



Τμήμα Φυσικής

Δυναμικής Ατμόσφαιρας

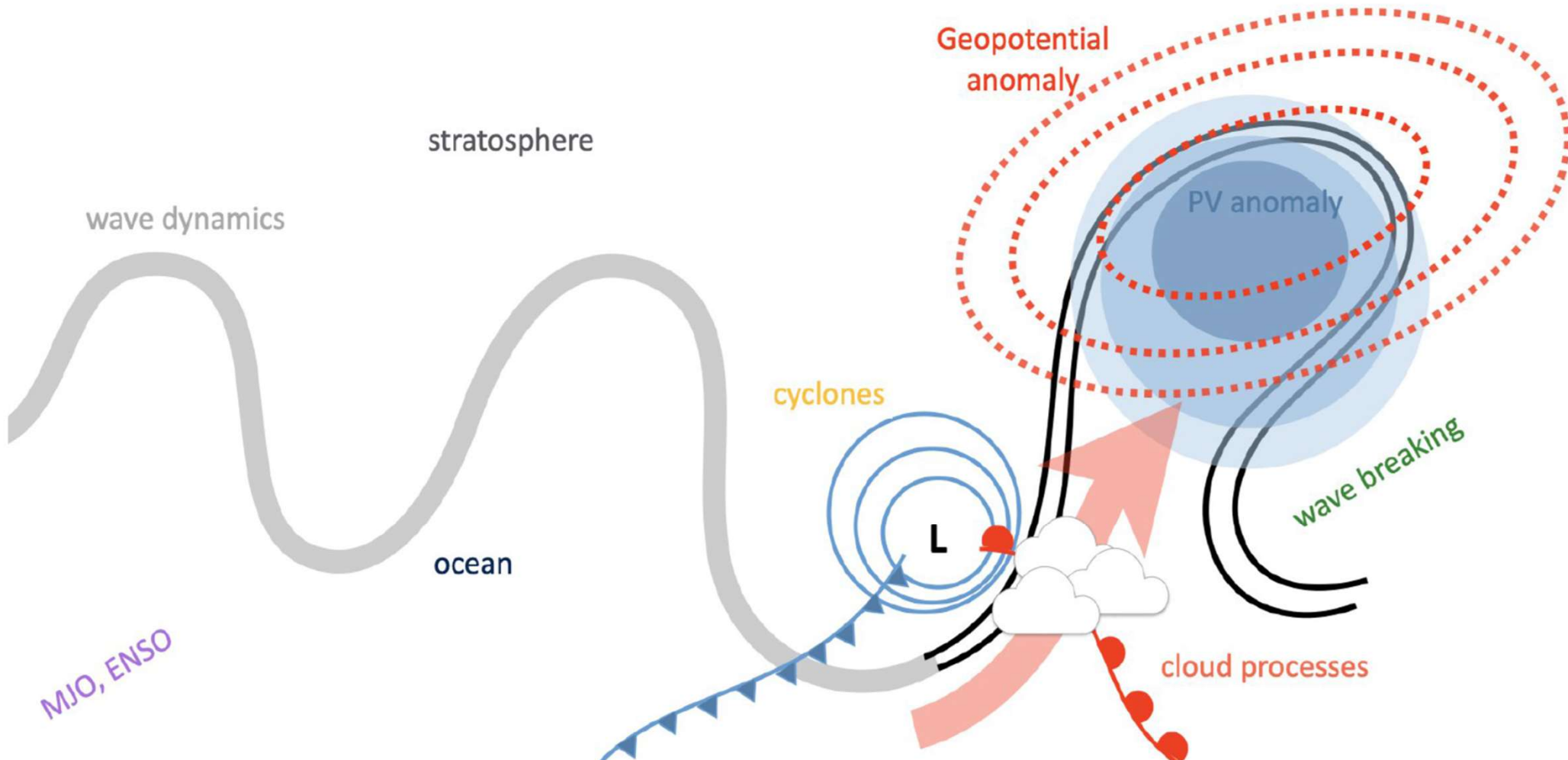
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

