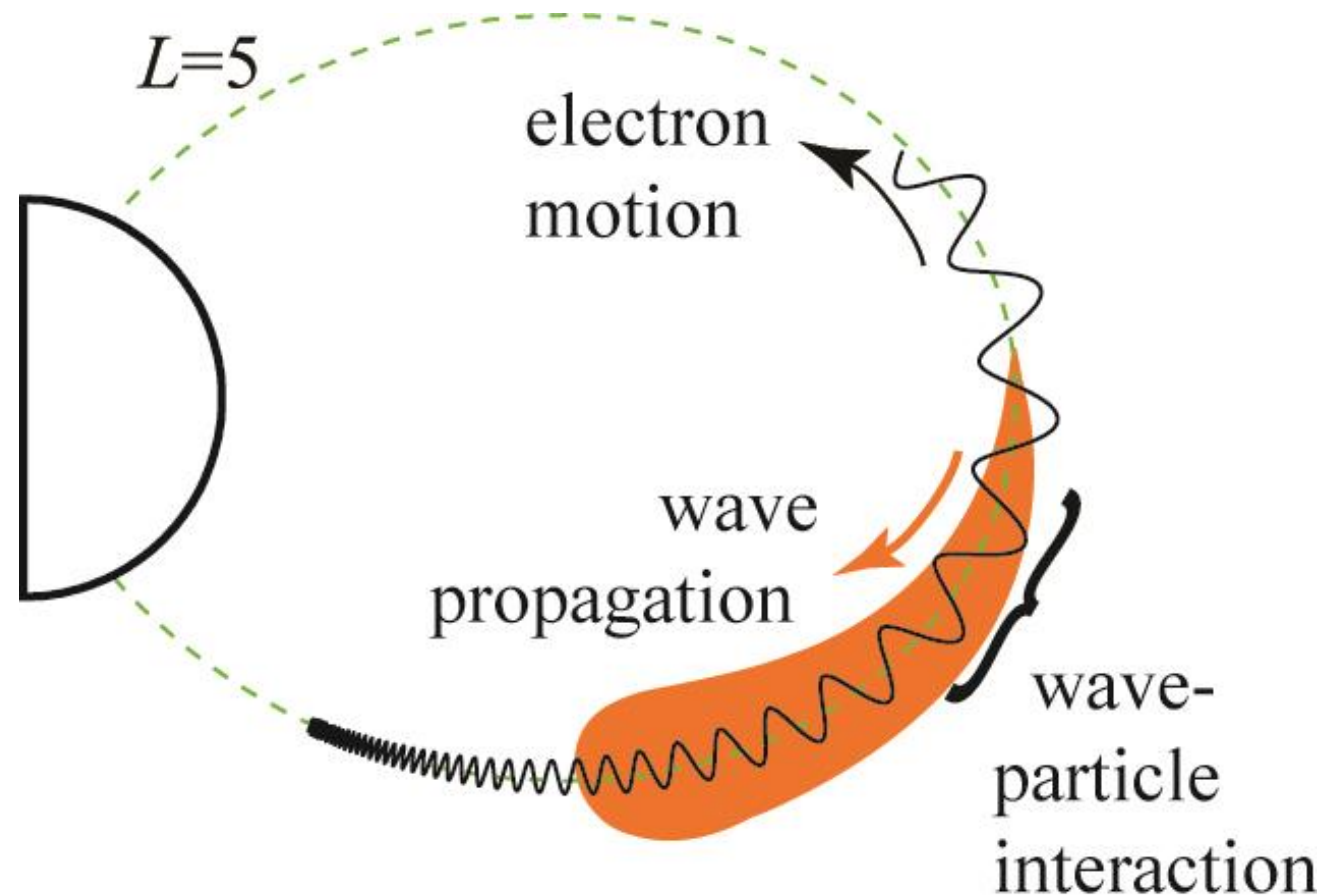


Space Physics Master's Course

Lecture 3



RECOMMENDED READING

Διαστημική Φυσική, Κεφάλαιο 3

(<https://repository.kallipos.gr/handle/11419/11507>)

Physics of Earth's Radiation Belts, Κεφάλαιο 2

(<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-030-82167-8.pdf>)

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

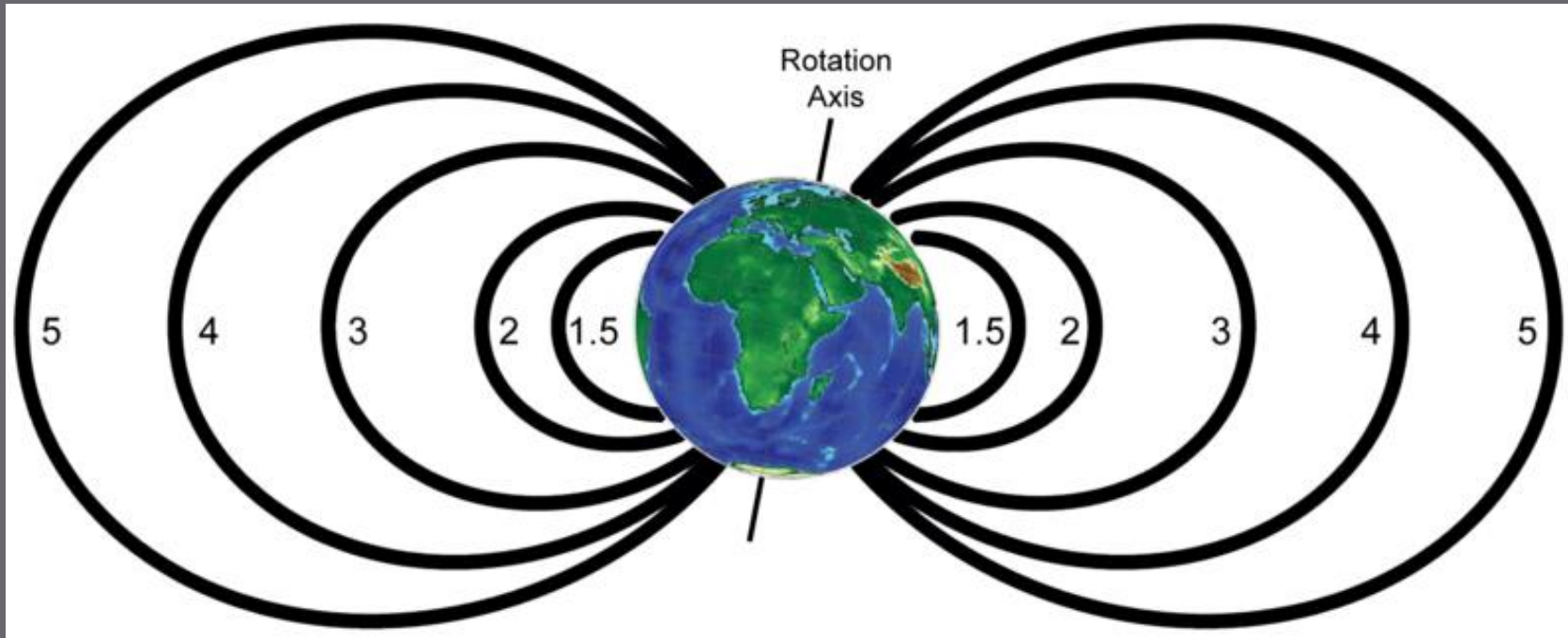
Δεύτερη αδιαβατική αναλλοίωτη

ή διαμήκης αναλλοίωτη (longitudinal invariant):

