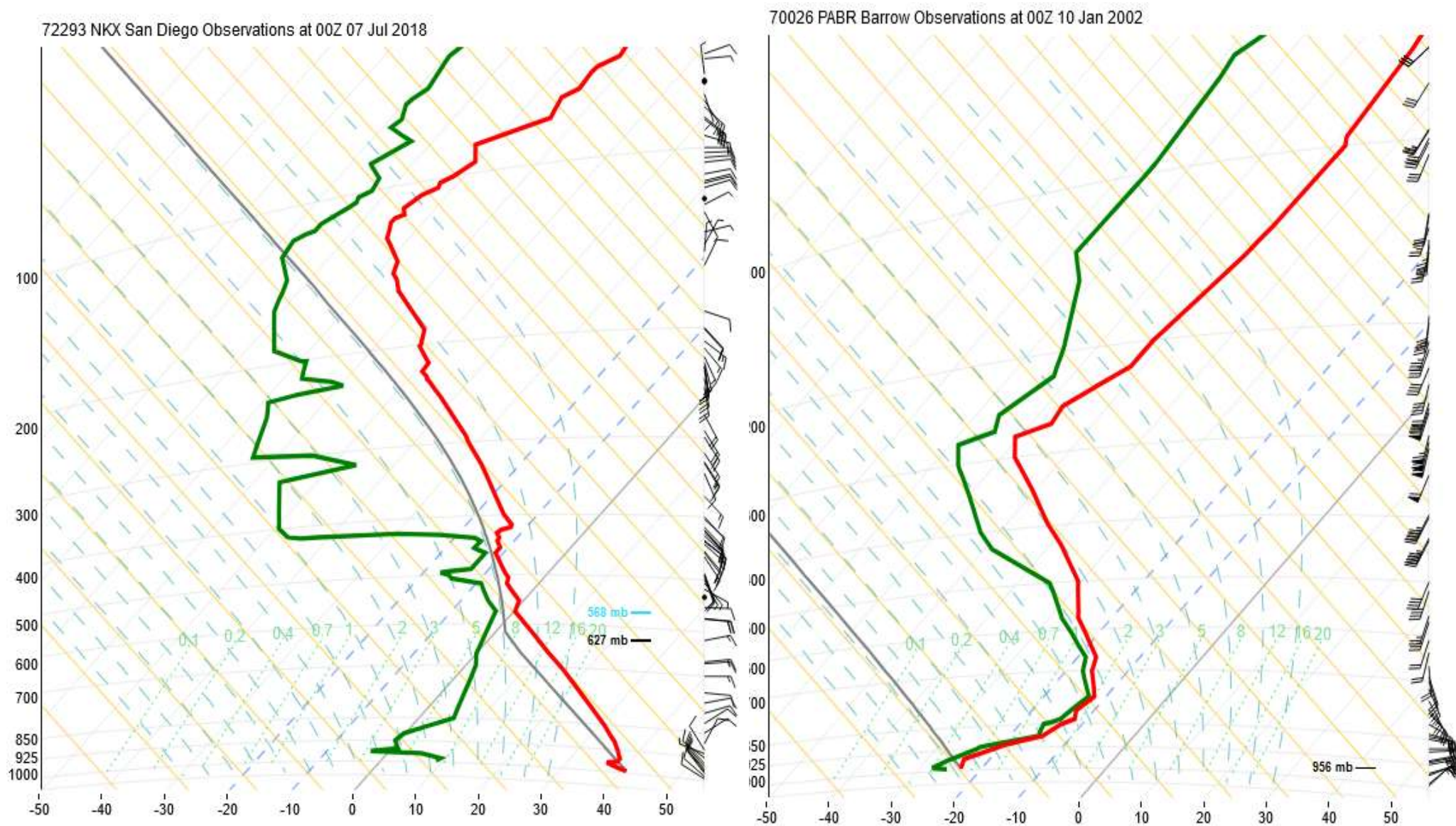
Σπάνια ένα πακέτο αέρα παραμένει μόνο ακόρεστο ή κορεσμένο όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Συνήθως ξεκινά ως ακόρεστο κοντά στην επιφάνεια της Γης και απαιτεί κάποια βοήθεια να ανυψωθεί και μετέπειτα καθίσταται κορεσμένο. Να μελετηθεί η συμπεριφορά του.



