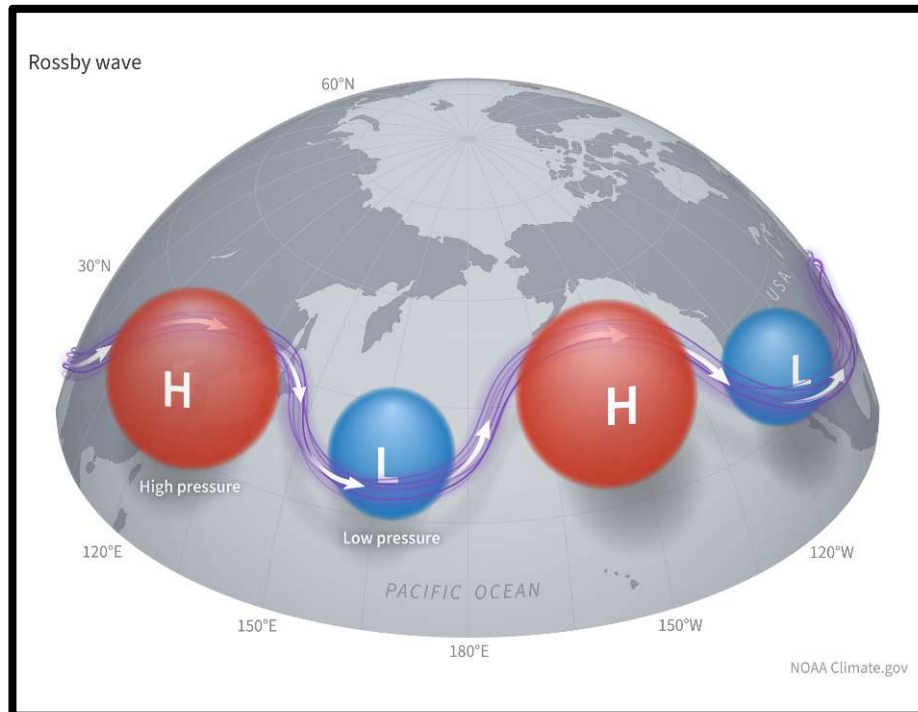


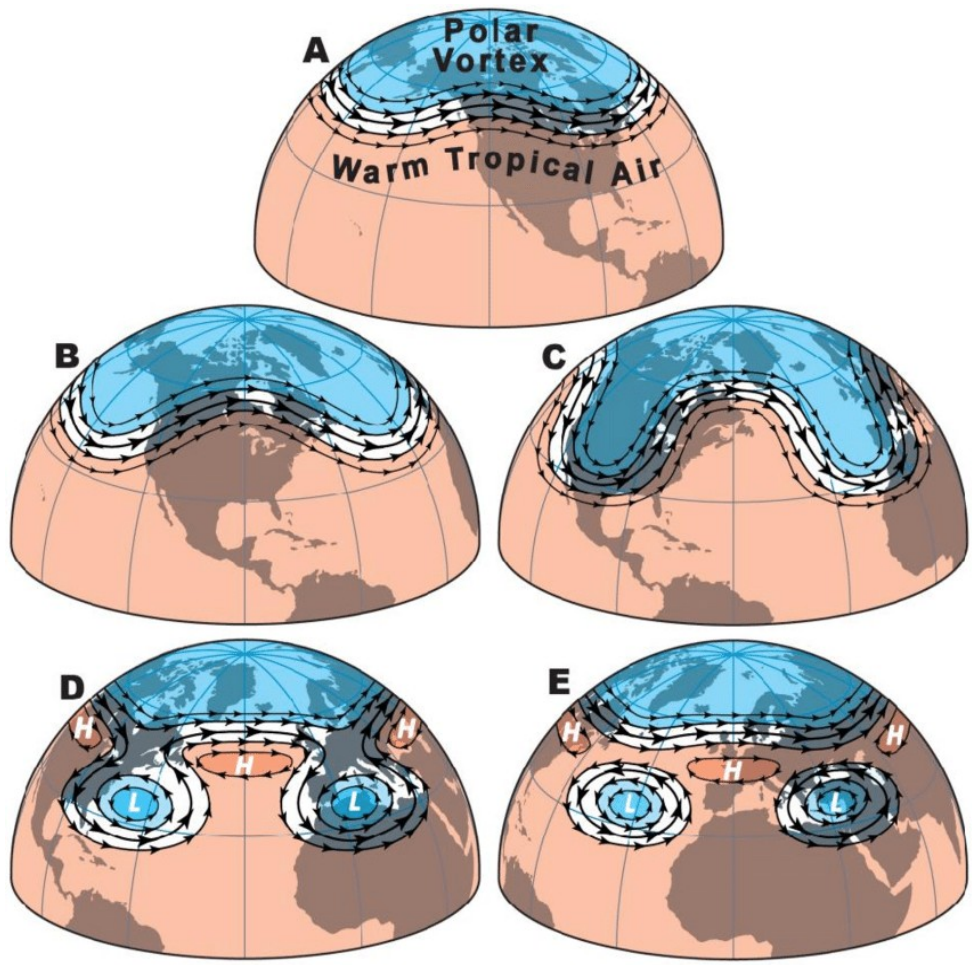


6. Κύματα Rossby



- Εισαγωγή
- Short and Long Rossby waves
- Free and Forced Rossby waves
- Βαροτροπικά κύματα Rossby
- Η εξίσωση διασποράς
- Φασική και Ομαδική ταχύτητα
- Διασπορά
- Downstream Development
- Μηχανισμός διατήρησης

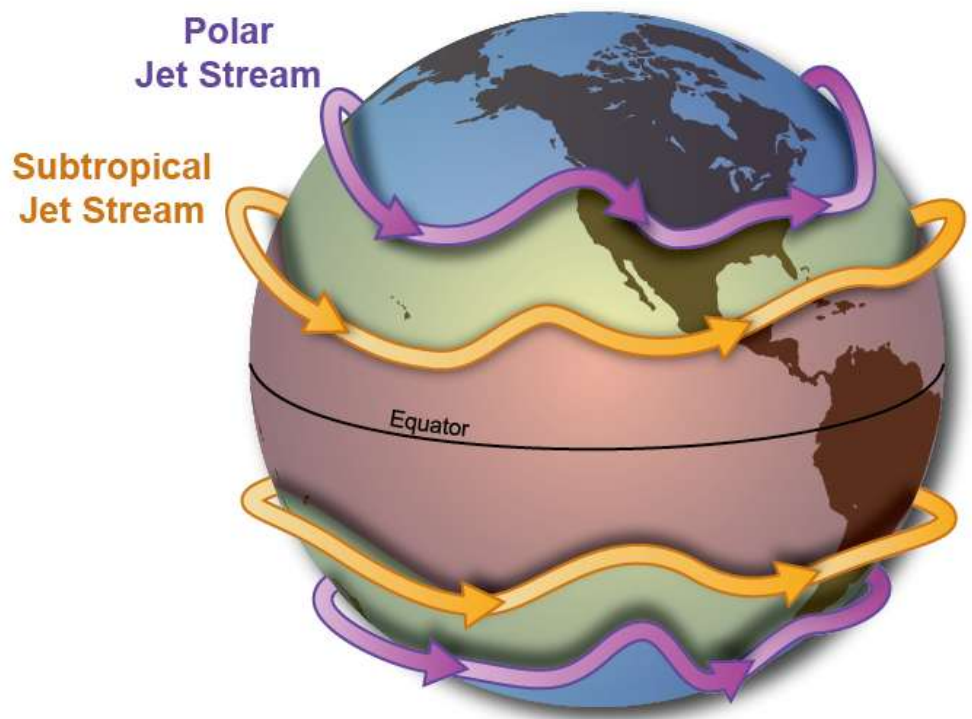
1. Πολικός αεροχείμαρρος και κύματα Rossby



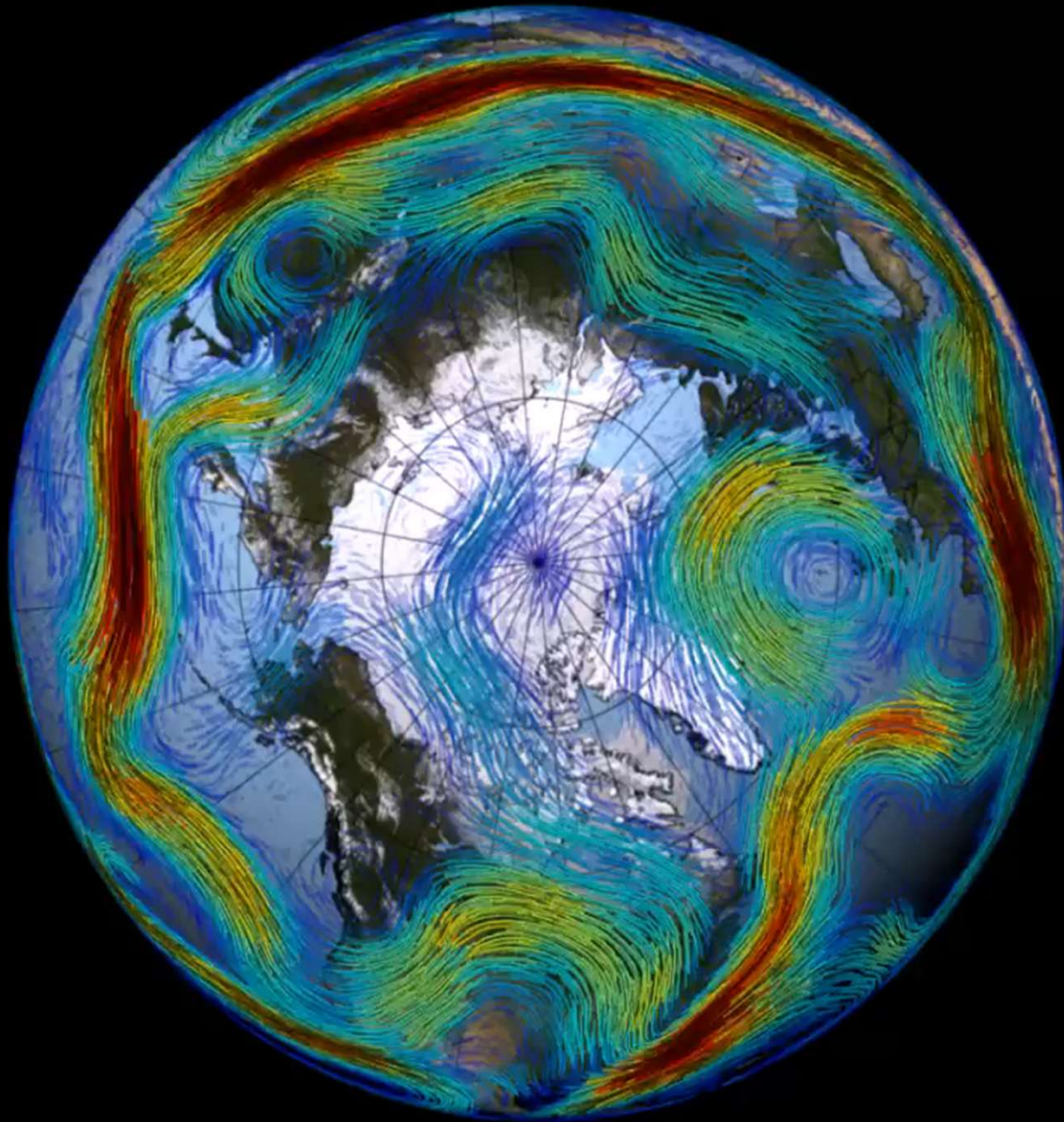
Επειδή η μέση τιμή της θερμοκρασίας στην Τροπόσφαιρα είναι μεγαλύτερη στους Τροπικούς σε σχέση με τους Πόλους, στα μέσα γεωγραφικά πλάτη αναπτύσσεται ο **πολικός αεροχείμαρρος (eddy driven jet)** με μέγιστες ταχύτητες λίγο κάτω από την Τροπόπαυση. Ο πολικός αεροχείμαρρος περικυκλώνει κάθε Ημισφαίριο.

Ο πολικός αεροχείμαρρος άλλοτε χαρακτηρίζεται από ζωνικότητα (μορφή δαχτυλιδιού) και άλλοτε από κυματισμούς με μεγάλη μεσημβρινή έκταση, οι οποίες μπορεί να κινούνται γύρω από τη Γη.