$$J = \int p_{||} ds = \int m v_{||} ds = \text{const.}$$

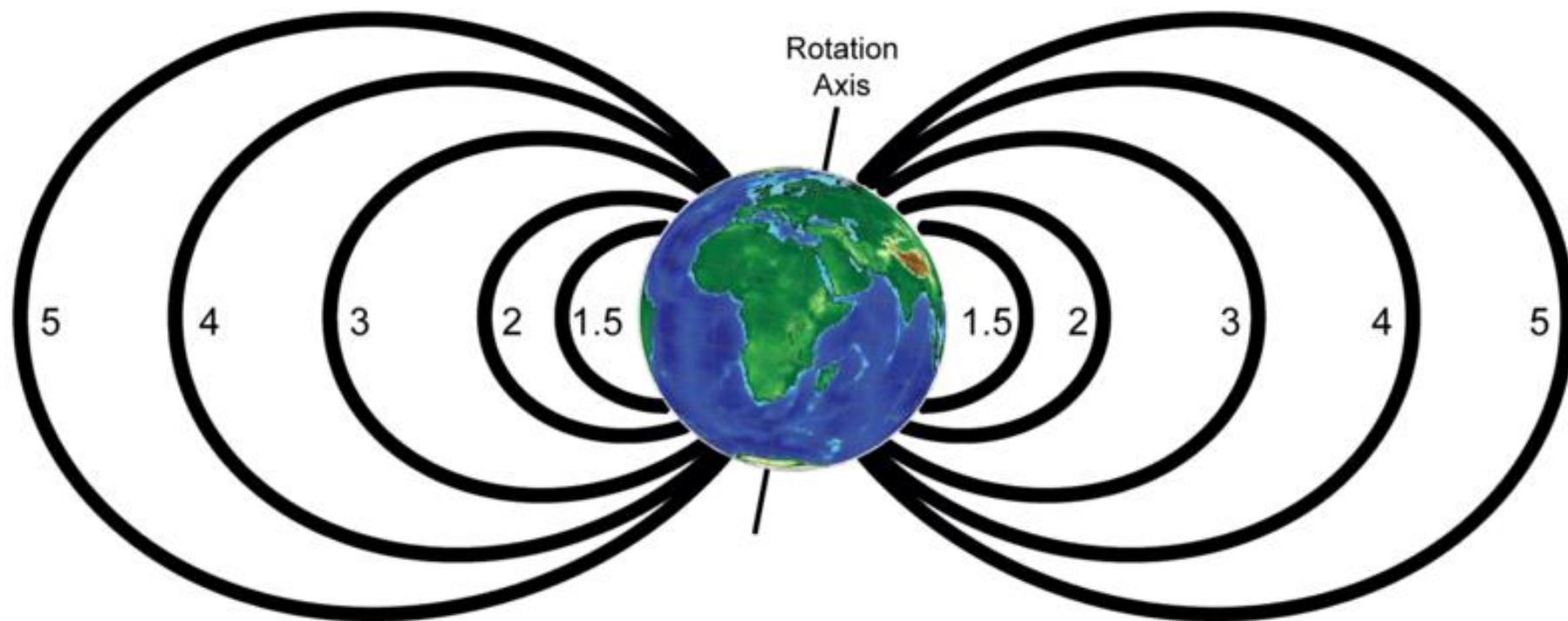
Η διατήρηση της 2^{ης} αναλλοίωτης μεταξύ των σημείων ανάκλασης **καθορίζει τις επιφάνειες πάνω στις οποίες ολισθαίνει το σωματίδιο.**

2^η αδιαβατική αναλλοίωτη



$$B = \sqrt{(B_r^2 + B_\theta^2)} = B_0 \left(\frac{R_E}{r} \right)^3 \sqrt{(1 + 3 \cos^2 \theta)}$$

Conservation of J means the particle *must* return to the same field-line after precessing around the Earth



$$r = L \cos^2 \lambda$$

Drift shell splitting,
drift loss cone and magnetopause shadowing

Κεφάλαιο 4, Walt (1994)

Κεφάλαιο 3, Roederer and Zhang (2014)

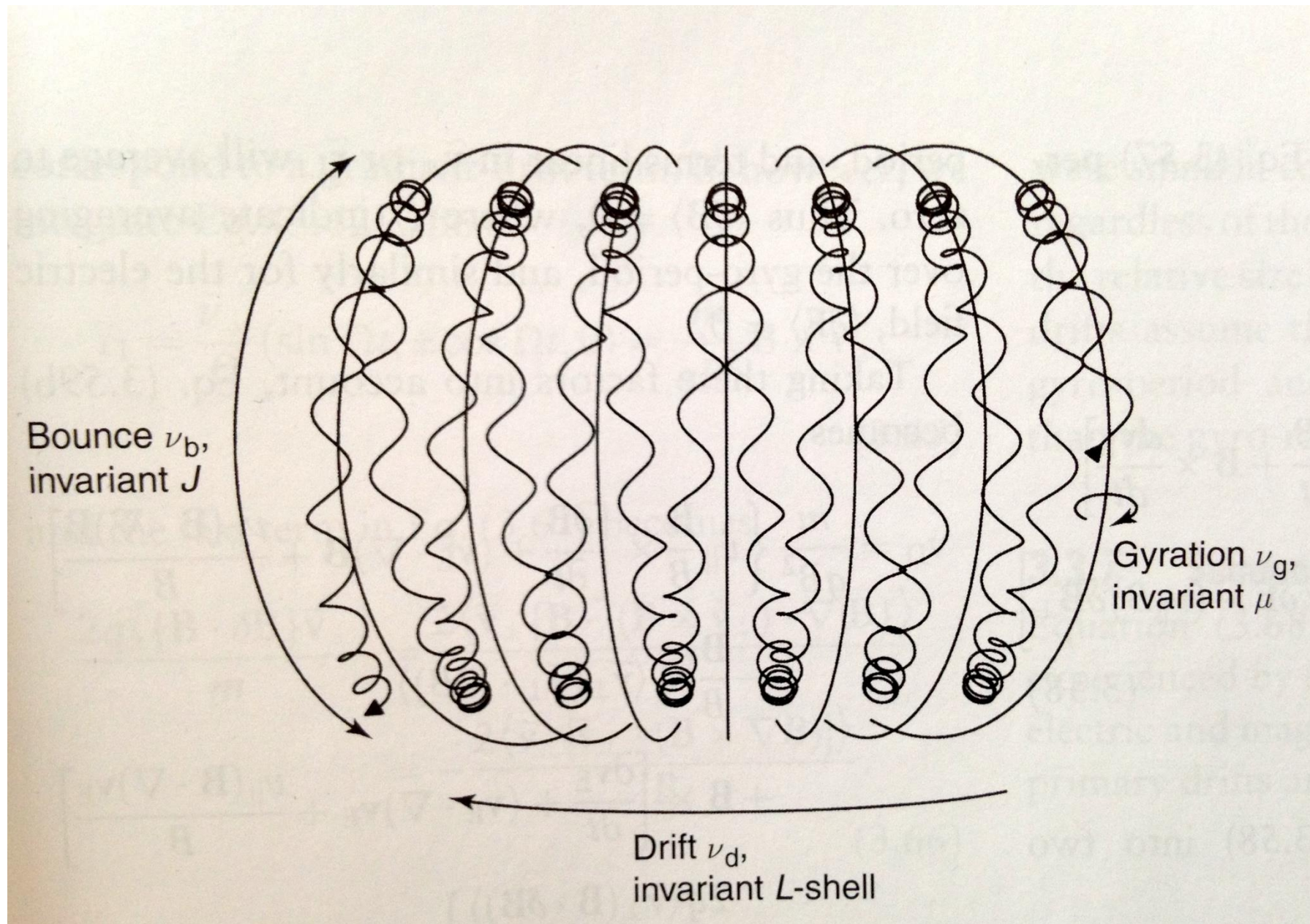
Η 3^η αδιαβατική αναλλοίωτη (μαγνητική ροή) ισούται με το ολοκλήρωμα δράσης της γενικευμένης ορμής του οδηγού κέντρου κατά μήκος του ίχνους ολίσθησης γύρω από το μαγνητικό δίπολο $p = mu_D$ (όπου u_D η ταχύτητα ολίσθησης) και είναι ανάλογη της μαγνητικής ροής που περικλείεται από την τροχιά του οδηγού κέντρου γύρω από το μαγνητικό δίπολο:

