

ANOVA

Ανάλυση Διακύμανσης

One-Way · Two-Way Without Replication · Two-Way With Replication



AEGEAN MARITIME S.A.

Εφαρμογή στη Διαχείριση Ναυτιλιακού Στόλου | Excel Analysis ToolPak

Τι είναι η ANOVA;

Analysis of Variance — Ανάλυση Διακύμανσης

Ορισμός & Σκοπός

Η ANOVA ελέγχει αν οι μέσοι τιμές δύο ή περισσότερων ομάδων είναι στατιστικά ίσοι.

Υποθέσεις:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ (όλοι οι μέσοι ίσοι)

H_1 : Τουλάχιστον ένας μέσος διαφέρει

Η ANOVA χρησιμοποιεί την αναλογία:

$F = \text{Διακύμανση ΜΕΤΑΞύ ομάδων} / \text{Διακύμανση ΕΝΤΟΣ ομάδων}$

Αν $F > F_{\text{κριτικό}}$ ή $p\text{-value} < \alpha \rightarrow$ Απόρριψη H_0

Τύποι ANOVA

One-Way

1 Παράγοντας

Επηρεάζει ο τύπος πλοίου την κατανάλωση;

Slide 6+

Two-Way (Χωρίς Επαν.)

2 Παράγοντες – χωρίς interaction

Τύπος πλοίου + Περιοχή \rightarrow κατανάλωση;

Slide 9+

Two-Way (Με Επαν.)

2 Παράγοντες + Interaction effect

Τύπος \times Εποχή + αλληλεπίδραση;

Slide 12+

One-Way ANOVA — Θεωρητικό Υπόβαθρο

Ανάλυση Διακύμανσης Ενός Παράγοντα

$$F = MS_Between / MS_Within = [SS_B / (k-1)] / [SS_W / (N-k)]$$

SS_Between (Μεταξύ)

Πόσο διαφέρουν οι ομαδικοί μέσοι από τον γενικό μέσο.

$$SS_B = \sum n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

$$df = k - 1$$

SS_Within (Εντός)

Πόση διακύμανση υπάρχει μέσα σε κάθε ομάδα.

$$SS_W = \sum \sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$$df = N - k$$

F-Statistic

Αναλογία διακύμανσης:

Αν H_0 αληθής $\rightarrow F \approx 1$

Αν H_1 αληθής $\rightarrow F \gg 1$

Κατανομή: $F(df_1, df_2)$

Απόφαση

✓ $F > F_{\text{κριτικό}}$
 \rightarrow Απόρριψη H_0

✓ $p\text{-value} < \alpha$ (0.05)
 \rightarrow Απόρριψη H_0

⚠ Post-hoc: Tukey / Bonferroni

ToolPak: Data \rightarrow Data Analysis \rightarrow Anova: Single Factor | k = αριθμός ομάδων | N = συνολικές παρατηρήσεις

One-Way ANOVA — Δεδομένα

Κατανάλωση Καυσίμου (MT/ημέρα) ανά Τύπο Πλοίου

📍 Σενάριο: Μετράμε ημερήσια κατανάλωση καυσίμου σε 4 τύπους πλοίων σε κανονικές συνθήκες (Beaufort 3-4) | n = 8 μετρήσεις ανά τύπο | Ερώτημα: Διαφέρει σημαντικά η κατανάλωση;

Παρατήρηση	Δεξαμενόπλοιο	Φορτηγό (Bulk)	Ro-Ro	Επιβατηγό
Μέτρηση 1	30.2	26.3	22.8	39.1
Μέτρηση 2	34.1	28.7	25.3	36.4
Μέτρηση 3	31.8	25.9	21.9	40.2
Μέτρηση 4	35.2	30.1	24.6	37.8
Μέτρηση 5	29.5	27.4	23.7	38.5
Μέτρηση 6	33.6	26.8	22.4	41.0
Μέτρηση 7	32.1	28.2	24.1	35.9
Μέτρηση 8	34.0	27.1	23.5	38.7
ΜΕΣΟΣ	32.56	27.56	23.54	38.45