Δυναμική Ατμόσφαιρας





Τμήμα Φυσικής

Δυναμική Ατμόσφαιρας

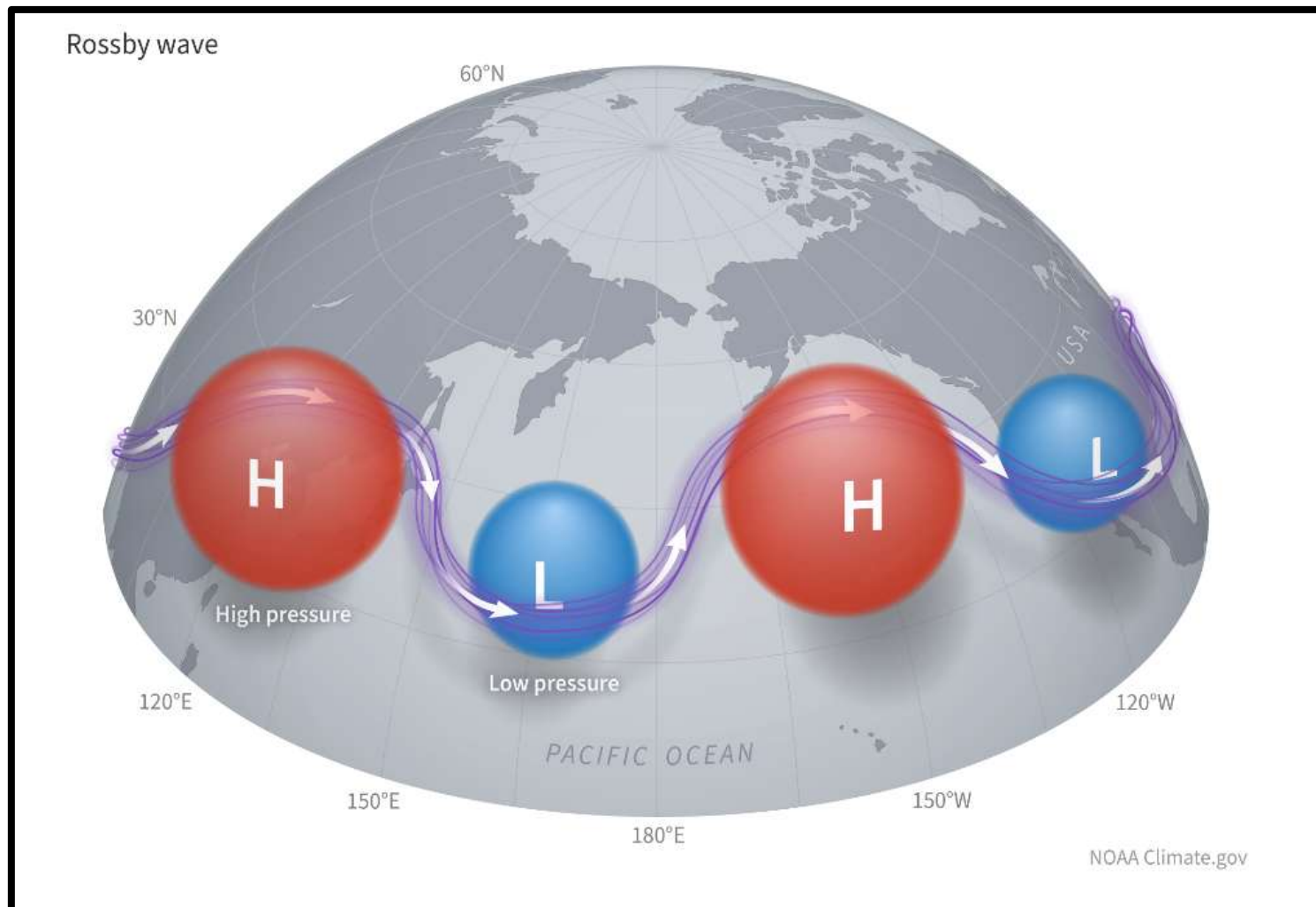
Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