$$\mathbf{J}_3 = \int \mathbf{p}_d d\mathbf{s} \propto \Phi$$

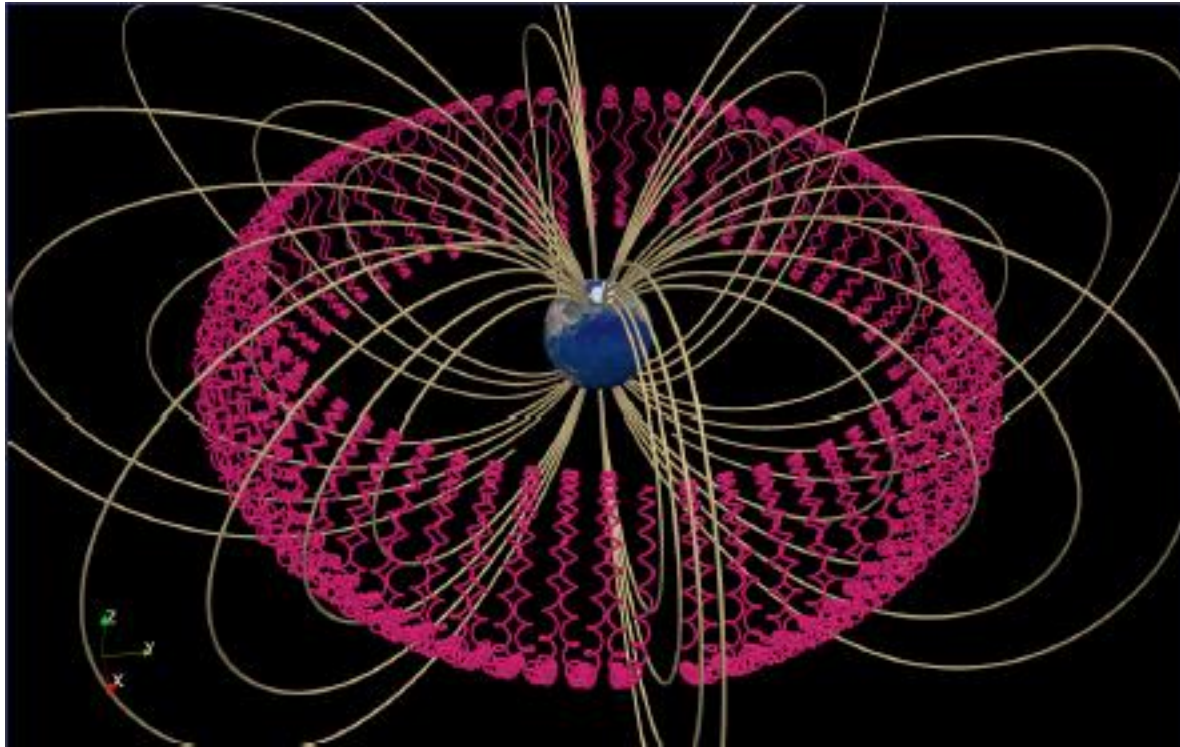
Τρίτη αδιαβατική αναλλοίωτη (flux invariant)