One-Way ANOVA — Αποτελέσματα & Απόφαση

Excel Analysis ToolPak Output | $\alpha = 0.05$

📄 Βήματα ToolPak

1. Data → Data Analysis → Anova: Single Factor
2. Input Range: A1:D9 (με headers)
3. Grouped By: Columns | Labels in First Row: ✓
4. Alpha: 0.05 → OK

ANOVA TABLE

Πηγή	SS	df	MS	F	p-value
Between	623.4	3	207.8	38.74	< 0.0001
Within	150.2	28	5.36		
Total	773.6	31			

F = 38.74

F Statistic

F_{cr} = 2.95

F Critical ($\alpha=0.05$)

p < 0.0001

P-value

$\eta^2 = 0.806$

Effect Size (η^2)

✓ **ΑΠΟΦΑΣΗ:** $F(38.74) > F_{\text{κριτ}}(2.95)$ και $p < 0.0001 < 0.05 \rightarrow$ ΑΠΟΡΡΙΨΗ $H_0 \rightarrow$ Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά κατανάλωσης καυσίμου μεταξύ τύπων πλοίου

Two-Way ANOVA (Χωρίς Επανάληψη) — Θεωρία

Two-Factor Without Replication | 1 μέτρηση ανά συνδυασμό

$$SS_{Total} = SS_{Rows} + SS_{Columns} + SS_{Error} \quad | \quad F_A = MS_{Rows} / MS_{Error} \quad | \quad F_B = MS_{Cols} / MS_{Error}$$

Παράγοντας A (Rows)

Δοκιμάζει αν τα επίπεδα του Παράγοντα A (π.χ. τύπος πλοίου) επηρεάζουν σημαντικά το αποτέλεσμα.

H_{0_A} : Δεν υπάρχει επίδραση του A
 $F_A = MS_{Rows} / MS_{Error}$
 $df_A = r - 1$

Παράγοντας B (Columns)

Δοκιμάζει αν τα επίπεδα του Παράγοντα B (π.χ. θαλάσσια περιοχή) επηρεάζουν σημαντικά το αποτέλεσμα.

H_{0_B} : Δεν υπάρχει επίδραση του B
 $F_B = MS_{Cols} / MS_{Error}$
 $df_B = c - 1$

⚠ Χωρίς Interaction

Επειδή υπάρχει μόνο 1 παρατήρηση ανά κελί, ΔΕΝ μπορεί να εκτιμηθεί η αλληλεπίδραση (interaction).

Αν απαιτείται interaction → Χρήση Two-Way WITH Replication
 $df_{Error} = (r-1)(c-1)$

Two-Way (Χωρίς Επαν.) — Δεδομένα & Αποτελέσματα

Κατανάλωση ΜΤ/ημέρα | Τύπος Πλοίου × Θαλάσσια Περιοχή

Τύπος \ Περιοχή	Αιγαίο	Ιόνιο	Ανατ. Μεσόγ.	Αδριατική	Λιβυκή	Μέσος
Δεξαμενόπλοιο	31.8	33.5	34.9	30.7	35.4	33.3
Φορτηγό (Bulk)	27.2	28.9	30.3	26.4	29.8	28.5
Ro-Ro	23.4	25.0	26.6	22.8	26.1	24.8
Επιβατηγό	37.6	39.2	40.8	36.4	40.1	38.8

ANOVA TABLE					
Πηγή	SS	df	MS	F	p-val
Rows (Τύπος)	1643.2	3	547.7	182.4	<0.001
Cols (Περιοχή)	98.6	4	24.7	8.22	0.002
Error	36.1	12	3.0		
Total	1777.9	19			

✓ Παράγοντας Α (Τύπος Πλοίου): $F=182.4 \gg F_{cr} \rightarrow$ ΑΠΟΡΡΙΨΗ H_{0_A}
 \rightarrow Ο τύπος πλοίου επηρεάζει σημαντικά την κατανάλωση