4. Ασκήσεις: Κύματα Rossby



Εφαρμογή 1

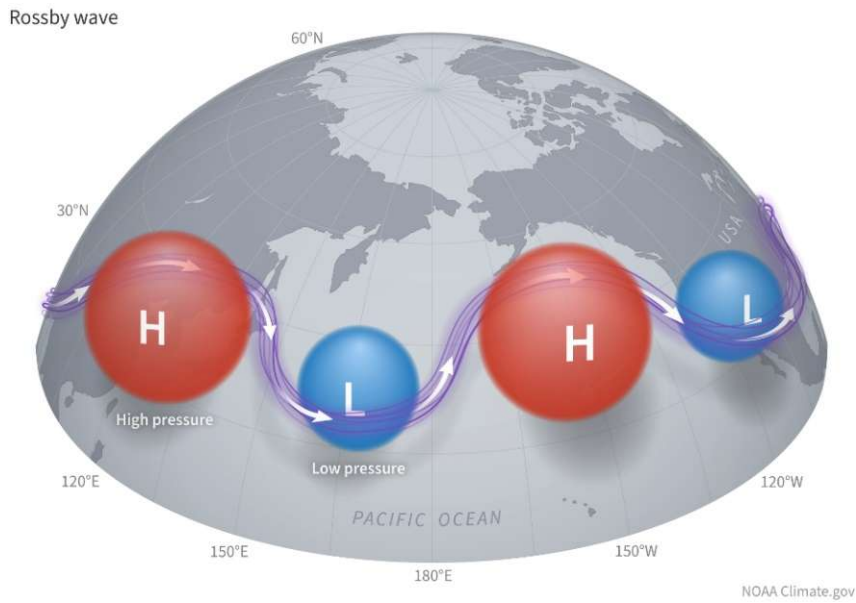
Βαροτροπικό κύμα Rossby διαδίδεται στα μέσα γ.π, (δηλ. $\varphi = 45^\circ\text{N}$) και έχει παρόμοιο μ.κ. στη ζωνική και μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^x \sim \lambda^y = L = 5000 \text{ km}$. Δίδεται η ακτίνα της Γης $a = 6400 \text{ km}$ και το $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να υπολογιστούν:

- i) Η ζωνική φασική ταχύτητα κύματος Rossby σε σχέση με τη μέση ταχύτητα υποβάθρου
- ii) Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στη ζωνική διεύθυνση ως προς παρατηρητή, ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, στην περίπτωση που δεν υπάρχει ζωνική ταχύτητα υποβάθρου.
- iii) Πόσος χρόνος απαιτείται για μια κορυφή του κύματος να κάνει το γύρο του Β. Ημισφαιρίου;

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi = 1.61 \times 10^{-11} \text{ /m s}$$

$$k = l = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{5} \times 10^{-6} = 1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$c_p^x - \bar{u} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} = -\frac{1.61 \times 10^{-11}}{3.16 \times 10^{-12}} = -5.1 \text{ m/s}$$



i) Παρατηρητής ο οποίος κινείται μαζί με τη ζωνική ροή υποβάθρου παρατηρεί ότι το κύμα Rossby διαδίδεται προς τα δυτικά με ταχύτητα 5.1 m/sec .

$$c_p^x = \bar{u} - 5.1 = 0 - 7.4 = -5.1 \text{ m/s}$$

ii) Παρατηρητής ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης παρατηρεί ότι το κύμα Rossby διαδίδεται προς τα δυτικά με ταχύτητα 5.1 m/sec . Δεν υπάρχει μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου.

Ασκήσεις

Εφαρμογή 1

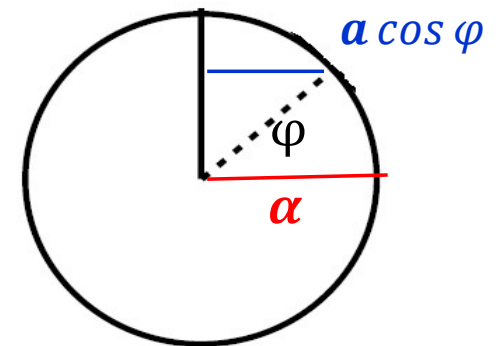
Βαροτροπικό κύμα Rossby διαδίδεται στα μέσα γ.π, (δηλ. $\varphi = 45^\circ \text{N}$) και έχει παρόμοιο μ.κ. στη ζωνική και μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^x \sim \lambda^y = L = 5000 \text{ km}$. Δίδεται η ακτίνα της Γης $a = 6400 \text{ km}$ και το $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να υπολογιστούν:

- Η ζωνική φασική ταχύτητα κύματος Rossby σε σχέση με τη μέση ταχύτητα υποβάθρου
- Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στη ζωνική διεύθυνση ως προς παρατηρητή, ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, στην περίπτωση που δεν υπάρχει ζωνική ταχύτητα υποβάθρου.
- Πόσος χρόνος απαιτείται για μια κορυφή του κύματος να κάνει το γύρο του Β. Ημισφαιρίου;