Τα **κύματα Rossby** είναι ευδιάκριτα ως **μαιανδρικές διαταραχές** του πολικού αεροχειμάρρου. Προκαλούν μετατοπίσεις κάθετα στον άξονα του αεροχειμάρρου. Σπανιότερα μπορεί να “σπάνε” (Rossby wave breaking).



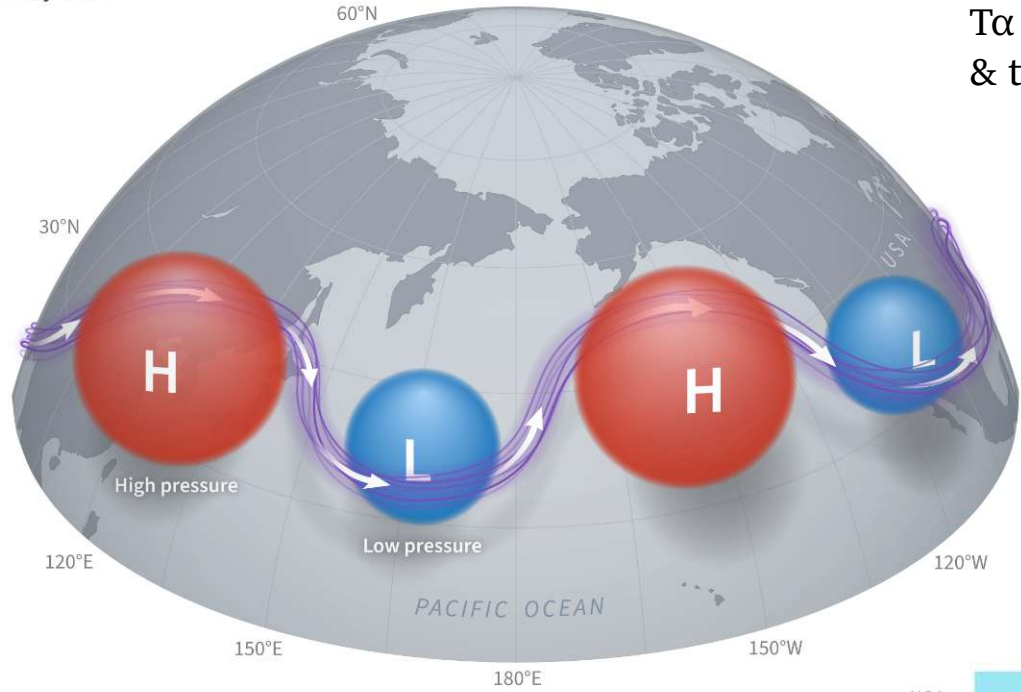
2. Κύματα Rossby



Τα κύματα Rossby διακρίνονται ως μαιανδρικές διαταραχές του πολικού αεροχείμαρου στα μέσα γ. π. Είναι εμφανής η ευρεία κατανομή των κυμάτων Rossby όσων αφορά το μήκος κύματος και την ταχύτητα κίνησης. Διακρίνονται ταχύτερα κύματα μικρού μ. κ. και βραδύτερα κύματα μεγάλου μ.κ.

2. Κύματα Rossby

Rossby wave



Τα κύματα Rossby εμφανίζονται ως μια αλυσίδα από ridges & troughs η οποία κινείται συνήθως προς τα ανατολικά.

Στην περιοχή του ridge, το οποίο αποτελείται από θερμή αέρια μάζα επεκτεινόμενη προς τις πολικές περιοχές, ο πολικός αεροχείμαρρος εκτοπίζεται προς τις πολικές περιοχές. Αυτό οφείλεται επειδή η ζώνη επαφής τροπικής και πολικής αέριας μάζας μετατοπίζεται προς τις πολικές περιοχές.

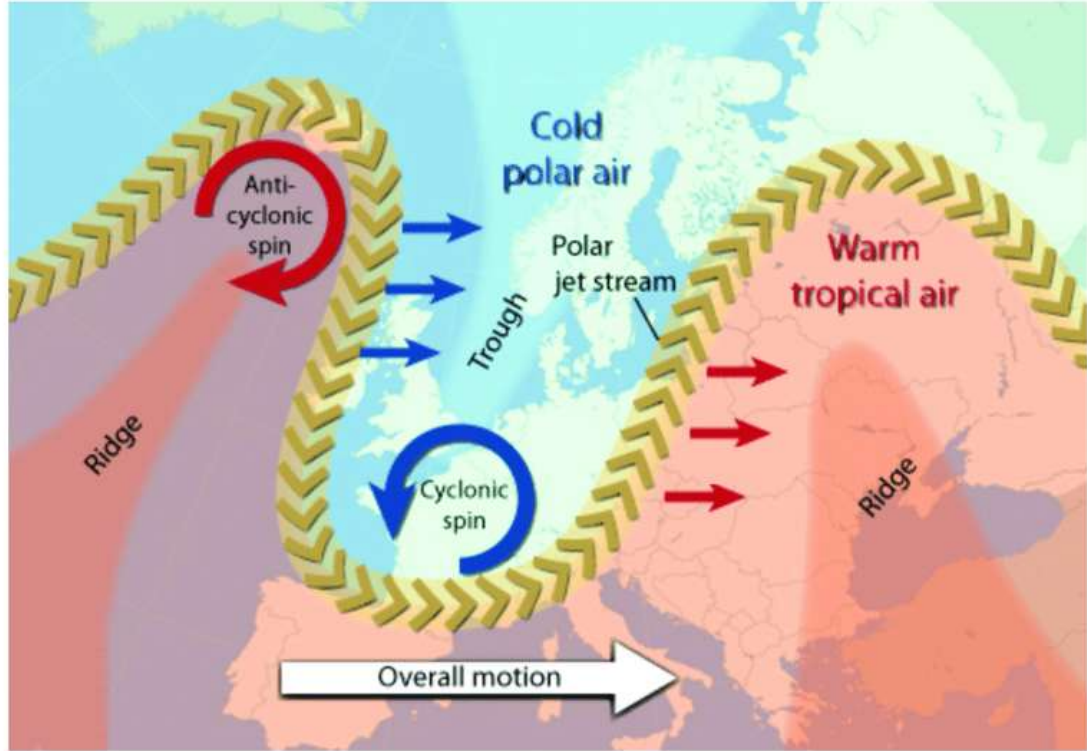
Αντίθετα στην περιοχή του ridge, ο πολικός αεροχείμαρρος εκτοπίζεται προς τον Ισημερινό.

Τα κύματα Rossby εμφανίζονται ως μια αλυσίδα από περιοχές κυκλωνικού και αντικυκλωνικού στροβιλισμού ζ.

Θετικός σχετικός στροβιλισμός εμφανίζεται στην περιοχή του trough ($\zeta > 0$).

Αρνητικός σχετικός στροβιλισμός εμφανίζεται στην περιοχή του ridge ($\zeta < 0$).

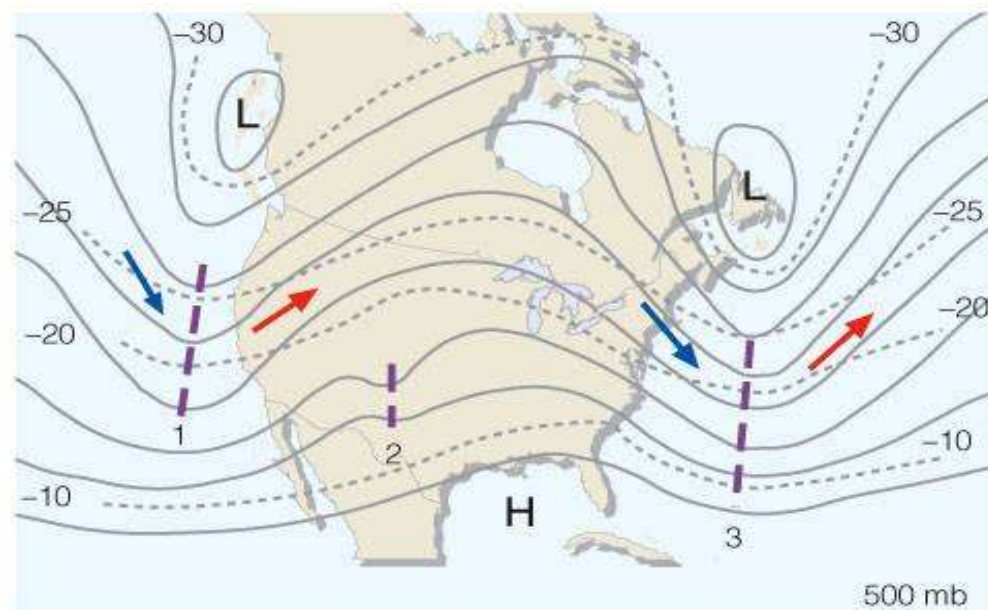
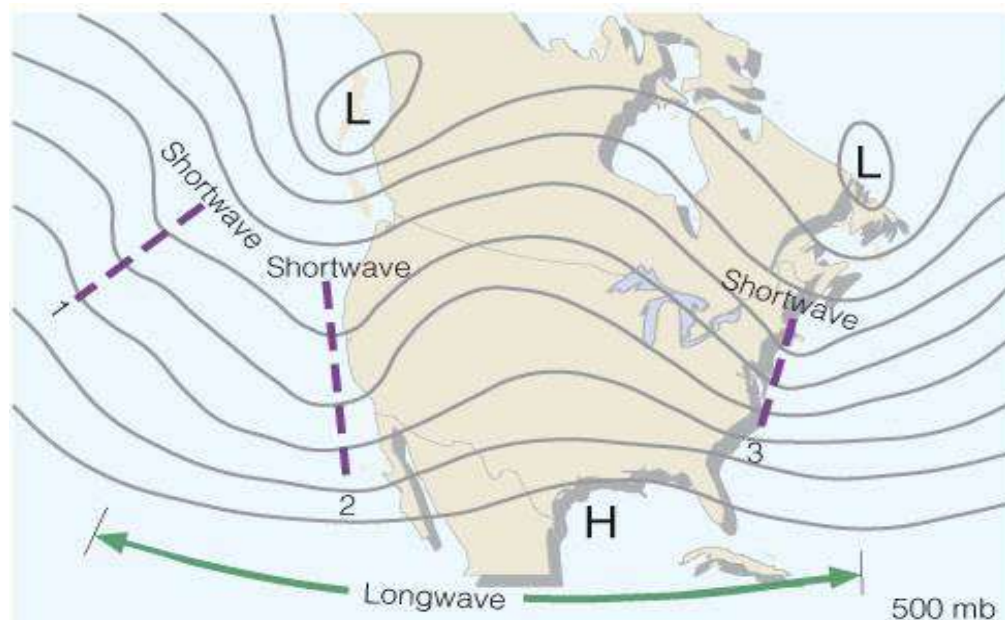
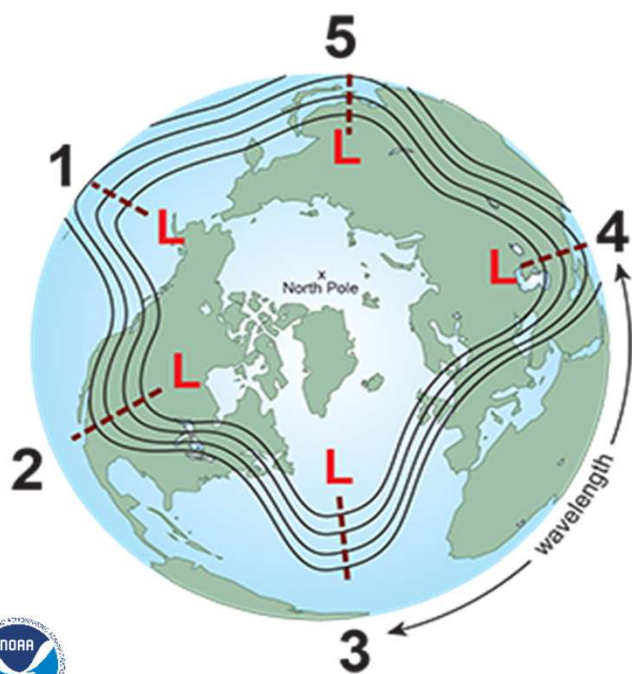
NOA