✓ Παράγοντας Β (Περιοχή): $F=8.22, p=0.002 < 0.05 \rightarrow$ ΑΠΟΡΡΙΨΗ H_{0_B}
 \rightarrow Η θαλάσσια περιοχή επηρεάζει σημαντικά την κατανάλωση



Two-Way ANOVA (Με Επανάληψη) — Θεωρία

Two-Factor With Replication | Interaction Effect AxB

$$SS_{Total} = SS_A + SS_B + SS_{AxB} + SS_{Error} \quad | \quad F_A = MS_A / MS_E \quad | \quad F_B = MS_B / MS_E \quad | \quad F_{AxB} = MS_{AxB} / MS_E$$

Κύρια Επίδραση A

Μέση επίδραση Παράγοντα A σε όλα τα επίπεδα B

$$H_0_A: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \dots = \mu_{Ar}$$
$$df_A = r - 1$$
$$F_A = MS_A / MS_{Error}$$

Κύρια Επίδραση B

Μέση επίδραση Παράγοντα B σε όλα τα επίπεδα A

$$H_0_B: \mu_{B1} = \mu_{B2} = \dots = \mu_{Bc}$$
$$df_B = c - 1$$
$$F_B = MS_B / MS_{Error}$$

Interaction (AxB)

Εξετάζει αν η επίδραση A εξαρτάται από το επίπεδο B

$$H_0_{AxB}: \text{Δεν υπάρχει interaction}$$
$$df_{AxB} = (r-1)(c-1)$$
$$F_{AxB} = MS_{AxB} / MS_{Error}$$

⚠ Ερμηνεία

Αν interaction σημαντικό → Οι κύριες επιδράσεις ερμηνεύονται με ΠΡΟΣΟΧΗ

Αν interaction ΜΗ σημαντικό → Ελέγχουμε κύριες επιδράσεις κανονικά

Απαιτεί $n \geq 2$ ανά κελί

Two-Way (Με Επαν.) — Δεδομένα

Βλάβες Μηχανής (αριθμός/μήνα) | Τύπος Πλοίου × Εποχή | n=5 ανά κελί

🔄 Σενάριο: Μετράμε αριθμό μηχανικών βλαβών ανά μήνα σε 2 τύπους πλοίου × 2 εποχές | Ερώτημα: Υπάρχει αλληλεπίδραση τύπου × εποχής;

Τύπος Πλοίου	Εποχή	Μέτρ. 1	Μέτρ. 2	Μέτρ. 3	Μέτρ. 4	Μέτρ. 5	Μέσος
Δεξαμενόπλοιο	Χειμώνας	8	10	9	11	7	9.0
	Καλοκαίρι	5	6	4	7	5	5.4
Φορτηγό	Χειμώνας	6	8	7	9	6	7.2
	Καλοκαίρι	4	5	3	6	4	4.4

ΜΕΣΟΙ ΤΙΜΕΣ ΑΝΑ ΚΕΛΙ (Δεξαμενόπλοιο/Φορτηγό × Χειμώνας/Καλοκαίρι)

9.0

Δεξαμενόπλοιο
× Χειμώνας

5.4

Δεξαμενόπλοιο
× Καλοκαίρι

7.2

Φορτηγό
× Χειμώνας

4.4

βλάβες/μήνα
Φορτηγό
× Καλοκαίρι

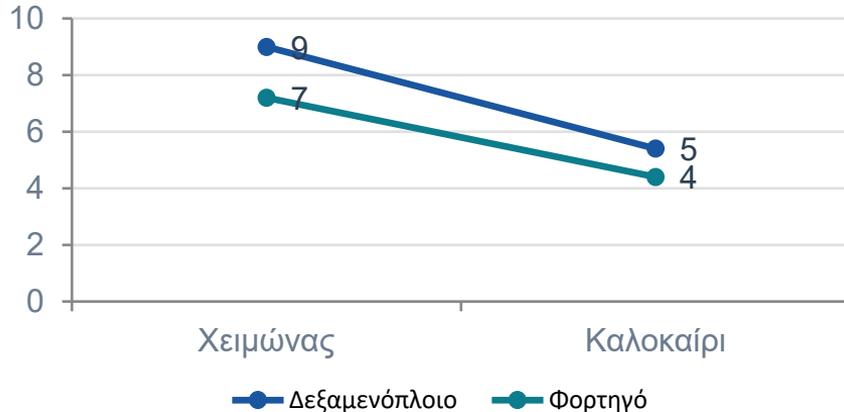
Two-Way (Με Επαν.) — Αποτελέσματα & Interaction