Το κύμα διαδίδεται προς τα δυτικά στην περίπτωση που απουσιάζει ζωνική ροή υποβάθρου

$$c_p^x = -5.1 \text{ m/s}$$

$$t_d = \frac{d}{|c_p^x|} = \frac{2\pi a \cos \varphi}{|c_p^x|} = \frac{28434451}{5.1} \approx 64.5 \text{ days}$$



- iii) Αν μια δεδομένη χρονική στιγμή ο άξονας του ridge θα βρίσκεται στο Λονδίνο, θα πάρει 64.5 ημέρες μέχρι ο άξονας του συγκεκριμένου ridge να ξαναπεράσει από το ίδιο σημείο.

Εφαρμογή 2

Βαροτροπικό κύμα Rossby διαδίδεται στα μέσα γ.π, (δηλ. $\varphi = 45^\circ \text{N}$) και έχει μ.κ. στη ζωνική διεύθυνση $\lambda^x = 5000 \text{ km}$ αλλά έχει πολύ μεγάλο μ.κ. στη μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^y \rightarrow \infty$. Δίδεται η ακτίνα της Γης $a = 6400 \text{ km}$ και το $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Να υπολογιστούν:

- i) Η ζωνική φασική ταχύτητα κύματος Rossby σε σχέση με τη μέση ταχύτητα υποβάθρου
- ii) Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στη ζωνική διεύθυνση ως προς παρατηρητή, ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, στην περίπτωση που δεν υπάρχει ζωνική ταχύτητα υποβάθρου.
- iii) Πόσος χρόνος απαιτείται για μια κορυφή του κύματος να κάνει το γύρο του Β. Ημισφαιρίου;

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi = 1.61 \times 10^{-11} \text{ /m s} \qquad k = \frac{2\pi}{5} \times 10^{-6} = 1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1} \qquad l \rightarrow 0$$

Παγκόσμιο κύμα: Χαρακτηρίζεται από ομοιομορφία στη μεσημβρινή διεύθυνση

$$c_p^x - \bar{u} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} = -\frac{1.61 \times 10^{-11}}{1.58 \times 10^{-12}} = -10.2 \text{ m/s}$$

i) Διαδίδεται προς τα δυτικά (σε σχέση με τη μέση ζωνική ροή) με μεγαλύτερη φασική ταχύτητα από το μη παγκόσμιο κύμα.

$$c_p^x = -10.2 \text{ m/s}$$

ii) Παρατηρητής ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης παρατηρεί ότι το κύμα Rossby διαδίδεται προς τα δυτικά με ταχύτητα 10.2 m/sec . Δεν υπάρχει μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου.

$$t_d = \frac{d}{|c_p^x|} = \frac{2\pi a \cos \varphi}{|c_p^x|} = \frac{28434451}{10.2} \approx 32.3 \text{ days} \qquad \text{iii) Μειώνεται στο μισό ο χρόνος για να κάνει το κύμα τον γύρο του Β. Ημισφαιρίου.}$$

Ασκήσεις

Εφαρμογή 3

Παγκόσμιο βαροτροπικό κύμα Rossby διαδίδεται σε γ.π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$. Να βρεθεί το μ.κ. το οποίο πρέπει να φέρει στη ζωνική διεύθυνση ώστε να **καταστεί στάσιμο** (ως προς παρατηρητή ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης) για μέση ζωνική ροή υποβάθρου 20 m/sec . Δίδεται η ακτίνα της Γης $a = 6400\text{ km}$ και το $\Omega = 0.729 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$.

Παγκόσμιο κύμα: Χαρακτηρίζεται από ομοιομορφία στη μεσημβρινή διεύθυνση δηλαδή $\lambda^y \rightarrow \infty$

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi = 1.61 \times 10^{-11} / \text{m s} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda^x} \qquad l = \frac{2\pi}{\lambda^y} \qquad \textcolor{red}{l} \rightarrow \mathbf{0}$$

Στάσιμο κύμα: $c_p^x = 0$

$$c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + \textcolor{red}{l}^2} = 0 \Rightarrow \bar{u} = \frac{\beta}{k^2} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{\beta}{\bar{u}}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda^x} = \sqrt{\frac{\beta}{\bar{u}}} \Rightarrow \lambda^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}}{\beta}}$$