3. Long and short waves

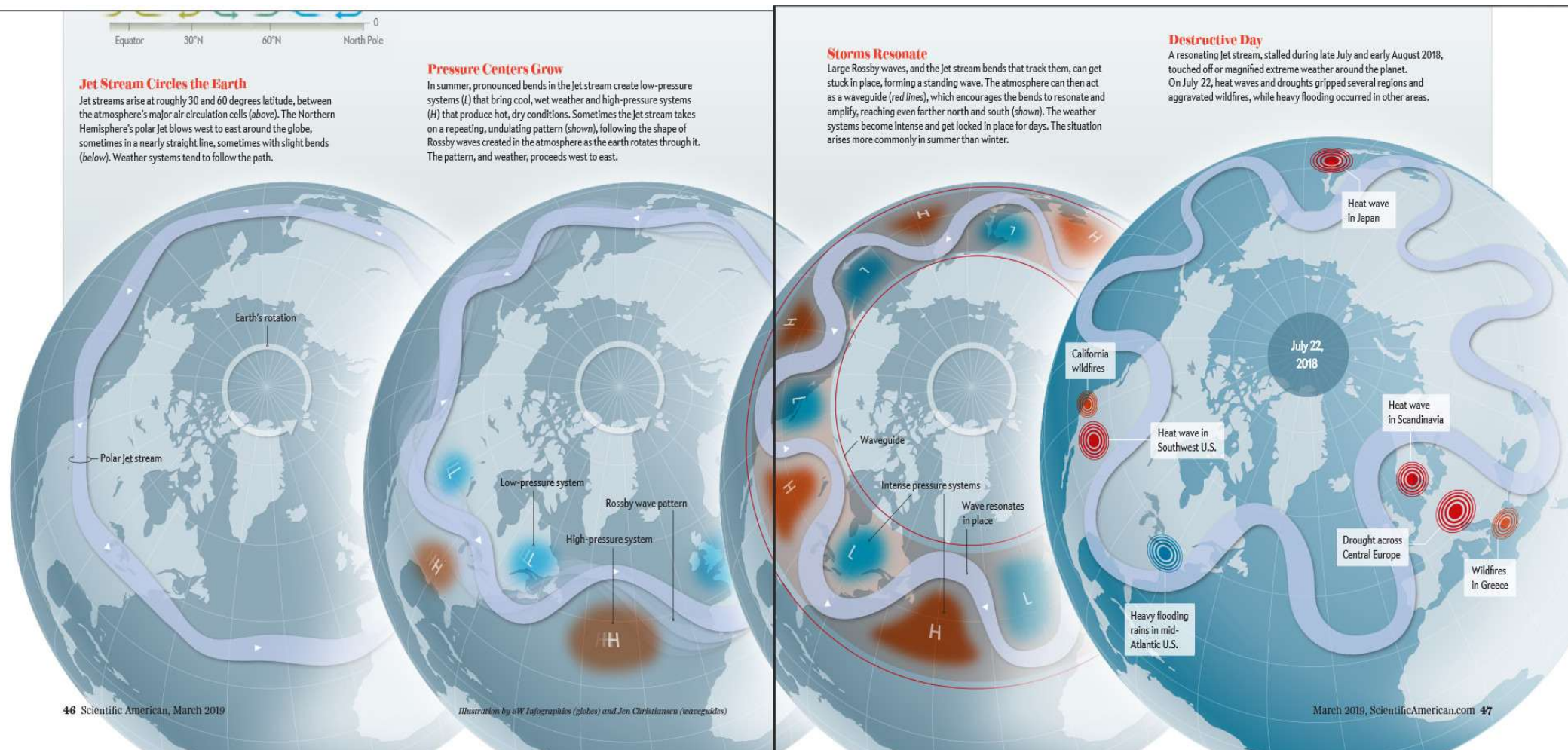
Οι διαταραχές αυτές χαρακτηρίζονται από ποικιλία μ.κ. :

- Κάποιες κυριαρχούν σε πλανητικό επίπεδο (μακρά κύματα – long waves) και χαρακτηρίζονται από αργή κίνηση ή στασιμότητα.
- Ενσωματωμένα στο πλανητικό πεδίο αναπτύσσονται και πιο βραχεία συνοπτικής κλίμακας κύματα τα οποία κινούνται ταχύτερα (μπλε άξονας).
Ενισχύονται (εξασθενούν) όταν κινούνται σε περιβάλλον trough (ridge) πλανητικών κυμάτων Rossby.



(b) Day 2 (24 hours later)

4. Κύματα Rossby και ακραία καιρικά φαινόμενα



<https://michaelmann.net/sites/default/files/articles/MannSciAmFeb19.pdf>

Ενίοτε τα κύματα Rossby μετατρέπονται σε στάσιμα. Αυτό έχει ως συνέπεια troughs και ridges να επιμένουν επί μακρόν επάνω από τις ίδιες περιοχές προκαλώντας ακραία καιρικά φαινόμενα όπως καύσωνες, ψυχρά διαστήματα και πλημμύρες.

Ως εκ τούτου είναι δυνατόν ταυτόχρονα ακραία καιρικά φαινόμενα να πλήττουν απομακρυσμένες μεταξύ τους περιοχές.

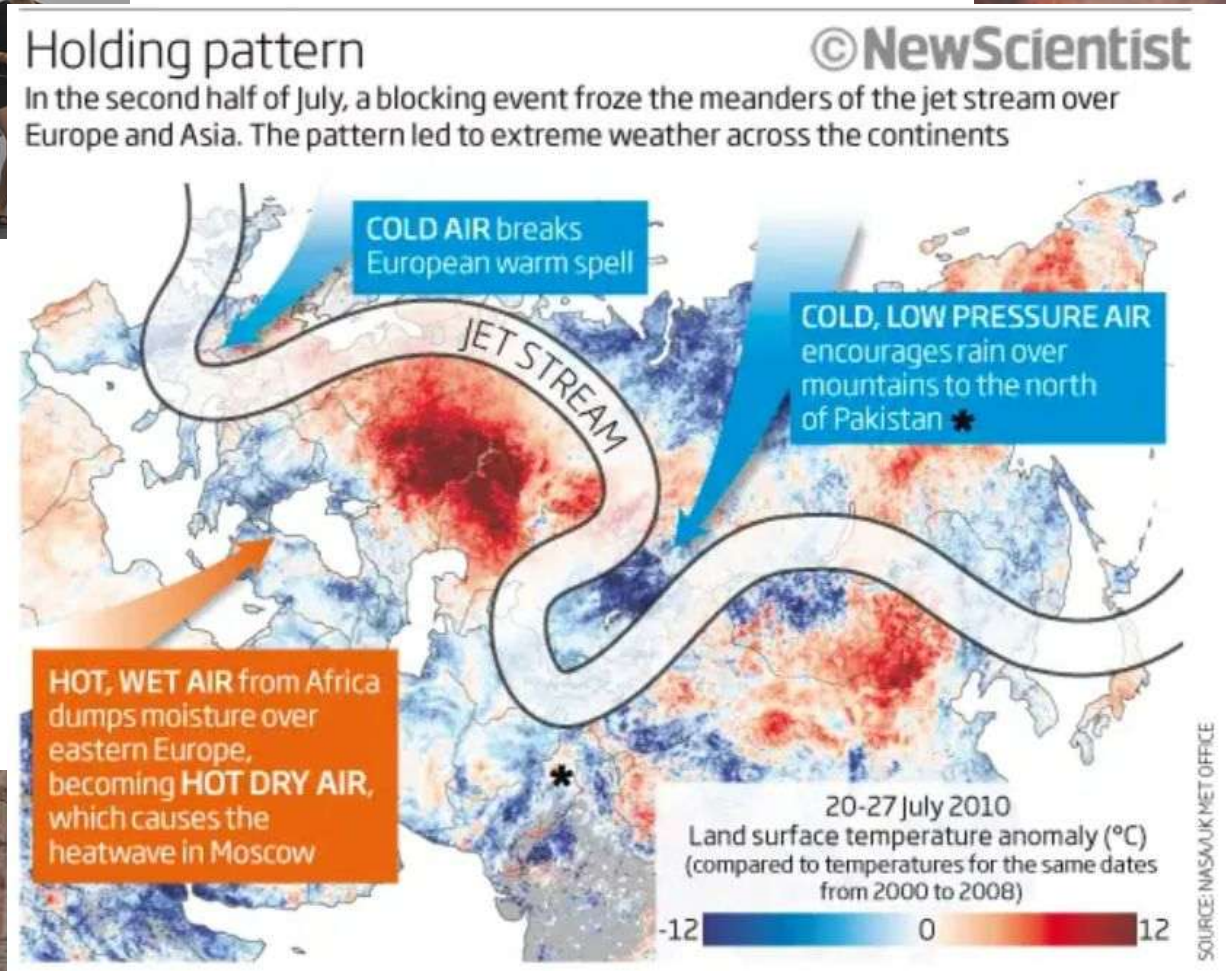
Πολλά μοτίβα τηλεσύνδεσης (teleconnection patterns) οφείλονται στην δημιουργία κυμάτων Rossby.

4. Κύματα Rossby και ακραία καιρικά φαινόμενα

Χαρακτηριστικό παράδειγμα στάσιμου κύματος αποτελεί το καλοκαίρι 2010. Αντικυκλώνας εμποδιστής στη Ρωσία προκάλεσε καύσωνα ενώ νοτιοανατολικότερα καταστροφικές πυρκαγιές επηρέασαν το Πακιστάν.



Υψηλότερη θερμοκρασία: 53,5 °C
Θάνατοι: 55.000 μόνο στη Ρωσία, ~2.600 εκτός Ρωσίας
Καταστροφές: ~500 δισεκατομμύρια δολάρια



Θάνατοι: ~2.000
Καταστροφές: ~43 δισεκατομμύρια δολάρια



5. Κύματα και ακραία καιρικά φαινόμενα



<https://www.youtube.com/watch?v=MzW5Isbv2A0>

Συνοπτικά κύματα Rossby έχουν τέτοιο μ.κ. ώστε 6-7 κύματα να περιβάλλουν του Ημισφαίριο.

Κινούνται προς τα ανατολικά αλλά κάποιες φορές επιβραδύνουν ώστε αντικυκλωνικές ή κυκλωνικές συνθήκες να επιμένουν στην επιφάνεια προκαλώντας ακραία καιρικά φαινόμενα για μεγάλα χρονικά διαστήματα.

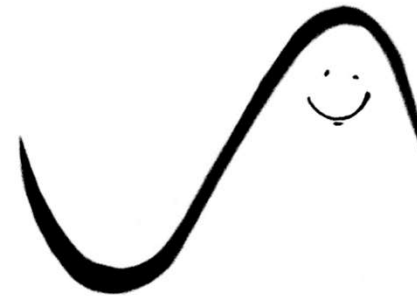
6. Free and forced Rossby waves

Free (synoptic/travelling) Rossby waves

Είναι κύματα Rossby που έχουν μικρότερο μ. κ. και κινούνται ελεύθερα στην Ατμόσφαιρα με σχετικά μεγάλη ταχύτητα.

Μπορούν να δημιουργηθούν απουσία τοπογραφίας (ξηρά, θάλασσα & ορογραφία) λόγω εσωτερικών διεργασιών στην Ατμόσφαιρα όπως η ανάπτυξη αστάθειας.

Κινούνται *ελεύθερα* στην Ατμόσφαιρα και διαμορφώνουν πολλές πτυχές του καιρού στα μέσα γ. π.

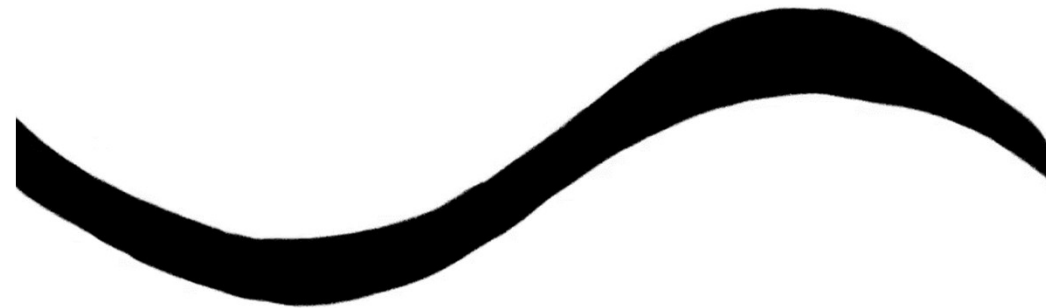


Forced Rossby waves

Είναι κύματα Rossby που έχουν μεγαλύτερο μ. κ. και είναι βραδυκίνητα ή στάσιμα.