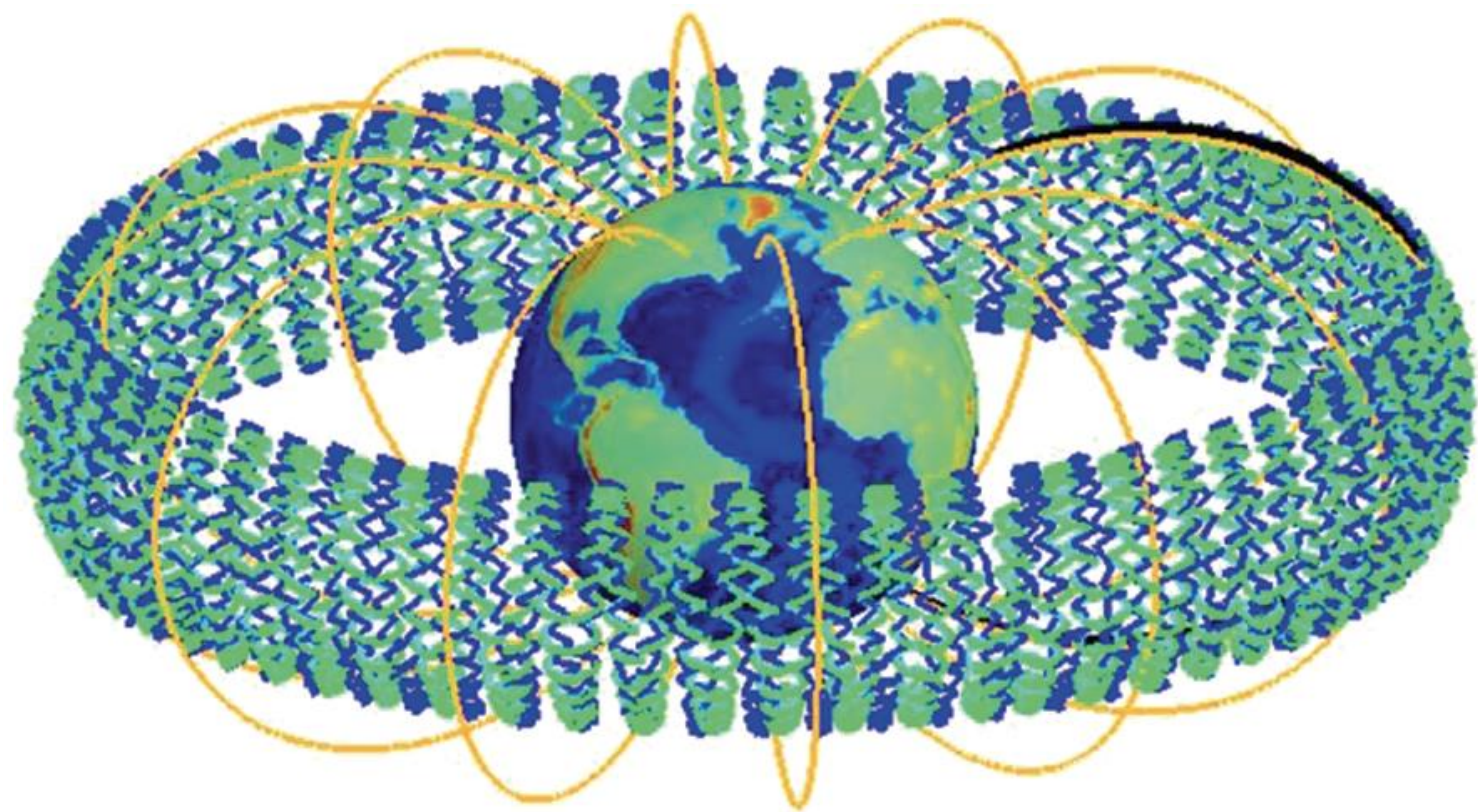
$$\Phi = \oint B dS$$

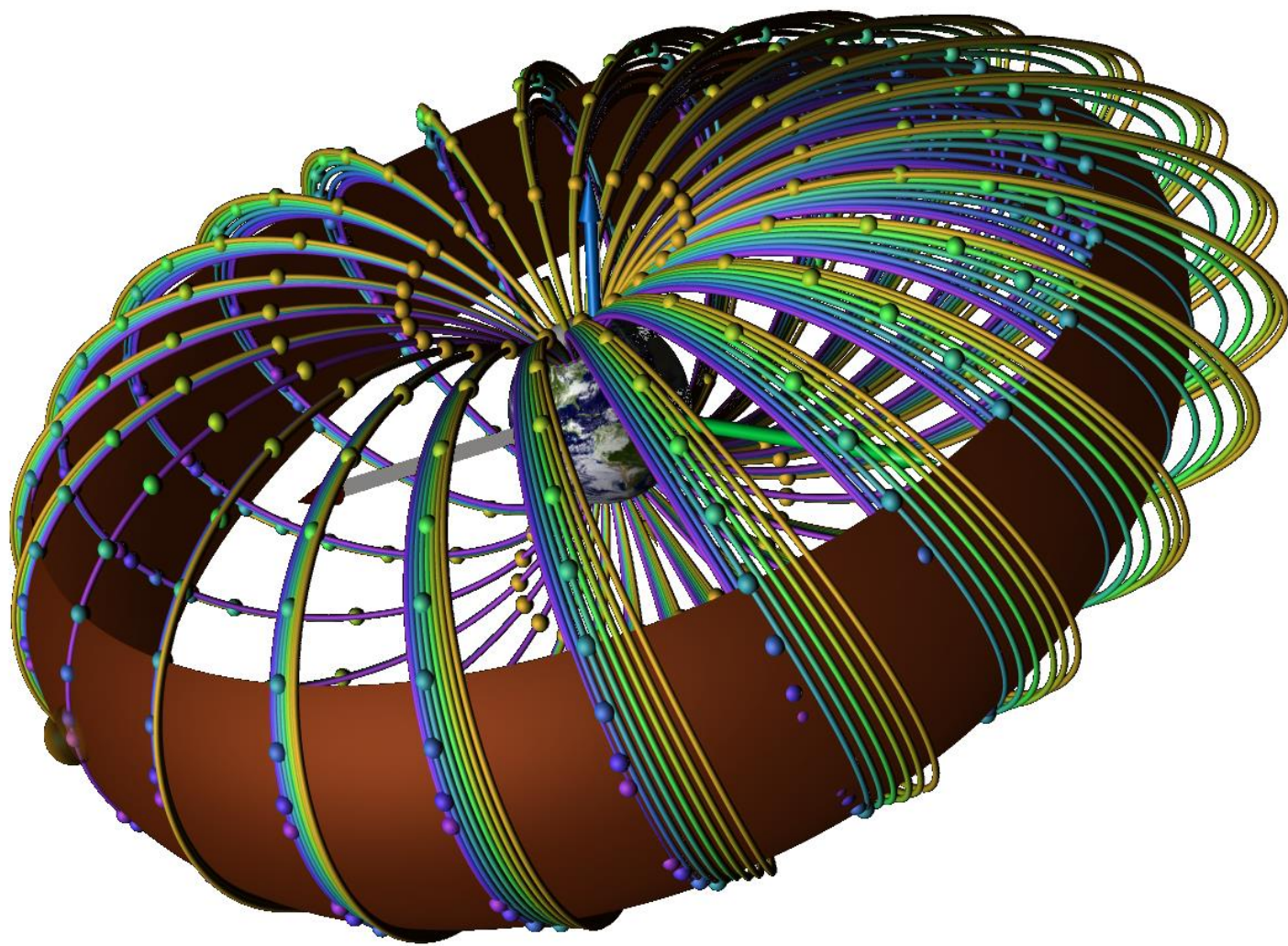
Η μαγνητική ροή Φ που περικλείεται από το «κέλυφος» του ολισθένοντος σωματιδίου (drift shell) είναι σταθερή (όσο το μαγνητικό πεδίο δεν μεταβάλλεται με ρυθμούς ταχύτερους από την περίοδο ολίσθησης)