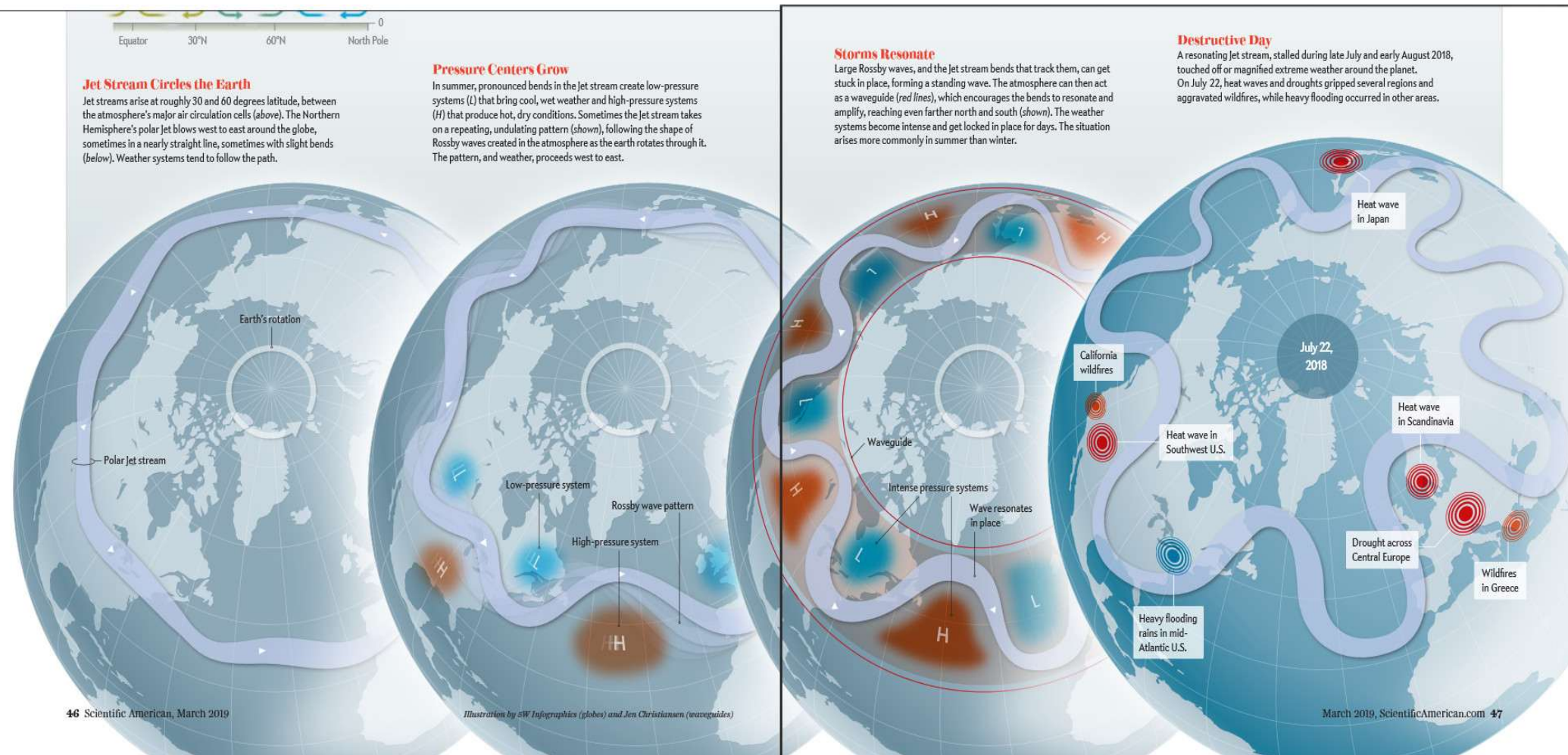
$$\lambda^x \approx 7000\text{ km}$$

Παρατηρητής ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης παρατηρεί ότι το ένα ridge/trough του κύματος Rossby παραμένει στάσιμο πάνω από μια ευρύτερη περιοχή για όσο διάστημα η ζωνική ταχύτητα υποβάθρου δεν μεταβάλλεται.

Εμμονή αντικυκλώνα δύναται να προκαλέσει επεισόδια καύσωνα κατά το θέρος ενώ κάτω από το trough, αργά κινούμενα βαρομετρικά χαμηλά μπορούν να προκαλέσουν πλημμυρικά φαινόμενα.