Η ατμόσφαιρα είναι **υπό όρους ασταθής (conditional instability)** – κατάσταση λανθάνουσας αστάθειας. Ένα ανερχόμενο πακέτο πρέπει πρώτα απ' όλα να κορεστεί. Στη συνέχεια, πρέπει να ανυψωθεί πάνω από το LFC .

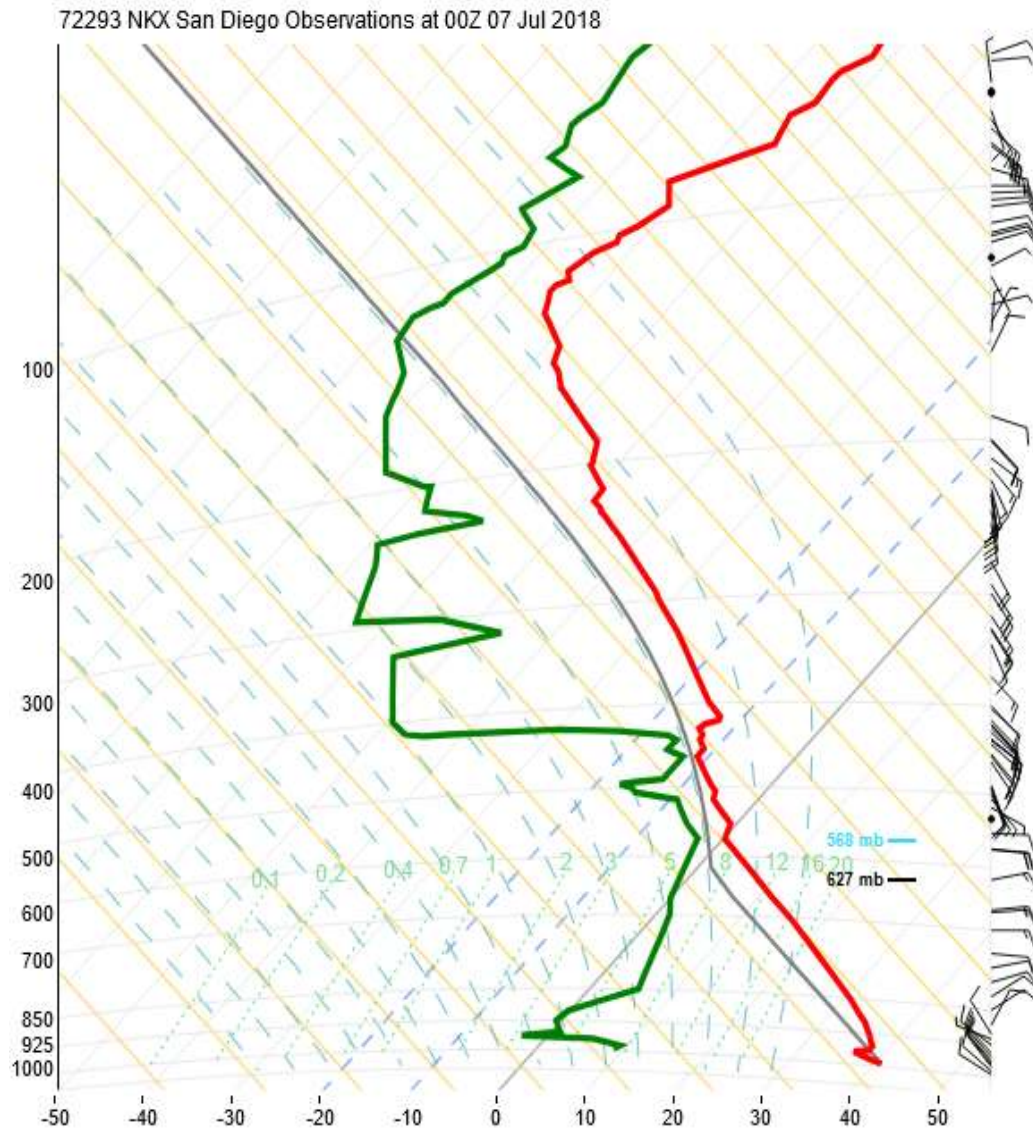
Η **μετατροπή** του δείγματος αέρα σε **κορεσμένο** και η **ανύψωσή** σου απάνω από το LFC αντιστοιχούν στην κατάσταση όπου η κοιλάδα είναι ρηχή και με κάποια μεγάλη ώθηση το σύστημα περνάει σε ασταθή κατάσταση ισορροπίας. Η ανύψωση μπορεί να είναι μηχανική ή θέρμανση από κάτω.