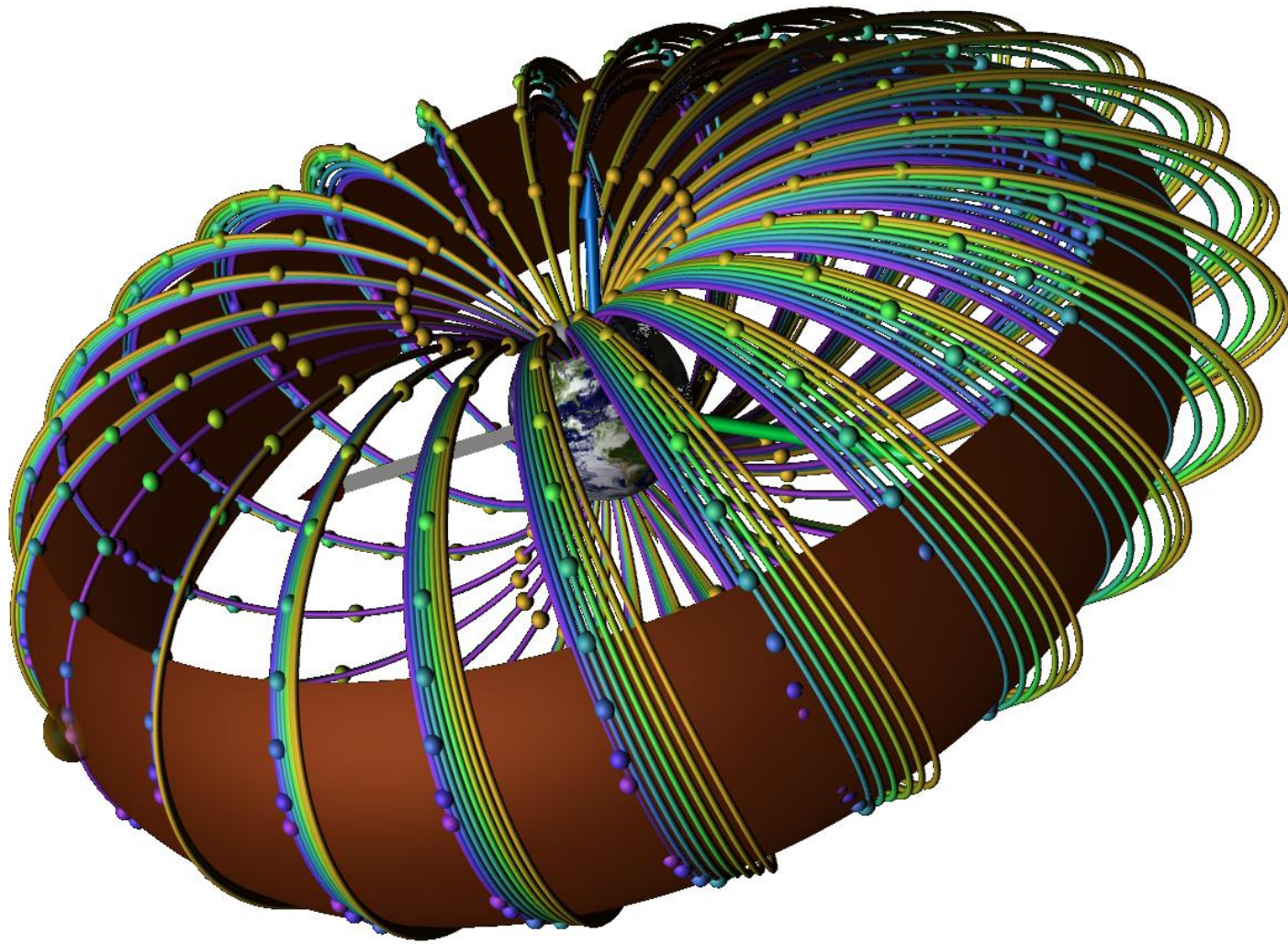


Τρίτη αδιαβατική αναλλοίωτη





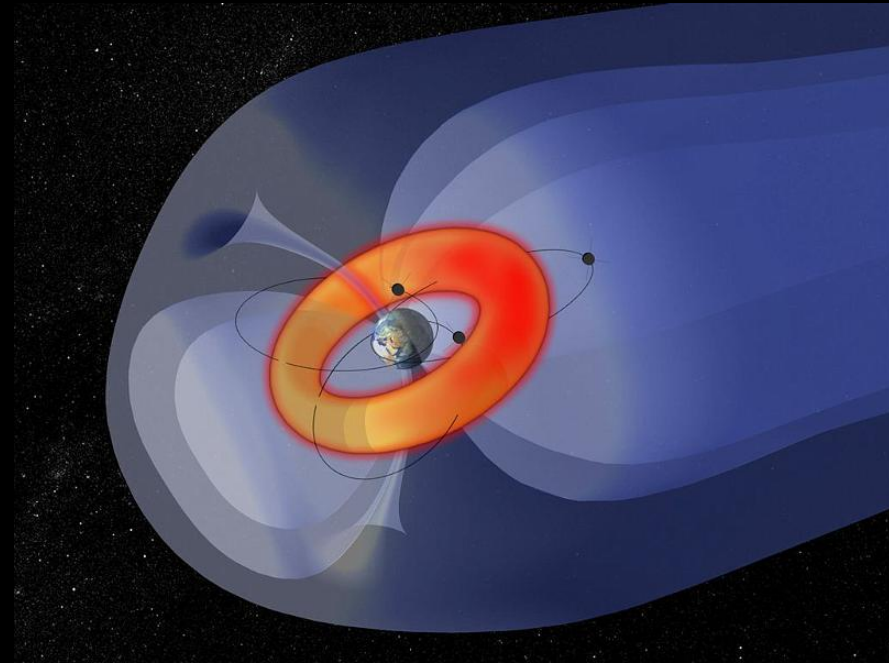
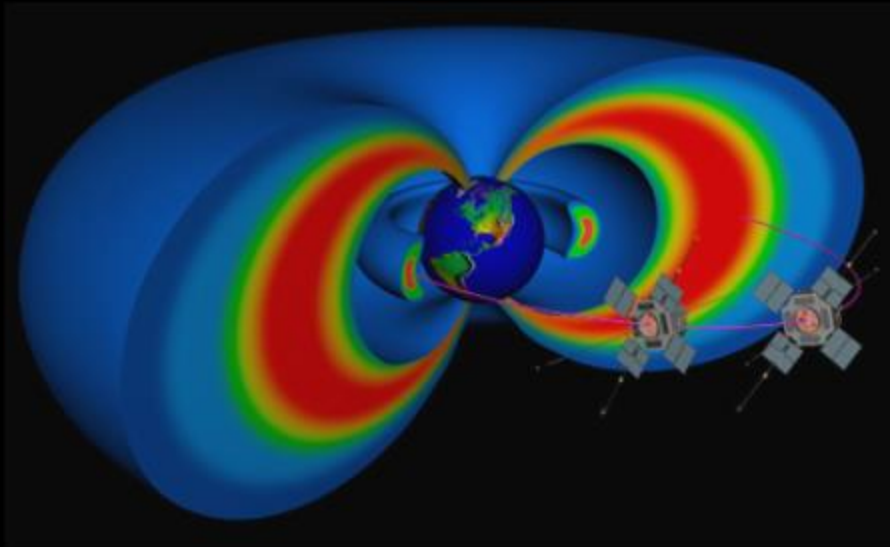