Η κατάσταση αλλάζει αν η ζωνική ροή υποβάθρου μεταβληθεί. Αν αυξηθεί, το κύμα θα παύσει να είναι στάσιμο και θα κινηθεί προς τα ανατολικά.

Κύματα Rossby και ακραία καιρικά φαινόμενα



<https://michaelmann.net/sites/default/files/articles/MannSciAmFeb19.pdf>

Ενίοτε τα κύματα Rossby αυξάνουν μετατρέπονται σε στάσιμα. Αυτό έχει ως συνέπεια troughs και ridges να επιμένουν επί μακρόν επάνω από τις ίδιες περιοχές προκαλώντας ακραία καιρικά φαινόμενα όπως καύσωνες, ψυχρά διαστήματα και πλημμύρες.

Ως εκ τούτου είναι δυνατόν ταυτόχρονα ακραία καιρικά φαινόμενα να πλήττουν απομακρυσμένες μεταξύ τους περιοχές.

Πολλά μοτίβα τηλεσύνδεσης (teleconnection patterns) οφείλονται στην δημιουργία κυμάτων Rossby.

Ασκήσεις

Εφαρμογή 4

Παγκόσμιο βαροτροπικό κύμα Rossby διαδίδεται σε γ.π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$. Κατά τους καλοκαιρινούς μήνες η μείωση της μεσημβρινής θερμοβαθμίδας στα μέσα γ.π. προκαλεί μείωση της μέσης ζωνικής ροής υποβάθρου. Αν το **καλοκαίρι η μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου υποδιπλασιάζεται** σε γ.π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$, κατά πόσο θα αλλάξει το μ.κ. το οποίο πρέπει να φέρει το κύμα στη ζωνική διεύθυνση ώστε να καταστεί στάσιμο (ως προς παρατηρητή ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης); Δίδεται η ακτίνα της Γης $a = 6400\text{ km}$ και το $\Omega = 0.729 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$.

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi = 1.61 \times 10^{-11} / \text{m s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda^x} \quad l = \frac{2\pi}{\lambda^y} \quad \textcolor{red}{l \rightarrow 0}$$

Παγκόσμιο κύμα: Χαρακτηρίζεται από ομοιομορφία στη μεσημβρινή διεύθυνση δηλαδή $\lambda^y \rightarrow \infty$

Στάσιμο κύμα: $c_p^x = 0$

$$c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + \textcolor{red}{l}^2} = 0 \Rightarrow \bar{u} = \frac{\beta}{k^2} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{\beta}{\bar{u}}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda^x} = \sqrt{\frac{\beta}{\bar{u}}} \Rightarrow \lambda^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}}{\beta}}$$

$$\lambda_s^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}_s}{\beta}}$$

$$\lambda_w^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}_w}{\beta}}$$

$$\frac{\lambda_s^x}{\lambda_w^x} = \sqrt{\frac{\bar{u}_s}{\bar{u}_w}} = \sqrt{1/2} = 0.707$$

Το καλοκαίρι κύματα Rossby με μικρότερο μ.κ. μπορούν να γίνουν στάσιμα επειδή η μέση ζωνική ροή υποβάθρου εξασθενεί. Αυτή η κατάσταση μπορεί να οδηγήσει σε ακραία καιρικά φαινόμενα σε απομακρυσμένες περιοχές του πλανήτη.

Εφαρμογή 5

Παγκόσμιο βαροτροπικό κύμα Rossby διαδίδεται σε γ.π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$. Κατά πόσο θα αλλάξει το μ.κ. στη ζωνική διεύθυνση στάσιμου κύματος (ως προς παρατηρητή ο οποίος βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης) αν η **ταχύτητα περιστροφής του πλανήτη διπλασιαστεί** αλλά η μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου παραμείνει σταθερή; Δίδεται η ακτίνα της Γης $a = 6400 \text{ km}$ και το $\Omega_1 = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

$$\beta_1 = \frac{2\Omega_1}{a} \cos \varphi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda^x}$$

$$l = \frac{2\pi}{\lambda^y}$$

$$l \rightarrow 0$$

Παγκόσμιο κύμα: Χαρακτηρίζεται από ομοιομορφία στη μεσημβρινή διεύθυνση δηλαδή $\lambda^y \rightarrow \infty$