Εξαναγκάζονται λόγω παρουσίας είτε μεγάλων τοπογραφικών εμποδίων (Βραχώδη Όρη και Ιμαλάνια) είτε διαφορικής θέρμανσης μεταξύ ξηράς και ωκεανών.

Διαμορφώνουν ουσιαστικά πτυχές της παγκόσμιας ατμοσφαιρικής κυκλοφορίας.



<https://www.youtube.com/watch?v=MzW5lsbv2A0>

Γενικά τα κύματα Rossby διακρίνονται σε **βαροτροπικά** και **βαροκλινικά**. Τα βαροτροπικά κύματα δεν παρουσιάζουν δομή στην κατακόρυφη διεύθυνση (πχ ridge στα 500 hPa επάνω από αντικυκλώνα στην επιφάνεια) ενώ τα βαροκλινικά κύματα παρουσιάζουν.

Θα μελετήσουμε την απλούστερη περίπτωση βαροτροπικών κυμάτων Rossby.

7. Μελέτη ελεύθερων βαροτροπικών κυμάτων Rossby: σύστημα των εξισώσεων

Η εξίσωση βαροτροπικού στροβιλισμού είναι ιδανική για να μελετήσουμε τη δυναμική φαινομένων μεγάλης κλίμακας, όπως γέννεση και διάδοση κυμάτων Rossby.

$$\frac{D_H \eta}{D t} = -\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{D_H \eta}{D t} = \frac{D_H (\zeta + f)}{D t} = 0}$$

Non-divergent flow***

Η οριζόντια ροή δεν χαρακτηρίζεται από απόκλιση

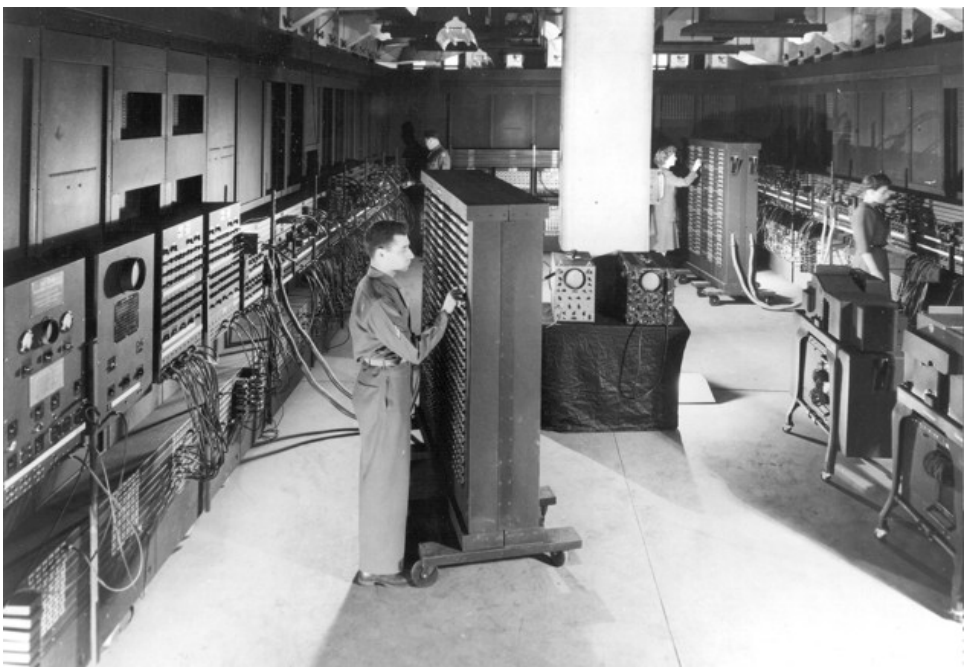
Barotropic vorticity equation (BVE)

Εξίσωση βαροτροπικού στροβιλισμού



Carl-Gustav Arvid Rossby
(1898 – 1957)

Το **βαροτροπικό Μοντέλο** είναι επιτυχημένο παράδειγμα απλοποίησης των εξισώσεων. Ακόμη και σε αυτό το ιδεατό σύστημα, μπορούμε να μελετήσουμε κάποιες πτυχές των κυμάτων Rossby. Διαμορφώνουν πολλές πτυχές της παγκόσμιας γενικής κυκλοφορίας: μεσημβρινή μεταφορά υγρασίας, ορμής & θερμότητας.



Meteorology Group (Charney): Ο μαθηματικός φορμαλισμός (BVE) και ο αλγόριθμος ολοκλήρωσης της εξίσωσης ολοκληρώθηκαν αρχές 1950.

Η προσομοίωση πραγματοποιήθηκε με τον υπολογιστή Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC) στο Aberdeen, Maryland.

7. Γραμμικοποίηση εξίσωσης

Η εξίσωση διασποράς των ελεύθερων βαροτροπικών κυμάτων Rossby ανακτάται από την αναζήτηση λύσεων κυματικής μορφής στην γραμμικοποιημένη εξίσωση βαροτροπικού στροβιλισμού.

$$\frac{D_H \eta}{D t} = \frac{D_H (\zeta + f)}{D t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial (\zeta + f)}{\partial t} + u \frac{\partial (\zeta + f)}{\partial x} + v \frac{\partial (\zeta + f)}{\partial y} = 0 \Rightarrow$$
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \beta = 0 \Rightarrow$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta + v \beta = 0 \quad (1)$$
$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi \quad \beta \text{ parameter}$$

Ακολουθώντας η μέθοδο των μικρών διαταραχών υποθέτουμε ότι η οριζόντια ροή αποτελείται από μια **σταθερή βασική ζωνική κυκλοφορία υποβάθρου** συν μια **μικρή διαταραχή** γύρω από αυτήν:

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' = v' \end{aligned} \right\} \zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{\partial u'}{\partial y} = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} = \zeta' \quad (2)$$

Έκφραση για τη διαταραχή σχετικού στροβιλισμού

Non-divergent flows*:**
Επειδή στο βαροτροπικό μοντέλο η οριζόντια ροή χαρακτηρίζεται από μηδενική απόκλιση ορίζεται μια συνάρτηση ροής ψ , της οποίας η διαταραχή ψ' συνδέεται με τις συνιστώσες u' & v'

$$\left. \begin{aligned} u' &= -\frac{\partial \psi'}{\partial y} \quad (3a) \\ v' &= \frac{\partial \psi'}{\partial x} \quad (3b) \end{aligned} \right\} \zeta' = \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} = \nabla^2 \psi' \quad (4)$$

7. Αναζήτηση κυματικής λύσης

(1) $\Rightarrow \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \beta = 0 \Rightarrow \frac{\partial \zeta'}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + v' \frac{\partial \zeta'}{\partial y} + v' \beta = 0 \Rightarrow$

$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \cancel{u' \frac{\partial \zeta'}{\partial x}} + \cancel{v' \frac{\partial \zeta'}{\partial y}} + v' \beta = 0 \Rightarrow$

Στα πλαίσια της γραμμικοποίησης αγνοούμε όρους της εξίσωσης που αποτελούνται από γινόμενα όρων διαταραχής.

$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + v' \beta = 0 \xRightarrow{(4)} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi' + v' \beta = 0 \xRightarrow{(3b)} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi' + \frac{\partial \psi'}{\partial x} \beta = 0$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi' + \frac{\partial \psi'}{\partial x} \beta = 0 \tag{5}$$

Η αρχική εξίσωση έχει μετατραπεί σε γραμμική με σταθερό συντελεστή όπου όλες οι μεταβλητές έχουν αντικατασταθεί από την συνάρτηση ψ.

Αναζητούμε λύση όπου οι διαταραχές έχουν κυματική μορφή την οποία αντικαθιστούμε στην (5)

$\psi' = Re\{\tilde{\Psi} e^{i\varphi}\} = Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\} \tag{6}$

Φάση του κύματος. Εξαρτάται από τους κυματαριθμούς στη ζωνική και μεσημβρινή διεύθυνση καθώς και την κυκλική συχνότητα ω.

$\varphi = kx + ly - \omega t$

7. Εξίσωση διασποράς ελεύθερων βαροτροπικών κυμάτων Rossby

(5) $\Rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi' + \frac{\partial \psi'}{\partial x} \beta = 0 \Rightarrow$ (6)

Θυμήσου ότι

$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow ik \times$ $\frac{\partial}{\partial y} \rightarrow il \times$ $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega \times$
 $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \rightarrow -k^2 \times$ $\frac{\partial^2}{\partial y^2} \rightarrow -l^2 \times$ $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2 \times$

$\nabla^2 \psi' = -(k^2 + l^2) Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\}$

$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' = i\omega(k^2 + l^2) Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\}$

$\frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \psi' = -ik(k^2 + l^2) Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\}$

$i\omega(k^2 + l^2) Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\} - ik\bar{u}(k^2 + l^2) Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\} + \beta ik Re\{\tilde{\Psi} e^{i(kx+ly-\omega t)}\} = 0 \Rightarrow$

$i(\omega - k\bar{u})(k^2 + l^2) + \beta ik = 0 \Rightarrow (\omega - k\bar{u})(k^2 + l^2) + \beta k = 0 \Rightarrow$

$\omega = \bar{u}k - \frac{\beta k}{k^2 + l^2}$

ή

$\omega = \bar{u}k - \frac{\beta k}{K^2}$

(7)

Εξίσωση διασποράς ελεύθερων βαροτροπικών κυμάτων Rossby

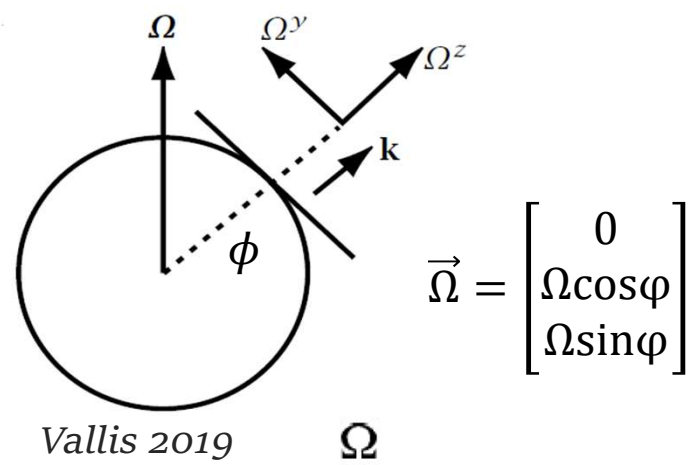
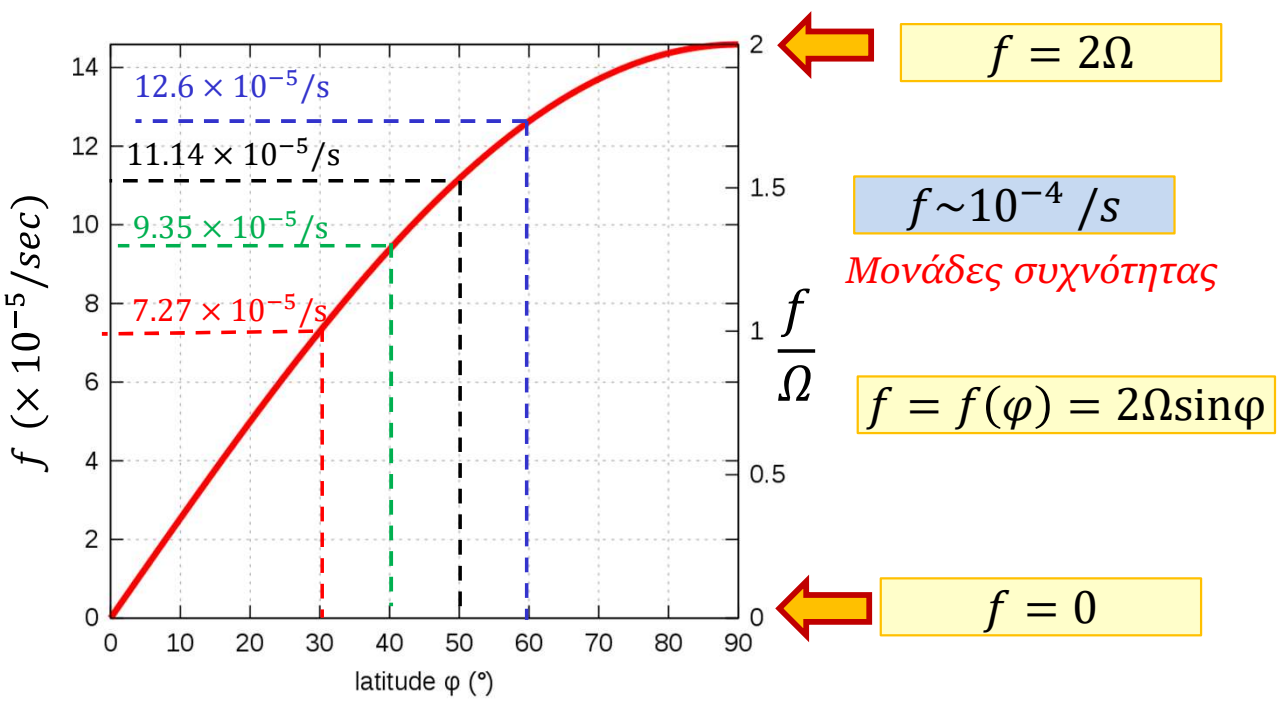
$K^2 = k^2 + l^2$