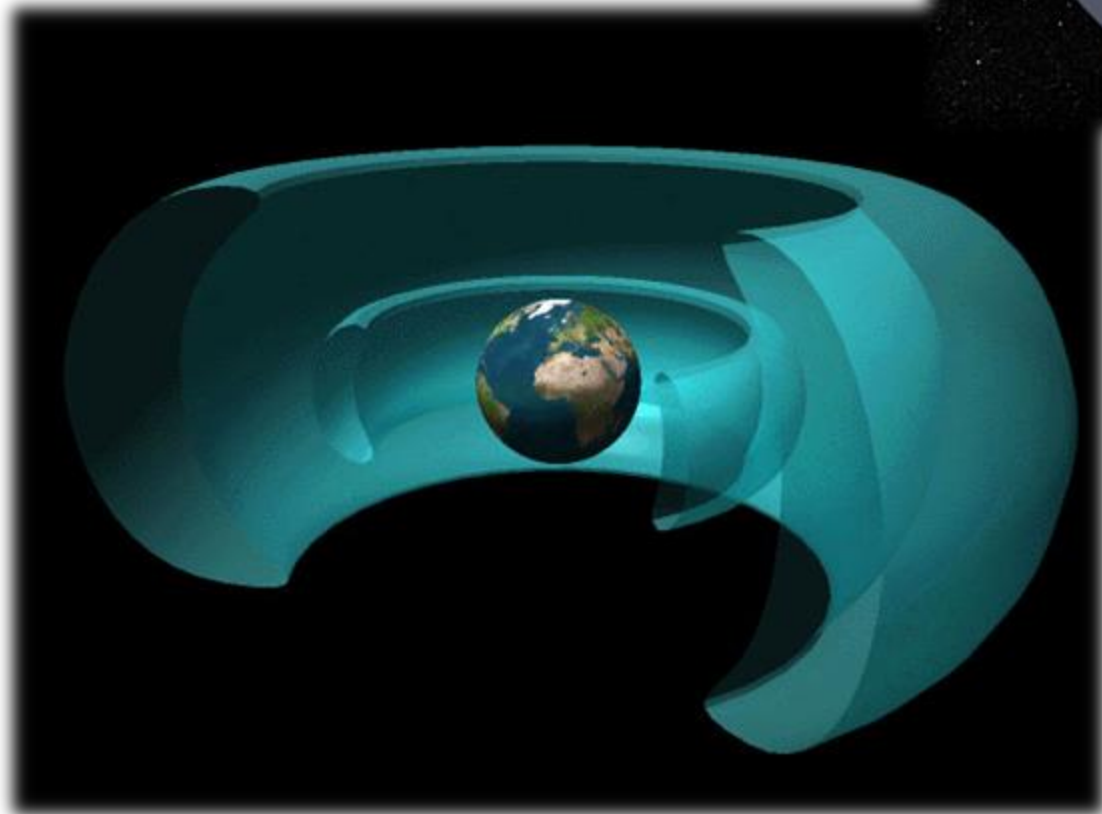
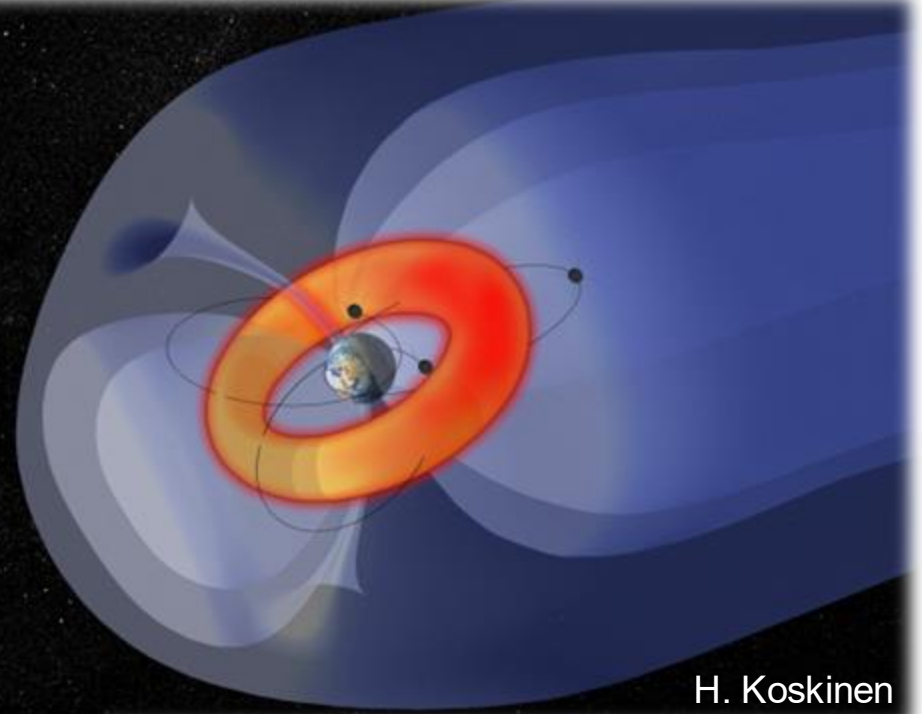


Visualization of drift shells based on numerical particle tracing in a realistic geomagnetic field. Mirror points for different equatorial pitch angles (in 10° steps) are shown spaced along the field. As electrons drift around the Earth, conservation of μ and K requires that the electrons follow different drift paths as indicated by the colour-coded field lines. Drift shell splitting is particularly apparent in the upper right of the figure.