Στάσιμο κύμα: $c_p^x = 0$

$$c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2} = 0 \Rightarrow \bar{u} = \frac{\beta}{k^2} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{\beta}{\bar{u}}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda^x} = \sqrt{\frac{\beta}{\bar{u}}} \Rightarrow \lambda^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}}{\beta}}$$

$$\lambda_1^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}}{\beta_1}}$$

$$\lambda_2^x = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}}{\beta_2}}$$

$$\frac{\lambda_2^x}{\lambda_1^x} = \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} = \sqrt{1/2} = 0.707$$

Όταν ο πλανήτης περιστρέφεται ταχύτερα, κύματα Rossby με μικρότερο μ.κ. μπορούν να γίνουν στάσιμα για την περίπτωση που η μέση ζωνική ροή υποβάθρου παραμένει σταθερή.

Εφαρμογή 6

Κυματοπακέτο διαδίδεται σε γ.π. $\varphi = 45^\circ \text{N}$ και αποτελείται από **βραχέα** κύματα-συνιστώσες Rossby με παραπλήσιους κυματαριθμούς που ανταποκρίνονται σε μ.κ. στη ζωνική διεύθυνση $\lambda^x = 5000 \text{ km}$ και στη μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^y = 7000 \text{ km}$. Να βρεθεί η **ζωνική φασική & ομαδική ταχύτητα** του κυματοπακέτου (σε σχέση με ροή υποβάθρου). Δίδεται η ακτίνα Γης $a = 6400 \text{ km}$ & $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi = 1.61 \times 10^{-11} \text{ /m s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda^x}$$

$$l = \frac{2\pi}{\lambda^y}$$

$$k = \frac{2\pi}{5} \times 10^{-6} = 1.26 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$l = \frac{2\pi}{7} \times 10^{-6} = 0.9 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$c_p^x - \bar{u} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} = -\frac{1.61 \times 10^{-11}}{3.16 \times 10^{-12}} = -5.1 \text{ m/s}$$

$$c_g^x - \bar{u} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2} = 1.61 \times 10^{-11} \frac{0.77 \times 10^{-12}}{5.71 \times 10^{-24}} = 1.61 \times 10^{-11} \frac{0.77 \times 10^{-12}}{5.71 \times 10^{-24}} = 2.3 \text{ m/s}$$

Ως προς την επιφάνεια: Το κυματοπακέτο διαδίδεται με ομαδική ταχύτητα πάντα προς τα ανατολικά. Ενώ τα ξεχωριστά ridge ή trough θα κινούνται προς τα ανατολικά μόνο αν η μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου είναι μεγαλύτερη από 5.1 m/sec.

Εφαρμογή 7

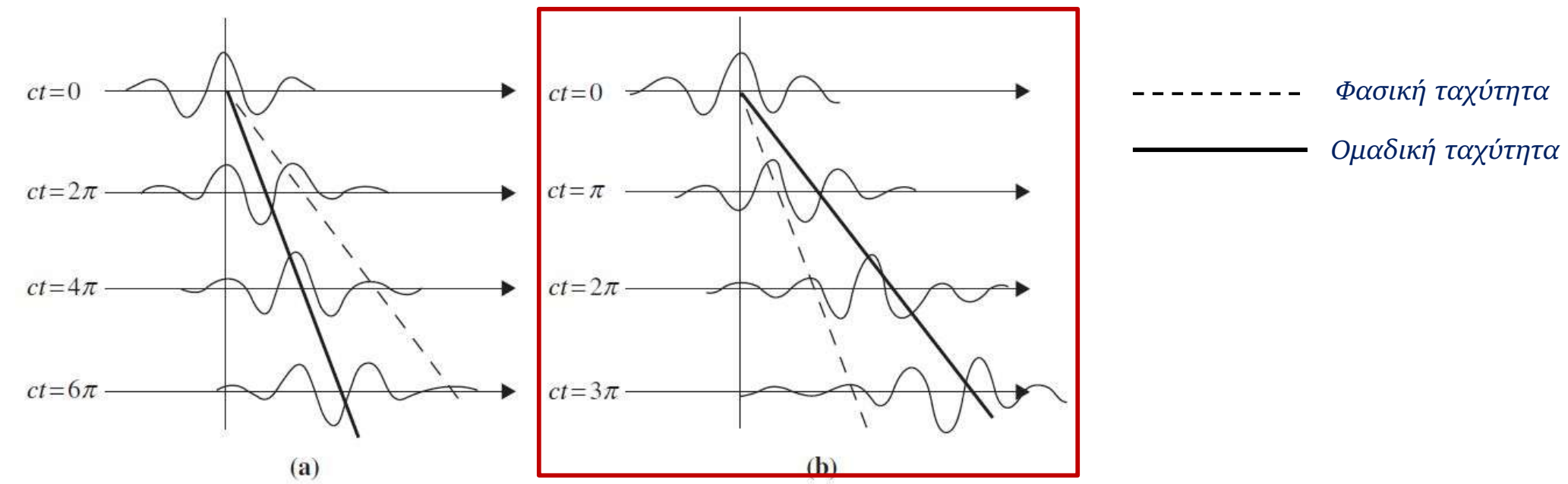
Κυματοπακέτο διαδίδεται σε γ.π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$ και αποτελείται από **βραχέα** κύματα-συνιστώσες Rossby με παραπλήσιους κυματαριθμούς που ανταποκρίνονται σε μ.κ. στη ζωνική διεύθυνση $\lambda^x = 5000\text{ km}$ και στη μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^y = 7000\text{ km}$. Να βρεθεί η **ζωνική φασική & ομαδική ταχύτητα** του κυματοπακέτου (σε σχέση με ροή υποβάθρου). Δίδεται η ακτίνα Γης $a = 6400\text{ km}$ & $\Omega = 0.729 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$.