ANOVA Table + Interaction Plot | $\alpha = 0.05$

📄 Βήματα ToolPak

1. Data Analysis → Anova: Two-Factor With Replication
2. Input Range: Ολόκληρος πίνακας με headers
3. Rows per sample: 5 (επαναλήψεις ανά κελί)
4. Alpha: 0.05 → OK

Interaction Plot: Τύπος × Εποχή



ANOVA TABLE — Two-Way With Replication

Πηγή	SS	df	MS	F	p-value	Απόφαση
Τύπος Πλοίου (A)	29.7	1	29.7	14.85	0.0008	ΑΠΟΡΡ.
Εποχή (B)	108.9	1	108.9	54.45	<0.0001	ΑΠΟΡΡ.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

✓ Κύρια επίδραση Τύπου Πλοίου:

F=14.85, p=0.0008 → Σημαντική (Δεξαμ. > Φορτηγό)

✓ Κύρια επίδραση Εποχής:

F=54.45, p<0.001 → Σημαντική (Χειμώνας > Καλοκαίρι)

○ Interaction (AxB):

F=0.20, p=0.658 → ΜΗ Σημαντικό

Οι γραμμές στο interaction plot είναι σχεδόν παράλληλες → δεν υπάρχει αλληλεπίδραση

→ Ερμηνεύουμε κύριες επιδράσεις ανεξάρτητα

Σύγκριση 3 Τύπων ANOVA

Πότε χρησιμοποιώ τον καθένα;

Κριτήριο	One-Way	Two-Way Χωρίς Επαν.	Two-Way Με Επαν.
Αριθμός Παραγόντων	1	2	2
Μετρήσεις ανά κελί	$n \geq 1$	Ακριβώς 1	$n \geq 2$
Ελέγχει Interaction;	Χ Όχι	Χ Όχι	✓ ΝΑΙ
ToolPak Επιλογή	<i>Single Factor</i>	<i>Two-Factor Without Replication</i>	<i>Two-Factor With Replication</i>
Ναυτιλιακό Παράδειγμα	<i>Κατανάλωση ανά τύπο πλοίου</i>	<i>Κατανάλωση ανά τύπο × περιοχή</i>	<i>Βλάβες ανά τύπο × εποχή + interaction</i>
Αν σημαντικό →	Post-hoc (Tukey)	Αμφότεροι F → Post-hoc	Interaction plot → Simple effects



Κανόνας: Αρχίστε πάντα με One-Way. Αν έχετε 2 παράγοντες → Two-Way. Αν θέλετε να ελέγξετε interaction → Με Επανάληψη.

Συμπεράσματα & Συστάσεις

AEGEAN MARITIME S.A. | ANOVA Ανάλυση Ναυτιλιακών Δεδομένων



Two-Way Με Επανάληψη

Κύριες επιδράσεις: Τύπος ($p=0.0008$) & Εποχή ($p<0.001$) σημαντικές
Interaction MH σημαντικό → Χειμώνας συστηματικά +3.4 βλάβες vs Καλοκαίρι



Επιχειρησιακές Συστάσεις

- Βελτιστοποίηση δρομολογίων: Αποφυγή Ανατ. Μεσογείου για φορτηγά
- Προληπτική συντήρηση: Αύξηση checks τον Χειμώνα
- Επόμενο βήμα: Post-hoc (Tukey) για εντοπισμό ζευγών