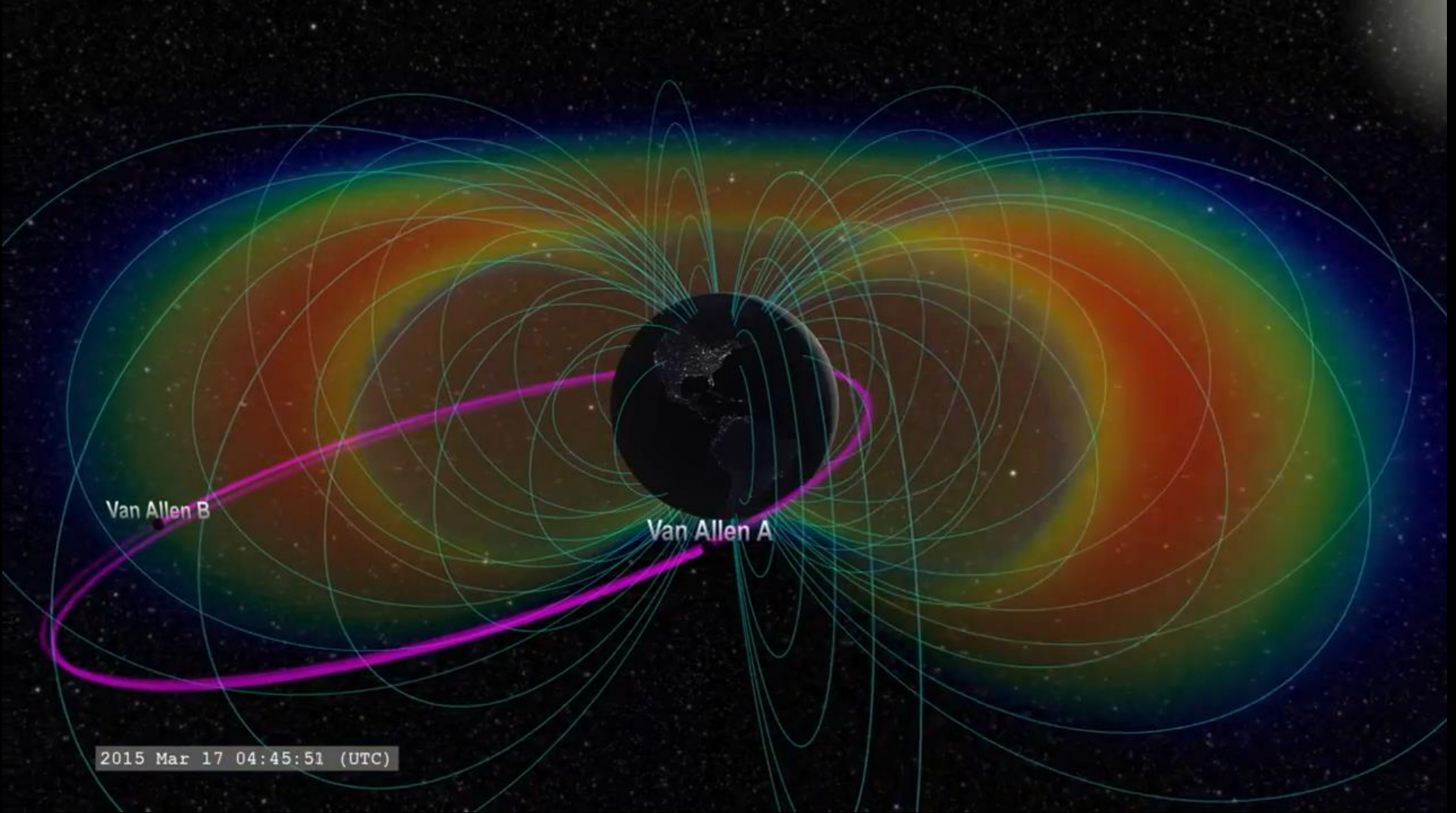
Electrons measured at the satellite, with 30° pitch angles, move along the copper-coloured surface which is the drift shell for those electrons. On that drift shell, μ , K , and L^* are constant but pitch angle, energy, and radial distance are not.

Adiabatic Invariants





Visualization of particle motion

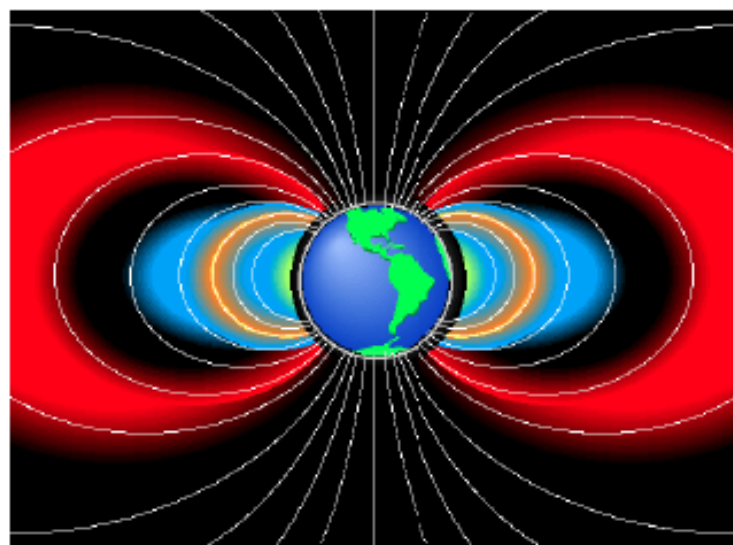
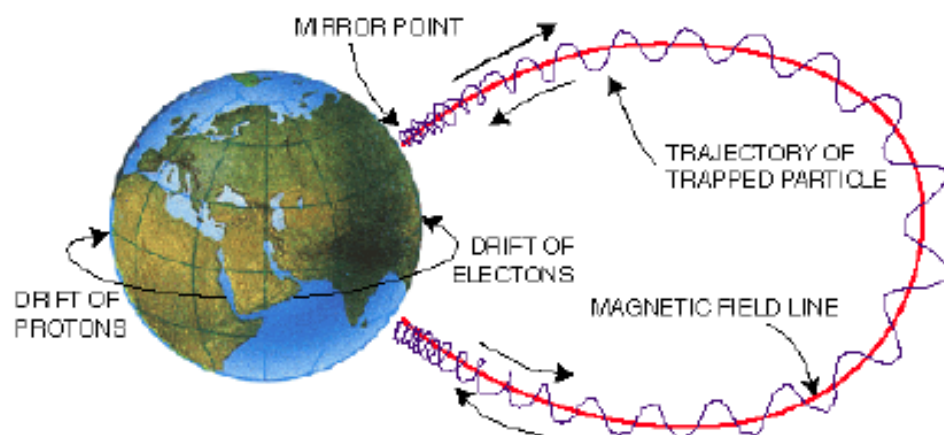


2015 Mar 17 04:45:51 (UTC)

Adiabatic Invariants

Associated with each motion is a corresponding *adiabatic invariant*:

- Gyro: $M=p^2/2m_oB$
- Bounce: K
- Drift: L



Outer Van Allen Belt
Inner Van Allen Belt
Trapped ACR (Interstellar matter)
Energetic Secondary Ions

- M : perpendicular motion
- K : parallel motion
- L : radial distance of equator crossing in a dipole field

If the fields guiding the particle change slowly compared to the characteristic motion, the corresponding invariant is conserved.

Περίοδοι κίνησης

Συνθήκες διατήρησης

- Η μ διατηρείται όσο το B αλλάζει ελάχιστα στην κλίμακα της γυροακτίνας r_L
- Όλες οι αδιαβατικές αναλλοίωτες διατηρούνται όταν η χρονική μεταβολή του B στη διάρκεια της περιόδου της κίνησης είναι πολύ μικρή

Συνθήκες διατήρησης ($dJ/dt=0$)

- Η μ διατηρείται όταν η χωρική μεταβολή του B σε διαστάσεις $\sim r_L$ είναι πολύ μικρή:

$$\left| \frac{\Delta B}{B} \right| \ll \frac{1}{r_L}$$

- Όλες οι αδιαβατικές αναλλοίωτες διατηρούνται όταν η χρονική μεταβολή του B στη διάρκεια της περιόδου της κίνησης είναι πολύ μικρή:

$$\left| \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial t} \right| \ll \frac{1}{\tau}$$

Περίοδοι κίνησης: $\tau_\mu \sim 10^{-6} - 10^{-3} s$

$$\tau_J \sim 1s$$

$$\tau_\Phi \sim 1 - 60m$$

Συνθήκες διατήρησης ($dJ/dt=0$)

- Η μ διατηρείται όταν η χωρική μεταβολή του B σε διαστάσεις $\sim r_L$ είναι πολύ μικρή:

$$\left| \frac{\Delta B}{B} \right| \ll \frac{1}{r_L}$$

- Όλες οι αδιαβατικές αναλλοίωτες διατηρούνται όταν η χρονική μεταβολή του B στη διάρκεια της περιόδου της κίνησης είναι πολύ μικρή:

$$\left| \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial t} \right| \ll \frac{1}{\tau}$$