K: ολικός κυματαριθμός
(οριζόντια διεύθυνση)



8. Rossby waves: β -plane & f -plane approximations

Η f εμφανίζεται στις εξισώσεις και εκφράζει τον πλανητικό στροβιλισμό. Μεταβάλλεται με το γ.π. (ϕ) και αυτό έχει σημαντικές επιπτώσεις στη μελέτη της διάδοσης κυμάτων σε κάποια ζώνη γ.π.

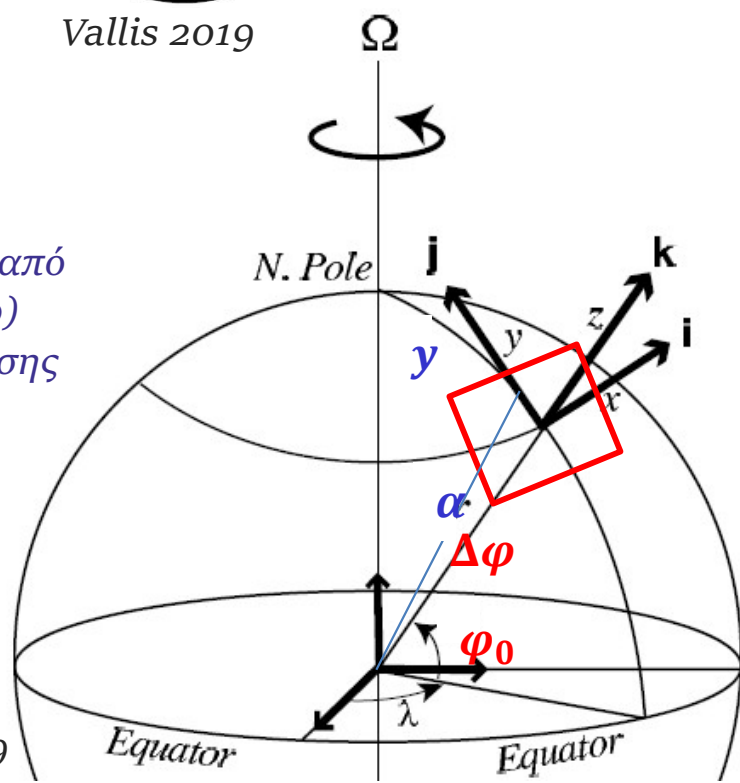


Μικρή γωνία

$$\phi = \phi_0 + \Delta\phi = \phi_0 + \sin \Delta\phi \approx \phi_0 + \frac{y}{\alpha}$$

$\alpha = 6371 \text{ km}$

Για μικρές αποκλίσεις y από το μέσο του πεδίου ($y=0$) προς τη διεύθυνση αύξησης ϕ (northwards).



Adapted from Vallis 2019



8. β -plane & f -plane approximations

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi = \varphi_0 + \sin \Delta\varphi \approx \varphi_0 + \frac{y}{a}$$

Δηλαδή εκφράζουμε $\phi = \phi(y)$

$$f = f(y) = 2\Omega \sin \varphi = 2\Omega \sin(\varphi_0 + \frac{y}{a})$$

Δηλαδή εκφράζουμε $f = f(y)$

Ανάπτυξη συνάρτησης $f(y)$
σε **σειρά Taylor** γύρω από φ_0 ($y=0$):

$$f(y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} (y - 0)^n$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi_0 + 2\Omega \frac{y}{a} \cos \varphi_0 + \dots$$

Για μεγάλες μετατοπίσεις στη διεύθυνση y

Για μικρές μετατοπίσεις στη διεύθυνση y

Κρατάμε τους δυο πρώτους όρους

Κρατάμε μόνο τον πρώτο όρο

β -plane approximation

f -plane approximation

$$f = 2\Omega \sin \varphi_0 + \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi_0 y$$

$$f = f_0$$

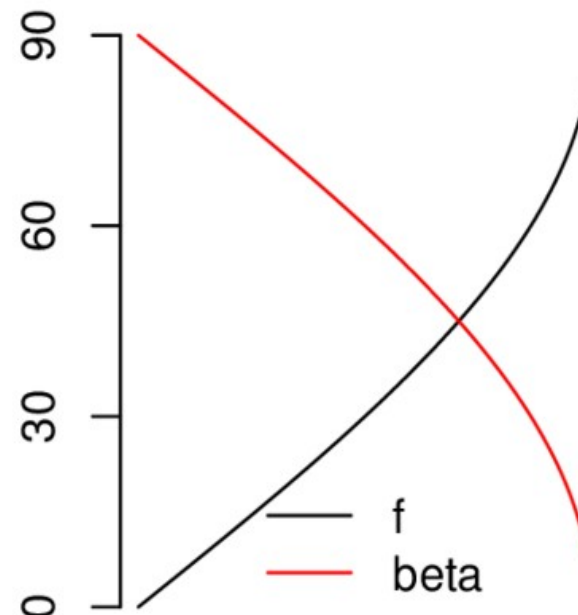
$$f = 2\Omega \sin \varphi_0$$

$$f = f_0 + \beta_0 y \quad \beta_0 = \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{y=0}$$

beta parameter



latitude



beta parameter μειώνεται με το γ.π. (cosine)

Μέσα γ.π.

$$\beta_0 = 2 \times 10^{-11} / \text{m s}$$

$$f_0 = 10^{-4} / \text{s}$$

9. Φασική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby

Φασική ταχύτητα – phase speed (C_p):

Η ταχύτητα (δεν είναι διάνυσμα) με την οποία οι κοιλάδες/κορυφές κινούνται κατά την κατεύθυνση διάδοσης.

$$\omega = \bar{u}k - \frac{\beta k}{K^2}$$

$$\beta = \frac{2\Omega}{a} \cos \varphi$$

$$c_p = \frac{\omega}{K} = \frac{\omega}{|\vec{k}|}$$
$$c_p^x = \frac{\omega}{k}$$
$$c_p^y = \frac{\omega}{l}$$

$$c_p^2 \neq (c_p^x)^2 + (c_p^y)^2$$

Ταχύτητα διάδοσης κορυφών/κοιλάδων προς τις επιμέρους διευθύνσεις.
Σημείωση: οι ταχύτητες αυτές **δεν** αποτελούν συνιστώσες ενός διανύσματος C_p .

Ταχύτητα με την οποία “τρέχει” η φάση στη **διεύθυνση x**

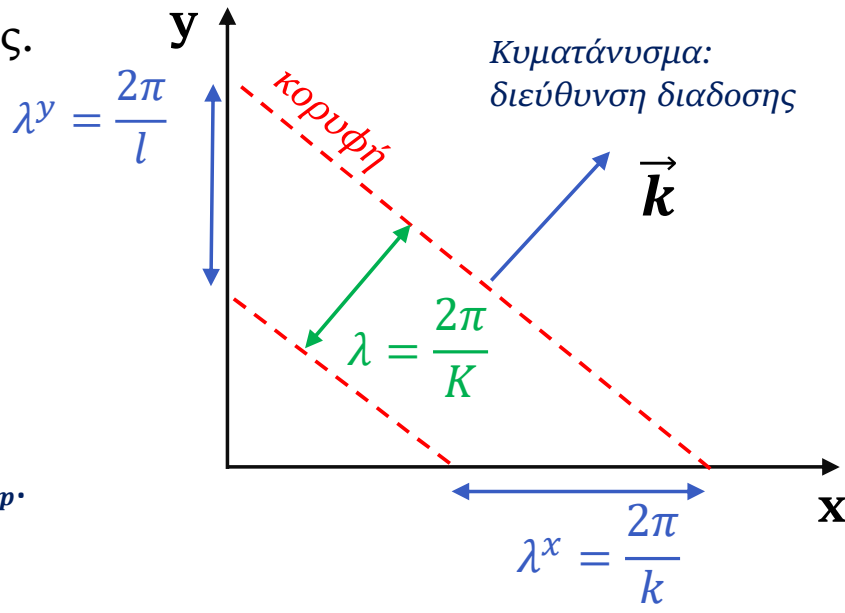
$$c_p^x = \frac{\omega}{k} = \bar{u} - \frac{\beta}{K^2}$$

Ταχύτητα με την οποία “τρέχει” η φάση στη **διεύθυνση x** σχετικά με τη μέση ζωνική ταχύτητα της ροής

$$c_p^x - \bar{u} = -\frac{\beta}{K^2} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} < 0$$

Τα κύματα Rossby διαδίδονται πάντα προς τα δυτικά ($c_p^x - \bar{u} < 0$) σε σχέση με τη μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου.

Dispersive waves: Η φασική ταχύτητά τους εξαρτάται από τον κυματαριθμό k και άρα από το μήκος κύματος. Κύματα με μικρό μήκος κύματος ($\lambda^x \rightarrow 0$, μεγάλο k) διαδίδονται με μικρότερη ταχύτητα **σε σχέση με τη δυτική ζωνική ροή** υποβάθρου και άρα παρασύρονται ταχύτερα (ως προς την επιφάνεια της Γης) προς τα ανατολικά.



9. Φασική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby

Πάντα $c_p^x - \bar{u} < 0$ αλλά το πρόσημο του c_p^y μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό. Άρα τα **κύματα Rossby** κινούνται προς γενική δυτική διεύθυνση (NW-W-SW) σε σχέση με τη ζωνική ροή υποβάθρου.

Ταχύτητα με την οποία “τρέχει” η φάση στη **διεύθυνση x**

$$c_p = c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$\omega = \bar{u}k - \frac{\beta k}{K^2}$$

Ταχύτητα με την οποία “τρέχει” η φάση στη **διεύθυνση y**

$$c_p^y = \frac{k}{l} \left(\bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2} \right)$$

x-διεύθυνση: ουσιώδους σημασίας για την μελέτη των καιρικών συστημάτων αν η πληροφορία διαδίδεται προς τα δυτικά ή ανατολικά.

Εφαρμογή

Να υπολογιστεί η ζωνική φασική ταχύτητα **συνολτικών** κυμάτων Rossby στα μέσα γ.π, (δηλ. $\varphi = 45^\circ\text{N}$), τα οποία έχουν παρόμοια μ.κ. στη ζωνική και μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^x \sim \lambda^y = L = 6000 \text{ km}$.