Σύγκριση ραδιοβολίσεων

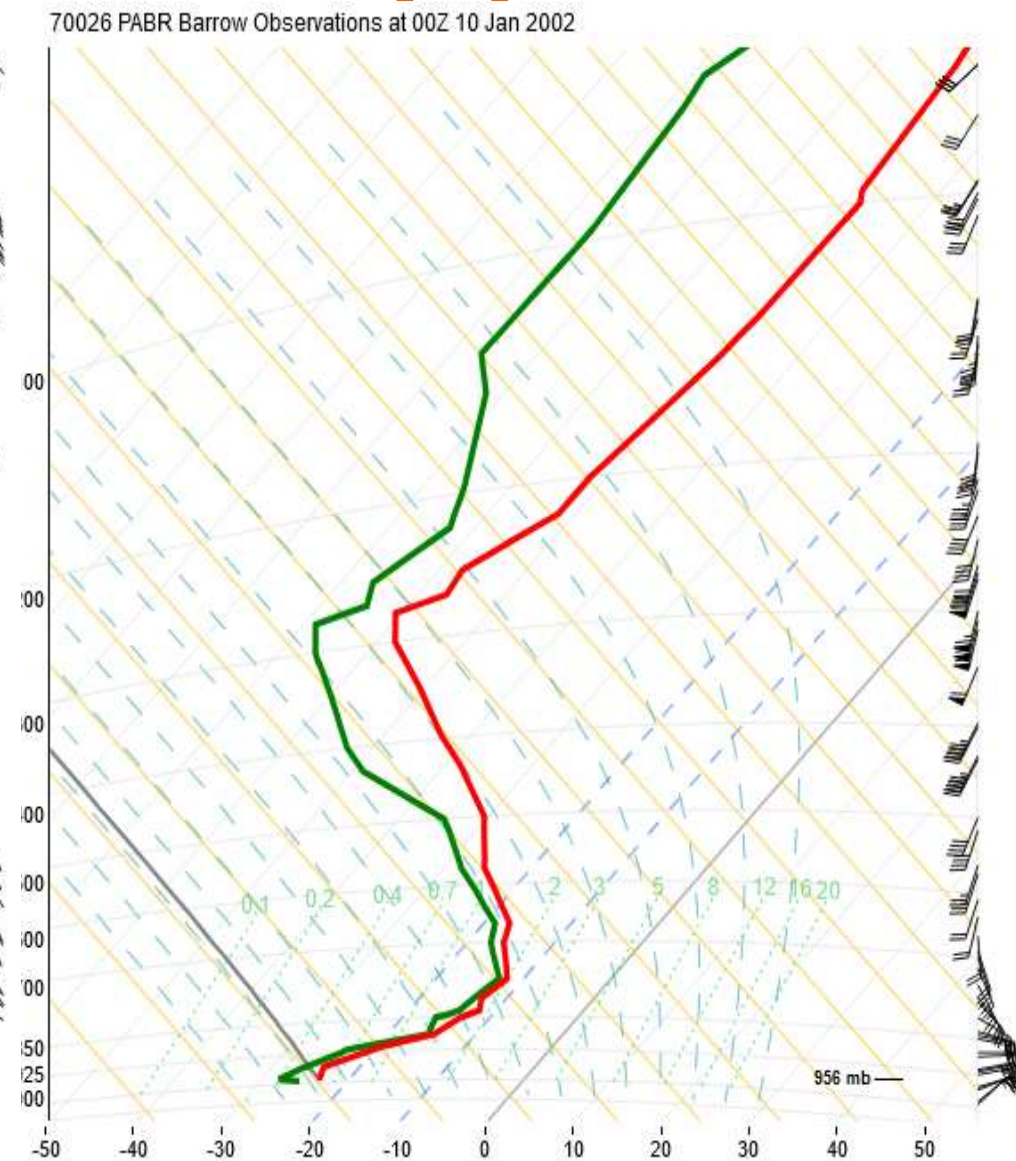


Ερώτηση: Ποιά από τις δυο ραδιοβολίσεις αντιστοιχεί σε συνθήκες **καύσωνα (heat wave)** και ποιά σε συνθήκες **ισχυρής αναστροφής (low level inversion)**;

Heat wave



Low Troposphere Inversion



Ερώτηση: Ποιά από τις δυο ραδιοβολίσεις αντιστοιχεί σε συνθήκες **καύσωνα (heat wave)** και ποιά σε συνθήκες **ισχυρής αναστροφής (low level inversion)**;