Περίοδοι κίνησης: $\tau_\mu \sim 10^{-6} - 10^{-3} s$

$$\tau_J \sim 1s$$

$$\tau_\Phi \sim 1 - 60m$$

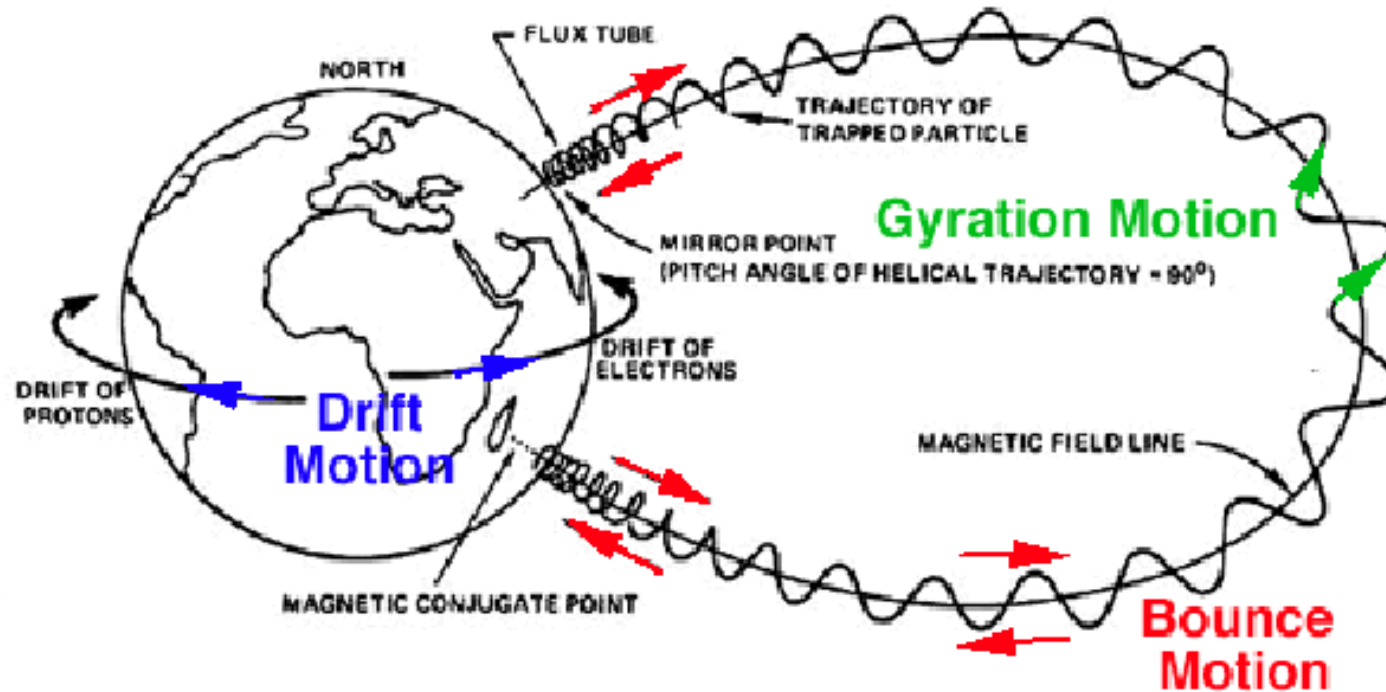
Η 1^η αδιαβατική αναλλοίωτη
(μαγνητική ροπή)
ισούται με το ολοκλήρωμα δράσης
της γενικευμένης ορμής του σωματιδίου
κάθετα στο μαγνητικό πεδίο $p = mv_{\perp}$
κατά μήκος της κλειστής κυκλοτρονικής
τροχιάς του σωματιδίου:

$$\mathbf{J}_1 = \oint \mathbf{p}_{\perp} d\mathbf{s} \approx \boldsymbol{\mu} = m v_{\perp}^2 / 2\mathbf{B}$$

Η 2^η αδιαβατική αναλλοίωτη
(διαμήκης αναλλοίωτη)
ισούται με το ολοκλήρωμα δράσης
της γενικευμένης ορμής του οδηγού κέντρου
κατά την κίνησή του
παράλληλα στο μαγνητικό πεδίο $p = mu_{||}$
και μεταξύ των σημείων ανάκλασης:
$$\mathbf{J}_2 = \int \mathbf{p}_{||} ds$$

Η 3^η αδιαβατική αναλλοίωτη (μαγνητική ροή) ισούται με το ολοκλήρωμα δράσης της γενικευμένης ορμής του οδηγού κέντρου κατά μήκος του ίχνους ολίσθησης γύρω από το μαγνητικό δίπολο $p = mu_D$ (όπου u_D η ταχύτητα ολίσθησης) και είναι ανάλογη της μαγνητικής ροής που περικλείεται από την τροχιά του οδηγού κέντρου γύρω από το μαγνητικό δίπολο:

$$\mathbf{J}_3 = \int \mathbf{p}_d \mathbf{d}\mathbf{s} \propto \Phi$$



Gyration: $J_1 = \int p_{\perp} ds = p_{\perp}^2 / 2mB$ $T_g \sim 10^{-3} \text{ s}$, $f_g \sim 1 \text{ kHz}$

Bounce motion: $J_2 = \int p_{\parallel} ds$ $T_b \sim 10^0 \text{ s}$, $f_b \sim 1 \text{ Hz}$

Drift motion: $J_3 = \int p_d ds \propto \Phi$ $T_d \sim 10^3 \text{ s}$, $f_d \sim 1 \text{ mHz}$

Η σταθερότητα των αδιαβατικών αναλλοίωτων καταργείται όταν οι γεωμαγνητικές διαταραχές, που εμφανίζονται στη μαγνητόσφαιρα, έχουν **περιόδους συγκρίσιμες ή μικρότερες** από τις περιόδους των τριων αντίστοιχων στις αναλλοίωτες χαρακτηριστικών περιοδικών κινήσεων των σωματιδίων:

1. της γυροκίνησης γύρω από το B
2. της ανάκλασης κατά μήκος του B
3. της ολίσθησης γύρω από τη Γη

Invariant	Velocity	Time scale	Validity
magnetic moment	gyro motion	gyro period	$\tau \gg \tau_L$
longitudinal invariant	longitudinal velocity of GC	bounce period	$\tau \gg \tau_b \gg \tau_L$ and μ const
flux invariant	perpendicular velocity of GC	drift period	$\tau \gg \tau_d \gg \tau_b \gg \tau_L$ and μ and J const

Specific energization mechanism for each invariant

μ : $W_{\perp}$ changed by changing the Larmor radius (i.e., $|B|$)

J : $W_{\parallel}$ changed by stretching or shortening the magnetic bottle

Φ : W changed by compressing or expanding the drift surface