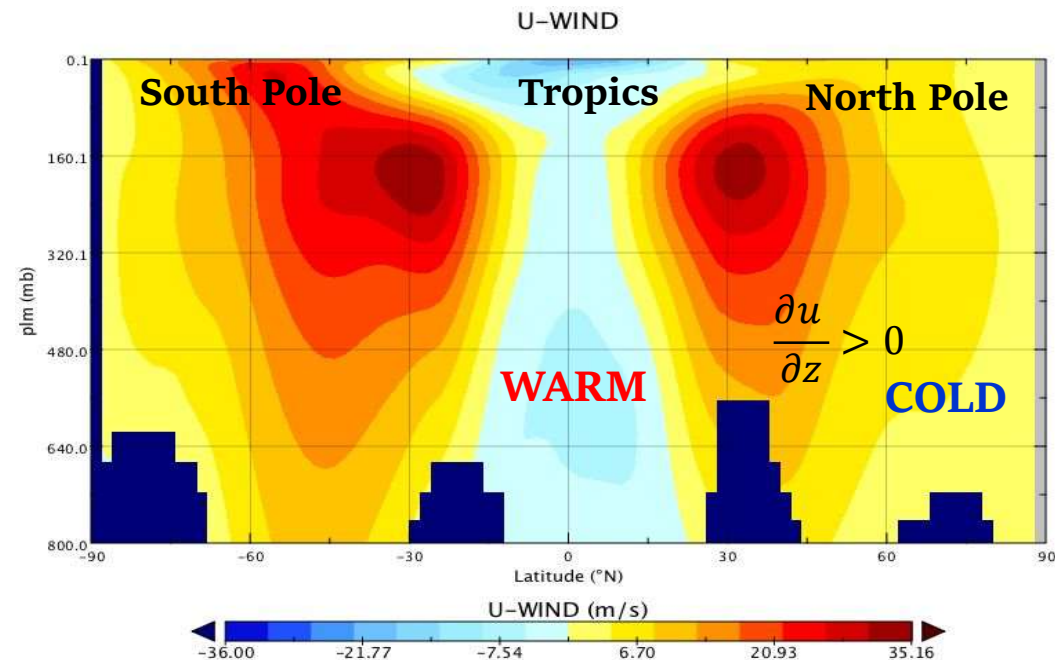
$$\beta = 1.62 \times 10^{-11} / \text{m s}$$

$$k = l = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{6} \times 10^{-6} = 1.05 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2} = \bar{u} - \frac{1.62 \times 10^{-11}}{2.2 \times 10^{-12}} = \bar{u} - 7.4 \text{ m/s}$$

Η μέση ζωνική ταχύτητα υποβάθρου στα μέσα γ.π. είναι $>7.4 \text{ m/s}$ με αποτέλεσμα τα **συνολτικά κύματα Rossby** να “παρασύρονται” από τη ροή υποβάθρου προς τα ανατολικά σε σχέση με παρατηρητή στην επιφάνεια της Γης.

$$c_p^x = \bar{u} - 7.4 = 12 - 7.4 = 4.6 \text{ m/s}$$



9. Φασική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby

Εφαρμογή

Να υπολογιστεί η ζωνική φασική ταχύτητα **πλανητικών** κυμάτων Rossby στα μέσα γ.π, (δηλ. $\varphi = 45^{\circ}\text{N}$), τα οποία έχουν μ. κ. στη μεσημβρινή διεύθυνση $\lambda^y = 6000\text{ km}$ αλλά πλανητικών διαστάσεων στη ζωνική $\lambda^x = 10000\text{ km}$. $\beta = 1.62 \times 10^{-11} \text{ /m s}$

$$c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{K^2} = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2} \qquad c_p^x - \bar{u} = -\frac{\beta}{K^2} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} < 0$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda^x} = \frac{2\pi}{10} \times 10^{-6} = 0.63 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$l = \frac{2\pi}{\lambda^y} = \frac{2\pi}{6} \times 10^{-6} = 1.05 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$

$$c_p^x - \bar{u} = -\frac{1.62 \times 10^{-11}}{0.18 \times 10^{-12}} = -10.8 \text{ m/s}$$

$$c_p^x = \bar{u} - 10.8 = 12 - 10.8 = 2.2 \text{ m/s}$$

Προσοχή: το μ.κ. στη μεσημβρινή διεύθυνση περιορίζεται από τις μικρότερες διαστάσεις του πλανήτη στη μεσημβρινή διεύθυνση.

Αν θεωρούμε ότι το κύμα δεν παρουσιάζει δομή στην μεσημβρινή διεύθυνση δηλαδή $\lambda^y \rightarrow \infty$ ή αλλιώς $l \rightarrow 0$

Όσο αυξάνεται το μ.κ. του κύματος Rossby τόσο αυξάνεται η ταχύτητα διάδοσης προς τα δυτικά σε σχέση με τη ροή υποβάθρου.

Για πλανητικό κύμα Rossby, αυτό παρουσιάζεται να κινείται βραδύτερα (ως προς παρατηρητή στην επιφάνεια της Γης).

Όσο το μ.κ. του κύματος Rossby μεγαλώνει και πλέον μιλάμε για **πλανητικά κύματα Rossby**, τόσο η προς τα δυτικά φασική ταχύτητα μπορεί να εξισορροπήσει τη δυτική ροή υποβάθρου και το κύμα να παρουσιάζεται **στάσιμο**, σχετικά με παρατηρητή στην επιφάνεια της Γης. Πότε θα συμβεί αυτό;

$$c_p^x = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2} = 0 \Rightarrow \bar{u} = \frac{\beta}{k^2 + l^2} \Rightarrow K^2 = \frac{\beta}{\bar{u}}$$

Το ελεύθερο κύμα Rossby γίνεται στάσιμο. Εξαρτάται από την τιμή του β και της ροής υποβάθρου.

10. Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby

Ομαδική ταχύτητα – group velocity ($\vec{C}_g$):

Η ταχύτητα (διάνυσμα) με την οποία ένα κυματοπακέτο (ομάδα κυμάτων) κινείται. Οι περισσότερες ποσότητες ενδιαφέροντος (όπως η ενέργεια) μεταφέρονται με την ομαδική ταχύτητα.



Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων. Ξεχωριστές κορυφές κινούνται με τη **φασική ταχύτητα (κόκκινο)**. Το κυματοπακέτο κινείται με την **ομαδική ταχύτητα (πράσινο)**.

$$\vec{C}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} \equiv \left[\frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} \right]$$
$$C_g^x = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$
$$C_g^y = \frac{\partial \omega}{\partial l}$$

$$\omega = \bar{u}k - \frac{\beta k}{K^2}$$

$$C_g = C_g^x = \bar{u} + \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$
$$C_g - \bar{u} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$

x-διεύθυνση: ουσιώδους σημασίας για την μελέτη των καιρικών συστημάτων αν η πληροφορία διαδίδεται προς τα δυτικά ή ανατολικά.

Αντίθετα με τη ζωνική φασική ταχύτητα, η οποία είναι πάντα προς τα δυτικά **σε σχέση με τη ζωνική ροή υποβάθρου**, η ομαδική ταχύτητα στη ζωνική διεύθυνση μπορεί να είναι προς τα δυτικά ή ανατολικά ανάλογα με το αν ο κυματαριθμός στη ζωνική διεύθυνση k είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον μεσηβρινό κυματαριθμό l .

Δηλαδή η κατεύθυνση διάδοσης της ενέργειας και πληροφορίας εξαρτάται από το “σχήμα” της κυματικής διαταραχής.

10. Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby – σε σχέση με ροή υποβάθρου

$$c_p - \bar{u} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g - \bar{u} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$



Ζωνική ροή υποβάθρου

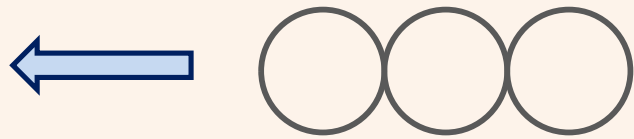
Περίπτωση 1

$$k = l$$

Κύματα με $\lambda^x \sim \lambda^y$

$$c_p - \bar{u} < 0$$

$$c_g - \bar{u} = 0$$



Σε σχέση με τη ζωνική ροή υποβάθρου, η φασική ταχύτητα είναι προς τα δυτικά ενώ η ομαδική ταχύτητα είναι μηδενική.

Περίπτωση 2

$$k > l$$

Κύματα με $\lambda^x < \lambda^y$

$$c_p - \bar{u} < 0$$

$$c_g - \bar{u} > 0$$



Σε σχέση με τη ζωνική ροή υποβάθρου, η φασική ταχύτητα είναι προς τα δυτικά ενώ η ομαδική ταχύτητα προς τα ανατολικά.

Περίπτωση 3

$$k < l$$

Κύματα με $\lambda^x > \lambda^y$

$$c_p - \bar{u} < 0$$

$$c_g - \bar{u} < 0$$



Σε σχέση με τη ζωνική ροή υποβάθρου, η φασική & η ομαδική ταχύτητα είναι προς τα δυτικά.

10. Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby – σε σχέση με επιφάνεια

$$c_p = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g = \bar{u} + \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$

 Ζωνική ροή υποβάθρου

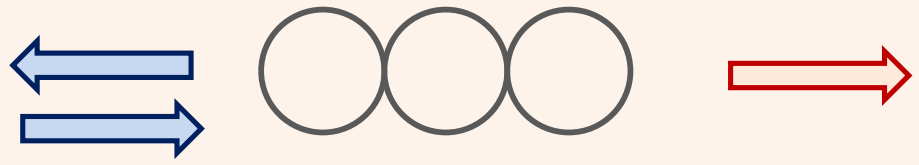
Περίπτωση 1

$$k = l$$

Κύματα με $\lambda^x \sim \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g = \bar{u} > 0$$



Σε σχέση με την επιφάνεια, η φασική ταχύτητα μπορεί να είναι προς τα ανατολικά ή δυτικά ενώ η ομαδική ταχύτητα είναι προς τα ανατολικά.

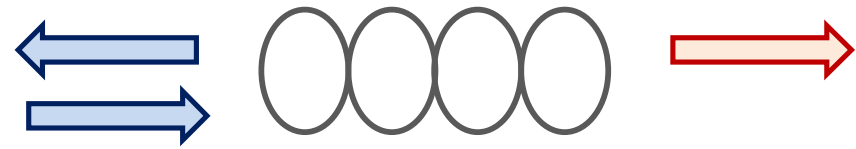
Περίπτωση 2

$$k > l$$

Κύματα με $\lambda^x < \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g > 0$$



Σε σχέση με την επιφάνεια, η φασική ταχύτητα μπορεί να είναι προς τα ανατολικά ή δυτικά ενώ η ομαδική ταχύτητα είναι προς τα ανατολικά.

Περίπτωση 3

$$k < l$$

Κύματα με $\lambda^x > \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g \geq < 0$$



Σε σχέση με την επιφάνεια, η φασική ταχύτητα μπορεί να είναι προς τα ανατολικά ή δυτικά ενώ η ομαδική ταχύτητα είναι προς τα ανατολικά ή δυτικά.

10. Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby – σε σχέση με επιφάνεια

$$c_p = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g = \bar{u} + \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$

 Ζωνική ροή υποβάθρου

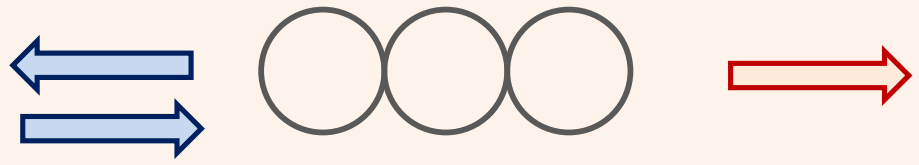
Περίπτωση 1

$$k = l$$

Κύματα με $\lambda^x \sim \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g = \bar{u} > 0$$



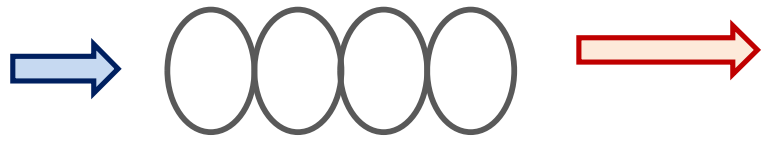
Περίπτωση 2

$$k > l$$

Κύματα με $\lambda^x < \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g > 0$$



“Βραχέα”

Τα βραχέα κύματα παρουσιάζουν ομαδική ταχύτητα προς τα ανατολικά.