$$c_p^x = \bar{u} - 5.1\text{ m/s}$$

$$c_g^x = \bar{u} + 2.3\text{ m/s}$$

$$c_g^x > c_p^x$$

Η μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου στα μέσα γ.π. είναι $>5.1\text{ m/s}$. Έτσι, τα **βραχέα κύματα Rossby** “παρασύρονται” από τη ροή υποβάθρου προς τα ανατολικά σε σχέση με παρατηρητή στην επιφάνεια της Γης. Όμως αυτή η **φασική ταχύτητα** είναι **μικρότερη** από την **ομαδική ταχύτητα** ενός κυματοπακέτου.



Downstream development: Ξεχωριστές κοιλάδες και όρη (troughs & ridges) κινούνται με τη φασική ταχύτητα, η οποία είναι μικρότερη της ομαδικής ταχύτητας με την οποία διαδίδεται ενέργεια του κυματοπακέτου. Πολύ γρήγορη διάδοση διαταραχής και σχηματισμός trough/ridge προς τα ανατολικά.

Εφαρμογή 8

Κυματοπακέτο διαδίδεται σε γ.π. $\varphi = 45^\circ\text{N}$ και αποτελείται από **μακρά** κύματα-συνιστώσες Rossby με παραπλήσιους κυματαριθμούς που ανταποκρίνονται σε μ.κ. στη ζωνική διεύθυνση $\lambda^x = 10000\text{ km}$ και στη μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^y = 7000\text{ km}$. Να βρεθεί η **ζωνική φασική & ομαδική ταχύτητα** του κυματοπακέτου (σε σχέση με ροή υποβάθρου). Δίδεται η ακτίνα Γης $a = 6400\text{ km}$ & $\Omega = 0.729 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$.

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi = 1.61 \times 10^{-11} \text{ /m s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda^x} \qquad l = \frac{2\pi}{\lambda^y}$$

$$k = \frac{2\pi}{10} \times 10^{-6} = 0.63 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1} \qquad l = \frac{2\pi}{7} \times 10^{-6} = 0.9 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$c_p^x - \bar{u} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} = -\frac{1.61 \times 10^{-11}}{1.21 \times 10^{-12}} = -13.3 \text{ m/s}$$

$$c_g^x - \bar{u} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2} = 1.61 \times 10^{-11} \frac{(-0.41 \times 10^{-12})}{1.46 \times 10^{-24}} = 1.61 \times 10^{-11} \frac{(-0.77 \times 10^{-12})}{5.71 \times 10^{-24}} = -4.5 \text{ m/s}$$

Ως προς την επιφάνεια: Το κυματοπακέτο που αποτελείται από “μακρά κύματα”, έχει φασική και ομαδική ταχύτητα ως προς τη ροή με μεγαλύτερη με ισχυρότερη συνιστώσα προς τα δυτικά. Η μέση ζωνική ροή υποβάθρου προστίθεται. Οπότε το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από την ροή.