Περίπτωση 3

$$k < l$$

Κύματα με $\lambda^x > \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g \geq < 0$$



“Μακρά”

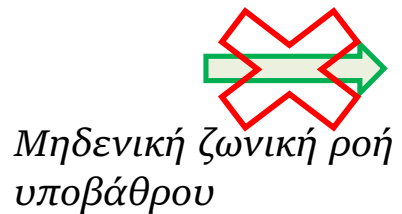
Επειδή σε κάθε ημισφαίριο η μεσημβρινή έκταση του πεδίου δράσης είναι σημαντικά μικρότερης της ζωνικής, τα πολύ μεγάλα – μακρά – κύματα εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία.

Τα μακρά κύματα παρουσιάζουν μια τάση να έχουν γενικά φασική ταχύτητα προς τα δυτικά ενώ η ομαδική είναι προς τα ανατολικά ή πιο συχνά προς τα δυτικά.

10. Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby – απουσία ροής υποβάθρου

$$c_p = -\frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$



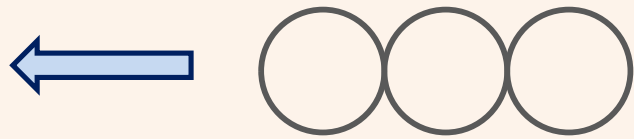
Περίπτωση 1

$$k = l$$

$$c_p < 0$$

Κύματα με $\lambda^x \sim \lambda^y$

$$c_g = 0$$



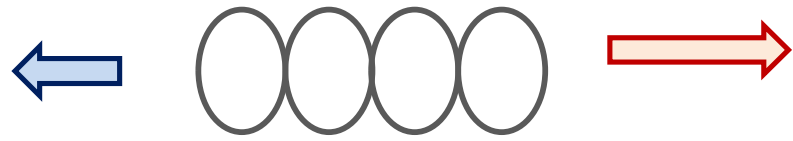
Περίπτωση 2

$$k > l$$

$$c_p < 0$$

Κύματα με $\lambda^x < \lambda^y$

$$c_g > 0$$



“Βραχέα”

Τα βραχέα κύματα παρουσιάζουν ομαδική ταχύτητα προς τα ανατολικά.

Περίπτωση 3

$$k < l$$

$$c_p < 0$$

Κύματα με $\lambda^x > \lambda^y$

$$c_g < 0$$

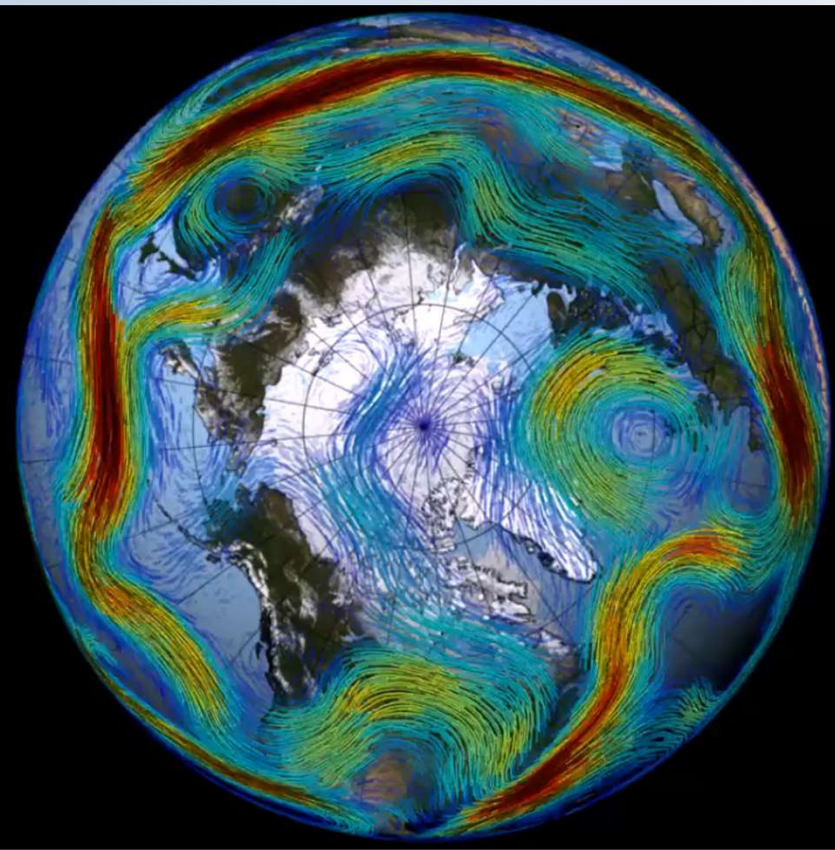


“Μακρά”

Επειδή σε κάθε ημισφαίριο η μεσημβρινή έκταση του πεδίου δράσης είναι σημαντικά μικρότερης της ζωνικής, τα πολύ μεγάλα – μακρά – κύματα εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία.

Τα μακρά κύματα παρουσιάζουν μια τάση να έχουν γενικά φασική ταχύτητα προς τα δυτικά ενώ η ομαδική είναι προς τα δυτικά.

11. Φασική & ομαδική ταχύτητα κυμάτων Rossby – σε σχέση με ροή υποβάθρου



Τα πλανητικά κύματα είναι ευδιάκριτα ως **μειανδρικές διαταραχές** του πολικού αεροχειμάρρου (eddy driven jet) στα μέσα γεωγραφικά πλάτη.

Προκαλούν μεσημβρινές μετατοπίσεις κατά μήκος του άξονα του αεροχειμάρρου.

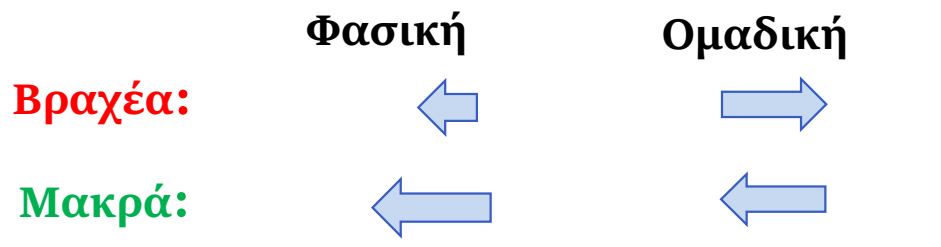
Η ευρεία κατανομή διαφόρων μ.κ. κυμάτων Rossby είναι εμφανής.

$$c_p - \bar{u} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g - \bar{u} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=t9GdAXScGh0>

Σε σχέση με τη ζωνική ροή υποβάθρου, τα **βραχέα** ή **συνοπτικά** έχουν **μικρότερη φασική** ταχύτητα προς τα δυτικά και χαρακτηρίζονται από ομαδική ταχύτητα προς τα ανατολικά.



Σε σχέση με τη μέση ζωνική ροή υποβάθρου

Σημείωση: Σε πραγματικές συνθήκες τα κύματα Rossby αναπτύσσονται σε ροή υποβάθρου, η οποία στα μέσα γεωγραφικά πλάτη είναι δυτική (westerly) και προστίθεται στη φασική/ομαδική ταχύτητα.

Έτσι συνήθως τα συνοπτικά κύματα Rossby κινούνται προς τα ανατολικά ως προς την επιφάνεια της Γης. Αντίθετα με τα βραχέα, τα μακρά έχουν πιο “δυτική συνιστώσα” και αντιστέκονται στη δυτική ροή οπότε έχουν μεγαλύτερη τάση να εμφανίζονται στάσιμα.

Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby – σε σχέση με επιφάνεια

$$c_p = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g = \bar{u} + \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$



Ζωνική ροή υποβάθρου

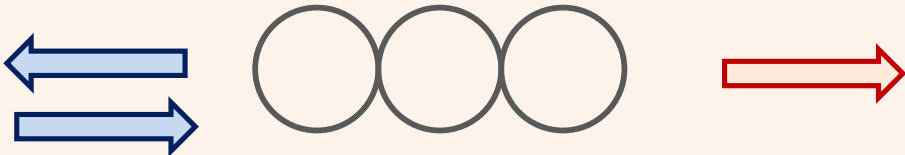
Περίπτωση 1

$$k = l$$

Κύματα με $\lambda^x \sim \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g = \bar{u} > 0$$



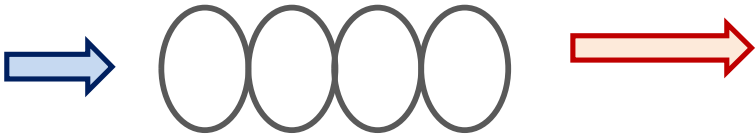
Περίπτωση 2

$$k > l$$

Κύματα με $\lambda^x < \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g > 0$$



“Βραχέα”

Τα βραχέα κύματα παρουσιάζουν ομαδική ταχύτητα προς τα ανατολικά.

Περίπτωση 3

$$k < l$$

Κύματα με $\lambda^x > \lambda^y$

$$c_p \geq < 0$$

$$c_g \geq < 0$$

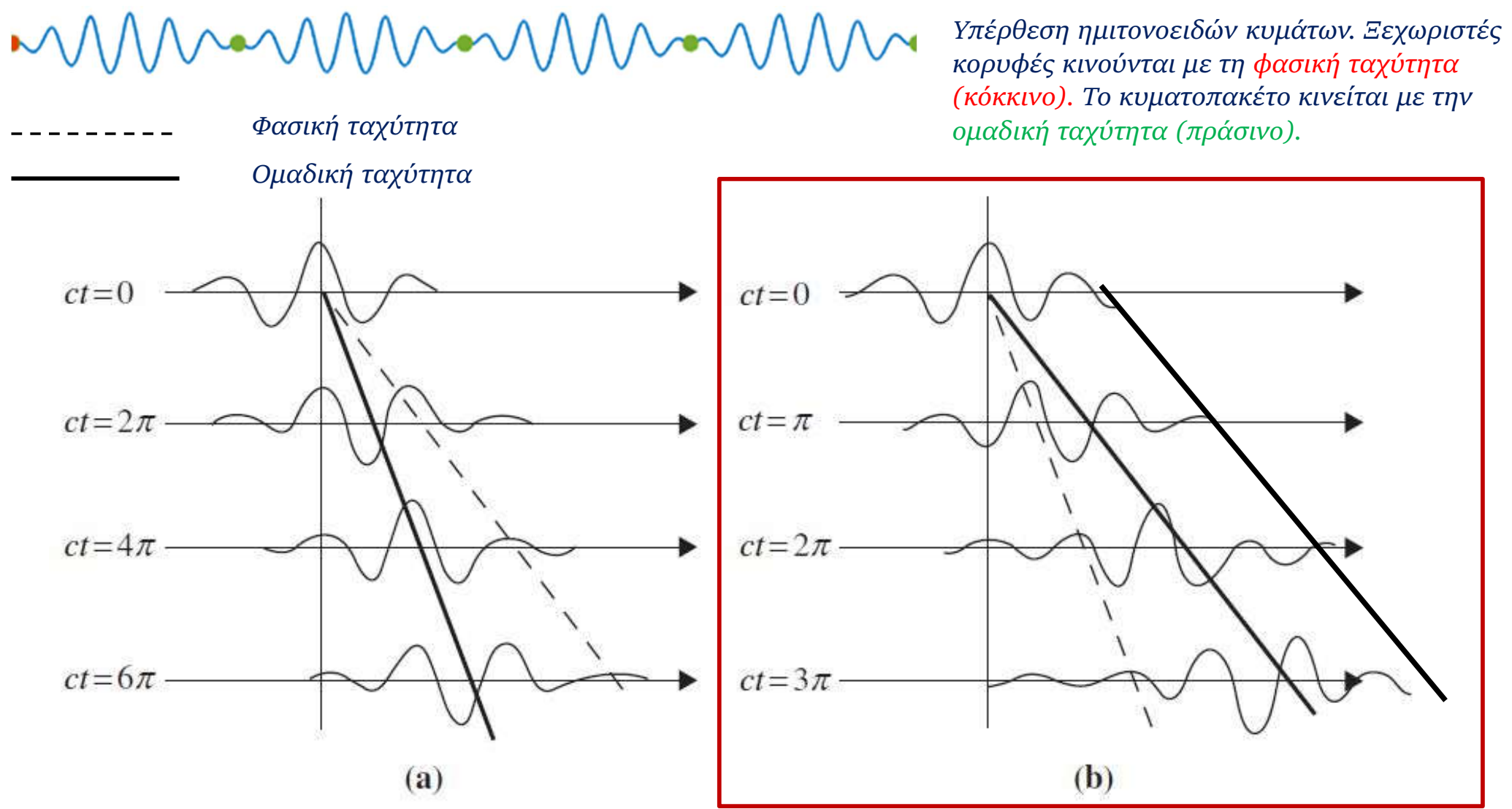
Επειδή σε κάθε ημισφαίριο η μεσημβρινή έκταση του πεδίου δράσης είναι σημαντικά μικρότερης της ζωνικής, τα πολύ μεγάλα – μακρά – κύματα εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία.



Τα μακρά κύματα παρουσιάζουν μια τάση να έχουν γενικά φασική ταχύτητα προς τα δυτικά ενώ η ομαδική είναι προς τα ανατολικά ή συχνά προς τα δυτικά.

12. Downstream development

Έτσι συνήθως τα συνοπτικά κύματα Rossby κινούνται (έχουν φασική ταχύτητα) προς τα ανατολικά ως προς την επιφάνεια της Γης. Συνήθως αυτή η **φασική ταχύτητα** είναι **μικρότερη** από την **ομαδική ταχύτητα** ενός κυματοπακέτου (αποτελείται από κύματα Rossby παρόμοιου μεγέθους).

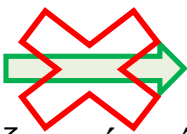


Downstream development: Ξεχωριστές κοιλάδες και όρη (troughs & ridges) κινούνται με τη φασική ταχύτητα, η οποία είναι μικρότερη της ομαδικής ταχύτητας με την οποία διαδίδεται ενέργεια του κυματοπακέτου. Πολύ γρήγορη διάδοση διαταραχής και σχηματισμός trough/ridge προς τα ανατολικά.

Ομαδική ταχύτητα ελεύθερων κυμάτων Rossby – απουσία ροής υποβάθρου

$$c_p = -\frac{\beta}{k^2 + l^2}$$

$$c_g = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$



Μηδενική ζωνική ροή
υποβάθρου

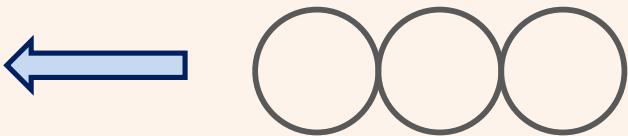
Περίπτωση 1

$$k = l$$

$$c_p < 0$$

Κύματα με $\lambda^x \sim \lambda^y$

$$c_g = 0$$



Περίπτωση 2

$$k > l$$

$$c_p < 0$$

Κύματα με $\lambda^x < \lambda^y$

$$c_g > 0$$

“Βραχέα”

Τα βραχέα κύματα παρουσιάζουν ομαδική ταχύτητα προς τα ανατολικά.

Περίπτωση 3

$$k < l$$

$$c_p < 0$$

“Μακρά”

Επειδή σε κάθε ημισφαίριο η μεσημβρινή έκταση του πεδίου δράσης είναι σημαντικά μικρότερης της ζωνικής, τα πολύ μεγάλα – μακρά – κύματα εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία.

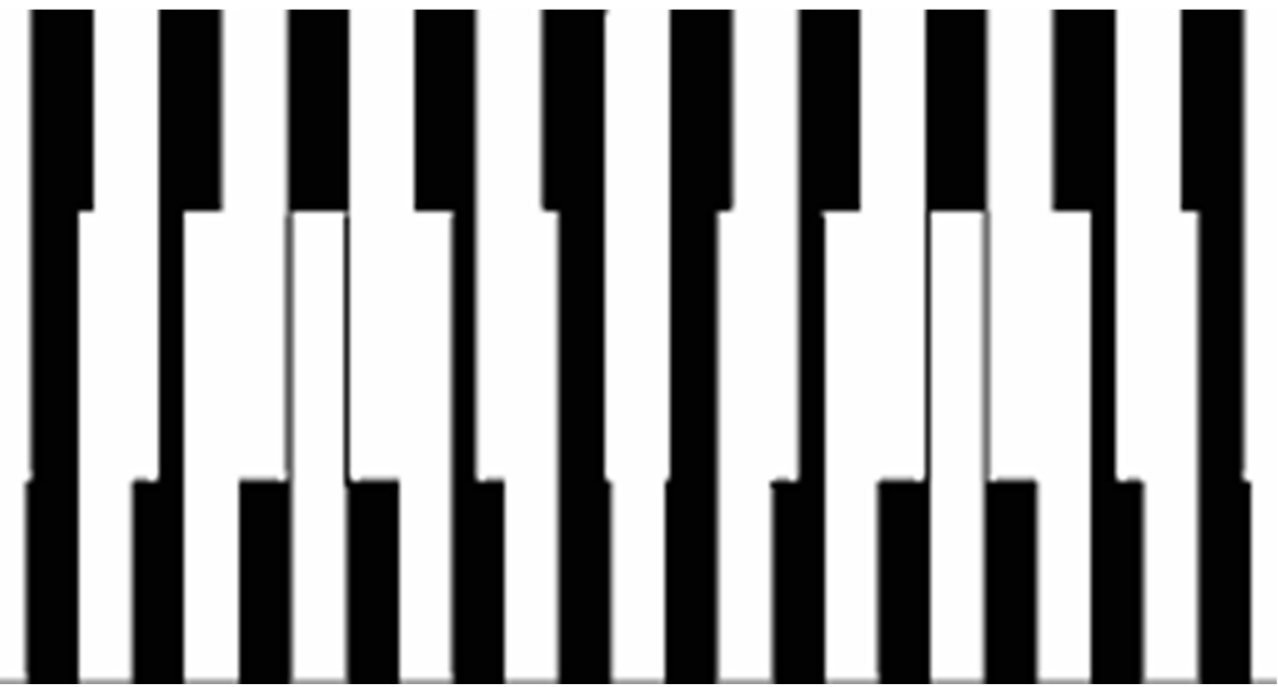
Τα μακρά κύματα παρουσιάζουν μια τάση να έχουν γενικά φασική ταχύτητα προς τα δυτικά ενώ η ομαδική είναι προς τα δυτικά.

Κύματα με $\lambda^x > \lambda^y$

$$c_g < 0$$



Ομαδική/φασική ταχύτητα βραχέων κυμάτων απουσία ροής υποβάθρου



Δύο κινούμενες συστοιχίες από **10** και **12** λευκές γραμμές, αντίστοιχα, που κινούνται προς τα αριστερά με **διαφορετικές ταχύτητες** σε μαύρο φόντο.

Η επικαλυπτόμενη περιοχή περιέχει τμήματα όπου οι λευκές γραμμές γεμίζουν το φόντο και τμήματα όπου το φόντο εξακολουθεί να είναι ορατό.

Μπορούμε να συσχετίσουμε τις δύο σειρές γραμμών με **κύματα που είναι περιοδικά μαύρα και άσπρα**. Εκεί που επικαλύπτονται τα κύματα **παρεμβάλλονται**: είναι σε συμφωνία φάσης στις πιο σκούρες περιοχές (θετική παρεμβολή) και εκτός φάσης στις πιο ανοιχτές περιοχές (αρνητική παρεμβολή).

<http://www.met.rdg.ac.uk/~sws97mha/Downstream/>

$$c_p = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} \quad k_1 = 10 \quad k_2 = 12$$

Απουσία υποβάθρου ροής, τα δύο κύματα έχουν παραπλήσια μ.κ. και κινούνται με διαφορετικές φασικές ταχύτητες προς τα αριστερά.

$$c_g = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}$$

Ο μεσημβρινός κυματαριθμός είναι πολύ μικρός επειδή δεν υπάρχει δομή του κύματος στη μεσημβρινή διεύθυνση.

Ακραία εφαρμογή της περίπτωσης 2.

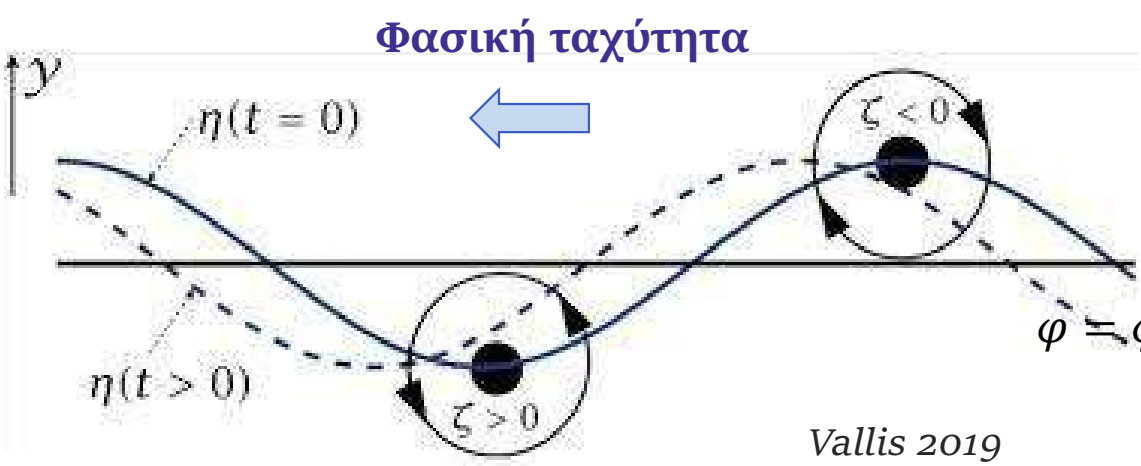
Το αποτέλεσμα της υπέρθεσης της κίνησης των δύο συστοιχιών είναι μοτίβο που κινείται προς τα δεξιά. Ανάλογα η υπέρθεση δυο συνοπτικών κυμάτων Rossby (κίνηση προς δυτικά) στην ατμόσφαιρα δημιουργεί κυματοπακέτο του οποίου η ενέργεια κινείται προς τα ανατολικά. Αν υπάρχει ροή υποβάθρου αυτή προστίθεται στις δυο ταχύτητες.

13. Ο φυσικός μηχανισμός δημιουργίας κυμάτων Rossby

$$\omega = \cancel{\bar{u}k} - \frac{\beta k}{K^2}$$

Ερώτηση: Ποιός είναι ο φυσικός μηχανισμός δημιουργίας και διατήρησης των κυμάτων Rossby (δηλ. ποιά είναι η δύναμη επαναφοράς);

Σε βαροτροπικό σύστημα ο απόλυτος στροβιλισμός διατηρείται ακολουθώντας τη ροή.



Σχετικός στροβιλισμός

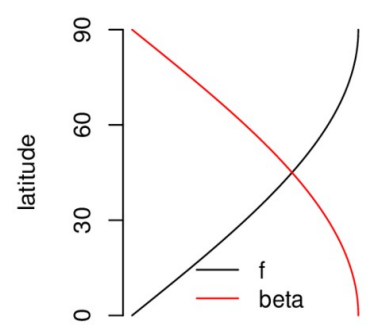
$$\frac{D}{Dt}(\zeta + f) = 0$$

Πλανητικός στροβιλισμός

β-plane approximation

$$f = f_0 + \beta_0 y$$

$$\beta_0 = \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{y=0/\varphi = \varphi_0}$$



Αλυσίδα στοιχείων του ρευστού γύρω από φ_0 υπόκειται σε μετατόπιση κατά τη διεύθυνση y με ημιτονοειδή κυματική μορφή. Η διατήρηση απόλυτου στροβιλισμού απαιτεί ότι η μετατόπιση **προς βόρεια** (νότια) δημιουργεί στη νέα θέση **αρνητική** (θετική) **διαταραχή ζ**.

Το διαταραγμένο πεδίο ζ εισάγει πεδίο ταχύτητας που οδηγεί τη κυματική μορφή προς δυτικά.

Απάντηση: Σε ένα βαροτροπικό σύστημα, τα κύματα Rossby συνιστούν ταλαντώσεις που υπόκεινται σε διατήρηση του απόλυτου στροβιλισμού και υπάρχουν λόγω του β -effect. Η μεσημβρινή μεταβολή του f (planetary vorticity) παρέχει τον απαραίτητο μηχανισμό επαναφοράς.

Πραγματικός κόσμος: Σε βαροκλινικό σύστημα, η αύξηση PV προς τον Β. Π. παρέχει τον μηχανισμό επαναφοράς των στοιχείων του ρευστού (bouncing effect) για την ύπαρξη Rossby waves.